

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE QUERÉTARO



FUNCIONES HIPERBÓLICAS

RESUMEN DE DEFINICIONES Y FÓRMULAS

DEFINICIÓN DE LAS FUNCIONES HIPERBÓLICAS

1. $\sinh(x) := \frac{e^x - e^{-x}}{2}; \text{ para } x \in \mathbb{R}$

2. $\cosh(x) := \frac{e^x + e^{-x}}{2} \text{ para } x \in \mathbb{R}$

3. $\tanh(x) := \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \text{ para } x \in \mathbb{R}$

4. $\coth(x) := \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} \text{ para } x \neq 0$

5. $\operatorname{sech}(x) := \frac{2}{e^x + e^{-x}} \text{ para } x \in \mathbb{R}$

6. $\operatorname{csch}(x) := \frac{2}{e^x - e^{-x}} \text{ para } x \neq 0$

DEFINICIÓN DE LAS FUNCIONES HIPERBÓLICAS INVERSAS

7. $\sinh^{-1}(x) := \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}); \text{ para } x \in \mathbb{R}$

8. $\cosh^{-1}(x) := \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}); \text{ para } x \geq 1$

9. $\tanh^{-1}(x) := \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right); \text{ para } |x| < 1$

10. $\coth^{-1}(x) := \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right); \text{ para } |x| > 1$

11. $\operatorname{sech}^{-1}(x) := \ln\left(\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x^2} - 1}\right); \text{ para } 0 < x \leq 1$

12. $\operatorname{csch}^{-1}(x) := \ln\left(\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x^2} + 1}\right); \text{ para } x \neq 0$

RELACIONES ENTRE LAS FUNCIONES DIRECTAS

13. $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) \equiv 1$

14. $\operatorname{sech}^2(x) + \tanh^2(x) \equiv 1$

15. $\coth^2(x) - \operatorname{csch}^2(x) \equiv 1$

16. $\sinh^{-1}(x) \equiv \operatorname{csch}^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$

17. $\cosh^{-1}(x) \equiv \operatorname{sech}^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$

18. $\tanh^{-1}(x) \equiv \coth^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$

19. $\coth^{-1}(x) \equiv \tanh^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$

20. $\operatorname{sech}^{-1}(x) \equiv \cosh^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$

21. $\operatorname{csch}^{-1}(x) \equiv \sinh^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$

FÓRMULAS PARA ARGUMENTOS NEGATIVOS

22. $\sinh(-x) \equiv -\sinh(x)$

23. $\cosh(-x) \equiv \cosh(x)$

24. $\tanh(-x) \equiv -\tanh(x)$

25. $\coth(-x) \equiv -\coth(x)$

26. $\operatorname{sech}(-x) \equiv \operatorname{sech}(x)$

27. $\operatorname{csch}(-x) \equiv -\operatorname{csch}(x)$

FÓRMULAS PARA ARGUMENTOS NEGATIVOS EN LAS FUNCIONES HIPERBÓLICAS INVERSAS

28. $\sinh^{-1}(-x) \equiv -\sinh^{-1}(x)$

29. $\tanh^{-1}(-x) \equiv -\tanh^{-1}(x)$

30. $\coth^{-1}(-x) \equiv -\coth^{-1}(x)$

31. $\operatorname{csch}^{-1}(-x) \equiv -\operatorname{csch}^{-1}(x)$

FÓRMULAS PARA LA SUMA DE ARGUMENTOS

32. $\sinh(x+y) \equiv \sinh(x)\cosh(y) + \cosh(x)\sinh(y)$

33. $\cosh(x+y) \equiv \cosh(x)\cosh(y) + \sinh(x)\sinh(y)$

34. $\tanh(x+y) \equiv \frac{\tanh(x) + \tanh(y)}{1 + \tanh(x)\tanh(y)}$
 $\equiv \frac{\sinh(2x+2y)}{\cosh(2x+2y) + 1}$

35. $\coth(x+y) \equiv \frac{\coth(x)\coth(y) + 1}{\coth(x) + \coth(y)}$
 $\equiv \frac{\sinh(2x+2y)}{\cosh(2x+2y) - 1}$

36. $\operatorname{sech}(x+y) \equiv \frac{1}{\cosh(x)\cosh(y) + \sinh(x)\sinh(y)}$
 $\equiv \frac{2\cosh(x+y)}{\cosh(2x+2y) + 1}$

37. $\operatorname{csch}(x+y) \equiv \frac{1}{\sinh(x)\cosh(y) + \cosh(x)\sinh(y)}$
 $\equiv \frac{2\sinh(x+y)}{\cosh(2x+2y) - 1}$

FÓRMULAS PARA LA DIFERENCIA DE ARGUMENTOS

$$38. \sinh(x - y) \equiv \sinh(x) \cosh(y) - \cosh(x) \sinh(y)$$

$$39. \cosh(x - y) \equiv \cosh(x) \cosh(y) - \sinh(x) \sinh(y)$$

$$40. \tanh(x - y) \equiv \frac{\tanh(x) - \tanh(y)}{1 - \tanh(x) \tanh(y)} \\ \equiv \frac{\sinh(2x - 2y)}{\cosh(2x - 2y) + 1}$$

$$41. \coth(x - y) \equiv \frac{\coth(x) \coth(y) - 1}{\coth(y) - \coth(x)} \\ \equiv \frac{\sinh(2x - 2y)}{\cosh(2x + 2y) - 1}$$

$$42. \operatorname{sech}(x - y) \equiv \frac{1}{\cosh(x) \cosh(y) - \sinh(x) \sinh(y)} \\ \equiv \frac{2 \cosh(x - y)}{\cosh(2x - 2y) + 1}$$

$$43. \operatorname{csch}(x - y) \equiv \frac{1}{\sinh(x) \cosh(y) - \cosh(x) \sinh(y)} \\ \equiv \frac{2 \sinh(x - y)}{\cosh(2x - 2y) - 1}$$

FÓRMULAS PARA EL ARGUMENTO DOBLE

$$44. \sinh(2x) \equiv 2 \sinh(x) \cosh(x)$$

$$45. \cosh(2x) \equiv \sinh^2(x) + \cosh^2(x) \\ \equiv 2 \cosh^2(x) - 1 \\ \equiv 1 + 2 \sinh^2(x)$$

$$46. \tanh(2x) \equiv \frac{2 \tanh(x)}{1 + \tanh^2(x)}$$