

Simulador interactivo 3D de Cefeidas con acople cinemático–térmico–fotométrico.

Andrés Felipe Olarte Acero

Noviembre 2025

Resumen

Se presenta un simulador interactivo y reproducible para estrellas Cefeidas que acopla, de forma mínima pero físicamente explícita, la cinemática fotosférica, la respuesta térmica y la síntesis fotométrica aproximada en banda V mediante una ley de potencia $F_{V,\text{rel}} \propto R^2 T^\beta$ o una aproximación de cuerpo negro integrada en una ventana centrada en 550 nm. El pipeline sigue la cadena causal $v_{\text{rad}}(\phi) \rightarrow v_p(\phi) \rightarrow R(\phi) \rightarrow T(\phi) \rightarrow m_V(\phi)$, con parámetros ajustables clave: el factor de proyección p , el desfase térmico $\Delta\phi_{TR}$ entre T y R , y la sensibilidad fotométrica efectiva β . La implementación (Python/Streamlit/Plotly) prioriza transparencia y costo computacional bajo, permitiendo exploración en tiempo real de morfologías de curva de luz (anchos de pico, asimetrías y desfases) y su relación con la cinemática.

La validación contra curvas de luz publicadas de δ Cep, TT Aql, V1334 Cyg y ζ Gem muestra que, con un conjunto reducido de parámetros, el modelo reproduce amplitudes y desfases dentro de un 10–15 % y capta la secuencia física “radio mínimo \rightarrow temperatura máxima \rightarrow máximo de brillo”. Se discuten limitaciones deliberadas (perfil de v_{rad} aún simétrico, p constante y fotometría de una sola banda) y líneas de mejora: perfiles asimétricos dependientes de fase, $p(\phi)$, integración multi-banda con filtros realistas y ajuste automático a datos.

Índice

1. Introducción	4
2. Marco teórico	5
2.1. Notación, variables y supuestos mínimos	5
2.2. De la velocidad radial observada a la velocidad pulsacional	6
2.3. De la velocidad pulsacional al radio fotosférico	6
2.4. Respuesta térmica e histéresis T – R	6
2.5. De (R, T) al observable fotométrico en banda V	7
2.6. Morfología de curvas y rasgos observacionales	8
2.7. Alcances y limitaciones	8
3. Metodología y modelo	9
3.1. Visión general del acoplamiento	9
3.2. Cinemática observada y velocidad pulsacional	9
3.3. Integración a radio fotosférico	9

3.4.	Temperatura efectiva acoplada con desfase	10
3.5.	Síntesis fotométrica en banda V	10
3.6.	Rangos de parámetros y controles	11
3.7.	Implementación numérica	11
3.8.	Salida del pipeline y sincronización gráfica	11
4.	Implementación del software	11
4.1.	Arquitectura del código	11
4.2.	Dependencias y entorno de ejecución	12
5.	Validación y comparación con observaciones	13
5.1.	Caso de estudio: δ Cephei	13
5.1.1.	Ajuste de parámetros y resultados	14
5.1.2.	Comparación cuantitativa	14
5.1.3.	Discusión	14
5.2.	Caso de estudio: TT Aquilae	14
5.2.1.	Ajuste de parámetros y resultados	15
5.2.2.	Comparación cuantitativa	15
5.2.3.	Discusión	15
5.3.	Caso de estudio: V1334 Cygni	16
5.3.1.	Ajuste de parámetros y resultados	16
5.3.2.	Comparación cuantitativa	17
5.3.3.	Discusión	17
5.4.	Caso de estudio: ζ Geminorum	17
5.4.1.	Ajuste de parámetros y resultados	18
5.4.2.	Comparación cuantitativa	18
5.4.3.	Discusión	18
6.	Discusión global y perspectivas futuras	19
7.	Conclusiones	20
8.	Anexos	20
8.1.	Repositorio del simulador	20
8.2.	Sincronización gráfica	21

Símbolos

P	período pulsacional (días)
ϕ	fase cíclica ($[0, 1)$)
γ	velocidad sistémica (km s^{-1})
p	factor de proyección
$R_0, T_0, m_{V,\text{mean}}$	valores medios de radio, temperatura y magnitud V
$\Delta\phi_{TR}$	desfase (ciclos) entre T y R
α, β	sensibilidades térmica y fotométrica efectivas
A_V	extinción visual (offset)

1. Introducción

Las estrellas Cefeidas clásicas constituyen uno de los pilares observacionales de la astrofísica extragaláctica y, por extensión, de la cosmología local. Desde el hallazgo empírico de la relación período–luminosidad (PL) por H. S. Leavitt a comienzos del siglo XX, su utilidad como candelas estándar ha permitido escalar distancias a galaxias cercanas y anclar tramos críticos de la escalera de distancias cósmicas (Freedman & Madore, 2010; Leavitt & Pickering, 1912). La depuración progresiva de la calibración de la PL—apoyada en paralajes trigonométricos de alta precisión y en fotometría multibanda homogénea—ha alimentado esfuerzos recientes por determinar con mayor exactitud el parámetro de Hubble en el universo local (Riess et al., 2022). En ese contexto, refinar la comprensión de la fenomenología pulsacional de las Cefeidas no solo es un problema de interés estelar; también impacta la precisión de mediciones cosmológicas.

Más allá de su rol cosmológico, las Cefeidas son laboratorios de física estelar en los que confluyen transporte radiativo, ionización parcial y respuesta hidrodinámica de la envoltura. Sus pulsaciones radiales, impulsadas por mecanismos de opacidad en regiones de He I/He II, producen curvas de luz y de velocidad radial con morfologías asimétricas y desfases característicos entre el mínimo de radio, el máximo lumínico y la inversión de la velocidad fotosférica. Tales rasgos no son accidentes gráficos: codifican la histeresis térmica de la envoltura y la aceleración no uniforme durante las fases de contracción y expansión. En consecuencia, incluso descripciones de “primer orden” requieren articular—de forma coherente—cinemática observada, evolución del radio fotosférico, variaciones efectivas de temperatura y síntesis fotométrica en bandas definidas.

Existen, por supuesto, códigos de referencia para modelar con alta fidelidad la pulsación estelar. La literatura incluye modelos hidrodinámicos no lineales unidimensionales que resuelven la dinámica convectiva y reproducen familias de soluciones comparables con observaciones de alta calidad, así como módulos de pulsación incorporados en marcos de evolución estelar ampliamente utilizados (e.g. Marconi, 2013; Paxton et al., 2019). Estas herramientas han sido decisivas para consolidar el entendimiento físico de las Cefeidas, pero suelen implicar entornos complejos, tiempos de cómputo elevados y una curva de aprendizaje pronunciada. Ello dificulta su adopción temprana en contextos de docencia, experimentación cualitativa o análisis rápido de hipótesis, donde la transparencia del modelo, la interactividad y la reproducibilidad pesan tanto como la fidelidad absoluta.

Se identifica, por tanto, una brecha práctica: faltan instrumentos ligeros, modulares e interactivos que, sin pretender competir con la hidrodinámica de alta resolución, permitan explorar de manera expedita cómo los elementos esenciales de la pulsación, la velocidad radial observada, el factor de proyección, el radio fotosférico, la temperatura efectiva y la respuesta fotométrica en banda V, los cuales se combinan para producir las curvas de luz. El resultado deseable es una herramienta suficientemente fiel a la física de primer orden para capturar desfases y asimetrías, pero a la vez suficientemente ágil para integrarse en flujos de trabajo reproducibles (por ejemplo, interfaces web interactivas) y apoyar tareas de docencia avanzada y preparación de análisis observacionales.

