UNIVERSIDAD “DOCTOR ANDRÉS BELLO” REGIONAL DE CHALATENANGO.

Facultad: Ciencias Económicas

Carrera: Ingeniería en Sistemas y Computación.

Catedra: Matemática IV

Ciclo: 02-2020

Tema: Caso en Concreto, aplicando Ecuaciones Diferenciales.

Catedrático: Ing. Rubén Edgardo Portillo Guevara

Estudiante: Córdova Orellana, Andrés Eduardo

Fecha de entrega: viernes 11 de diciembre de 2020.

¿Para qué nos sirven las Ecuaciones Diferenciales en la vida cotidiana?

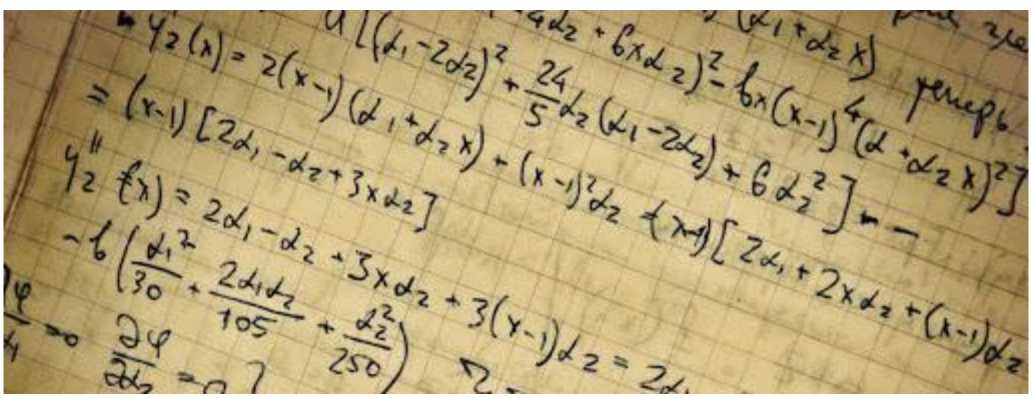
Las ecuaciones diferenciales tienen muchas aplicaciones en la vida real. Esto debido a que describen cualquier fenómeno donde algo cambia. En la vida real muchas cosas cambian. El cambio de una variable con respecto a otra se le llama derivada. Las ecuaciones diferenciales incluyen derivadas.

Las ecuaciones diferenciales se utilizan para representar situaciones o problemas físicos de ingeniería y de otras áreas como economía, biología, entre otras.

Para solucionar los problemas que son representados por las ecuaciones diferenciales, hay que solucionar las ecuaciones.

De entre las muchas situaciones podemos mencionar:

- La predicción del clima
- Diseño aerodinámico de automóviles, aviones, barcos
- Diseño de motores de combustión interna
- Diseño de disipadores de calor en componentes electrónicos.
- Intercambiadores de calor
- Flujo sanguíneo



Problemática presentada:

Ciertos demógrafos estudian la cantidad de habitantes en el municipio de Chalatenango, del departamento de Chalatenango. Para lo cuál ya cuentan con datos anteriores de cierta cantidad de habitantes, pero ellos quieren saber la densidad poblacional en 25 años a futuro para lo cual se describe con lo que cuentan:

Chalatenango, tenía 29,271 habitantes en 2007 y 58,542 habitantes 10 años más tarde. Sí el número de personas crece directamente proporcional al número de personas en un instante dado. ¿Cuántas personas hay en Chalatenango, 25 años después?

*Estos datos los he puesto según un censo de 2007 en Chalatenango, por ende, son cantidades no estrictamente reales.

Diagnóstico:

El diagnóstico para dicho caso es el siguiente:

Claramente la problemática se encuentra que los demógrafos desean saber dicha cantidad para 25 años a futuro, pero no cuentan con la herramienta para detectar la cantidad, para ello yo he brindado una solución que es la utilización de una poderosa herramienta matemática llamada *"Cálculo de ecuaciones diferenciales".* A continuación, brindo la solución a dicha problemática.

Solución Matemática para dicho problema:

De acuerdo a los datos planteamos la siguiente ecuación:

$$\frac{dP}{dt} = KP \; ; \; dónde \; K = Constante, P = Número \; de \; Personas, t = Tiempo$$

Tenemos también algunas restricciones:

$$P(0) = 29{,}271 \;\wedge\; P(10) = 58{,}542$$

De acuerdo a los conocimientos previos, se deduce que se puede resolver por el método de Separación de Variables.

$$\frac{dP}{P} = Kdt$$

Procedemos a Integrar en ambos lados:

$$\int \frac{dP}{P} = \int K dt \;\Rightarrow \qquad \ln P(t) = Kt + R \;\; ; \qquad R = Constante$$

Aplicando algunas de las propiedades de funciones exponenciales:

$$e^{\ln P(t)} \;=\; e^{Kt+R}$$

$$P(t) \;=\; e^{Kt+R}$$

$$\boldsymbol{P(t) \;=\; Ce^{Kt}}$$

Sustituimos en **P(t)** los tiempos que ya conocemos.

$$P(0) = Ce^{(0)K} = C = 29{,}271 \;\Rightarrow\; \boldsymbol{P(t) = 29,271e^{Kt}} \; [Ec. 1]$$

$$P(10) = 29{,}271e^{(10)K} \;=58{,}542$$

Procedemos a despejar $\boldsymbol{e^{(10)K}}$

$$e^{(10)K} \;=\; \frac{58{,}542}{29{,}271} \;\Rightarrow\; 2$$

Aplicamos la propiedad de Logaritmos en ambos lados:

$$10K \;=\; \ln 2$$

Despejamos para obtener una expresión para K:

$$\boldsymbol{K = \frac{\ln 2}{10}} \; [Ec. 2]$$

Sustituimos la Ecuación 2, en la Ecuación 1 y obtenemos lo siguiente:

$$\mathbf{P(t) = 29,271e^{\frac{\ln 2}{10}t}} \quad [Ec. final]$$

Ahora, como último paso, simplemente nos queda sustituir en el tiempo que queremos encontrar, para el caso sería 25 años:

$$\mathbf{P(25) = 29,271e^{\frac{\ln 2}{10}(25)}}$$

$$P(25) = 29{,}271e^{\frac{5\ln 2}{2}}$$

$$P(25) = 29{,}271e^{\frac{5}{2}\ln 2}$$

$$P(25) = 29{,}271e^{\ln 2^{\frac{5}{2}}}$$

$$P(25) = 29{,}271e^{\ln 2^{\frac{5}{2}}}$$

Seguimos aplicando propiedades para los exponenciales y los logaritmos, y llegamos a esto:

$$P(25) = 29{,}271\left(\sqrt[5]{2}\right)$$

Finalmente, dentro de los próximos años, para la población de Chalatenango, se espera un total de:

$$P(25) \cong \mathbf{165,674\ habitantes.}$$