Taller #7. Métodos computacionales / FISI 2028
Semestre 2014-I.
Profesor: Jaime E. Forero Romero

Abril 29, 2014

Esta tarea debe resolverse por parejas (i.e. grupos de 2 personas) y debe estar en un repositorio de la cuenta de github de uno de los miembros de cada equipo con un commit final hecho antes del medio día del viernes 9 de Mayo. En todos los casos se debe hacer un programa en C que resuelva la ecuación diferencial, un programa en python que haga una animación con los resultados y un Makefile que compile y ejecute todos los programas.

1. **Cuerda Vibrando** (40 puntos)

   (Ver capítulo 18.2 de Landau, Paez, Bordeianu)

   Vamos a considerar una cuerda de longitud L descrita por la función $u(x,t)$ que corresponde al desplazamiento con respecto a su posición de equilibrio. En este de una perturbación inicial, la evolución de u está dada por

   $$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{1}$$

   donde $c = \sqrt{T/\rho}$ es una velocidad de propagación con T la tensión de la cuerda y ρ su densidad.

   Como condición inicial se tiene que la cuerda está estirada de forma triangular, con el máximo ubicado a 8/10 de la longitud total de la cuerda con una altura 1. Es decir.

   $$u(x,t=0) = \begin{cases} 1.25x/L & x \leq 0.8L \\ 5 - 5x/L & x > 0.8L \end{cases} \tag{2}$$

   Integre esta ecuación tomando $T = 0.01$, $\rho = 40$ y $L = 100$.

2. **Ecuación de Schroedinger dependiente del tiempo** (60 puntos)

   (Ver capítulo 18.6 de Landau, Paez, Bordeianu)

   La evolución espacial y temporal de una partícula cuántica en 1D está descrita por la siguiente ecuación de Schroedinger dependiente del tiempo

$$i\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x)\psi(x,t). \tag{3}$$

   Donde $\psi(x,t)$ es la función de onda y $V(x)$ es un potencial externo. En esta expresión onstantes como la masa de la partícula y $\hbar$ se han hecho igual es a $1/2$ y 1.

   La función de onda es compleja y puede descomponerse en su parte real y compleja

$$\psi(x,y) = R(x,t) + iI(x,t), \tag{4}$$

   de esta manera se deben resolver dos ecuaciones acopladas

$$\frac{\partial R(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial^2 I(x,t)}{\partial x^2} + V(x)I(x,t). \tag{5}$$

$$\frac{\partial I(x,t)}{\partial t} = +\frac{\partial^2 R(xt)}{\partial x^2} - V(x)R(x,t). \tag{6}$$

   donde la densidad de probabilidad $\rho(x,t) = |\psi(x,t)|^2$ es la cantidad de interés físico para describir la evolución temporal.

   Resuelva esta ecuación para la siguiente condición inicial

$$\psi(x,t=0) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-5}{\sigma_0}\right)^2\right]\exp\left(ik_0x\right) \tag{7}$$

   que representa un paquete en$x = 5$ con momentum $k_0 = 16\pi$ y $\sigma_0 = 0.05$, mientras evoluciona en un potencial cuadrático $V = x^2/2$. La animación debe mostrar la evolución de $\rho(x,t)$.