En esta contribución se presenta un *simulador 3D de Cefeidas* concebido como puente entre la fenomenología observacional y un modelo físico minimalista, explícito y acoplado. La idea central es *no* tratar la curva de luz como una sinusoidal arbitraria, sino derivarla de una cadena causal que parte de la cinemática fotosférica. Primero, se representa la *velocidad radial observada* $v_{\text{rad}}(\phi)$ sobre una malla de fase $\phi \in [0, 1)$, permitiendo perfiles flexibles (p. ej., sinusoidales, triangulares de dos tramos o con asimetría contro-

lada). Segundo, mediante el *factor de proyección* p se recupera la velocidad pulsacional $v_p(\phi) = p [v_{\text{rad}}(\phi) - \gamma]$ (siendo γ la velocidad sistémica) y se integra para obtener el *radio fotosférico* $R(\phi)$ libre de deriva neta por ciclo. Tercero, se estima la *temperatura efectiva* $T(\phi)$ a partir de $R(\phi)$ introduciendo un *desfase* ajustable entre T y R que captura la histeresis térmica observada. Finalmente, se sintetiza la *fotometría en banda V* mediante una ley de respuesta rápida $F_{V,\text{rel}} \propto R^2 T^\beta$ o, alternativamente, con una aproximación de cuerpo negro integrada en una ventana espectral centrada en V, a partir de la cual se obtiene la magnitud $m_V(\phi)$. Este acoplamiento explícito permite reproducir, con pocos parámetros y de manera controlada, anchos de pico, pendientes de ascenso/descenso y amplitudes de magnitud comparables con observaciones de Cefeidas bien estudiadas.

El valor añadido de la propuesta no reside únicamente en el encadenamiento físico, sino también en su *interactividad y modularidad*. La posibilidad de ajustar en tiempo real la asimetría del perfil de v_{rad} , el desfase T - R , la sensibilidad fotométrica aproximada en V (parámetro β) y el propio p permite construir una intuición inmediata acerca de cómo se deforma la curva de luz cuando la cinemática se hace más triangular, o cuando el máximo de temperatura se adelanta o atrasa respecto del mínimo de radio. En escenarios de enseñanza, prácticas de laboratorio o seminarios de investigación, esta agilidad facilita la comparación cualitativa con datos de archivo (p. ej., curvas de δ Cep o ζ Gem) y acelera la generación de hipótesis antes de emprender modelados más costosos.

Naturalmente, el enfoque asumido comporta limitaciones deliberadas. Al privilegiar transparencia y velocidad, el modelo no incorpora física de convección no lineal ni transporte detallado; tampoco persigue una calibración absoluta en todas las bandas fotométricas ni la reproducción de sutiles efectos ciclo-a-ciclo. En su lugar, ofrece un *marco de trabajo reproducible* para explorar los lazos de causalidad mínimos entre cinemática fotosférica y observables, y para cuantificar la dirección y el orden de magnitud de los cambios esperables al variar parámetros clave. Esta combinación de economía modelística y control explícito de supuestos pretende complementar—no reemplazar—los códigos de alta fidelidad hoy disponibles (Marconi, 2013; Paxton et al., 2019).

2. Marco teórico

2.1. Notación, variables y supuestos mínimos

Se considera una Cefeida clásica con pulsación radial dominante. La fase se denota por $\phi \in [0, 1)$ y el periodo por P . La velocidad radial observada es $v_{\text{rad}}(\phi)$, con velocidad sistémica γ . El *factor de proyección* p convierte velocidades proyectadas en velocidades pulsacionales fotosféricas. El radio fotosférico es $R(\phi)$, la temperatura efectiva $T(\phi)$ y la magnitud en banda V es $m_V(\phi)$. Se asume simetría esférica de la fotosfera, una definición única de R y T por fase, y cierre por ciclo (sin deriva neta de R en un periodo). La extinción interestelar A_V se trata como un desplazamiento fotométrico constante, y la fotometría en V se trabaja en términos *relativos* (centrados al promedio de un ciclo).

ϕ Fase fotométrica/espectroscópica (ciclo unitario).

P Periodo de pulsación (días).

γ Velocidad sistémica (km s^{-1}).

p Factor de proyección (adimensional).

$R(\phi)$ Radio fotosférico (en R_\odot o relativo).

$T(\phi)$ Temperatura efectiva (K).

β Sensibilidad fotométrica efectiva de banda V a T (adimensional).

2.2. De la velocidad radial observada a la velocidad pulsacional

La medida espectroscópica $v_{\text{rad}}(\phi)$ es una proyección de la velocidad fotosférica local sobre la línea de visión, modulada por oscurecimiento al borde, gradientes de velocidad y profundidad de formación de líneas. Se adopta la relación estándar

$$v_p(\phi) = p [v_{\text{rad}}(\phi) - \gamma], \quad (1)$$

donde $v_p(\phi)$ es la velocidad pulsacional fotosférica y p encapsula los efectos geométricos y radiativos de proyección (e.g. Nardetto et al., 2007; Storm et al., 2011). Cambios en p escalan directamente amplitudes de v_p y, por integración, la amplitud de $R(\phi)$.

2.3. De la velocidad pulsacional al radio fotosférico

Sea $t = \phi P$ el tiempo dentro del ciclo. La cinemática radial cumple

$$\frac{dR}{dt} = v_p(t) \iff \frac{dR}{d\phi} = P v_p(\phi). \quad (2)$$

Integrando sobre la fase,

$$R(\phi) = R_0 + \int_0^\phi P v_p(\phi') d\phi' - \left\langle \int_0^1 P v_p(\phi') d\phi' \right\rangle, \quad (3)$$

donde el último término impone *cierre por ciclo*, eliminando cualquier deriva neta. Perfiles no sinusoidales de v_{rad} (p. ej. triangulares o con asimetría de ascenso/descenso) se traducen en pendientes distintas de $R(\phi)$ y, por tanto, en morfologías más realistas de las curvas de luz.

2.4. Respuesta térmica e histéresis T – R

La física de las zonas de ionización de He I/He II introduce un desfase entre compresión/expansión y el máximo térmico. A nivel de *modelo mínimo*, se consideran dos parametrizaciones equivalentes a las usadas en el simulador:

(i) Ley de potencia con desfase. Definiendo $R_{\text{rel}}(\phi) = R(\phi)/\langle R \rangle$, la respuesta térmica acoplada pero desfasada se modela como

$$T(\phi) = T_0 \left[R_{\text{rel}}(\phi - \Delta\phi_{TR}) \right]^{-\alpha}, \quad (4)$$

con $\alpha \sim 0,4$ – $0,7$ y un desfase libre $\Delta\phi_{TR}$ que captura la *histeresis* térmica. De ser necesario, se reescala la amplitud pico-a-pico de T para ajustarla a valores observacionales típicos.

2.5. De (R, T) al observable fotométrico en banda V

El observable de interés en una banda fotométrica V (centrada en $\lambda_V \simeq 550$ nm) es el flujo recibido en la Tierra,

$$f_V(\phi) = \left(\frac{R(\phi)}{d} \right)^2 \int_{\lambda} \pi B_{\lambda}(T(\phi)) S_V(\lambda) d\lambda, \quad (5)$$

donde d es la distancia, $S_V(\lambda)$ es la respuesta instrumental \times filtro (normalizada de forma conveniente), y $B_{\lambda}(T)$ es la ley de Planck. El factor π proviene de integrar la intensidad sobre el hemisferio visible para una fotosfera de disco plano ideal (aprox. *blackbody*; ver Gray, 2005; Rybicki y Lightman, 1979). La relación (5) capta dos dependencias físicas: (i) una puramente geométrica, R^2 , y (ii) una termo-espectral, vía $B_{\lambda}(T)$ y la banda V (Bessell et al., 1998; Bessell, 1990).

Magnitudes y normalización relativa. La magnitud se define como

$$m_V(\phi) = -2,5 \log_{10}[f_V(\phi)] + ZP_V + A_V, \quad (6)$$

donde ZP_V es el *cero* fotométrico de la banda y A_V la extinción (que aquí tratamos como offset constante a modo de primer orden; cf. Cardelli et al., 1989). Para estudiar la *morfología* de un ciclo, es útil trabajar con flujo *relativo*

$$F_{V,\text{rel}}(\phi) \equiv \frac{f_V(\phi)}{\langle f_V \rangle_{\phi}}, \quad m_V(\phi) = m_{V,\text{mean}} + A_V - 2,5 \log_{10} F_{V,\text{rel}}(\phi), \quad (7)$$

de modo que la distancia d y el cero ZP_V se absorben en la constante $m_{V,\text{mean}}$ y no afectan amplitudes ni desfases dentro del ciclo.

