Métodos Computacionales

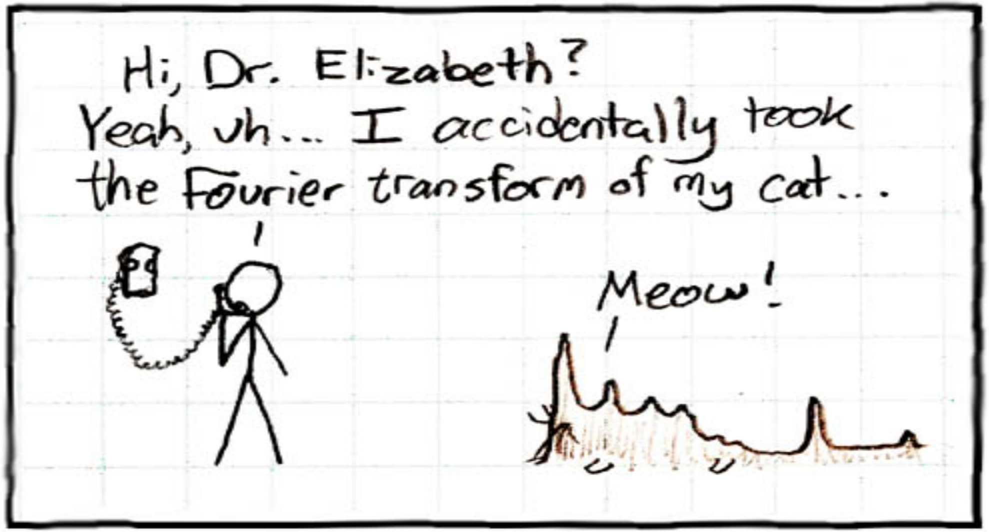
Sebastian Perez Saaibi

2015.03.10

Referencias

- Estas slides se basan en material compartido por: A Primer on Fourier Analysis, Dana Moshkovitz, Princeton Institute for Advanced Studies. http://people.csail.mit.edu/dmoshkov/presentations/
- Presentación detallada: ftp://ftp.cs.brown.edu/pub/techreports/95/cs95-37.pdf
- Introducción al tema: http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.147.6764&rep=rep1&type=pdf

Análisis de Fourier: Una Introducción



Aplicaciones del Análisis de Fourier

Nombrar 3:

Aplicaciones del Análisis de Fourier

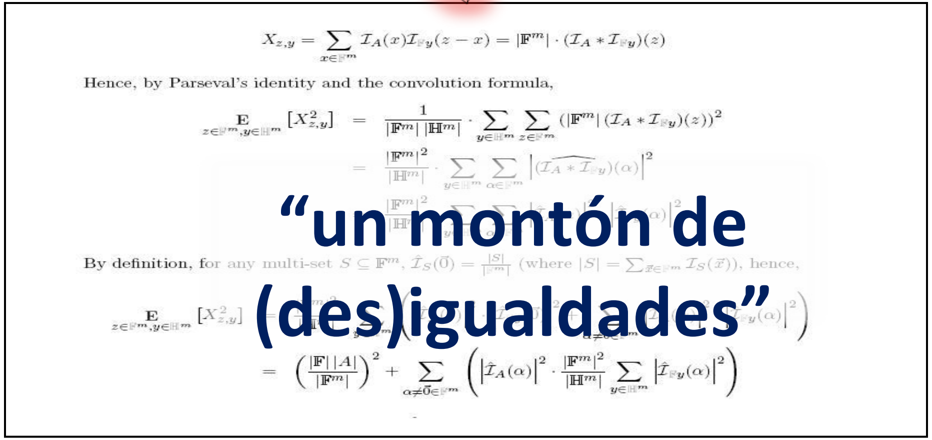
Hay muchas más:

- Multiplicación de Polinomios (FFT)
- Aprendizaje Computacional
- Esquemas de Votaciones/ Fraude Electoral
- Computación Cuántica
- Muestreo/Expansión
- Tests lineales
- Reconocimiento de imágenes
- Procesamiento de Audio....

