Taller Interpolación

Karen Celis
David López
Camilo Muñoz

Marzo 2019

1. Segundo punto

1.1. Problema

Considere el comportamiento de gases no ideales se describe a menudo con la ecuación virial de estado. los siguientes datos para el nitrógeno :
Donde:

T	100	200	300	400	450	500	600
B(cm3/mol)	-160	-35	-4.2	9.0	?	16.9	21.3

El comportamiento de gases no ideales se describe a menudo con la *ecuación virial de estado*

$$\frac{PV}{RT} = 1 + \frac{B}{V} + \frac{C}{V^2} + \ldots,$$

donde P es la presión, V el volumen molar del gas, T es la temperatura Kelvin y R es la constante de gas ideal. Los coeficientes B $C(T)$,... son el segundo y tercer coeficiente virial, respectivamente. En la práctica se usa la serie truncada

$$\frac{PV}{RT} \approx 1 + \frac{B}{V}$$

Figura 1: Comportamiento virial

a. Determine un polinomio interpolante para este caso(escriba el polinomio)
b. Utilizando el resultado anterior calcule el segundo y tercer coeficiente virial a 450K
c. Grafique los puntos y el polinomio que ajusta
d. Utilice la interpolación de Lagrange y escriba el polinomio interpolante
e. Grafique los puntos y el polinomio interpolante de Lagrange
f. ¿Cuál es el segundo y tercer coeficiente virial a 450K?. con el método de Lagrange
g. Compare su resultado con la serie truncada (modelo teórico), cuál de las tres aproximaciones es mejor por qué?

1.2. Solución

1.2.1. Solución a

Polinomio obtenido al utilizar la función "poly.calc"de la librería "PolynomF". No se utilizo el primero punto (100,-160) ya que se considero un punto atipico, causando que no se genere el polinomio de manera correcta

$$y = (-4{,}9375E{-}08)x^4 + (8{,}0175E{-}05)x^3 - (4{,}6781E{-}02)x^2 + 11{,}67475x - 1061{,}1 \quad (1)$$

1.2.2. Solución b

Al evaluar el polinomio con x = 450 dio como resultado 0.59765625

1.2.3. Solución c

Se gráfico tanto datos reales (cuadrados rojos) como los datos interpolados (puntos azules)

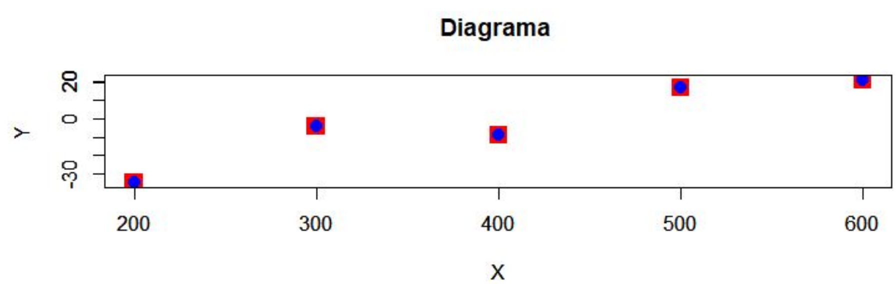

Figura 2: Datos reales vs interpolados

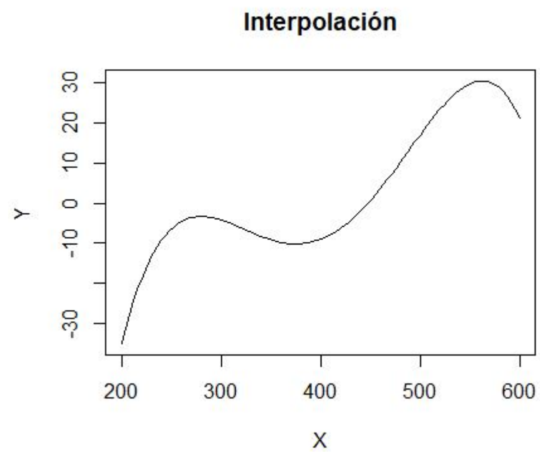

Figura 3: Interpolación

1.2.4. Solución d

Utilizando la interpolación de lagrange se obtiene la siguiente tabla de datos

$$L_0 = \frac{(x-300)(x-400)(x-500)(x-600)}{(200-300)(200-400)(200-500)(200-600)} \tag{2}$$

