

Taller #10. Física Computacional / FISI 2025  
Semestre 2013-I.  
Profesor: Jaime E. Forero Romero

Mayo 7 2013

**Esta tarea debe resolverse por parejas (i.e. grupos de 2 personas) y debe estar en un repositorio de la cuenta de github de uno de los miembros de cada equipo con un commit final hecho antes del medio día del viernes 10 de Mayo del 2013**

El objetivo de este taller es escribir un integrador Runge-Kutta de cuarto orden para estudiar la interacción de dos galaxias de disco. Vamos a seguir el ejemplo del paper clásico de Toomre & Toomre *Galactic Bridges and Tails* en el *Astrophysical Journal*, Vol. 178, pp. 623-666 (1972), el cual se encuentra repositorio como `homework/TT.pdf`

Una galaxia será descrita como una masa central con 100 cuerpos en órbitas circulares que la rodean. Una imagen que puede servir es la del sistema solar, pero donde solamente existen 5 orbitas circulares posibles y en cada órbita se encuentran 12, 18, 24, 30 y 36 cuerpos, tal como se muestra en la Figura 1 del paper, en el panel marcado con "1".

El movimiento **de cada una** de las partículas que rodean a la masa central está determinado por la siguiente ecuación diferencial ordinaria vectorial de segundo orden:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2} \hat{r} \quad (1)$$

donde  $\vec{r}$  es un vector que va de la masa central a la partícula,  $\hat{r}$  es el vector unitario correspondiente,  $r = |\vec{r}|$ ,  $M$  es la masa del cuerpo central y  $G$  es la constante de gravitación. Una vez se conocen las posiciones y velocidades iniciales de cada una de las masas  $\vec{r}_0$ ,  $\vec{v}_0$  es posible conocer la posición y la velocidad en momentos siguientes. Noten que estamos usando una aproximación donde la fuerza que siente cada partícula solamente se debe solamente a la masa central. Esto es equivalente a decir a que la masa de todas las partículas es despreciable con respecto a la masa central. Así mismo la masa central no siente ninguna fuerza apreciable por parte de las partículas.

Los siguientes puntos deben ser desarrollados en Python.

1. El primer punto de la tarea consiste escribir un programa que genere las condiciones iniciales (posiciones y velocidades) para que las 100 partículas de una galaxia de disco orbiten de manera estable en círculos alrededor de la masa central. La masa del cuerpo central debe ser de  $10^{12}$  masas solares, el radio externo de 50 kiloparsecs y cada una de las orbitas circulares debe estar equiespaciada a 10 kiloparsecs (1 parsec son  $3.0 \times 10^{16}$  metros). Pista: Cuál es la aceleración centrípeta de una partícula en una órbita de radio  $r$ ?
  2. Escriba el código que evolucione la posición y la velocidad de cada una de las partículas durante 2 mil millones de años. Se debe utilizar un método de Runge-Kutta de cuarto orden para integrar la ecuación (1) para cada partícula del disco.
  3. Tomando las condiciones iniciales anteriores, muestre que en efecto la configuración es estable. Es decir, las partículas que representan el disco de la galaxia siguen en su órbita circular después de los 2 mil millones de años. Prepare gráficas de la posición de las 100 partículas en 5 momentos diferentes equiespaciados en los 2mil millones de años de evolución del sistema.
  4. El punto final incluye una segunda galaxia idéntica a la primera. Si se considera que la galaxia anterior tiene un centro de masa en la posición  $(0\hat{i} + 0\hat{j})$  kpc una velocidad de centro de masa nula, vamos a considerar ahora que la masa central de la segunda galaxia tiene una posición  $(150\hat{i} + 200\hat{j})$  kpc y el centro de masa tiene una velocidad inicial  $-100\hat{j}$  km/s. La dirección  $\hat{z}$  es perpendicular al plano del disco. Ahora evolucione estas nuevas condiciones iniciales por 2 mil millones de años para ver la interacción de las dos galaxias. Prepare gráficas de la posición de las 100 partículas en 5 momentos diferentes equiespaciados en los 2mil millones de años de evolución del sistema.
- Note que en esta configuración las masas centrales sienten su influencia mutua y su órbita también debe ser calculada.

En la calificación se dará un 25% a cada uno de los puntos del 1 al 4. Solamente se recibirán tareas que estén en un repositorio de github.

Enviar un email a [j.e.forero.romero@gmail.com](mailto:j.e.forero.romero@gmail.com) con el subject

**RESPUESTA TALLER 10 FISICA COMPUTACIONAL.** En el cuerpo del texto debe ir la dirección del repositorio donde está la tarea.