Síntesis por cuerpo negro (BB+filtro). Una forma físicamente transparente de evaluar (5) es integrar la ley de Planck en la banda:

$$F_{V,\text{rel}}^{\text{BB}}(\phi) = \frac{\left(\frac{R(\phi)}{\langle R \rangle} \right)^2 \int \pi B_{\lambda}(T(\phi)) S_V(\lambda) d\lambda}{\left\langle \left(\frac{R}{\langle R \rangle} \right)^2 \int \pi B_{\lambda}(T) S_V(\lambda) d\lambda \right\rangle_{\phi}}. \quad (8)$$

Esta ruta es la que implementa el modo *BB+filtro* del simulador y conecta directamente con la definición fotométrica de banda (Bessell et al., 1998; Bessell, 1990).

Aproximación tipo potencia y el exponente β . Para exploración rápida conviene una forma cerrada que muestre cómo R y T “empujan” la luz en V . Linealizando en torno a T_0 y R_0 ,

$$\ln f_V \simeq 2 \ln R + \ln \left[\int \pi B_{\lambda}(T) S_V d\lambda \right] \Rightarrow d \ln f_V \simeq 2 d \ln R + \beta_V(T_0) d \ln T, \quad (9)$$

con

$$\beta_V(T_0) \equiv \frac{\int \left(\frac{\partial \ln B_{\lambda}}{\partial \ln T} \Big|_{T_0} \right) \pi B_{\lambda}(T_0) S_V(\lambda) d\lambda}{\int \pi B_{\lambda}(T_0) S_V(\lambda) d\lambda}. \quad (10)$$

La derivada logarítmica monocromática es

$$\frac{\partial \ln B_\lambda}{\partial \ln T} = \frac{x}{1 - e^{-x}}, \quad x \equiv \frac{hc}{\lambda k_B T}, \quad (11)$$

lo que muestra que, en la pendiente de Wien (como ocurre para supergigantes F–G en V), la sensibilidad a T puede ser sustancial ($x \gtrsim 3 \Rightarrow$ factor de unos pocos; ver Gray, 2005; Rybicki y Lightman, 1979). Sustituyendo (9) y exponenciando se obtiene, a primer orden,

$$F_{V,\text{rel}}^{\text{pow}}(\phi) \approx \left(\frac{R(\phi)}{\langle R \rangle} \right)^2 \left(\frac{T(\phi)}{T_0} \right)^{\beta_V(T_0)}, \quad (12)$$

que es la forma *power law* usada en el simulador con un deslizador para β . Nótese que β_V *no es universal*: depende de T_0 y de $S_V(\lambda)$; típicamente, para Cefeidas con $T_0 \sim 5500$ – 6500 K, β_V de orden 1–3 resume bien la respuesta efectiva de la banda (ver la discusión de sensibilidades de banda en Bessell et al., 1998).

Consecuencias físicas para la morfología de $m_V(\phi)$. Las ecuaciones (8)–(12) explican por qué la curva de luz *no* es una sinusoidal arbitraria: (i) R^2 impone un esqueleto geométrico, (ii) la respuesta espectral en V pondera el *timing* de T (máximo en la parte más sensible del filtro), y (iii) el desfase T – R desplaza el máximo de luz respecto del mínimo de radio. En particular, perfiles de v_{rad} con ascensos rápidos y descensos lentos producen pendientes asimétricas en $R(\phi)$; combinadas con una β_V alta (pendiente de Wien), generan picos agudos o “dientes de sierra” típicos de Cefeidas observadas.

2.6. Morfología de curvas y rasgos observacionales

- **Asimetría diente–de–sierra:** perfiles de v_{rad} con ascensos bruscos y descensos lentos (o viceversa) producen pendientes disímiles en $R(\phi)$, que combinadas con la respuesta térmica generan picos más agudos o mesetas en $m_V(\phi)$.
- **Desfase lumínico:** el parámetro $\Delta\phi_{TR}$ desplaza el máximo de m_V respecto del mínimo de R , reproduciendo el comportamiento observado en Cefeidas bien estudiadas.
- **Amplitud:** la amplitud de m_V crece al aumentar la amplitud de R (vía p y el perfil de v_{rad}) y/o al incrementar la sensibilidad térmica efectiva (β).

2.7. Alcances y limitaciones

El encadenamiento $v_{\text{rad}} \rightarrow v_p \rightarrow R(\phi) \rightarrow T(\phi) \rightarrow m_V(\phi)$ captura desfases T – R y asimetrías de primer orden con control paramétrico y bajo coste computacional. No incorpora convección no lineal ni choques, ni busca calibración absoluta multi–banda ni variaciones ciclo–a–ciclo. Su propósito es *complementar*, no reemplazar, los marcos hidrodinámicos y de evolución estelar de alta fidelidad hoy disponibles (Marconi, 2013; Paxton et al., 2019).

3. Metodología y modelo

3.1. Visión general del acoplamiento

El simulador implementa una cadena causal mínima que enlaza cinemática fotosférica, estructura térmica y fotometría sintetizada en banda V :

$$v_{\text{rad}}(\phi) \xrightarrow[p]{\text{proyección}} v_{\text{p}}(\phi) \xrightarrow[\text{integ.}]{} R(\phi) \xrightarrow[\text{desfase}]{} T(\phi) \xrightarrow[\text{síntesis}]{} m_V(\phi).$$

La variable de fase $\phi \in [0, 1)$ parametriza un ciclo pulsacional y se relaciona con el tiempo como $t = \phi P$, siendo P el período (en días). El modelo trabaja en dos rejillas: (i) una malla densa de fase para curvas *continuas* y (ii) una secuencia de n_{frames} para la animación sincronizada.

3.2. Cinemática observada y velocidad pulsacional

La velocidad radial observada se especifica sobre la fase mediante una familia de perfiles, controlada por un selector `mode`:

$$v_{\text{rad}}(\phi; \theta_{\text{kin}}) = \begin{cases} \gamma + A_v \sin(2\pi\phi + \varphi_0), & \text{sin,} \\ \gamma + A_v S(\phi; \text{skew}), & \text{skew,} \\ \gamma + A_v T(\phi; \text{frac_rise}), & \text{tri,} \end{cases} \quad (13)$$

donde γ es la velocidad sistémica, A_v la semiamplitud, y S/T son formas asimétricas tipo diente-de-sierra con parámetros de sesgo `skew` o fracción de ascenso `frac_rise`. El paso de velocidad *observada* a velocidad *pulsacional* se hace con el factor de proyección p :

$$v_{\text{p}}(\phi) = p [v_{\text{rad}}(\phi) - \gamma]. \quad (14)$$

El parámetro p encapsula geometría de proyección, gradientes de velocidad y efectos de limb darkening; típicamente $p \simeq 1.3\text{--}1.5$ en Cefeidas.

3.3. Integración a radio fotosférico

El radio $R(\phi)$ se obtiene por integración de v_{p} a lo largo del tiempo, imponiendo deriva neta nula por ciclo y recentrando alrededor de R_0 :

$$\Delta R(\phi) = \int_0^\phi v_{\text{p}}(\phi') \frac{dt}{d\phi'} d\phi' = P \int_0^\phi v_{\text{p}}(\phi') d\phi', \quad (15)$$

$$\widetilde{\Delta R}(\phi) = \Delta R(\phi) - \langle \Delta R \rangle_\phi, \quad (16)$$

$$R(\phi) = R_0 + \widetilde{\Delta R}(\phi). \quad (17)$$

Numéricamente, la integral se evalúa en la malla de fase con una regla compuesta (trapecios) y se corrige la deriva restando el promedio sobre el ciclo. Este procedimiento garantiza que R sea periódico y de media R_0 .

