Matemáticas Discretas

Carlos Andres Delgado Saavedra

carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co

Lógica preposicional

* **Formas normales**
* **Consecuencia Lógica**
* **Inferencia lógica**

Formas normales

Formas normales

Una formula F se dice que esta en la forma normal conjuntiva (FNC) si y solo si

$$F = f_1 \wedge f_2 \wedge f3 \wedge \cdots \wedge f_n$$

Una formula F se dice que esta en la forma normal disyuntiva (FND) si y solo si

$$F = f_1 \vee f_2 \vee f3 \vee \cdots \vee f_n$$

Formas normales

Ejemplo 1

Transforme a forma normal disyuntiva (FND)

$$(P \vee \neg Q) \rightarrow R$$

Aplicando las equivalencias:

1. $\neg(P \vee \neg Q) \vee R$
2. $(\neg P \wedge \neg\neg Q) \vee R$
3. $(\neg P \wedge Q) \vee R$ ← Disyunción de literales

Formas normales

Ejemplo 2

Transforme a forma normal conjuntiva (FNC)

$$(P \vee (Q \rightarrow R)) \rightarrow S$$

Aplicando las equivalencias:

1. $\neg(P \vee (Q \rightarrow R)) \vee S$
2. $\neg(P \vee (\neg Q \vee R)) \vee S$
3. $(\neg P \wedge \neg(\neg Q \vee R)) \vee S$
4. $(\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \vee S$
5. $(\neg P \vee S) \wedge (Q \vee S) \wedge (\neg R \vee S)$ ← Conjunción de literales

Formas normales

Consecuencia lógica

Dadas las formulas $F_1, F_2, \ldots, F_n$ y la formula G la cual se dice que es consecuencia lógica de $F_1, F_2, \ldots, F_n$ si y sólo para cualquier interpretación de $F_1 \wedge F_2 \wedge \cdots \wedge F_n$ es verdadera y G también lo es. De esta manera $F_1, F_2, \ldots, F_n$ son llamados axiomas o postulados de G

Formas normales

Ejemplo

Suponga que el stock de precios baja si la prima de interés sube. Suponga también que la mayoría de la gente es infeliz cuando el stock de precios baja. Asuma que la prima de interés sube. Muestre que usted puede concluir
que la mayoría de gente es infeliz.

1. P = La primera de interés sube
2. S = El Stock de precios baja
3. U = La mayoría de gente es infeliz

Consecuencia lógica

Ejemplo

F_1 1. $P \rightarrow S$ Si la primera de interés sube, el stock de precios baja

F_2 2. $S \rightarrow U$ Si el stock de precios baja, la mayoría de gente es infeliz

F_3 3. P La prima de interés sube

G 4. U La mayoría de gente es infeliz

Para hacer esta demostración, el argumento lógico es de la siguiente forma $F_1 \wedge F_2 \wedge F_3 \rightarrow G \equiv T$

$$(P \rightarrow S) \wedge (S \rightarrow U) \wedge P \rightarrow U$$

$(P \to S) \wedge (S \to U) \wedge P \longrightarrow U$

1) $((\neg P \vee S) \wedge (\neg S \vee U) \wedge P) \to U$ $\qquad P \to Q$

2) $\neg((\neg P \vee S) \wedge (\neg S \vee U) \wedge P) \vee U$ $\qquad P \to Q$

3) $\neg(\neg P \vee S) \vee \neg(\neg S \vee U) \vee \neg P \vee U$ $\qquad$ Morgan

4) $(P \wedge \neg S) \vee (S \wedge \neg U) \vee \neg P \vee U$ $\qquad$ Morgan

5) $((P \vee \neg P) \wedge (\neg P \vee \neg S)) \vee (S \wedge \neg U) \vee U$ $\qquad$ Distributiva

6) $(T \wedge (\neg P \vee \neg S)) \vee (S \wedge \neg U) \vee U$ $\qquad$ Negación

7) $\neg P \vee \neg S \vee (S \wedge \neg U) \vee U$ $\qquad$ Dominación

8) $\neg p \vee \neg S \vee ((S \vee U) \wedge (\neg U \vee U))$ Distributiva

9) $\neg p \vee \neg S \vee ((S \vee U) \wedge T)$ Negación

10) $\neg p \vee \boxed{\neg S \vee S} \vee U$ Dominación

11) $\neg p \vee T \vee U$

$\boxed{12)\ T}$ ✓

Consecuencia lógica

Ejemplo

Para demostrar debemos llevar a la forma normal conjuntiva el Sistema (FNC)

$$(P \to S) \wedge (S \to U) \wedge P \to U$$

Para demostrar que esto es verdadero, debemos analizar si esta expression es una TAUTOLOGIA

