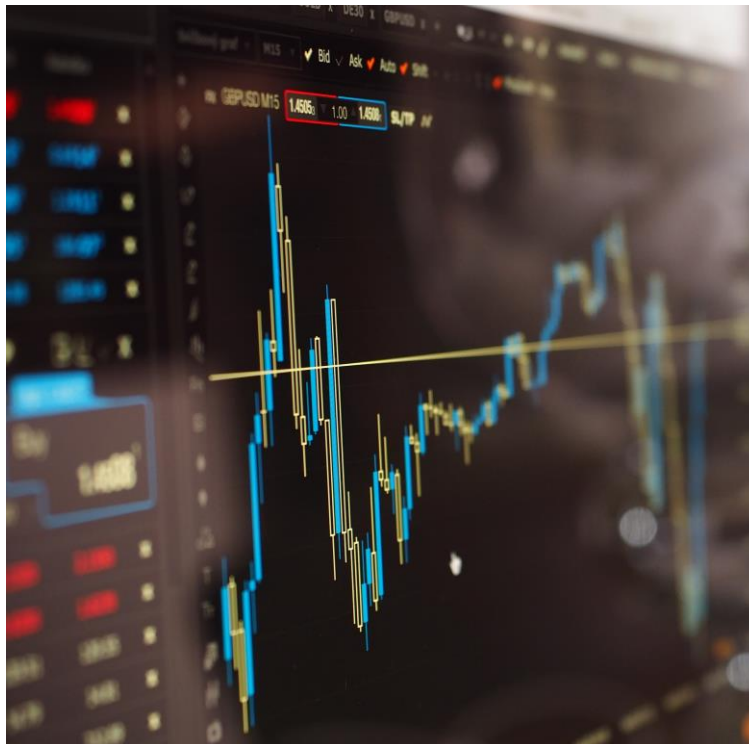


	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	75 / 94
		Seccion ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Práctica N° 5 Respuesta de Sistemas Dinámicos



Apellidos y nombres:	Murrieta Villegas Alfonso		
	Palacios Rodríguez Diego Octavio		
	Reza Chavarria Sergio Gabriel		
	Valdespino Mendieta Joaquin		
Grupo:	2	Profesor: Michael Rojas	Calificación:
Brigada:	4		
Semestre:	2020-1	Fecha de ejecución:	30 - 10 - 2019

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	76 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Rúbrica

Aspectos a evaluar	Excelente	Destacado	Suficiente	No cumplido	Evaluación
Organización y conducta. A,5 I.	Buena organización. Puntualidad. Actitud de respeto. Actitud de Colaboración. Interés en el desarrollo de la práctica. (1p.)	Buena organización. Impuntualidad. Confusión en las actividades y responsabilidades. Actitud de Colaboración. Interés en el desarrollo de la práctica. (0,7p.)	Buena organización. Impuntualidad. Confusión en las actividades y responsabilidades. Colaboración deficiente. Falta de interés en el desarrollo de la práctica. (0,5p.)	Mala organización. Impuntualidad. Confusión en las actividades y responsabilidades. Colaboración deficiente. Falta de interés en el desarrollo de la práctica. (0p.)	
Desarrollo de Actividades A,6 M.	Realiza el 100 % de las actividades. Material solicitado completo. Manejo de equipo adecuadamente. (1p.)	Realiza el 90 % de las actividades. Material solicitado completo. Manejo de equipo adecuadamente. (0,7p.)	Realiza el 80 % de las actividades. Material solicitado completo. Manejo de equipo deficiente. (0,5p.)	Realiza menos del 80 % de las actividades. Material solicitado incompleto. Manejo deficiente del equipo. (0p.)	
Asimilación de los objetivos de aprendizaje propios de la práctica. A,1 M. A,3M, A,7Av, A,2I, A,4M.	Asimilan correctamente los conocimientos. Asocian las experiencias de la práctica con conceptos teóricos. (4p.)	Asimilan la mayoría de los conocimientos. Se tiene dificultad en la asociación de los resultados prácticos con la teoría. (3p.)	Asimilan escasamente los conocimientos prácticos. La asociación de la práctica con la teoría es escasa. (2p.)	No asimilan los objetivos de la práctica. No logran asociar los resultados obtenidos con la teoría. (0p.)	
Reporte de la práctica A,5I.	Cumple con la estructura del reporte. Refleja los conocimientos adquiridos. Reporta de forma adecuada cada una de las actividades. (4p.)	Cumple con la estructura del reporte. Refleja los conocimientos adquiridos. Las actividades reportadas son incompletas. (3p.)	Cumple con la estructura del reporte. Los conocimientos adquiridos son escasos. Las actividades reportadas son incompletas. (2p.)	No cumple con la estructura del reporte. No refleja los conocimientos adquiridos. Las actividades reportadas son incompletas. (0p.)	

Introducción

A lo largo del curso y con la realización de diversas practicas hemos aprendido desde lo más básico como los conceptos de señal y sistema, cómo se relacionan, cuáles son las características de cada uno, sus aplicaciones a la ingeniería, y sus múltiples y distintas representaciones, hasta lo que es la función de transferencia y cómo relaciona la salida de un sistema con su entrada y cómo poder entenderla para caracterizar el sistema correctamente, las aplicaciones de la transformada de Laplace y la Transformada Z y sus aplicaciones en el estudio de un sistema LTI continuo y discreto respectivamente, a modelar sistemas físicos y traducirlos de mecánico o mecánico rotacional a eléctrico y viceversa, a identificar elementos que componen a un sistema y las fuerzas que actúan sobre él, además de poder clasificarlos.

En esta práctica convergen todos los conceptos aprendidos para poder caracterizar sistemas más complejos y entender su comportamiento, manipularlo y poder representar las salidas deseadas a partir de una entrada conveniente.