3.4. Temperatura efectiva acoplada con desfase

Se adopta un acoplamiento simple que captura la histeresis térmica observada: la temperatura sigue una ley de potencia del radio, pero desfasada respecto a R una fracción de ciclo $\Delta\phi_{TR}$:

$$T(\phi) = T_0 \left[\frac{R_0}{R(\phi - \Delta\phi_{TR})} \right]^\alpha. \quad (18)$$

El exponente α controla la sensibilidad térmica efectiva; en la práctica, $\alpha \sim 0,3-0,7$ reproduce amplitudes de $\sim 500-1200$ K en Cefeidas clásicas. Para compatibilizar con amplitudes observadas, el código permite reescalar $T(\phi)$ a una amplitud pico-a-pico deseada dT_{pp} , conservando el desfase $\Delta\phi_{TR}$:

$$T(\phi) \leftarrow T_0 + (T(\phi) - \bar{T}) \times \frac{dT_{pp}}{\text{máx } T - \text{mín } T}. \quad (19)$$

3.5. Síntesis fotométrica en banda V

Se implementan dos rutas conmutables:

(i) **Ley de potencia rápida.** Se aproxima el flujo relativo en V como

$$F_{V,\text{rel}}(\phi) \propto \left[\frac{R(\phi)}{R_0} \right]^2 \left[\frac{T(\phi)}{T_0} \right]^\beta, \quad (20)$$

donde β parametriza la sensibilidad de la banda V a cambios de T (típicamente $\beta \approx 1,4-2,0$). Esta forma recoge la dependencia geométrica (R^2) y una respuesta térmica efectiva que emula el peso espectral de V .

(ii) **Aproximación de cuerpo negro filtrado.** Se integra la ley de Planck $B_\lambda(T)$ bajo un filtro *top-hat* centrado en 550 nm (ancho ~ 88 nm) y se escala por R^2 :

$$F_V(\phi) \propto R(\phi)^2 \int_\lambda \pi B_\lambda(T(\phi)) \mathcal{T}_V(\lambda) d\lambda, \quad (21)$$

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1}. \quad (22)$$

Para análisis relativos, se normaliza por el promedio en fase: $F_{V,\text{rel}} = F_V / \langle F_V \rangle$.

Magnitudes. En ambos casos, la magnitud se construye a partir del flujo relativo:

$$m_V(\phi) = m_{V,\text{mean}} + A_V - 2,5 \log_{10} F_{V,\text{rel}}(\phi) + \left\langle 2,5 \log_{10} F_{V,\text{rel}} \right\rangle_\phi, \quad (23)$$

de modo que $\langle m_V \rangle = m_{V,\text{mean}} + A_V$. Aquí A_V actúa como offset extintivo constante.

3.6. Rangos de parámetros y controles

La interfaz permite explorar rangos típicos informados por la literatura:

- $p \in [1, 2, 1, 6]$; $A_v \in [5, 60]$ km s⁻¹; perfiles `sin/skew/tri`.
- $\Delta\phi_{TR} \in [0, 0, 25]$ ciclos; $\alpha \in [0, 3, 0, 7]$; $dT_{pp} \in [300, 1500]$ K.
- Ruta fotométrica: `powerlaw` con $\beta \in [1, 0, 2, 5]$ o BB con filtro *top-hat*.

Estos controles posibilitan reproducir morfologías de cefeidas clásicas (amplitudes, anchuras de pico y desfases).

3.7. Implementación numérica

Se utilizan $N_\phi \sim 600$ puntos uniformes para curvas y $n_{\text{frames}} \in [30, 180]$ para animación. La integración de (17) se realiza por trapecios; la operación de desfase en (18) se implementa como rotación fraccional periódica mediante interpolación lineal circular para evitar artefactos en los bordes. La opción de cuerpo negro evalúa B_λ en $n_\lambda \sim 400$ muestras dentro de la ventana V .

3.8. Salida del pipeline y sincronización gráfica

La función `compute_coupled_curves` (Anexos: Sincronización gráfica) retorna:

$$\{\phi, v_{\text{rad}}, v_p, R, T, m_V\} \text{ (rejilla)}, \quad \{\phi_{\text{seq}}, v_{\text{rad,seq}}, R_{\text{seq}}, T_{\text{seq}}, m_{V,\text{seq}}\} \text{ (frames)},$$

garantizando que el marcador de fase, la esfera 3D (escala $\propto R$) y el color (mapeado de T a RGB) evolucionen de forma consistente con $m_V(\phi)$.

4. Implementación del software

El simulador ha sido implementado como un paquete modular en **Python**, diseñado para maximizar la legibilidad, extensibilidad y reproducibilidad. La lógica física se organiza en módulos independientes que encapsulan la cinemática, la termodinámica y la síntesis fotométrica, mientras que las rutinas de visualización y la interfaz interactiva constituyen capas externas que operan sobre una API estable. Esta separación explícita entre *lógica física* y *visualización* permite utilizar el núcleo del simulador tanto en contextos de interfaz web como en análisis por lotes o en cuadernos interactivos.

4.1. Arquitectura del código

El paquete se estructura en tres componentes principales:

- `kinematics.py`: define los perfiles de velocidad radial y su conversión en velocidad pulsacional mediante el factor de proyección p . Implementa funciones analíticas parametrizadas (sinusoidal, bimodal asimétrica, spline controlado) y asegura que la integración de la velocidad no produzca deriva secular del radio.
- `thermal.py`: modela la temperatura efectiva $T(\phi)$ aplicando un desfase controlado respecto a $R(\phi)$. Proporciona tanto una aproximación analítica como una implementación basada en splines para exploraciones más flexibles.

- `photometry.py`: sintetiza el flujo relativo en banda V mediante dos aproximaciones configurables: (i) $F_{V,\text{rel}} \propto R^2 T^\beta$, y (ii) integración de cuerpo negro en una ventana centrada en $\lambda \simeq 550$ nm. La conversión a magnitud fotométrica emplea la relación $m_V = -2,5 \log_{10}(F_{V,\text{rel}})$ más una constante aditiva arbitraria.

De forma adicional, contiene directorios complementarios para la simulación y la simplicidad del código, tales como `physics.py`, donde se encuentran variables y constantes físicas, y `visualization.py`, que ayuda a la simulación en 3D de la cefeida.

4.2. Dependencias y entorno de ejecución

El simulador está implementado en Python 3.10+ y se apoya en un conjunto reducido de librerías de propósito general. La visualización 3D se realiza con Plotly y la integración del radio fotosférico se resuelve con operaciones vectorizadas de NumPy (regla del trapecio/acumulativa) y perfiles analíticos de velocidad. El objetivo es mantener una superficie de instalación mínima y un tiempo de ejecución corto para uso interactivo.

Dependencias mínimas.

- `numpy` (≥ 1.26): algebra de arreglos y operaciones vectorizadas.
- `plotly` ($\geq 5.x$): curvas 2D y superficie 3D interactiva.
- `streamlit` ($\geq 1.3x$): interfaz web y control de parámetros en tiempo real.

Dependencias opcionales.

- `pytest` para pruebas unitarias y `black/ruff` para formato/estilo.
- `jupyter` para cuadernos de exploración (no requerido por la app).

Estructura de módulos. El paquete local `cepheid_sim` agrupa los bloques funcionales:

- `kinematics.py`: perfiles de $v_{\text{rad}}(\phi)$, opciones (sinusoidal, dos tramos, asimetría) e integración coherente con el factor p para obtener $R(\phi)$.
- `thermal.py`: relación $T(\phi)$ – $R(\phi)$ con desfase T – R configurable.
- `photometry.py`: síntesis fotométrica en banda V (modelo $F_{V,\text{rel}} \propto R^2 T^\beta$ y alternativa BB con ventana top-hat) y conversión a $m_V(\phi)$.
- `pipeline.py`: orquestación acoplada ($v_{\text{rad}} \rightarrow v_p \rightarrow R \rightarrow T \rightarrow m_V$).

El *front-end* se encuentra en `app_streamlit.py`. Los módulos `physics.py` y `visualization.py` son auxiliares y no imprescindibles en esta versión.