Consecuencia lógica

Teoremas

Concepto de consecuencia lógica

Dadas las formulas $F_1, F_2, \ldots, F_n$ y la formula G es consecuencia lógica sii $F_1 \wedge F_2 \wedge \cdots \wedge F_n \rightarrow G$ es VALIDA

Concepto de inconsistencia lógica o contradicción

Dadas las formulas $F_1, F_2, \ldots, F_n$ y la formula G es consecuencia lógica sii $F_1 \wedge F_2 \wedge \cdots \wedge F_n \wedge \neg G$ es INCONSISTENTE O INSATISFACTIBLE (ES FALSA)

Consecuencia lógica

Ejemplo Demostrar $(P \to S) \land (S \to U) \land P \to U$

1. $(P \to S) \land (S \to U) \land P \to U$
2. $\neg\big((\neg P \lor S) \land (\neg S \lor U) \land P\big) \lor U$
3. $\neg\big(((\neg P \land P) \lor (S \land P)) \land (\neg S \lor U)\big) \lor U$
4. $\neg\big((F \lor (S \land P)) \land (\neg S \lor U)\big) \lor U$
5. $\neg\big(S \land P \land (\neg S \lor U)\big) \lor U$
6. $\neg\big(P \land ((\neg S \land S) \lor (U \land S))\big) \lor U$
7. $\neg\big(P \land (F \lor (U \land S))\big) \lor U$
8. $\neg(P \land U \land S) \lor U$
9. $(\neg P \lor \neg U \lor \neg S) \lor U$
10. $\neg U \lor U \lor \neg P \lor \neg S$
11. $V \lor \neg P \lor \neg S$
12. V

Consecuencia lógica

Ejemplo Demostrar por INCONSISTENCIA que F2 es Consecuencia lógica de F1, donde

- Tom no es buen estudiante o es listo y su padre lo ayude
- Si Tom es buen estudiante, entonces su padre lo ayuda

Se modela de la siguiente forma

- P: Tom es buen estudiante
- Q: Tom es listo
- R: EL padre de Tom lo ayuda

$$(P \to S) \land (S \to U) \land P \land \neg U$$

$$(\neg P \lor S) \land (\neg S \lor U) \land P \land \neg U$$

$$((\neg P \land P) \lor (P \land S)) \land (\neg S \lor U) \land \neg U$$

$$(F \lor (P \land S)) \land (\neg S \lor U) \land \neg U$$

$$P \land S \land (\neg S \lor U) \land \neg U$$

$$P \land ((\neg S \land S) \lor (S \land U)) \land \neg U$$

$$P \land (F \lor (S \land U)) \land \neg U$$

$$P \land S \land \boxed{U \land \neg U} \equiv P \land S \land F \equiv F$$

Consecuencia lógica

Ejemplo Las formulas lógicas son:

$F1: \neg P \vee (Q \wedge R)$

$F2: P \rightarrow R$

Entonces

1. $F1 \wedge \neg F1 =: (\neg P \vee (Q \wedge R)) \wedge \neg(P \rightarrow R)$
2. $(\neg P \vee (Q \wedge R)) \wedge \neg(\neg P \vee R)$
3. $(\neg P \vee (Q \wedge R)) \wedge (P \wedge \neg R)$
4. $(\neg P \vee (Q \wedge R)) \wedge (P \wedge \neg R)$
5. $(\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R) \wedge (P \wedge \neg R)$
6. $(\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R) \wedge P \wedge \neg R$
7. $(\neg P \vee Q) \wedge ((\neg P \wedge P) \vee (P \wedge R)) \wedge \neg R$
8. $(\neg P \vee Q) \wedge (F \vee (P \wedge R)) \wedge \neg R$
9. $(\neg P \vee Q) \wedge P \wedge R \wedge \neg R$
10. $(\neg P \vee Q) \wedge P \wedge F$ Al ser falso, Podemos indicar que F2 es consecuencia lógica de F1

Consecuencia lógica

Ejercicio Si Superman fuera capaz y quisiera prevenir el mal, él lo prevendría. Si Superman fuera incapaz de prevenir el mal, sería impotente; sí el no quisiera prevenir el mal, sería malévolo. Supermán no previene el mal. Si supermán existe, no es impotente ni malévolo. Entonces, Superman no existe.

Pruebe por consecuencia e inconsistencia lógica.

Consecuencia lógica

Ejercicio Determine si el siguiente argumento es válido: Si el Sr Suárez o la Sra Suárez ganan más de 300.000 al año, la familia Suarez puede pasar las vacaciones en Hawai. Puesto que yo sé que, o el Sr Suárez o su esposa, ganan más de 300.000, concluyo que la familia puede afrontar las vacaciones en Hawai.

