Instituto Tecnológico de Querétaro

Cálculo diferencial

Definiciones y fórmulas de derivación

Definiciones

En estas fórmulas a representa a un número real $(a \in \mathbb{R})$ y f a una función derivable de x .

1. Derivada de f en cualquier punto x.
$$\frac{df}{dx} = f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$
2. Derivada de f en el punto $x = a$.
$$\left.\frac{df}{dx}\right|_{x=a} = f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(a) - f(x)}{a - x}$$

Fórmulas generales

En estas fórmulas c representa a una constante y f, g y h representan funciones derivables de x.

3. $\dfrac{d}{dx}[c] = 0$
4. $\dfrac{d}{dx}[x] = 1$
5. $\dfrac{d}{dx}[f+g] = \dfrac{df}{dx} + \dfrac{dg}{dx}$
6. $\dfrac{d}{dx}[cf] = c\dfrac{df}{dx}$
7. $\dfrac{d}{dx}[fg] = f\dfrac{dg}{dx} + g\dfrac{df}{dx}$
8. $\dfrac{d}{dx}\left[\dfrac{f}{g}\right] = \dfrac{g\frac{df}{dx} - f\frac{dg}{dx}}{g^2}$

Regla de la cadena

Esta fórmula permite derivar la composición de funciones. Aquí f es una función de g y g es una función de x $\left(f\Big(g(x)\Big) = f \circ g(x) \right)$.

9. $$\frac{df}{dx} = \frac{df}{dg} \cdot \frac{dg}{dx} = f'\Big(g(x)\Big)\, g'(x)$$

Derivada de la función potencia

10. $\dfrac{d}{dx}[x^n] = nx^{n-1}$

Derivadas de las funciones logarítmicas

11. $\dfrac{d}{dx}[\log_a x] = \dfrac{1}{\ln(a) \cdot x};\ x > 0$
12. $\dfrac{d}{dx}[\ln x] = \dfrac{1}{x};\ x > 0$

Derivadas de las funciones exponenciales

13. $\dfrac{d}{dx}[a^x] = \ln a \cdot a^x$
14. $\dfrac{d}{dx}[e^x] = e^x$

Derivadas de las funciones trigonométricas

15. $\dfrac{d}{dx}[\operatorname{sen} x] = \cos x$
16. $\dfrac{d}{dx}[\cos x] = -\operatorname{sen} x$
17. $\dfrac{d}{dx}[\tan x] = \sec^2 x$
18. $\dfrac{d}{dx}[\cot x] = -\csc^2 x$
19. $\dfrac{d}{dx}[\sec x] = \sec x \tan x$
20. $\dfrac{d}{dx}[\csc x] = -\csc x \cot x$

Derivadas de las funciones trigonométricas inversas

21. $\dfrac{d}{dx}[\operatorname{sen}^{-1} x] = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
22. $\dfrac{d}{dx}[\cos^{-1} x] = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
23. $\dfrac{d}{dx}[\tan^{-1} x] = \dfrac{1}{1+x^2}$
24. $\dfrac{d}{dx}[\cot^{-1} x] = -\dfrac{1}{1+x^2}$
25. $\dfrac{d}{dx}[\sec^{-1} x] = \dfrac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$
26. $\dfrac{d}{dx}[\csc^{-1} x] = -\dfrac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

Derivadas de las funciones hiperbólicas

27. $\dfrac{d}{dx}[\operatorname{senh} x] = \cosh x$
28. $\dfrac{d}{dx}[\cosh x] = \operatorname{senh} x$
29. $\dfrac{d}{dx}[\tanh x] = \operatorname{sech}^2 x$
30. $\dfrac{d}{dx}[\coth x] = -\operatorname{csch}^2 x$
31. $\dfrac{d}{dx}[\operatorname{sech} x] = -\operatorname{sech} x \tanh x$
32. $\dfrac{d}{dx}[\operatorname{csch} x] = -\operatorname{csch} x \coth x$

Derivadas de las funciones hiperbólicas inversas

33. $\dfrac{d}{dx}[\operatorname{senh}^{-1} x] = \dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
34. $\dfrac{d}{dx}[\cosh^{-1} x] = \dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
35. $\dfrac{d}{dx}[\tanh^{-1} x] = \dfrac{1}{1-x^2}$
36. $\dfrac{d}{dx}[\coth^{-1} x] = \dfrac{1}{1-x^2}$
37. $\dfrac{d}{dx}[\operatorname{sech}^{-1} x] = -\dfrac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$
38. $\dfrac{d}{dx}[\operatorname{csch}^{-1} x] = -\dfrac{1}{|x|\sqrt{x^2+1}}$