"La magia de Fourier"

Fourier Analysis

"Algo que se ve muy extraño"



$$X_{z,y} = \sum_{x \in \mathbb{F}^m} \mathcal{I}_A(x)\mathcal{I}_{\mathbb{F}y}(z-x) = |\mathbb{F}^m| \cdot (\mathcal{I}_A * \mathcal{I}_{\mathbb{F}y})(z)$$

Hence, by Parseval's identity and the convolution formula,

$$\mathop{\mathbf{E}}_{z \in \mathbb{F}^m, y \in \mathbb{H}^m}[X_{z,y}^2] = \frac{1}{|\mathbb{F}^m|\,|\mathbb{H}^m|} \cdot \sum_{y \in \mathbb{H}^m} \sum_{z \in \mathbb{F}^m} \left(|\mathbb{F}^m|\,(\mathcal{I}_A * \mathcal{I}_{\mathbb{F}y})(z)\right)^2$$

$$= \frac{|\mathbb{F}^m|^2}{|\mathbb{H}^m|} \cdot \sum_{y \in \mathbb{H}^m} \sum_{\alpha \in \mathbb{F}^m} \left|\widehat{(\mathcal{I}_A * \mathcal{I}_{\mathbb{F}y})}(\alpha)\right|^2$$

[illegible]

By definition, for any multi-set $S \subseteq \mathbb{F}^m$, $\hat{\mathcal{I}}_S(\vec{0}) = \frac{|S|}{|\mathbb{F}^m|}$ (where $|S| = \sum_{\vec{x} \in \mathbb{F}^m} \mathcal{I}_S(\vec{x})$), hence,

$\mathop{\mathbf{E}}_{z \in \mathbb{F}^m, y \in \mathbb{H}^m}[X_{z,y}^2]$ [illegible]

$$= \left(\frac{|\mathbb{F}|\,|A|}{|\mathbb{F}^m|}\right)^2 + \sum_{\alpha \neq \vec{0} \in \mathbb{F}^m} \left(\left|\hat{\mathcal{I}}_A(\alpha)\right|^2 \cdot \frac{|\mathbb{F}^m|^2}{|\mathbb{H}^m|} \sum_{y \in \mathbb{H}^m} \left|\hat{\mathcal{I}}_{\mathbb{F}y}(\alpha)\right|^2\right)$$

"un montón de (des)igualdades"

Qué es esa "Magia de Fourier"

What is it?

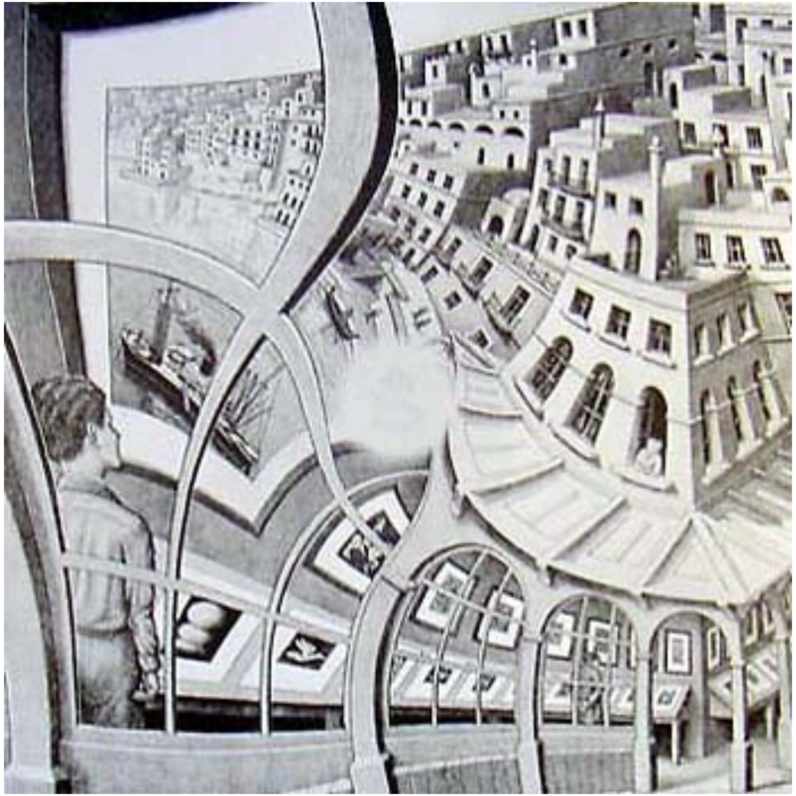
Why is it useful?

What does it do?

When to use it?

What do we know about it?

Es otra manera de mirar funciones:



Es un cambio de base!

Idea: Las funciones reales o complejas (señales) se pueden representar en un espacio vectorial.

Cambiamos de base, usando la base de Fourier, para simplificar operaciones que serían complejas en el espacio vectorial.

Principalmente, podemos hacer Convolución como un producto en el espacio de fourier.

Convolución

<u>A probar:</u> Para cada f,g,

$$(f*g)^{\wedge} \equiv f^{\wedge} \cdot g^{\wedge}$$

Prueba: **(f*g) = Ey[f(x)g(x-y)]**

(f*g)^ = (Ey[f(x)g(x-y)])^ = … = Ey[f(x)]^Ey[g(x-y)]^ = f^*g^