Pruebe por consecuencia e inconsistencia lógica.

a = Sup es capaz de prevenir el mal

b = Sup quiere prev el mal

c = Sup prev el mal

d = Sup es impotente

e: Sup es malo

F = Sup existe

$F_1: (a \land b) \rightarrow c$

$F_2: \neg a \rightarrow d$

$F_3: \neg b \rightarrow e$

$F_4: \neg c$

$F_5: f \rightarrow \neg d \land \neg e$

$G: \neg f$

Consecuencia logica

((a and b) -> c) and (-a -> d) and (-b -> e) and -c and (f->(-d and -e)) -> -f = Verdad

Contradicción

(a and b) -> c) and (-a -> d) and (-b -> e) and -c and (f->(-d and -e)) and f = Falso

Consecuencia lógica

Ejercicio Considere el siguiente argumento: Dado que el congreso se rehusa a dictar nuevas leyes, la huelga no se hará a menos que dure mas de un año y el presidente se resigne a firmar. El congreso se rehusa a dictar las leyes y la huelga no durara mas de un año. Por lo tanto la huelga no se hará. Demuestre que el argumento es válido.

Pruebe por consecuencia e inconsistencia lógica.

a: La familia Suarez gana 300K

b: la familia va a Hawai

$F_1: a \rightarrow b$

$F_2: a$

$G: b$

$(a \to b) \wedge a \to b$

a	b	$a \to b$	$(a \to b) \wedge a$	$(a \to b) \wedge a \to b$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

$\neg((\neg a \vee b) \wedge a) \vee b$

$(\neg(\neg a \vee b) \vee \neg a) \vee b$

$(a \wedge \neg b) \vee (\neg a \vee b)$

$(\neg a \vee b \vee a) \wedge (\neg a \vee b \vee \neg b)$

$(T \vee b) \wedge (\neg a \vee T)$

$T \wedge T$

T

$(a \to b) \wedge a \wedge \neg b$

$(\neg a \vee b) \wedge (a \wedge \neg b)$

$(\neg a \wedge a \wedge \neg b) \vee (b \wedge a \wedge \neg b)$

$(F \wedge \neg b) \vee (F \wedge a)$

$F \vee F$

F

Contradicción

			x	y	
a	b	$\neg b$	$a \to b$	$a \wedge \neg b$	$x \wedge y$
V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	V	F
F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	F

Consecuencia lógica

Ejercicio Él o no está informado o él no es honesto.
Por lo tanto, No es verdadero que el esté informado y sea honesto.

Pruebe por consecuencia e inconsistencia lógica.

a: El esta informado

b: El es honesto

F_1: $\neg a \vee \neg b$

G: $\neg(a \wedge b)$

1) Consecuencia c/φ

1) $(\neg a \vee \neg b) \rightarrow \neg(a \wedge b)$

2) $\neg(\neg a \vee \neg b) \vee \neg(a \wedge b)$

3) $(a \wedge b) \vee (\neg a \vee \neg b)$

4) $(a \vee \neg a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg a \vee \neg b)$

5) $(T \vee \neg b) \wedge (T \vee \neg a) \equiv T \wedge T \equiv T$

				x		y	
a	b	$\neg a$	$\neg b$	$(\neg a \vee \neg b)$	$a \wedge b$	$\neg(a \wedge b)$	$x \rightarrow y$
V	V	F	F	F	V	F	V
V	F	F	V	V	F	V	V
F	V	V	F	V	F	V	V
F	F	V	V	V	F	V	V

Contradiccion / inconsistencia

1) $(\neg a \vee \neg b) \wedge \neg(\neg(a \wedge b))$

2) $(\neg a \vee \neg b) \wedge (a \wedge b)$

3) $(\neg a \wedge a \wedge b) \vee (\neg b \wedge a \wedge b)$

4) $(F \wedge b) \vee (F \wedge a)$

5) $F \vee F \equiv F$

				x	y	
a	b	$\neg a$	$\neg b$	$\neg a \vee \neg b$	$a \wedge b$	$x \wedge y$
V	V	F	F	F	V	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	F	F

Contradiccion / inconsistencia

1) $(\neg a \vee \neg b) \wedge \neg(\neg(a \wedge b))$

2) $(\neg a \vee \neg b) \wedge (a \wedge b)$

3) $(\neg a \wedge a \wedge b) \vee (\neg b \wedge a \wedge b)$

4) $(F \wedge b) \vee (F \wedge a)$

5) $F \vee F \equiv F$

Consecuencia lógica

Ejercicio Fue X o Y quién cometió el crimen. X estaba fuera del pueblo cuando el crimen fue cometido.
Si X estaba fuera del pueblo, no pudo haber estado en la escena del crimen. Si X no estaba en la escena del crimen, no pudo haber cometido el crimen. Demuestre que X no cometió el crimen.

