Métodos Computacionales

Taller 6

Profesor: Jaime Forero

Fecha de Publicación: *Octubre 26 de 2015*

Instrucciones de Entrega

La solución a este taller debe subirse por SICUA antes de las 10:00AM del jueves 5 de Noviembre del 2015. Si la solución está en SICUA antes de las 8:30AM del sábado 31 de Octubre del 2015 se calificará el taller sobre 140 puntos. Los códigos deben estar en un único repositorio de github con un último commit hecho antes de la fecha límite de entrega. El repositorio debe tener dos carpetas de nombre `magnetico` y `burgers` para cada uno de los ejercicios A SICUA solamente se debe responder con la dirección del repositorio.

1. $\boxed{\text{50 (70) pt}}$ **Movimiento de una partícula cargada en el el campo magnético de la Tierra**

   La Tierra tiene un campo magnético que la protege de partículas cargadas. Por ejemplo, la aurora boreal es un fenómeno natural que se puede entender a partir del moviemiento de partículas cargadas que se aceleran dentro de un campo magnético y empizan a radiar energía electromagnética.

   El campo magnético de la Tierra, cerca de ella y hasta una distancia de $4R_T$ donde $R_T = 6378.1$km es el radio de la Tierra, puede ser aproximado por el campo de un dipolo

   $$\vec{B}_{dip}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}[3(\vec{M}\cdot\vec{r})\hat{r} - \vec{M}], \tag{1}$$

   donde $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$, $r = |\hat{r}|$ y $\hat{r} = \vec{r}/r$. Para la Tierra tomamos $\mathbf{M} = -M\hat{z}$ antiparalelo al eje z porque el polo norte magnético es cercano al polo sur geográfico.

   En el ecuador magnético ($x = 1R_T, y = z = 0$) la intensidad del campo es $B_0 = 3\times 10^{-5}$T. Substitutendo esto en la ecuación anterior tenermos que $\mu M/4\pi = B_0 R_T^3$. Con esto podemos escribir en coordenadas cartesianas:

   $$\vec{B}_{dip} = -\frac{B_0 R_T^3}{r^5}[3xz\hat{x} + 3yz\hat{y} + (2z^2 - x^2 - y^2)\hat{z}]. \tag{2}$$

   En este problema, las velocidades de las partículas están en el régimen relativista. En este caso se tiene que la ecuación de la fuerza se escribe como

   $$\frac{d(\gamma m\vec{v})}{dt} = q\vec{v}\times\vec{B}, \tag{3}$$

   donde $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$. En este caso la energía cinética de la partícula se escribe como $K = (\gamma - 1)mc^2$, donde m es la masa en reposo de la partícula.

   - (30 (40) puntos) Escriba un programa en C que integre las ecuaciones de movimiento relativista de **protones** que tienen una posición inicial $(2R_e, 0, 0)$, energía cinética inicial E_k (medida en millones de electronvolts) y tienen una velocidad inicial descrita por $(0, v\sin\alpha, v\cos\alpha)$ donde α es un ángulo que se conoce como el pitch angle. El programa debe poder ejecutarse de la siguiente manera

```
./particle_in_field.x kinetic_energy alpha
```

donde `kinetic_energy` es la energía cinética inicial medida en megaelectronvolts y `alpha` es el ángulo α medido en grados. La trayectoria debe seguirse por 100 segundos y al final debe escribir el tiempo y las coordenadas x, y, z de las posiciones en un archivo llamado `trayectoria_E_alpha.dat` donde `E` es el valor de la energía cinética de la partícula y `alpha` es el valor del ángulo α.

- (10 (15) puntos) Escriba un programa en Python que grafique en el plano xy, y en xyz la trayectoria guardada en `trayectoria_E_alpha.dat`. La gráfica se debe guardar como un archivo pdf.
- (10 (15) puntos) Escriba un `makefile` que enlace correctamente todos los pasos anteriores.

2. $\boxed{\text{50 (70) pt}}$ **Ecuación de Burgers en 2D**

- (30(40) puntos) Escriba un programa en C que resuelva la ecuación de Burgers usando las mismas aproximaciones y variables mostradas en el trabajo de Lorena Barba para 500 pasos de tiempo:
  `http://nbviewer.ipython.org/github/barbagroup/CFDPython/blob/master/lessons/10_Step_8.ipynb`
- (10 (15) puntos) Escriba un program en Python que genere un gif animado con la evolución temporal de la solución.
- (10 (15) puntos) Escriba un `makefile` que enlace correctamente todos los pasos anteriores.