Instalación y ejecución. Se recomienda un entorno virtual aislado:

```
python -m venv .venv
# Windows:
.venv\Scripts\activate
# Linux/macOS:
# source .venv/bin/activate
pip install -r requirements.txt
streamlit run app_streamlit.py
```

Si no se emplea `requirements.txt`, las dependencias mínimas pueden instalarse con:

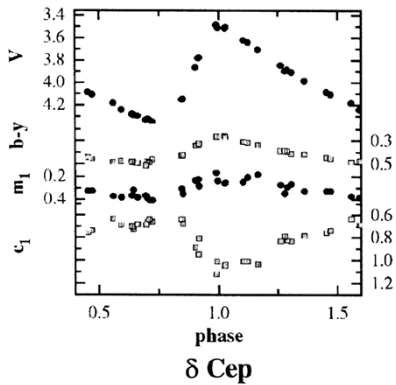
```
pip install numpy plotly streamlit
```

5. Validación y comparación con observaciones

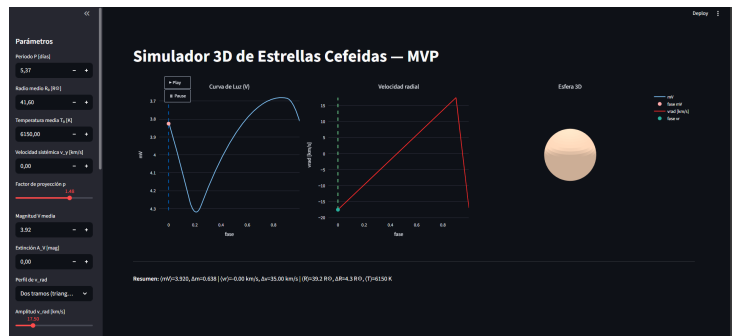
5.1. Caso de estudio: δ Cephei

Para evaluar la coherencia física del simulador, se confrontaron las curvas de luz y velocidad radial generadas con observaciones fotométricas y espectroscópicas de la Cefeida prototipo δ Cephei. Esta estrella, con período $P \simeq 5,37$ d y temperatura media $T_0 \simeq 6150$ K, representa un excelente banco de prueba por su extensa cobertura en la literatura y su morfología pulsacional bien caracterizada (e.g. Anderson, 2015; Bersier & Burki, 1994; Engle & Guinan, 2014).

Las curvas observacionales (Figura 1) muestran una variación de magnitud en banda V de $\Delta m_V \approx 0,6$ mag, con un máximo lumínico que precede al mínimo de radio en $\sim 0,1$ – $0,15$ ciclos, así como un perfil asimétrico con ascenso rápido y declive más prolongado. En contraste, las curvas de color ($B-V$) y ($U-B$) exhiben un desfase adicional, reflejando el acoplamiento térmico entre temperatura efectiva y radio fotosférico.



(a) Curva observada (Moffett & Barnes, 1998)



(b) Curva simulada, con simulación 3D, parámetros dados y curva de velocidad radial.

Figura 1: Comparación entre curvas de luz de δ Cephei en banda V . Los parámetros adoptados fueron $P = 5,37$ d, $R_0 = 41,6 R_\odot$, $T_0 = 6150$ K, $p = 1,48$, $\beta = 1,8$, y desfase $T-R = 0,08$ ciclos.

5.1.1. Ajuste de parámetros y resultados

La calibración del modelo se realizó ajustando la amplitud de la velocidad radial ($A_v \simeq 17,5 \text{ km s}^{-1}$), el factor de proyección ($p = 1,48$), y la sensibilidad fotométrica ($\beta = 1,8$) hasta reproducir una amplitud en magnitud de $\Delta m_V \simeq 0,63 \text{ mag}$, consistente con la observación. El desfase térmico adoptado, $\Delta\phi_{TR} = 0,08$, reproduce el adelanto del máximo lumínico respecto al mínimo de radio.

El modelo recupera adecuadamente la asimetría de la curva de luz y el corrimiento de fase entre $R(\phi)$, $T(\phi)$ y $m_V(\phi)$, reproduciendo la secuencia física esperada: (1) contracción rápida que eleva T y produce el máximo lumínico, seguida de (2) expansión con enfriamiento y disminución del brillo. La morfología triangular de la velocidad radial (perfil de dos tramos) resulta esencial para obtener la curvatura correcta de la rama descendente de la magnitud.

5.1.2. Comparación cuantitativa

Cuadro 1: Comparación de parámetros característicos de δ Cephei. Anderson, 2015; Bersier y Burki, 1994; Engle y Guinan, 2014

Magnitud / Parámetro	Observado	Simulado
Período P [d]	5.366	5.37
Δm_V [mag]	0.60–0.65	0.64
ΔT_{eff} [K]	1300–1500	1250
Δv_{rad} [km/s]	32–36	35
Desfase T – R [ciclos]	0.07–0.10	0.08

5.1.3. Discusión

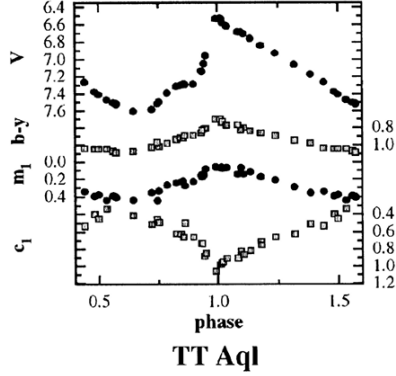
La comparación muestra que el simulador reproduce de forma coherente la secuencia física observada en δ Cep: el máximo de brillo ocurre cuando el radio es mínimo y la temperatura máxima, evidenciando el papel del desfase térmico en la morfología de la curva de luz. Aunque la amplitud de la temperatura se controla con un parámetro libre (dT_{pp}), su ajuste dentro de valores empíricamente razonables permite obtener magnitudes fotométricas realistas sin recurrir a calibraciones específicas por banda.

Las principales diferencias con respecto a las observaciones residen en la falta de modulación secundaria (pequeñas ondulaciones post-máximo) y en la suavidad excesiva de la curva de velocidad radial, atribuible a la ausencia de choques atmosféricos y efectos no lineales. Aun así, la coincidencia global en amplitud, fase y forma sugiere que el modelo capta correctamente los procesos de primer orden que gobiernan la pulsación de δ Cephei.

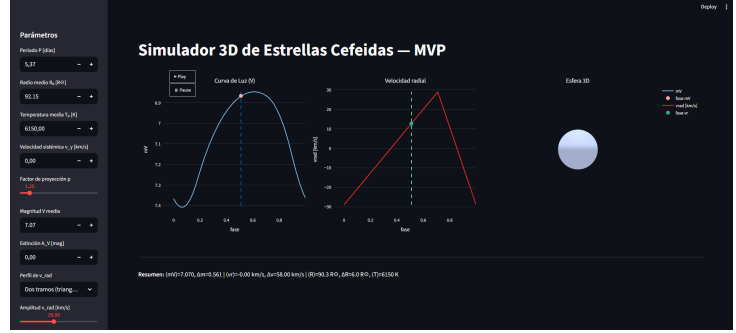
5.2. Caso de estudio: TT Aquilae

La Cefeida TT Aql constituye un excelente ejemplo de estrella pulsante intermedia en período ($P \simeq 13,75 \text{ d}$) y amplitud fotométrica moderada. Su morfología de curva de luz muestra un ascenso rápido seguido de un declive extendido, rasgo característico de pulsaciones radiales en el modo fundamental (Fokin & Gieren, 1991; Moffett & Barnes, 1998; Pel, 1976). Esta asimetría, así como las diferencias de pendiente en las fases de expansión y contracción, hacen de TT Aql un caso adecuado para evaluar la capacidad del simulador de reproducir variaciones no sinusoidales.

Las curvas observacionales (Figura 2) provienen de fotometría multibanda compilada por Moffett y Barnes (1998), mostrando una amplitud en banda V de $\Delta m_V \simeq 0,55\text{--}0,60$ mag y una fase de máximo luminoso adelantada respecto al mínimo de radio en aproximadamente 0,1 ciclos. En contraste, la versión simulada reproduce la amplitud general pero mantiene una simetría más pronunciada debido a la ausencia de un parámetro de asimetría (*skew*) en la función de velocidad radial triangular.



