

Métodos Computacionales Tarea 4 - Ecuaciones Diferenciales Parciales 24-10-2016



La solución a este taller debe subirse por SICUA antes de las 8:00AM del jueves 10 de noviembre del 2016.

Los códigos deben encontrarse en un unico repositorio de github con el nombre NombreApellido_hw4. Por ejemplo yo debería subir crear un repositorio con el nombre JaimeForero_hw4. El último commit de ese repositorio debe ser anterior a las 8:00AM del jueves 10 de noviembre del 2016.

Adentro de ese repositorio deben existir dos carpetas con los nombres punto_1 y punto_2 por cada uno de los puntos de esta tarea.

Dentro de cada carpeta deben estar los siguientes elementos.

- (30 puntos) Un código fuente en C que resuelve las ecuaciones diferenciales y produce datos.
- (10 puntos) Un código en Python que lee los datos producidos por el código en C y produce visualizaciones.
- (10 puntos) Un makefile que sique la estructura lógica del punto para compilar y ejecutar el código en C, ejecutar el código en Python y borrar todos los archivos auxiliares.

1. Condensador de placas paralelas

Considere un condensador de placas paralelas ubicado en una región bidimensional del espacio, de dimensiones $L \times L$. Las placas tienen un largo l y una separación d entre ellas, como se muestra en la figura 1.

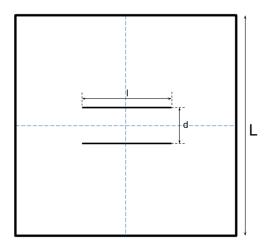


Figura 1: Condensador de placas paralelas.

Supongamos que existe una diferencia de potencial constante V_0 entre las placas (una de las placas se encuentra a $-V_0/2$ y la otra a $V_0/2$). Además, en el borde de la región tomemos el potencial fijo en 0.

El potencial eléctrico V(x,y) en la región debe cumplir la ecuación de Laplace

$$\nabla^2 V(x,y) = \frac{\partial^2 V(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V(x,y)}{\partial y^2} = 0.$$

Así mismo el campo eléctrico está dado por.

$$\mathbf{E}(x,y) = -\nabla V(x,y) = \left(-\frac{\partial V(x,y)}{\partial x}, -\frac{\partial V(x,y)}{\partial y}\right)$$

Para calcular el potencial numéricamente se debe discretizar la región como una matriz de tamaño $L/h \times L/h$, donde h es la separación entre los puntos y utilizar el esquema de diferencias finitas

Escriba un programa en C (placas.c) que encuentre el potencial eléctrico con el método de relajación usando N iteraciones. El mismo programa debe calcular el campo eléctrico a partir de la solución final del potencial. Escriba un código en Python grafica.py que grafique el potencial y el campo eléctrico usando imshow y streamplot en una grafica llamada placas.pdf.

Utilice L = 5 cm, l = 2 cm, d = 1 cm, h = 0.02 cm, $V_0 = 100$ V y N = 100 iteraciones.

2. Cuerda Vibrando

Considere una cuerda de longitud L descrita por la función u(x,t) que corresponde al desplazamiento con respecto a su posición de equilibrio. Después de una perturbación inicial, la evolución de u está dada por

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{1}$$

donde $c=\sqrt{T/\rho}$ es una velocidad de propagación con T la tensión de la cuerda y ρ su densidad.

Las condiciones de contorno corresponden a puntos fijos. Como condición inicial se tiene que la cuerda está estirada de forma triangular, con el máximo ubicado a 8/10 de la longitud total de la cuerda con una altura 1. Es decir,

$$u(x,t=0) = \begin{cases} 1,25x/L & x \le 0.8L \\ 5 - 5x/L & x > 0.8L \end{cases}$$
 (2)

Escriba un programa en C (cuerda.c) que resuelva esta ecuación y encuentre u(t). Escriba un código en Python (animacion.py). que produzca un gif animado (cuerda.gif) con el movimiento resultante de la cuerda.

Utilice T = 40, $\rho = 10$ y L = 100 para 0 < t < 200.