

Taller #6. Física Computacional / FISI 2025  
Semestre 2013-II.  
Profesor: Jaime E. Forero Romero

Octubre 17, 2013

**Esta tarea debe resolverse por parejas (i.e. grupos de 2 personas) y debe estar en un repositorio de la cuenta de github de uno de los miembros de cada equipo con un commit final hecho antes del medio día del jueves 7 de Noviembre del 2013. El esqueleto del código debe estar en el repositorio antes del medio día del martes 29 de Octubre del 2013.**

El objetivo de este taller es escribir un integrador Runge-Kutta de cuarto orden para estudiar la interacción de dos galaxias de disco.

Vamos a seguir el ejemplo del paper clásico de Toomre & Toomre *Galactic Bridges and Tails* en el *Astrophysical Journal*, Vol. 178, pp. 623-666 (1972), el cual se encuentra en el repositorio como `homework/TT.pdf`

Una galaxia será descrita como una masa central con 100 cuerpos en órbitas circulares que la rodean. Una imagen que puede servir es la del sistema solar, pero donde solamente existen 5 orbitas circulares posibles y en cada órbita se encuentran 12, 18, 24, 30 y 36 cuerpos, tal como se muestra en la Figura 1 del paper, en el panel marcado con "1".

El movimiento **de cada una** de las partículas que rodean a la masa central está determinado por la siguiente ecuación diferencial ordinaria vectorial de segundo orden:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2} \hat{r} \quad (1)$$

donde  $\vec{r}$  es un vector que va de la masa central a la partícula,  $\hat{r}$  es el vector unitario correspondiente,  $r = |\vec{r}|$ ,  $M$  es la masa del cuerpo central y  $G$  es la constante de gravitación. Una vez se conocen las posiciones y velocidades iniciales de cada una de las masas  $\vec{r}_0$ ,  $\vec{v}_0$  es posible conocer la posición y la velocidad en momentos siguientes. Noten que estamos usando una aproximación donde la fuerza que siente cada partícula solamente se debe solamente a la masa central. Esto es equivalente a decir a que la masa de todas las partículas es despreciable con respecto a la masa central. Así mismo la masa central no siente ninguna fuerza apreciable por parte de las partículas.

1. El primer punto de la tarea consiste escribir un programa que genere las condiciones iniciales (posiciones y velocidades) para que las 100 partículas de una galaxia de disco orbiten de manera estable en círculos alrededor de la masa central. La masa del cuerpo central debe ser de  $10^{12}$  masas solares, el radio externo de 50 kiloparsecs y cada una de las orbitas circulares debe estar equiespaciada a 10 kiloparsecs (1 parsec son  $3.0 \times 10^{16}$  metros). El centro de la galaxia debe ubicarse en el punto  $x_0\hat{i} + y_0\hat{j}$  kpc y la velocidad del centro de masa es  $v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$  km/s y donde  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $v_x$  y  $v_y$  son números arbitrarios que se deben como argumento del código al momento de ser ejecutado. Estas condiciones iniciales (posiciones y velocidades) deben ser escritas en un archivo de texto al momento de ejecutar el código. En este archivo la primera columna será un entero que llamaremos ID y corresponde a un número entero de cada partícula. El ID negativo si se trata de la partícula central, y cero o positivo si se trata de las partículas en las órbitas circulares. Pista: Cuál es la aceleración centrípeta de una partícula en una órbita de radio  $r$ ?
2. Escriba el código que evolucione la posición y la velocidad de cada una de las partículas durante 5 mil millones de años. Este código debe leer las condiciones iniciales generadas por el código anterior. Se debe utilizar un método de Runge-Kutta de cuarto orden para integrar la ecuación (1) para cada partícula del disco. El código debe generar cinco archivos de texto con el entero de identidad, posiciones, velocidades de las partículas en 5 momento diferentes equiespaciados en los 5 mil millones de años de evolución del sistema. El código debe tomar como argumento el nombre del archivo con las condiciones iniciales.
3. Prepare un programa de python que toma como entrada un número arbitrario de archivos generados por el código anterior y prepara gráficas que muestran las posiciones. Utilice este programa para mostrar que las partículas que representan el disco de la galaxia siguen en su órbita circular después de 5 mil millones de años.
4. Este punto incluye una segunda galaxia idéntica a la primera. Si se considera que la galaxia anterior tiene un centro de masa en la posición  $(0\hat{i} + 0\hat{j})$  kpc y una velocidad de centro de masa nula, vamos a considerar ahora que la masa central de la segunda galaxia tiene una posición  $(150\hat{i} + 200\hat{j})$  kpc y el centro de masa tiene una velocidad inicial  $-100\hat{j}$  km/s. La dirección  $\hat{z}$  es perpendicular al plano del disco. Las condiciones iniciales de cada una de las galaxias son generadas con el código del primer punto. Concatenando los dos archivos (utilizando el comando `cat`) debe generar un archivo único de condiciones iniciales.

Ahora evolucione estas nuevas condiciones iniciales por 5 mil millones de años para ver la interacción de las dos galaxias. Prepare gráficas de la posición de las partículas de las dos galaxias en 5 momentos diferentes equiespaciados en los 5 mil millones de años de evolución del sistema. Note

que en esta configuración las masas centrales sienten su influencia mutua y su órbita también debe ser calculada.

5. Ahora el programa debe poder calcular la colisión de las galaxias cuando se generan las condiciones iniciales para dos galaxias con posiciones y velocidades del centro de masa arbitrarios generados con el programa de condiciones iniciales.

El repositorio debe tener al menos tres códigos con los siguientes nombres:

1. `IC.c`: código que genera las condiciones iniciales de una sola galaxia con las posiciones y velocidades del centro de masa dadas como parámetros de entrada al momento de ejecutar el programa.
2. `evolve.c`: código que evoluciona un archivo con condiciones iniciales dadas al momento de ejecutar el programa.
3. `plots.py`: código que prepara gráficas de posiciones, tomando como entrada un número arbitrario de archivos de ID, posiciones y velocidades.

En la calificación se dará un 20% a cada uno de los puntos del 1 al 5. Solamente se recibirán tareas que estén en un repositorio de github. Las gráficas deben prepararse con programas en python. La respuesta a cada uno de los puntos debe ser redactada en un informe que debe estar dentro del repositorio. Todos los pasos deben poder ejecutarse con un Makefile.

Diviértanse: <http://viz.adrian.pw/galaxy/>