

PROGRAMACIÓN LINEAL PROYECTO II

CONDICIONES PARA ENTREGAR EL PROYECTO

Cada grupo debe entregar programas y *scripts en MatLab* que permitan reproducir los resultados reportados en su documento. Entre esos deben estar:

1. La función `mSimplexMax.m`
2. La función `mSimplexDual.m`
3. y los *scripts* escritos para las actividades (1), (3) en este documento.

La documentación (en formato .pdf) debe contener los resultados y las respuestas a las actividades (1), (2) y (3) de este documento.

Otras condiciones:

- Equipos entre dos y tres integrantes.
- Fecha: Domingo 11 de Noviembre a las 23:55 en comunidad ITAM.
- Entregar todo en un archivo `zip`.

1. EL TRABAJO

1.1. Análisis de sensibilidad. Implemente el Simplex **revisado** como lo hizo en el Proyecto I (si en el primer proyecto no implemento el método Simplex revisado, lo tiene que implementar). El método en este proyecto debe resolver problemas del tipo

$$(1) \quad \begin{array}{ll} \text{max} & \mathbf{c}^\top \mathbf{x} \\ \text{sujeto a} & \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}, \quad \mathbf{x} \geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{b} \geq \mathbf{0}, \end{array}$$

y hacer un análisis de sensibilidad en el siguiente sentido:

Cuando el método encontró su solución $\mathbf{x}_{opt} = (\mathbf{x}_B^\top, \mathbf{x}_N^\top)^\top$ y λ_{opt} , debe usar la información de la base óptima (conocida en este momento) para determinar intervalos para los cambios de datos

$$\mathbf{c}_{nuevo} := \mathbf{c} + \gamma_j \mathbf{e}_j \quad \text{para } j = 1, \dots, n$$

y

$$\mathbf{b}_{nuevo} := \mathbf{b} + \beta_i \mathbf{e}_i \quad \text{para } i = 1, \dots, m.$$

¿Cómo se determinan los γ_j ? Hay dos casos, en los dos el nuevo ahorro relativo \mathbf{r}_N depende de γ_j y debe ser tal que la base (conocida) sigue siendo óptima. Los casos son:

1. Para $j \in B$,

$$\mathbf{r}_N^{nuevo} = (\mathbf{c}_B + \gamma_j(\mathbf{e}_j)_B)^\top \mathbf{A}_B^{-1} \mathbf{A}_N - \mathbf{c}_N = \mathbf{r}_N + \gamma_j(\mathbf{e}_j)_B^\top \mathbf{A}_B^{-1} \mathbf{A}_N$$

2. Para $j \in N$,

$$\mathbf{r}_N^{nuevo} = \mathbf{c}_B^\top \mathbf{A}_B^{-1} \mathbf{A}_N - (\mathbf{c}_N + \gamma_j(\mathbf{e}_j)_N) = \mathbf{r}_N - \gamma_j(\mathbf{e}_j)_N$$

Los intervalos para β_i deben ser tales que la solución óptima \mathbf{x}_{opt} sigue siendo factible.

```

function [xo, zo, ban, iter, sensinfo] = mSimplexMax(A, b, c)
% purpose: Versión del Simplex (revisado)
% maximizar c^T x
% sujeto a Ax <= b , x >= 0 , b >= 0
%
% In : A ... m x n matrix
%      b ... column vector with as many rows as A
%      c ... column vector with as many columns as A
%
% Out: xo ... SFB óptima del problema
%      zo ... valor óptimo del problema
%      ban ... indica casos:
%          -1 ... si el conjunto factible es vacío
%          0 ... si se encontró una solución óptima
%          1 ... si la función objetivo no es acotada.
%      iter ... es el número de iteraciones (cambios de variables básicas)
%              que hizo el método
%
%      sensinfo ... Solo cuando ban = 0:
%                  sensinfo.lambda ... es la solución dual
%                  sensinfo.gammas ... 2xn matrix con intervalos
%                  sensinfo.betas ... 2xm matrix con intervalos
%
%      ...
end

```

Sugerencia: Ver el resumen Simplex - primal vs dual. Atención, los intervalos de los γ_j se multiplican por (-1) cuando la función objetivo se multiplica por (-1) . Antes de implementar el método conviene hacer la Tarea 4.1.3 (ver Tarea 4).