Pruebe por consecuencia e inconsistencia lógica.

a: X cometio el crimen

b: y cometio el crimen

c: X estaba fuera del pueblo

d: X estaba en la escena del crimen

$F_1: a \vee b$

$F_2: c$

$F_3: c \rightarrow \neg d$

$\rightarrow F_4: \neg d \rightarrow \neg a$

$G: \neg a$

$$(a \vee b) \wedge c \wedge (c \to \neg d) \wedge (\neg d \to \neg a) \to \neg a$$

$$\neg\big((a \vee b) \wedge c \wedge (\neg c \vee \neg d) \wedge (d \vee \neg a)\big) \vee \neg a$$

$$\neg(a \vee b) \vee \neg c \vee \neg(\neg c \vee \neg d) \vee \neg(d \vee \neg a) \vee \neg a$$

$$(\neg a \wedge \neg b) \vee \neg c \vee (c \wedge d) \vee (\neg d \wedge a) \vee \neg a$$

$$(\neg a \wedge \neg b) \vee ((\neg c \vee c) \wedge (\neg c \vee d)) \vee ((\neg d \vee \neg a) \wedge (a \vee \neg a))$$

$$(\neg a \wedge \neg b) \vee (T \wedge (\neg c \vee d)) \vee ((\neg d \vee \neg a) \wedge T))$$

$$(\neg a \wedge \neg b) \vee \neg c \vee d \vee \neg d \vee \neg a$$

$$(\neg a \wedge \neg b) \vee \neg c \vee T \vee \neg a \equiv T$$

Ella me ama o me quiere. Si ella me ama entonces no me friendzonea. Si ella no acepta mi invitación me está friendzoneando. Sabemos ella no aceptó invitación. Si ella me está friendzoneando significa que no me ama. Por lo tanto, demuestra que ella no me ama.

a: Ella me ama
b: Ella me quiere
c: Ella me friendzonea
d: Ella acepta mi invitaciòn

f1: a v b
f2: a -> -c
f3: -d -> c
f4: -d
f5: c -> -a

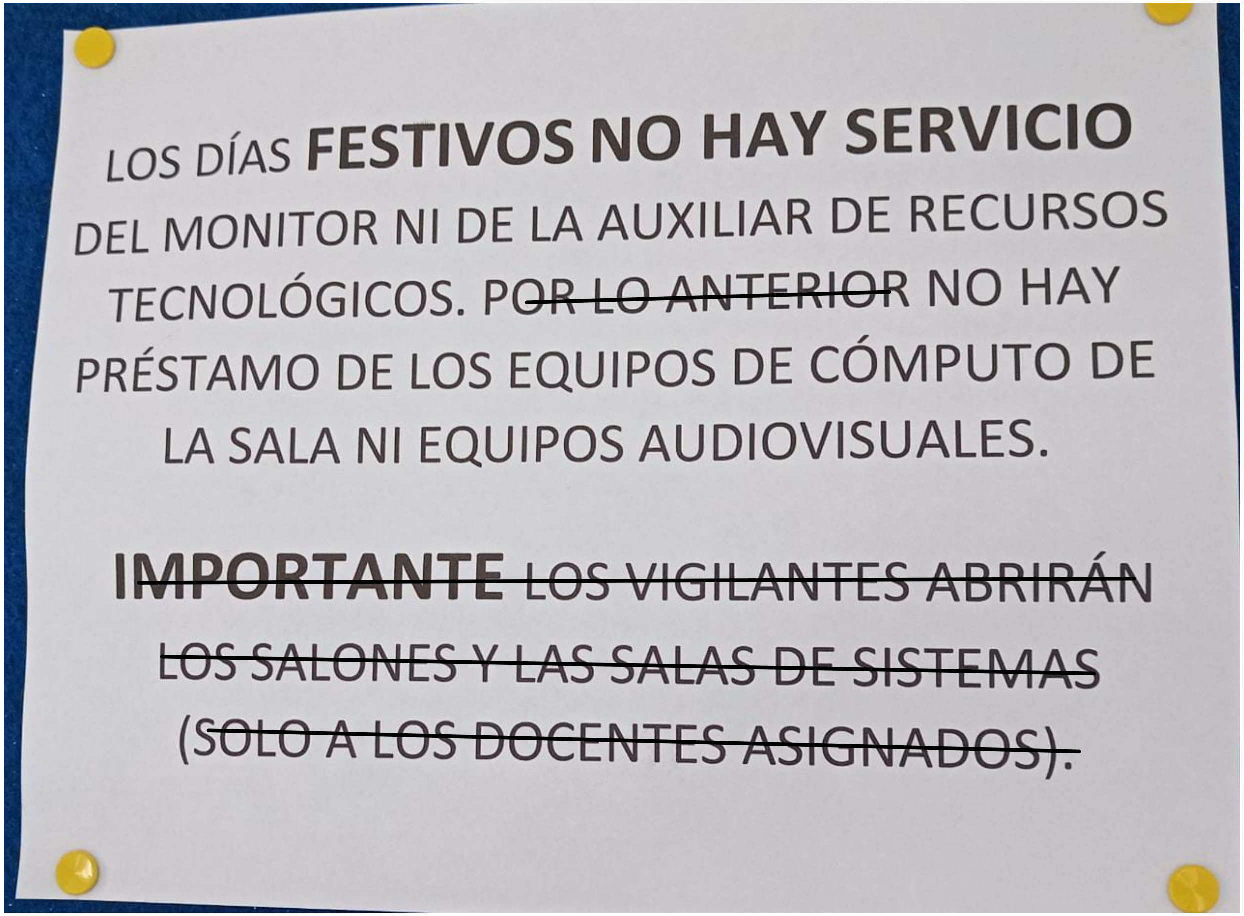
$$(a \vee b) \wedge (a \rightarrow -c) \wedge (-d \rightarrow c) \wedge -d \wedge (c \rightarrow -a) \wedge a$$