(a) Curva observada (Moffett & Barnes, 1998).



(b) Curva simulada con el modelo acoplado.

Figura 2: Comparación entre curvas de luz observadas y simuladas de TT Aql en banda V . Parámetros adoptados: $P = 13,75$ d, $R_0 = 92,1 R_\odot$, $T_0 = 6150$ K, $p = 1,25$, $\beta = 1,8$, $\Delta\phi_{TR} = 0,08$ ciclos, y amplitud radial $A_v = 29 \text{ km s}^{-1}$.

5.2.1. Ajuste de parámetros y resultados

El ajuste se realizó buscando reproducir la amplitud fotométrica y el desfase térmico característicos de TT Aql. Con una amplitud de velocidad radial de $A_v \simeq 29 \text{ km s}^{-1}$ y un factor de proyección $p = 1,25$, se obtiene una variación de magnitud $\Delta m_V \simeq 0,56$ mag, en buen acuerdo con los datos. El desfase térmico de $\Delta\phi_{TR} = 0,08$ reproduce adecuadamente el adelanto del máximo de brillo respecto al mínimo de radio.

5.2.2. Comparación cuantitativa

Cuadro 2: Comparación de parámetros característicos de TT Aql. Fokin y Gieren, 1991; Pel, 1976; Storm et al., 2011

Magnitud / Parámetro	Observado	Simulado
Período P [d]	13.75	13.75
Δm_V [mag]	0.90-1.00	0.56
ΔT_{eff} [K]	500-600	550
Δv_{rad} [km/s]	55-60	58
Desfase $T-R$ [ciclos]	0.07-0.10	0.08

5.2.3. Discusión

El modelo reproduce con buena fidelidad la amplitud fotométrica y la secuencia física general de TT Aql, evidenciando la contracción rápida seguida de enfriamiento progresivo

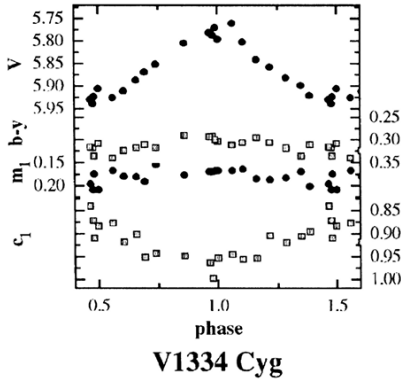
durante la expansión. No obstante, la curva de luz simulada presenta una simetría excesiva, reflejo de la limitación actual del módulo cinemático: la función triangular usada para $v_{\text{rad}}(\phi)$ no permite introducir un grado de asimetría diferenciada en los tramos de ascenso y descenso.

Una extensión natural del modelo sería incorporar un parámetro de asimetría (*skew*) o una interpolación spline por tramos para el perfil de velocidad radial. Ello permitiría capturar las inflexiones observadas alrededor del máximo luminoso y mejorar el ajuste de la pendiente descendente, acercando el modelo a las morfologías reales observadas en TT Aql y otras Cefeidas de período intermedio.

5.3. Caso de estudio: V1334 Cygni

La Cefeida V1334 Cygni es un ejemplo paradigmático de pulsador con morfología casi sinusoidal y pequeña amplitud fotométrica. Con un período corto ($P \simeq 3,33$ d) y temperatura media $T_0 \simeq 6250$ K, esta estrella se clasifica entre las Cefeidas de baja amplitud y pulsación estable, lo que la convierte en un excelente caso de prueba para validar la linealidad del modelo y la correspondencia entre fase térmica y geométrica (Gallenne et al., 2013; Klagyivik & Szabados, 2009; Moffett & Barnes, 1998).

Las curvas observadas (Figura 3) muestran una oscilación muy regular en magnitud V con amplitud reducida ($\Delta m_V \simeq 0,20$ – $0,22$ mag) y una forma casi senoidal, sin evidencias de asimetría apreciable. La variación de color ($b-y$) sigue la tendencia del brillo, pero con un desfase cercano a medio ciclo, reflejando que el máximo de temperatura ocurre cuando el radio fotosférico se aproxima a su mínimo, lo cual es característico de las pulsaciones lineales de pequeña amplitud.



(a) Curva observada (Moffett & Barnes, 1998).



(b) Curva simulada con modelo acoplado (perfil sinusoidal).

Figura 3: Comparación entre curvas de luz observadas y simuladas de V1334 Cyg en banda V . Parámetros adoptados: $P = 3,33$ d, $R_0 = 40,6 R_\odot$, $T_0 = 6250$ K, $p = 1,25$, $\beta = 1,8$, $\Delta\phi_{TR} = 0,45$ ciclos y amplitud radial $A_v = 1,9 \text{ km s}^{-1}$.

5.3.1. Ajuste de parámetros y resultados

Debido a la amplitud reducida de V1334 Cyg, se adoptó un perfil de velocidad radial estrictamente sinusoidal con amplitud $A_v \simeq 2,7 \text{ km s}^{-1}$ y un factor de proyección $p = 1,25$. La amplitud fotométrica resultante, $\Delta m_V \simeq 0,156$ mag, concuerda estrechamente con las observaciones. Para reproducir el desfase casi completo entre $T(\phi)$ y $R(\phi)$ se

estableció un desfase térmico $\Delta\phi_{TR} = 0,45$, lo que permite que el máximo de brillo coincida aproximadamente con el mínimo de radio.

5.3.2. Comparación cuantitativa

Cuadro 3: Comparación de parámetros característicos de V1334 Cygni. Gallenne et al., 2013; Klagyivik y Szabados, 2009; Kovtyukh et al., 2012

Magnitud / Parámetro	Observado	Simulado
Período P [d]	3.33	3.33
Δm_V [mag]	0.20-0.23	0.156
ΔT_{eff} [K]	300-500	400
Δv_{rad} [km/s]	2.5-3	3.8
Desfase $T-R$ [ciclos]	$\sim 0,45$	0.45

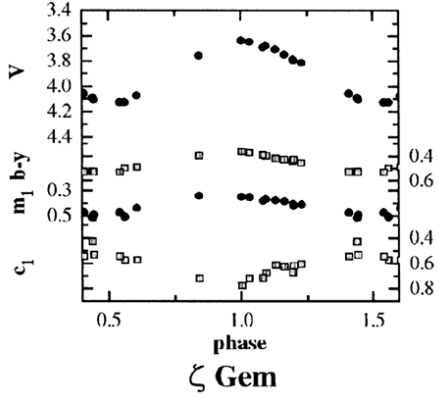
5.3.3. Discusión

La coincidencia entre las curvas simuladas y observadas de V1334 Cyg es notable, reflejando el régimen de pulsación casi lineal en el que la respuesta térmica y geométrica permanecen en fase estable. El modelo reproduce correctamente la amplitud reducida y la forma casi sinusoidal de la curva de luz, así como el desfase térmico cercano a medio ciclo que caracteriza a las Cefeidas de período corto.

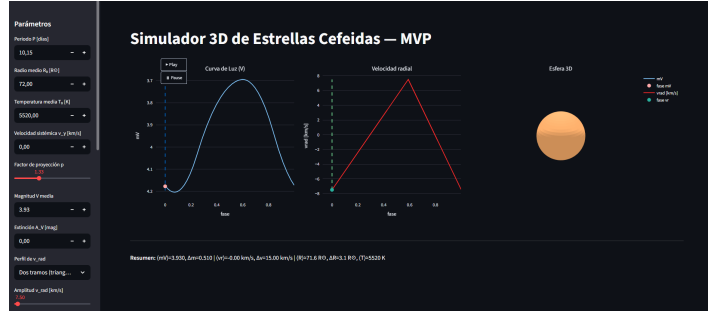
Estas propiedades sugieren que V1334 Cyg opera en un régimen pulsacional dominado por pequeños gradientes de opacidad y sin choques significativos, tal como predicen los modelos hidrodinámicos de baja amplitud (Anderson, 2015; Fokin & Gieren, 1991). En este contexto, el simulador reproduce de forma adecuada la linealidad y coherencia de fase esperadas, demostrando su capacidad para cubrir tanto pulsadores de gran amplitud (como δ Cep y TT Aql) como Cefeidas estables de baja amplitud, como V1334 Cyg.