Actividad (1) para contestar:

1. Suponiendo que los argumentos satisfacen las restricciones.
¿Cuál resultado **ban** no puede ocurrir y por qué?
2. Expliquen en su documento como determinaron los intervalos para β_i y γ_j .
3. La Tarea VI, tiene un problema de relojes. Resuelva el problema formulado en apartado 1 y los apartados 3, 4, 5, 6, 7 y 10 con su código.

Entreguen uno o varios *scripts* que realizan esos cálculos.

Sugerencia: Resolver los apartados a mano puesto que la intuición geométrica es útil. Alternativamente, los últimos apartados de Tarea VI (problema de relojes), mencionan un programa llamado AMPL. Pueden verificar sus respuestas, ahí.

1.2. El método Simplex dual. Se les pide, implementar el método Simplex Dual **revisado** para un problema del tipo

$$(P) \quad \begin{cases} \min & \mathbf{c}^\top \mathbf{x} \\ \text{sujeto a} & \mathbf{Ax} \geq \mathbf{b}, \quad \mathbf{x} \geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{c} \geq \mathbf{0}. \end{cases}$$

Actividad (2), justificaciones antes de implementar:

En la clase no hemos definido el simplex Dual para ese problema. Para facilitarles el trabajo, deben responder las siguientes afirmaciones antes de implementar. Al restar variables de holgura obtienen el problema (el cual se puede resolver con lo que vimos en clase)

$$(P_h) \quad \begin{cases} \min & \mathbf{c}^\top \mathbf{x} + \mathbf{0}^\top \mathbf{y} \\ \text{sujeto a} & \mathbf{Ax} - \mathbf{y} = \mathbf{b}, \quad \mathbf{x}, \mathbf{y} \geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{c} \geq \mathbf{0}. \end{cases}$$

Muestre que

1. $\mathbf{x} \in C_F(P) \implies \exists \mathbf{y} \geq \mathbf{0}: (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in C_F(P_h),$
2. $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in C_F(P_h) \implies \mathbf{x} \in C_F(P),$
3. El dual de (P) coincide con el dual de (P_h) . En particular $C_F(D) = C_F(D_h)$.

```
function [xo, zo, ban, iter, lamo] = mSimplexDual(A, b, c)
% purpose: Versión del Simplex Dual (revisado)
% minimizar c^T x
% sujeto a Ax >= b, x >= 0, c >= 0
%
% In : A ... m x n matrix
%      b ... column vector with as many rows as A
%      c ... column vector with as many columns as A
%
% Out: xo ... SFB óptima del problema
%      zo ... valor óptimo del problema
%      ban ... indica casos:
%           -1 ... si el conjunto factible es vacío
%           0 ... si se encontró una solución óptima
%           1 ... si la función objetivo no es acotada.
%      iter ... es el número de iteraciones (cambios de variables básicas)
%              que hizo el método
%      lamo ... Solución del problema dual
%
% ...
end
```

Actividad (3):

1. Suponiendo que los argumentos satisfacen las restricciones.
¿Cuál el resultado **ban** no puede ocurrir, por qué?
2. La Tarea VI de relojes (apartado 7) pide un problema dual. Resuélvalo con este algoritmo y verifique las condiciones necesarias y suficientes para optimalidad (Teorema de complementariedad).
¿La solución dual de este problema coincide con la solución del apartado 1, por qué?

Ayuda para implementar:

- 1) Ver el resumen Simplex - primal vs dual (no cambia mucho).*
- 2) El termino “revisado” se refiere únicamente a que resuelven sistemas en lugar de calcular inversas o actualizar constantemente la tabla renglón por renglón.*