$$(a \vee b) \wedge (\neg a \vee \neg c) \wedge (d \vee c) \wedge -d \wedge (\neg c \vee \neg a) \wedge a$$

$$(a \vee b) \wedge (\neg a \vee \neg c) \wedge (\cancel{(d \wedge \neg d)}^{F} \vee (c \wedge \neg d)) \wedge ((c\ \neg c \wedge a) \vee \cancel{(\neg a \wedge a)}^{F})$$

$$(a \vee b) \wedge (\neg a \vee \neg c) \wedge c \wedge \neg d \wedge \neg c \wedge a$$

$$(a \vee b) \wedge (\neg a \vee c) \wedge F \wedge \neg d \wedge a = F$$



Hoy es festivo demuestre que no hay monitor de recursos tecnológicos y no hay prestamos de equipos audivisuales a: Hoy es festivo

b: Hay servicio

c: Hay prestamo

$F_1: a \rightarrow \neg b$

$F_2: \neg b \rightarrow \neg c$

$F_3: a$

$\therefore \neg b \wedge \neg c$

$$(a \rightarrow \neg b) \wedge (\neg b \rightarrow \neg c) \wedge a \rightarrow \neg b \wedge \neg c$$

$$\neg((\neg a \vee \neg b) \wedge (b \vee \neg c) \wedge a) \vee (\neg b \wedge \neg c)$$

$$(\neg(\neg a \vee \neg b) \vee \neg(b \vee \neg c) \vee \neg a \vee (\neg b \wedge \neg c)$$

$$(a \wedge b) \vee (\neg b \wedge c) \vee \neg a \vee (\neg b \wedge \neg c)$$

$$((a \vee \neg a) \wedge (b \vee \neg a)) \vee (\neg b \wedge c) \vee (\neg b \wedge \neg c)$$

$$(T \wedge (b \vee \neg a)) \vee (\neg b \wedge c) \vee (\neg b \wedge \neg c)$$

$$b \vee \neg a \vee (\neg b \wedge c) \vee (\neg b \wedge \neg c)$$

$$\neg a \vee (\underbrace{(\neg b \vee b)}_{T} \wedge (b \vee c)) \vee (\neg b \wedge \neg c)$$

$$\neg a \vee (b \vee c) \vee (\neg b \wedge \neg c)$$

$$\neg a \vee ((\underbrace{\neg b \vee b}_{T} \vee c) \wedge (\underbrace{\neg c \vee b \vee c}_{T}))$$

$$\neg a \vee T \equiv T$$

Solución de problemas LP

1) Extraer variables

Proposicion: VoF
Asignar letra
NO pueden ir negadas ni compuesta

Señor Suarez o
Señora Suarez
--> familia suarez

No hay servicio
de monitor ni auxiliar
--> No hay servicio de
recursos tecnológicos

NO LOS SEPARAN

2. Modelo

Plantear el sistema F1,F2 F3 ...
Demostrar G

Este proceso consiste en identificar las proposiciones y los conectores

Si hoy llueve no voy a discretas p -> -q
Hoy comí chunchulo y leche p y q
Soy estudiante o profesore
p o q
No soy estudiante
-p

3. Demuestro

Consecuencia (T)
F1yF2y..Fn->G
Contradicción (F)
F1yF2y..Fny noG

Ecuaciones

Usamos equivalencias lógicas
p->q = -p v q
-(p v q) =(-p y -q)
--p = p
-(p y q) = (-p v -q)
p v F = p
p v T = T
p y F = F
p y V = p
p o -p = T
p y -p = F
p y (q v r) = (p y q) v (p y r)
p v (q y r) = (p v q) y (p v r)
p v p = p
p y p = p
Caso especial de la distributiva
p v (p y q) = p <-- La variable
p y (p v q) = p esta repetida

Tablas de verdad
Colocamos los valores de las variables p,q ,r, s, recuerden que el número de datos es igual a dos elevado al numero variables

Lo que hace es tomar cada expresión dentro de la formula (consecuencia o contradicción) y resolver