$$L_1 = \frac{(x-200)(x-400)(x-500)(x-600)}{(300-200)(300-400)(300-500)(300-600)} \tag{3}$$

$$L_2 = \frac{(x-200)(x-300)(x-500)(x-600)}{(400-200)(400-300)(400-500)(400-600)} \tag{4}$$

$$L_3 = \frac{(x-200)(x-300)(x-400)(x-600)}{(500-200)(500-300)(500-400)(500-600)} \tag{5}$$

$$L_4 = \frac{(x-200)(x-300)(x-400)(x-500)}{(600-200)(600-300)(600-400)(600-500)} \tag{6}$$

Seguido de tener los L, se procede a multiplicar con su respectivo y. Para terminar se suma todas las L, dando como resultado el polinomio:

$$y = (-4{,}3750E-09)x^4 + (8{,}175E-06)x^3 - 0{,}00583x^2 + 1{,}95475x - 251{,}1 \tag{7}$$

1.2.5. Solución e

Al graficar los puntos obtenidos por Lagrange se obtiene la imagen 7

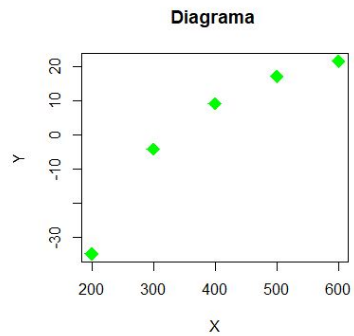

Figura 4: Interpolación Lagrange

1.2.6. Solución f

Al evaluar el polinomio obtenido por Lagrange con x = 450 dio como resultado 13.5

1.2.7. Solución g

Al realizar la interpolación por diferentes métodos se puede mirar los cambios que tienen estos métodos y cual de ellos es mas cercano a los datos reales.

	DatosReales	Interpolados	Lagrange
200	-35.0	-35.0	-35.0
300	-4.2	-4.2	-4.1
400	-9.0	-9.0	9.2
450	?	0.6	13.5
500	16.9	16.9	17.2
600	21.3	21.3	21.7

Al ver la tabla comparativa de los datos obtenidos por los interpolaciones anteriores, podemos notar como la interpolación común representa correctamente el comportamiento de los datos reales. Por otro lado, por medio de la interpolación de lagrange se puede notar que si bien llega a tener unos puntos muy cercanos a los reales (problemas dados por errores de redondeo de valores), existen otros puntos los cuales se alejan bastante de los datos verdaderos.

Se puede apreciar mejor esto al graficar todos los métodos.

Con esto podemos decir que el mejor método de interpolación es por el método común de interpolación.