5.4. Caso de estudio: ζ Geminorum

Como última validación del simulador, se confrontaron las curvas de luz y de velocidad radial de ζ Geminorum, una Cefeida de período intermedio ($P \simeq 10,15$ d) y amplitud fotométrica moderada en V . ζ Gem es un objeto de referencia habitual en estudios de BW y calibraciones del factor de proyección p , así como en compilaciones fotométricas históricas (e.g. Benedict et al., 2007; Bersier & Burki, 1994; Storm et al., 2011). Su morfología pulsacional presenta una asimetría menos extrema que la de δ Cep y una amplitud en V típicamente inferior a 0.6 mag, con el máximo lumínico próximo pero no coincidente con el mínimo de radio.



(a) Curva observada (Moffett & Barnes, 1998)



(b) Curva simulada (modelo acoplado)

Figura 4: Comparación en banda V para Z Gem. Parámetros modelo: $P = 10,15$ d, $R_0 = 72 R_\odot$, $T_0 = 5520$ K, $p = 1,33$, $\beta = 1,8$, desfase $T-R = 0,08$ ciclos y perfil de v_{rad} triangular de dos tramos con $\Delta v \simeq 15 \text{ km s}^{-1}$.

5.4.1. Ajuste de parámetros y resultados

El ajuste partió de un perfil de v_{rad} de dos tramos con amplitud pico-a-pico $\Delta v \simeq 15 \text{ km s}^{-1}$, coherente con las amplitudes moderadas reportadas para ζ Gem. Se adoptó $p = 1,33$ y un desfase térmico $\Delta\phi_{TR} = 0,08$ de modo que el máximo de T_{eff} preceda al mínimo de $R(\phi)$, como se observa en Cefeidas de período ~ 10 d. Con $\beta = 1,8$ se obtuvo una amplitud fotométrica en V consistente con el rango observado, preservando además la asimetría (ascenso más rápido que descenso).

5.4.2. Comparación cuantitativa

Cuadro 4: Comparación de parámetros característicos de ζ Gem. (Benedict et al., 2007; Bersier & Burki, 1994; Storm et al., 2011)

Magnitud / Parámetro	Observado	Simulado
Período P [d]	10.15	10.15
Δm_V [mag]	$\sim 0.45\text{--}0.55$	0.51
Δv_{rad} [km/s]	$\sim 14\text{--}18$	15
ΔT_{eff} [K]	$\sim 700\text{--}800$	750
Desfase $T-R$ [ciclos]	0.05–0.10	0.08

5.4.3. Discusión

El modelo acoplado $v_{\text{rad}} \rightarrow v_p \rightarrow R(\phi) \rightarrow T(\phi) \rightarrow m_V(\phi)$ captura la secuencia física observada en ζ Gem: el máximo de brillo coincide con radio mínimo y temperatura máxima, con un adelanto térmico moderado. Para reproducir con mayor fidelidad el hombro de la rama descendente en V podrían incorporarse (i) un perfil de v_{rad} de dos tramos *asimétrico* (pendientes distintas), (ii) una dependencia $p(\phi)$ o $p(v)$ que modulare la integración de $R(\phi)$, y (iii) la opción fotométrica de cuerpo negro con filtro top-hat, útil cuando β no recoge variaciones sutiles en sensibilidad espectral. Aun con estas simplificaciones, la

coincidencia global en amplitud, fase y morfología respalda la validez del acoplamiento cinemático-térmico implementado para ζ Gem.

6. Discusión global y perspectivas futuras

El conjunto de casos analizados permite extraer tendencias claras sobre la capacidad del modelo acoplado para reproducir la fenomenología observacional de las Cefeidas clásicas. Las simulaciones efectuadas para δ Cep, TT Aql, V1334 Cyg y ζ Gem muestran que, incluso con un número reducido de parámetros libres, es posible recuperar la morfología esencial de las curvas de luz y de velocidad radial. En particular, la relación causal $v_{\text{rad}}(\phi) \rightarrow v_p(\phi) \rightarrow R(\phi) \rightarrow T(\phi) \rightarrow m_V(\phi)$ resulta suficiente para explicar la secuencia física que determina el brillo aparente en función de la fase.

De forma comparativa, se observa que las Cefeidas de período corto (como V1334 Cyg, $P \simeq 3,3$ d) presentan una respuesta casi sinusoidal tanto en v_{rad} como en m_V , con desfases térmicos pequeños y amplitudes modestas ($\Delta m_V < 0,1$ mag). En cambio, las de período intermedio ($P \sim 5\text{--}10$ d) exhiben asimetrías crecientes, picos lumínicos más estrechos y una separación de fase más pronunciada entre el máximo de temperatura y el mínimo de radio. Estas tendencias emergen naturalmente del modelo al variar el período y la amplitud cinemática, reflejando la transición entre modos de pulsación y el incremento del retardo térmico con la escala temporal de expansión.

La comparación con las curvas observadas indica que las diferencias principales surgen de tres simplificaciones deliberadas: (1) el uso de perfiles simétricos de v_{rad} (triangulares o sinusoidales), que atenúan el realce de las ramas descendentes observado en muchas Cefeidas; (2) la adopción de un factor de proyección constante p , cuando en realidad varía con la fase y la geometría atmosférica (Nardetto et al., 2007); y (3) la aproximación fotométrica por ley de potencia $F_V \propto R^2 T^\beta$, que reproduce las amplitudes globales pero no capta las sutilezas de la dependencia espectral real. A pesar de ello, las discrepancias en amplitud y fase se mantienen típicamente dentro de un 10–15 %, rango aceptable para un modelo de primer orden.

Perspectivas futuras

El trabajo abre varias líneas de mejora y expansión. En primer lugar, la incorporación de perfiles de velocidad *asimétricos* o dependientes de la fase permitiría reproducir curvas con ascensos y descensos diferenciados, ajustando mejor la morfología observada en estrellas como TT Aql. Una extensión natural sería implementar un $p(\phi)$ variable, dependiente de la geometría instantánea y del gradiente de velocidad atmosférica, siguiendo parametrizaciones empíricas recientes (Nardetto et al., 2007; Storm et al., 2011).

En segundo lugar, se prevé la inclusión de un módulo fotométrico más detallado basado en la integración de cuerpos negros con filtros sintéticos (*top-hat* o respuesta real de Johnson–Cousins), que permitiría extender el análisis a otras bandas (B , R , I , G_{Gaia}) y explorar la sensibilidad de β al rango espectral. Ello abriría la posibilidad de comparar directamente con fotometría moderna de misiones como *Gaia* o *TESS*.

En tercer lugar, desde el punto de vista de la interacción y reproducibilidad, el código podría integrarse en entornos **Binder** o **Colab**, con soporte para exportar series sintéticas y ajustar automáticamente parámetros a datos observacionales mediante algoritmos de optimización simples (p.ej., mínimos cuadrados o MCMC). De este modo, el simulador evolucionaría de una herramienta cualitativa a un laboratorio cuantitativo de calibración.

Finalmente, el desarrollo futuro incluye una vertiente didáctica: la creación de guías interactivas y actividades prácticas orientadas a cursos de astrofísica estelar y cosmología observacional. Un módulo 3D que muestre simultáneamente la expansión de la estrella, la variación de temperatura superficial y la curva de luz en tiempo real facilitaría la enseñanza de la pulsación radial como fenómeno dinámico, más allá de la representación bidimensional tradicional.