Al final deben obtener todos T (consecuencia) o todos F en el caso de la contradicción

Inference lógica

Reglas de inferencia

- A partir de un conjunto de sentencias que son ciertas, permite conocer otras que se derivan de dicho conjunto

1. Si es viernes entonces hay audición
2. Hoy es viernes

Inferencia lógica

Reglas de inferencia

- A partir de un conjunto de sentencias que son ciertas, permite conocer otras que se derivan de dicho conjunto

1. Si es viernes entonces hay audición
2. Hoy es viernes

$\therefore$ Hay audición

Inferencia lógica

Reglas de inferencia

- A partir de un conjunto de sentencias que son ciertas, permite conocer otras que se derivan de dicho conjunto

1. Si es viernes entonces hay audición
2. Hoy es viernes
3. Hay audición, **modus ponens**(1,2)

Modus ponens

$$\frac{\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \end{array}}{\therefore q}$$

$(p \to q) \wedge p \to q$

Consecuencia lógica

$\neg((\neg p \vee q) \wedge p) \vee q$

$\neg(\neg p \vee q) \vee \neg p \vee q$

$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \vee q)$

$((p \vee \neg p) \vee q) \wedge (\neg q \vee \neg p \vee q))$

$(T \vee q) \wedge (T \vee \neg p)$

$T \wedge T \equiv T$

Inferencia lógica

Reglas de inferencia

- A partir de un conjunto de sentencias que son ciertas, permite conocer otras que se derivan de dicho conjunto

1. El carro es rojo o es negro
2. El carro no es rojo

Inferencia lógica

Reglas de inferencia

• A partir de un conjunto de sentencias que son ciertas, permite conocer otras que se derivan de dicho conjunto

1. El carro es rojo o es negro
2. El carro no es rojo

$\therefore$ El carro es negro

Inferencia lógica

Reglas de inferencia

- A partir de un conjunto de sentencias que son ciertas, permite conocer otras que se derivan de dicho conjunto

1. El carro es rojo o es negro
2. El carro no es rojo
3. El carro es negro, **silogismo disyuntivo**(1,2)

Silogismo disyuntivo

$$\begin{array}{c} p \vee q \\ \neg p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

$(p \vee q) \wedge \neg(q \wedge \neg p)$ Contradicción

$((p \wedge \neg q \wedge \neg p) \vee (q \wedge \neg q \wedge \neg p))$

$(F \wedge \neg q) \vee (F \wedge \neg p)$

$F \vee F$

F ✓

Regla de inferencia	Nombre
$p \wedge q$ ――――― $\therefore p$	Simplificación
$p \vee q$ $\neg p$ ――――― $\therefore q$	Silogismo disyuntivo
F_1 $p \to q$ F_2 $\neg q$ ――――― $\therefore \neg p$	Modus tollens
$p \to q$ p ――――― $\therefore q$	Modus ponens
$p \to q$ $q \to r$ ――――― $\therefore p \to r$	Silogismo hipotético

Regla de inferencia	Nombre
p q $\therefore p \wedge q$	Conjunción
$p \vee q$ $\neg p \vee r$ $\therefore q \vee r$	Resolución
p $\therefore p \vee q$	Adición

$(p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \rightarrow q \vee r \equiv T$

$p \vee q \equiv \neg p \to q$

$\neg p$

$\left.\begin{matrix} p \vee q \equiv \neg p \to q \\ \neg p \end{matrix}\right\} \; q$ Modu ponens

$p \to q \equiv \neg p \vee q$ Equivalencia

Implicación

Inferencia lógica

Aplicar las siguientes reglas:

- **Simplificación** sobre

  1. $\neg q \wedge \neg t$

  $\neg q$

  $\neg t$

- **Silogismo disyuntivo** sobre

  1. $t \vee \neg p$
  2. p

  t

- **Modus tollens** sobre

  1. $\neg q \rightarrow \neg t$
  2. t

  q

Inference lógica

$p \to q \equiv \neg p \vee q$

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1. $\neg p \wedge q$
2. $r \to p$
3. $\neg r \to s$
4. $s \to t$

5) $\neg p$

6) q

7) Modus T(2, 5) $\neg r$

8) s MP(7, 3)

9) t MP(8, 4)

- Demuestre que **t** es cierto

1) $\neg p \wedge q$

2) $\neg r \vee p$

3) $r \vee s$

4) $\neg s \vee t$

5) $\neg p$ Simp(1)

6) q Simp(1)

7) $\neg r$ R(5, 2)

8) s R(7, 3)

9) t R(8, 4) ∅GD!

