

2 Puntos)  $x(t) = 3\cos(1000\pi t) + 5\sin(2000\pi t) + 10\cos(11000\pi t)$

muestrear con un conversor analógico-digital (ADC) con frecuencia de muestreo.

$$f_s = 5 \text{ kHz}$$

Identificación de las frecuencias de la señal:

- $\cos(1000\pi t) = f_1 = 1000\pi / 2\pi = 500 \text{ Hz}$
- $\sin(2000\pi t) = f_2 = 2000\pi / 2\pi = 1000 \text{ Hz}$
- $\cos(11000\pi t) = f_3 = 11000\pi / 2\pi = 5500 \text{ Hz}$

Teorema de Nyquist

El teorema de muestreo dice que para evitar aliasing, la frecuencia de muestreo  $f_s$ , debe ser al menos el doble de la frecuencia máxima de la señal.

$$f_s \geq 2 f_{\max}$$

$$f_{\max} = 5500 \text{ Hz} \cdot 2 = 11000 \text{ Hz}$$

$$f_s = 5000 \text{ Hz}$$

$$5000 \text{ Hz} \geq 11000 \text{ Hz} \quad \text{X}$$

Al " $f_s$ " ser menor que la frecuencia máxima de la señal, hay aliasing, ya que estamos muestreando por debajo del mínimo necesario.



## Efecto del aliasing

$$f_{alias} = |f - Kf_s| \text{ (Para algún entero } K)$$

$$f = 5500 \text{ Hz}$$

$$f_s = 15000 \text{ Hz}$$

$$f_{alias} = |5500 - 1 \cdot 15000| = 500 \text{ Hz}$$

El componente de 5500 Hz, se verá como otro de 500 Hz. Como ya existe un componente en 500 Hz se mezclan, lo que distorsiona la señal.

## Discretización de la señal.

$$X(t) = 3 \cos(1000\pi t) + 5 \sin(2000\pi t) + 10 \cos(11000\pi t)$$

muestreo:

$$f_s = 5000 \text{ Hz} \Rightarrow T = 1/f_s = 0,0002 \text{ s}$$

Entonces la señal muestreada es:  $X[n] = X(nT)$

reemplazamos  $T = 0,0002$  ( $t = nT$ )

$$X[n] = 3 \cos(1000\pi \cdot nT) + 5 \sin(2000\pi \cdot nT) + 10 \cos(11000\pi \cdot nT)$$

Usando  $T = 0,0002$

$$1000\pi \cdot 0,0002\pi = 0,2\pi$$

$$2000\pi \cdot 0,0002\pi = 0,4\pi$$

$$11000\pi \cdot 0,0002\pi = 2,2\pi$$

Entonces:

$$X[n] = 3 \cos(0,2\pi n) + 5 \sin(0,4\pi n) + 10 \cos(2,2\pi n)$$

Se observa que la frecuencia  $2,2\pi$  radianes por muestra es mayor que  $\pi$ , lo que hace que se genere aliasing



Efecto aliasing: Frecuencias discretas están en el rango  $[-\pi, \pi]$ , toda frecuencia fuera de ese rango refleja (aliasing)

el término con  $2,2\pi$  equivale a una frecuencia:

$$2,2\pi - 2\pi = 0,2\pi$$

Alias de  $2,2\pi$  es  $0,2\pi$  lo que causa interferencia entre componentes.

$$X[n] = 3 \cos(0,2\pi n) + 5 \sin(0,4\pi n) + 10 \cos(0,2\pi n)$$

agrupamos:

$$\begin{aligned} X[n] &= (3 + 10) \cos(0,2\pi n) + 5 \sin(0,4\pi n) \\ &= 13 \cos(0,2\pi n) + 5 \sin(0,4\pi n) \end{aligned}$$

Esta es la señal discreta muestreada con 5Hz

En Conclusión:

- La señal muestreada es:

$$X[n] = 13 \cos(0,2\pi n) + 5 \sin(0,4\pi n)$$

- Ocurrió aliasing porque  $5500 \text{ Hz} > f/2 = 2500 \text{ Hz}$
- La señal resultante no es fiel a la original

Conclusión:

- La señal de muestreo al menos debe ser de 11 kHz, pero se recomienda 12 kHz