Ejercicios teórico-prácticos: conceptos básicos
Señales y Sistemas - 2022-2

Profesor: Andrés Marino Álvarez Meza, Ph.D.
Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Computación
Universidad Nacional de Colombia - sede Manizales

1. Conceptos básicos de señales

- Consultar y realizar los ejercicios propuestos en el cuaderno de Colab IntroNumpy SyS
- Consultar y realizar los ejercicios propuestos en el cuaderno de Colab Señales estandar
- Consultar y realizar los ejercicios propuestos en el cuaderno de Colab Operaciones señales continuas
- Evaluar la expresión: $\int_{-\infty}^{\infty} t^4 e^{-\cos(t)} \cos(-2t)\delta(2t-5\pi)dt$. Nota: Consultar las propiedas de selectividad y escala en el tiempo de la función impulso unitario. Comprobar el resultado en simulación con la librería SymPy.
- Sea $x(t) = u(t-t_o) - u(t-nt_o) - 3k\delta(t-mt_o)$. Determine el valor de k para el cual $\int_{-\infty}^{\infty} x(t)dt = A$, con $A \in \mathbb{R}$. Comprobar el resultado en simulación con la librería SymPy.
- Consultar y realizar los ejercicios propuestos en el cuaderno de Colab Señales periódicas aperiódicas
- Consulte en qué consisten las señales cuasiperiódicas. Luego, demuestre la periodicidad o no de las siguientes señales :
  - $x(t) = 3\cos(\omega t)$.
  - $x(t) = 2\sin(\omega t + \pi)$.
  - $x(t) = 3\sin(\sqrt{3}t) + 3\sin(5t) - 2\cos(t/\sqrt{3})$.
  - $x(t) = 3\sin(4t) - 2\cos(50t) + 2\cos(10t)$.
  - $x(t) = e^{j\omega t}$.

  Grafique cada una de las señales anteriores en Python utilizando arreglos de numpy (dibuje tres periodos si es el caso).

2. Señales de energía y potencia

- Consultar y realizar los ejercicios propuestos en el cuaderno de Colab Señales Energía Potencia
- Clasifique según su tipo (energía o potencia):
  - $x(t) = 3t + 2; \forall t \in [0, 5]$.
  - $x(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t); A, B, \omega \in \mathbb{R}^+$.
  - $x(t) = ate^{-tk}(u(t) - u(t-t_o)); a, k \in \mathbb{R}; t_o > 0$.
  - $x[n] = nu[n]; n \in \{0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm N\}$.
  - $x[n] = |n|; n \in \{0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm N\}$.
  - $x[n] = A\cos[n\pi]u[n-n_o]; A \in \mathbb{R}^+$ y $n \in \{0 \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm N\}; 0 < n_o < N$.

  Grafique cada una de las señales anteriores en Python (considere simulaciones tipo sympy para tiempo continuo y numpy para tiempo discreto).
- Consulte los procedimientos básicos para el análisis de circuitos mediante el manejo de impedancias y fasores. Ver cuaderno Potencia Circutios

3. Discretización de señales cosenoidales

- Se pretende muestrear la señal $x(t) = 10\cos(\Omega t)$, con $t \in [0, T]$, $\Omega = 2\pi F$, $F = 1/T$ y $F = 50$ Hz. Se emplea un sistema de discretización con frecuencia de muestreo $F_s = 80$ Hz. Demuestre si el sistema utilizado es apropiado para la señal $x(t)$ y estime la señal capturada. Realice una simulación en Python del proceso de discretización.
- Se tiene un microprocesador de 4 bits con entrada análoga entre -3.3 y 3.3 [v]. Describa las condiciones necesarias para que el microprocesador pueda digitalizar la señal $x(t) = 30\cos(100\pi t)$. Presente una simulación en Python de dicho proceso para tres ciclos de la señal $x(t)$. Ver cuaderno IntroNumpy SyS.
- Se tiene un sistema de discretización con frecuencia de muestreo $F_s = 40$ Hz, aplicado a las señales $x_1(t) = \cos(20\pi t)$ y $x_2(t) = \cos(100\pi t)$. Las versiones discretizadas de las señales son distinguibles entre si?. Implemente una simulación en Python del proceso de discretización.
- Cuál es la frecuencia de muestreo límite apropiada para discretizar la señal $x(t) = 3\cos(1000\pi t) + 5\sin(6000\pi t) + 10\cos(14000\pi t)$?. Si se utiliza una frecuencia de muestreo de 5kHz, cuál es la señal discreta obtenida?
- Demuestre que funciones cosenoidales con frecuencia de oscilación $F_k = F_o + kF_s$; con $k \in \mathbb{Z}$, no son distinguibles de la función $\cos(2\pi F_o t)$ al utilizar un

sistema de discretización con frecuencia de muestreo F_s. Realice simulaciones para $k \in \{0, \pm 1, \pm, 2, \pm 3\}$.

4. Sistemas lineales e invariantes con el tiempo (SLIT)

– Consultar y realizar los ejercicios propuestos en el cuaderno de Colab Convolución

– Consultar y realizar los ejercicios propuestos en el cuaderno de Colab Respuesta impulso

– Demuestre si los siguientes sistemas de la forma $y = \mathcal{H}\{x\}$, son sistemas lineales e invariantes en el tiempo (SLIT). Simule los sistemas en Python.

  ◦ $y[n] = x[n]/3 + 2x[n-1] - y[n-1]$.
  ◦ $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x^2[k]$.
  ◦ $y(t) = Ax(t) + B$; $A, B \in \mathbb{R}$.

– Hallar la salida $y[n]$ de un SLIT ante la entrada $x[n]$=$\{-15, 5, -3^{\dagger}, 0, 5, 7, -1\}$, con respuesta al impulso $h[n]$=$\{1, -2, 0^{\dagger}, 1, -2\}$, donde n∈$\{0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm N\}$ y n=0 para $x[n]^{\dagger}$. Nota: Utilizar método gráfico para encontrar la salida y comprobar con simulación en Python. Ver cuaderno Convolución discreta. Repita el proceso para el sistema con respuesta al escalón $\{-1, 6, -10, 3^{\dagger}, 1, -10, 2, 5\}$ (Ver cuaderno Respuesta Escalón).

– Sea la señal Gaussiana $x(t) = e^{-at^2}$ con $a \in \mathbb{R}^+$, el sistema A con relación entrada-salida $y_A(t) = x^2(t)$, y el sistema lineal e invariante con el tiempo B con respuesta al impulso $h_B(t) = Be^{-bt^2}$: a) Encuentre la salida del sistema en serie $x(t) \to h_B(t) \to y_A(t) \to y(t)$ b) Encuentre la salida del sistema en serie $x(t) \to y_A(t) \to h_B(t) \to y(t)$.

Referencias

https://github.com/amalvarezme/SenalesSistemas

Hsu, H., (2014). Signals and systems (Vol. 8). New York: McGraw-Hill Education.

Castellanos-Dominguez et. al (2010), *Teoría de señales: fundamentos*, Universidad Nacional de Colombia - sede Manizales.

Hsu, H. (2003), *Theory and problems of analog and digital communications*, Schaum's Outline series, McGraw-Hill.

Hsu, H. (1995), *Schaum's outlines of theory and problems of signals and systems*, McGraw Hill.

Hsu, H. (1970), *Análisis de Fourier*, Prentice Hall.