Inferencia lógica

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1. $\neg p \wedge q$
2. $r \rightarrow p$
3. $\neg r \rightarrow s$
4. $s \rightarrow t$
5. $\neg p$, simplificación(1)
6. $\neg r$, modus tollens(2,5)
7. s, modus ponens(3,6)
8. t, modus ponens(4,7)

a: Hoy es festivo

b: Hoy servicio

c: Hoy prestamo

F_1: $a \to \neg b$

F_2: $\neg b \to \neg c$

F_3: a

$\therefore \neg b \wedge \neg c$

Modus ponens

$p \to q$

p

$\therefore q$

1) $a \to \neg b$

2) $\neg b \to \neg c$

3) a

4) $\neg b$ MP(1, 3)

5) $\neg c$ MP(2, 4)

6) $\neg b \wedge \neg c$ Conjunción (4, 5) QED!

Inferencia lógica

$p \to q$
$r \to p$

SD $p \vee q$
$\neg q \vee r$
$\therefore p \vee r$

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1. $s \to q$ $\overline{\neg s \vee q}$
2. $\neg p \to r$ $\boxed{p \vee r}$
3. $r \to s$ $\neg r \vee s$

$p \vee q$

- Demuestre que $\neg p \to q$ es cierto

SH $p \to q$
$q \to r$
$\therefore p \to r$

$p \to q$ Mp
p
$\therefore q$

$p \to q$ MT
$\neg q$
$\therefore \neg p$

Conj p
q
$\therefore p \wedge q$

4) $\neg p \to s$ SH(2,3)
5) $\neg p \to q$ SH(4,1)

4) $p \vee s$ SD(2,3)
5) $p \vee q$ SD(1,4)

p	q	$\neg p \to q$	$\neg q \to p$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	F

$p \wedge q$ Simp
$\therefore p$

$p \vee q$ Res
$\neg q$
$\therefore p$

Inferencia lógica

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1. $s \rightarrow q$

2. $\neg p \rightarrow r$

3. $r \rightarrow s$

4. $\neg p \rightarrow s$, silogismo hipotético(2,3)

5. $\neg p \rightarrow q$, silogismo hipotético(4,1)

Inference lógica

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1. $p \rightarrow \neg q$
2. $\neg r$
3. $\neg p \rightarrow s$
4. $\neg q \rightarrow r$

- Demuestre que **s** es cierto

5) $p \rightarrow r$ SH(1,4)
6) $\neg p$ MT(2,5)
7) s MP(3,6)

SH
$p \rightarrow q$
$q \rightarrow r$
$\therefore p \rightarrow r$

SD
$p \vee q$
$\neg p \vee r$
$\therefore q \vee r$

conj
p
q
$\therefore p \wedge q$

MP
$p \rightarrow q$
p
$\therefore q$

MT
$p \rightarrow q$
$\neg q$
$\therefore \neg p$

Sim
$p \wedge q$
$\therefore q$

Res
$p \vee q$
$\neg q$
$\therefore p$

Inferencia lógica

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1. $p \rightarrow \neg q$
2. $\neg r$
3. $\neg p \rightarrow s$
4. $\neg q \rightarrow r$
5. q, modus tollens(2,4)
6. $\neg p$, modus tollens(1,5)
7. s, modus ponens(3,6)

Inferencia lógica

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1. $p \vee \neg q$
2. $\neg p \wedge r$
3. $\neg q \rightarrow \neg s$
4. $s \vee t$

$q \vee \neg s$

- Demuestre que **t** es cierto

5) $\neg p$ Sim(2)
6) $\neg q$ SD(1,5)
7) $\neg s$ MP(3,6)
8) t SD(4,7)   QED!

Regla de inferencia	Nombre
$p \wedge q$ $\therefore p$	Simplificación
$p \vee q$ $\neg p$ $\therefore q$	Silogismo disyuntivo
$p \rightarrow q$ $\neg q$ $\therefore \neg p$	Modus tollens
$p \rightarrow q$ p $\therefore q$	Modus ponens
$p \rightarrow q$ $q \rightarrow r$ $\therefore p \rightarrow r$	Silogismo hipotético
p q $\therefore p \wedge q$	Conjunción
$p \vee q$ $\neg p \vee r$ $\therefore q \vee r$	Resolución

Inference lógica

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1. $p \vee \neg q$

2. $\neg p \wedge r$

3. $\neg q \rightarrow \neg s$

4. $s \vee t$

5. $\neg p$, simplificación(2)

6. $\neg q$, silogismo disyuntivo(1,5)

7. $\neg s$, modus ponens(3,6)

8. t, silogismo disyuntivo(4,7)

Inferencia lógica

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1. $u \vee w$
2. $p \wedge \neg q$
3. $t \rightarrow q$
4. $\neg w \vee s$
5. $u \rightarrow t$

- Demuestre que **s** es cierto

6) $\neg q$ Simp(2)
7) $\neg t$ MT(3,6)
8) $\neg u$ MT(5,7)
9) w SD(1,8)
10) s SD(4,9)