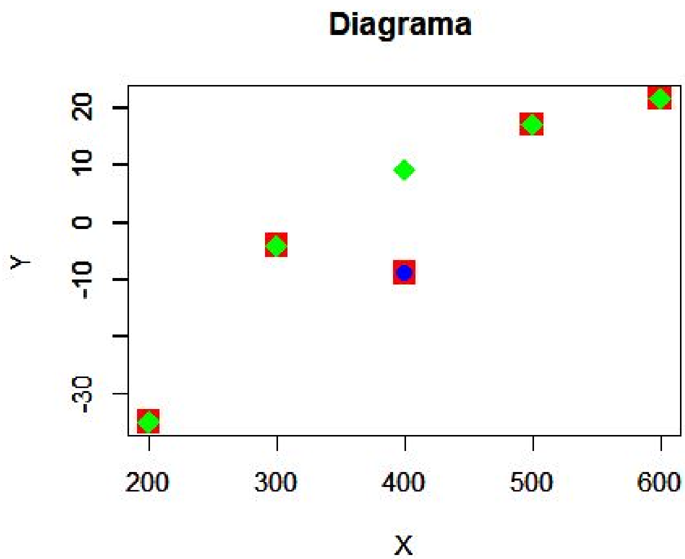

Figura 5: Comparación entre diferentes métodos de interpolación. Lagrange(verde), azul datos obtenidos por interpolación y los datos reales(rojos)

2. Tercer punto

2.1. Problema

Sea

$$f(x) = (e)x^2 en[0,1] \tag{8}$$

a. Tabular varios puntos y graficuelos
b. Interpolar con el método de Lagrange
c. Utilizando 8 cifras decimales o más, en cada entrada, determine el tamaño del paso que me produzca un error por debajo de 10^-6

2.2. Solución

Puntos

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
y	1	1.2214028	1.4918247	1.8221188	2.2255409	2.7182818

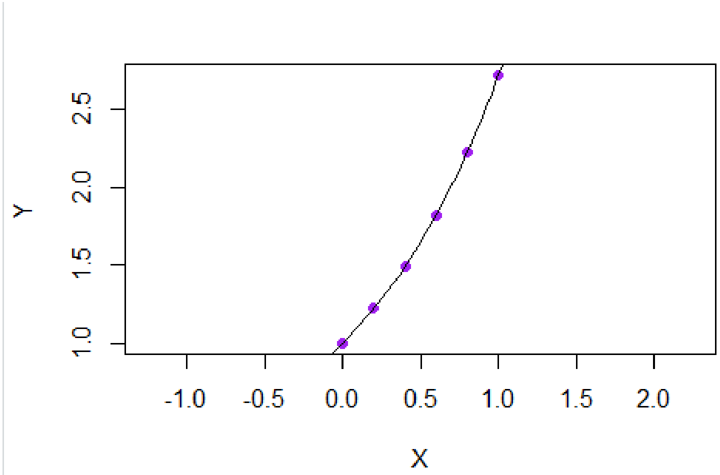

Figura 6: Grafica punto 3

3. Cuarto punto

3.1. Problema

En la tabla que sigue aparece las estadísticas de un curso con la cantidad de estudiantes en cada rango de notas.

Rango de notas:	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
N Estudiantes:	35	48	70	40	22

a. Estime la cantidad de estudiantes con nota menor o igual a 55. Utilice ajuste polinómico
b. Estime la cantidad de estudiantes con nota menor o igual a 55. Utilice ajuste de Lagrange

3.2. Solución

-Error con Ajuste Polinomial: 0.002
-Error con Lagrange: 0
-Valor teórico: 120
-Valor obtenido con ajuste polinomial: 119.998
-Valor obtenido con Lagrange:120

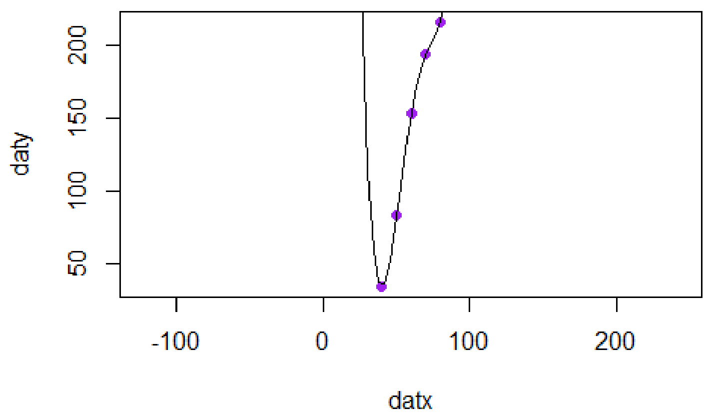

Figura 7: Grafica punto 4

4. Séptimo punto

4.1. Problema

Se desea aproximar la función tan(x) en el intervalo [-pi/2, pi/2].
a. Considerar como nodos de interpolación los puntos