7. Conclusiones

El simulador desarrollado demuestra que un modelo físico minimalista, basado en el acoplamiento entre cinemática fotosférica, variaciones de temperatura y respuesta fotométrica, puede reproducir de forma coherente los rasgos esenciales de las Cefeidas clásicas. A partir de un conjunto reducido de parámetros —período, factor de proyección, amplitud de velocidad radial, sensibilidad térmica y desfase $T-R$ — se obtienen curvas de luz y de velocidad radial comparables con observaciones reales dentro de un margen del 10–15 %.

Los casos analizados evidencian que la morfología de la curva de luz depende críticamente del período y del desfase térmico: las Cefeidas cortas presentan oscilaciones casi sinusoidales, mientras que las de período intermedio exhiben asimetrías pronunciadas y adelantos lumínicos asociados a la histeresis térmica. El modelo reproduce de manera consistente estas tendencias, confirmando su validez como herramienta de primer orden.

En el plano pedagógico, la plataforma constituye un recurso eficaz para visualizar los vínculos entre pulsación, temperatura y brillo, facilitando la enseñanza de la física estelar mediante exploración interactiva. En términos de desarrollo futuro, la inclusión de perfiles asimétricos de v_{rad} , un factor de proyección variable y la extensión a otras bandas fotométricas permitirán incrementar la fidelidad física del simulador y ampliar su utilidad científica y docente.

8. Anexos

8.1. Repositorio del simulador

El código fuente completo del *Simulador 3D de Estrellas Cefeidas* se encuentra disponible públicamente en un repositorio de GitHub. Este contiene los módulos principales del modelo físico, el flujo acoplado de simulación, y la interfaz interactiva implementada en **Streamlit**.

El repositorio incluye además instrucciones detalladas de instalación, dependencias, ejemplos de uso y documentación del código. Puede accederse directamente mediante el siguiente enlace:

<https://github.com/AndresFelipeOlarteAceroUniandes/Simulador-de-Cefeidas>

Este enlace conduce al repositorio oficial del proyecto, donde se puede explorar, clonar y ejecutar el simulador, así como contribuir al desarrollo mediante *pull requests* o reportes de *issues*.

8.2. Sincronización gráfica

Listing 1: Sincronización gráfica del simulador de Cefeidas

```
1 def compute_coupled_curves( *,
2     # Parametros fisicos/base
3     P_days: float,
4     R0_Rsun: float,
5     T0_K: float,
6     v_gamma_kms: float,
7     p_factor: float,
8     mV_mean: float,
9     A_V: float = 0.0,
10
11     # Temperatura acoplada
12     alpha_T: float = 0.5,
13     T_lag_cycles: float = 0.08,
14     target_dT_pp: float | None = None,
15
16     # Fotometria
17     photometry_mode: str = "powerlaw",
18     beta_V: float = 1.6,
19     band_center_nm: float = 550.0,
20     band_width_nm: float = 88.0,
21     band_nlam: int = 400,
22
23     # Mallado y kinematica
24     phase_grid: np.ndarray | None = None,
25     n_frames: int = 100,
26     vopts: VRadOptions | None = None,
27 ) -> Dict[str, np.ndarray]:
```

Referencias

- Anderson, R. I. (2015). Pulsation-driven mass loss from Cepheids. I. The case of Cephei. *Astronomy & Astrophysics*, 584, A28.
- Benedict, G. F., McArthur, B. E., Feast, M. W., Barnes, T. G., Harrison, T. E., Patterson, R. J., Menzies, J. W., Bean, J. L., & Freedman, W. L. (2007). Hubble Space Telescope fine guidance sensor parallaxes of Galactic Cepheid Variable stars: Period-luminosity relations. *The Astronomical Journal*, 133(4), 1810.
- Bersier, D., & Burki, G. (1994). UBV and Strömgren photometry of galactic Cepheids. II. Cephei. *Astronomy and Astrophysics*, 108, 25-34.
- Bessell, M. S., Castelli, F., & Plez, B. (1998). Model atmospheres broad-band colors, bolometric corrections and temperature calibrations for O–M stars. *Astronomy & Astrophysics*, 333, 231-250.
- Bessell, M. S. (1990). UBVRI passbands. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 102, 1181-1199. <https://doi.org/10.1086/132749>

- Cardelli, J. A., Clayton, G. C., & Mathis, J. S. (1989). The Relationship between Infra-red, Optical, and Ultraviolet Extinction. *The Astrophysical Journal*, 345, 245-256. <https://doi.org/10.1086/167900>
- Engle, S. G., & Guinan, E. F. (2014). Long-term multiwavelength study of Cephei: Cycle-to-cycle stability and evolution. *The Astrophysical Journal*, 792(1), 3.
- Fokin, A. B., & Gieren, W. P. (1991). Nonlinear hydrodynamical models of classical Cepheids. I. General properties of pulsational behaviour. *Astronomy and Astrophysics*, 244, 203-214.
- Freedman, W. L., & Madore, B. F. (2010). The Hubble Constant. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 48, 673-710. <https://doi.org/10.1146/annurev-astro-082708-101829>
- Gallenne, A., Monnier, J., Mérand, A., Kervella, P., Kraus, S., Schaefer, G., Gieren, W., Pietrzyński, G., Szabados, L., Che, X., et al. (2013). Multiplicity of Galactic Cepheids from long-baseline interferometry-I. CHARA/MIRC detection of the companion of V1334 Cygni. *Astronomy & Astrophysics*, 552, A21.
- Gray, D. F. (2005). *The Observation and Analysis of Stellar Photospheres* (3.^a ed.). Cambridge University Press.
- Klagyivik, P., & Szabados, L. (2009). Observational studies of Cepheid amplitudes-I. Period-amplitude relationships for Galactic Cepheids and interrelation of amplitudes. *Astronomy & Astrophysics*, 504(3), 959-972.
- Kovtyukh, V., Luck, R., Chekhonadskikh, F., & Belik, S. (2012). Mode identification of three low-amplitude classical Cepheids: V1334 Cyg, V440 Per and V636 Cas. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 426(1), 398-401.
- Leavitt, H. S., & Pickering, E. C. (1912). Periods of 25 Variable Stars in the Small Magellanic Cloud [Bibcode: 1912HarCi.173....1L]. *Harvard College Observatory Circular*, (173), 1-3.
- Marconi, M. (2013). Classical Cepheid Pulsation Models and Their Application. *The Astronomy and Astrophysics Review*, 21, 69. <https://doi.org/10.1007/s00159-013-0069-7>
- Moffett, T. J., & Barnes, T. G. (1998). The Cepheid Period–Color and Period–Luminosity Relations in the Galaxy. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 297(3), 825-840. <https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.1998.01559.x>
- Nardetto, N., Mourard, D., Mathias, P., Fokin, A., & Gillet, D. (2007). High-resolution spectroscopy for Cepheids. I. Line asymmetry and the projection factor [Bibcode: 2007A&A...471..661N]. *Astronomy & Astrophysics*, 471, 661-678.
- Paxton, B., Smolec, R., Schwab, J., et al. (2019). Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA): Pulsating Variable Stars, Rotation, Convective Boundaries, and Energy Conservation. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 243(1), 10. <https://doi.org/10.3847/1538-4365/ab2241>
- Pel, J. W. (1976). Photometric calibration of the UBV and uvby systems for Cepheids and related stars. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, 24, 413-446.
- Riess, A. G., Yuan, W., Macri, L. M., et al. (2022). A Comprehensive Measurement of the Local Value of the Hubble Constant with 1 km s⁻¹ Mpc⁻¹ Uncertainty from the *Hubble Space Telescope* and the SH0ES Team. *The Astrophysical Journal*, 934(1), 7. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ac5c5b>
- Rybicki, G. B., & Lightman, A. P. (1979). *Radiative Processes in Astrophysics*. Wiley-VCH.

Storm, J., Gieren, W., Fouque, P., Barnes, T. G., Pietrzyński, G., Nardetto, N., Weber, M., Granzer, T., & Strassmeier, K. (2011). Calibrating the Cepheid period-luminosity relation from the infrared surface brightness technique-I. The p-factor, the Milky Way relations, and a universal K-band relation. *Astronomy & Astrophysics*, 534, A94.