QED

Regla de inferencia	Nombre
$p \wedge q$ $\therefore p$	Simplificación
$p \vee q$ $\neg p$ $\therefore q$	Silogismo disyuntivo
$p \rightarrow q$ $\neg q$ $\therefore \neg p$	Modus tollens
$p \rightarrow q$ p $\therefore q$	Modus ponens
$p \rightarrow q$ $q \rightarrow r$ $\therefore p \rightarrow r$	Silogismo hipotético
p q $\therefore p \wedge q$	Conjunción
$p \vee q$ $\neg p \vee r$ $\therefore q \vee r$	Resolución

1. $u \vee w$

2. $p \wedge \neg q$

3. $t \to q$ $\neg t \vee q$

4. $\neg w \vee s$

5. $u \to t$ $\neg u \vee t$

6) $\neg q$

7) $\neg t$ Res(3,6)

8) $\neg u$ Res(5,7)

9) w Res(8,1)

10) s Res(9,4)

Inference lógica

1. $u \vee w$

2. $p \wedge \neg q$

3. $t \rightarrow q$

4. $\neg w \vee s$

5. $u \rightarrow t$

6. $\neg q$, simplificación(2)

7. $\neg t$, modus tollens(3,6)

8. $\neg u$, modus tollens(5,7)

9. w, silogismo disyuntivo(1,8)

10. s, silogismo disyuntivo(4,9)

Inferencia lógica

Ejercicio Si Superman fuera capaz y quisiera prevenir el mal, él lo prevendría. Si Superman fuera incapaz de prevenir el mal, sería impotente; sí el no quisiera prevenir el mal, sería malévolo. Supermán no previene el mal. Si supermán existe, no es impotente ni malévolo. Entonces, Superman no existe.

1) $a \wedge b \to c$
2) $\neg a \to d$
3) $\neg b \to e$
4) $\neg c$
5) $f \to \neg d \wedge \neg e$

Pruebe usando inferencia lógica

a: Superman es capaz de prevenir el mal
b: Superman quiere prevenir el mal
c: Superman previene el mal
d: Superman es impotente
e: Superman es malevolo
f: Superman existe

Demostrar

$\neg F$

$\neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$

1) $\boxed{a \wedge b \rightarrow c}$

2) $\neg a \rightarrow d$

3) $\neg b \rightarrow e$

4) $\boxed{\neg c}$

5) $F \rightarrow \neg d \wedge \neg e$

6) $\neg(a \wedge b) \equiv \neg a \vee \neg b$ MT(1, 4)

7) $a \vee d$ Implicacion(2)

8) $\neg b \vee d$ res(6, 7)

9) $b \vee e$ Implicacion(3)

10) $d \vee e$ res(8, 9)

11) $F \Rightarrow \neg(d \vee e)$ Eqv(5)

12) $\boxed{\neg F}$ MT(10, 11)

11) $\neg F \vee (\neg d \wedge \neg e)$

12) $\neg F \vee \neg(d \vee e)$

13) $\boxed{\neg F}$ res(12, 10)

Inferencia lógica

Ejercicio Determine si el siguiente argumento es válido: Si el Sr Suárez o la Sra Suárez ganan más de 300.000 al año, la familia Suarez puede pasar las vacaciones en Hawai. Puesto que yo sé que, o el Sr Suárez o su esposa, ganan más de 300.000, concluyo que la familia puede afrontar las vacaciones en Hawai.

Pruebe usando inferencia lógica

Inferencia lógica

Ejercicio Considere el siguiente argumento: Dado que el congreso se rehúsa a dictar nuevas leyes, la huelga no se hará a menos que dure mas de un año y el presidente se resigne a firmar. El congreso se rehusa a dictar las leyes y la huelga no durara mas de un año. Por lo tanto la huelga no se hará. Demuestre que el argumento es válido.

Pruebe usando inferencia lógica

Inferencia lógica

Ejercicio Él o no está informado o él no es honesto.
Por lo tanto, No es verdadero que el esté informado y sea honesto.

Pruebe usando inferencia lógica

Inference lógica

Ejercicio Fue X o Y quién cometió el crimen. X estaba fuera del pueblo cuando el crimen fue cometido.
Si X estaba fuera del pueblo, no pudo haber estado en la escena del crimen. Si X no estaba en la escena del crimen, no pudo haber cometido el crimen. Demuestre que X no cometió el crimen.

Pruebe usando inferencia lógica

a: X cometio el crimen
b: Y cometio el crimen
c: X fuera del pueblo
d: X estuvo en la escena

1) $a \vee b$
2) c
3) $c \rightarrow \neg d$
4) $\neg d \rightarrow \neg a$
5) $\neg d$ MP(2,3)
6) $\neg a$ MP(5,4)
7) b RES(6,1)

$\neg a$ b

Créditos

Algunas de las diapositivas fueron creadas por el profesor.

Oscar Bedoya

oscar.bedoya@correounivalle.edu.co