$$x_k = k.\alpha \tag{9}$$

para k=0, +-1, +-2, +-3, precisamente en este orden. Utilice una interpolación polinómica y escriba el polinomio resultante.
b. Grafique por lo menos 10 puntos y el polinomio resultante
c. Utilice el método de Lagrange 150 intervalos. ¿Cuál es el error máximo apreciado en la tabla de valores?
d. Determine el alpha que minimice el error máximo. Explicar el procedimiento seguido en su determinación, y demuestre su resultado

4.2. Solución

4.2.1. Solución a

Se espera tener 7 puntos en el intervalo (-pi/2, pi/2), por lo que opto por sumar los valores absolutos con el fin de obtener el rango de esto, el cual es Pi. Al obtener este rango, se opta por dividirlo por 6, con el fin de encontrar el intervalo entre cada punto para realizarse la secuencia.

$$y = -1{,}625x^6+(3{,}458E+15)x^5+5{,}5x^4-(4{,}7404E+15)x^3-1{,}5x^2+(1{,}0397E+15)x \tag{10}$$

x	-pi/2	-pi/3	-pi/6	0	pi/6	pi/3	pi/2
Tan(x)	-1.633E+16	-1.732	-5.774E-01	0	5.774E-01	1.732	1.633E+16

Gracias a estos puntos se logro el siguiente polinomio:

4.2.2. Solución b

En esta sección, se obtuvo los puntos de la misma manera que el anterior, solo que en este caso se dividió por 10. Dando como resultado lo visto en la gráfica 8

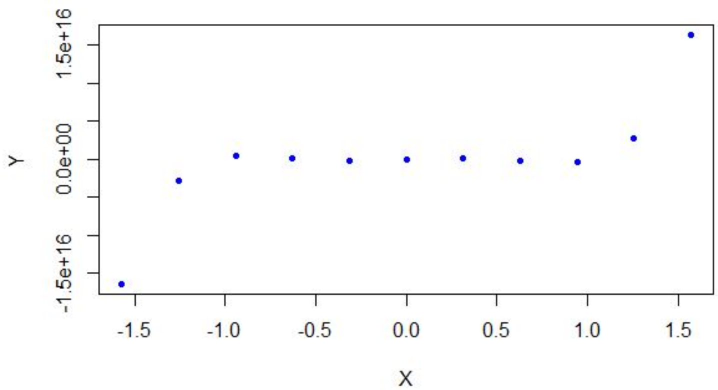

Figura 8: Gráfica puntos

Por otro lado, se realizo la interpolación con cada punto en el intervalo (-pi/2, pi/2), dando como resultado la gráfica 9

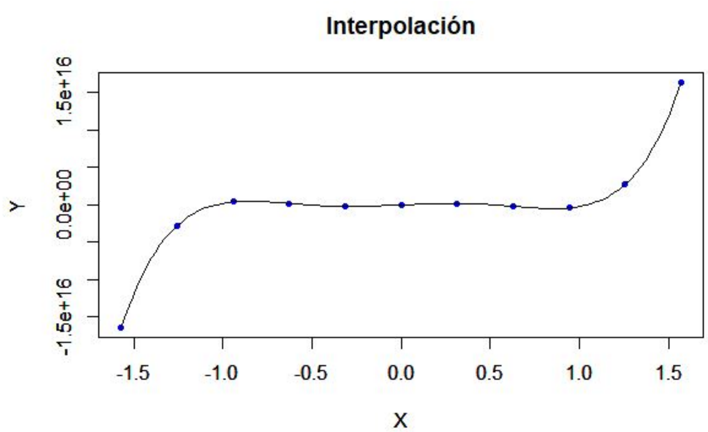

Figura 9: Gráfica interpolación