Objetivo

- El alumno interpretará el comportamiento característico de diferentes sistemas físicos a partir del concepto de la respuesta al escalón.

Seguridad en la ejecución de la actividad

	Peligro o fuente de energía	Riesgo asociado	Medidas de control	Verificación
1 ^{ro}	Voltaje alterno 	Electrocución 	Identificar los puntos energizados antes de realizar la actividad y evitar contacto	<input type="checkbox"/>
2 ^{do}	Voltaje continuo 	Daño a equipo 	Verificar polaridad y nivel antes de realizar la conexión del equipo o dispositivo	<input type="checkbox"/>
3 ^{do}	Herramientas de mano 	Lesiones en manos 	Verifique el buen estado de las herramientas y use siempre la correcta	<input type="checkbox"/>
Apellidos y nombres:			Murrieta Villegas Alfonso	

Fundamentos teóricos

Sabemos que un sistema LTI está modelado por la ecuación con coeficientes constantes:

$$\sum_{n=0}^N a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} = \sum_{n=0}^M b_n \frac{d^n x(t)}{dt^n}$$

Donde $x(t)$ y $y(t)$ son la entrada y la salida respectivamente.

En prácticas anteriores aprendimos que el orden de la ecuación está dado por el número de elementos que almacenan energía dentro del sistema.

Un sistema de primer orden únicamente posee un elemento que almacena energía, y está caracterizado por la ecuación:

$$a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t)$$

En la que si sustituimos los parámetros:

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t)$$

Siendo $k = b_0/a_0$ la ganancia; y $T = a_1/a_0$ la constante de tiempo del sistema.

Hay que recordar que la **constante de tiempo** solo **se define para** cuando **la entrada** del sistema es un **escalón**, y va a estar dada por los parámetros que entren al sistema, como las **resistencias** y **capacitores**.

De la misma forma, un sistema de segundo orden, es decir, que tiene dos elementos que almacenan energía dentro de él, se representan por la siguiente ecuación diferencial:

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t)$$

Y tal ecuación puede expresarse en función de los parámetros:

ω_n que es la frecuencia natural del sistema.

ζ que es el factor de amortiguamiento.

K que al igual que en los sistemas de primer orden, representa la ganancia.

De esta forma, obtenemos la ecuación:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{dy(t)}{dt} + \omega_n^2 y(t) = k\omega_n^2 x(t)$$

Cuya respuesta de entrada cero es:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{dy(t)}{dt} + \omega_n^2 y(t) = 0$$

Proponiendo una solución de la forma $y_{zi}(t) = e^{st}$ donde “s” son constantes por definir, se puede observar que la ecuación adopta la forma:

$$s^2 e^{st} + 2\zeta\omega_n s e^{st} + \omega_n^2 e^{st} = 0$$

Y de tal ecuación se extrae un polinomio de forma:

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

A tal polinomio se le llama **ecuación característica del sistema**. Sus raíces están determinadas por:

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

De la misma forma, es necesario mantener presente que, para caracterizar la estabilidad de un sistema representado en una función de transferencia, se hace con los polos. Entre más lejos se encuentre un polo del eje imaginario es una respuesta más rápida y entre más cerca se encuentre, es más lenta. Dada la ecuación anterior, podemos analizar que las raíces del polinomio dependen del factor de amortiguamiento. Hay cuatro casos diferentes para tal factor.

$$\zeta = 0.$$

1. En este caso, las raíces son números complejos puramente imaginarios con la forma $s_{1,2} = \pm j\omega_n$. A este tipo se le conoce como **sistema no amortiguado** porque su respuesta estará oscilando, sin atenuarse o crecer.

$$0 < \zeta < 1.$$

2. En este caso, las raíces son números complejos conjugados de la forma:

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$$

A este tipo de sistema, se le conoce como **subamortiguado**, pues la oscilación que tiene por respuesta se ve limitada por una función exponencial.

$$\zeta = 1$$

3. En este caso, las raíces toman **el mismo valor negativo**, es decir, se tienen raíces reales repetidas cuyo valor es:

$$s_{1,2} = -\omega_n$$

A este sistema se le conoce como **críticamente amortiguado**, pues es la suma de la misma función exponencial (porque sus raíces son iguales).

$$\zeta > 1.$$

4. Finalmente, en este caso las raíces son reales negativas y diferentes, de la forma.

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$$

En este tipo, la respuesta es la suma de funciones exponenciales diferentes (pues sus raíces son diferentes) y por tal motivo se le conoce como **sobreamortiguado**.

Finalmente, podemos entender que la diferencia entre un sistema de primer orden y uno de segundo, es que, **si la entrada es escalón**, un sistema de primer orden **nunca** va a oscilar.

Actividad de Casa

Considere un sistema que está modelado por la ecuación (38) con condiciones iniciales nulas.

$$\frac{d^5 y(t)}{dt^5} + 125 \frac{d^4 y(t)}{dt^4} + 4508 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 66864 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 1476480 \frac{dy(t)}{dt} + 1414000 y(t) = 3000000 \frac{dx(t)}{dt} + 3000000 x(t)$$

Obtener un sistema aproximado de orden menor, tal que, la integral del error al cuadrado sea menor a 0,25.

1. Procedimiento para obtener el sistema aproximado (polos dominantes).

- 1) Despejamos la parte de mayor orden de la ecuación diferencial:

$$\frac{d^5 y(t)}{dt^5} + 125 \frac{d^4 y(t)}{dt^4} + 4508 \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 66864 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 1476480 \frac{dy(t)}{dt} + 1414000 y(t) = 3000000 \frac{dx(t)}{dt} + 3000000 x(t)$$

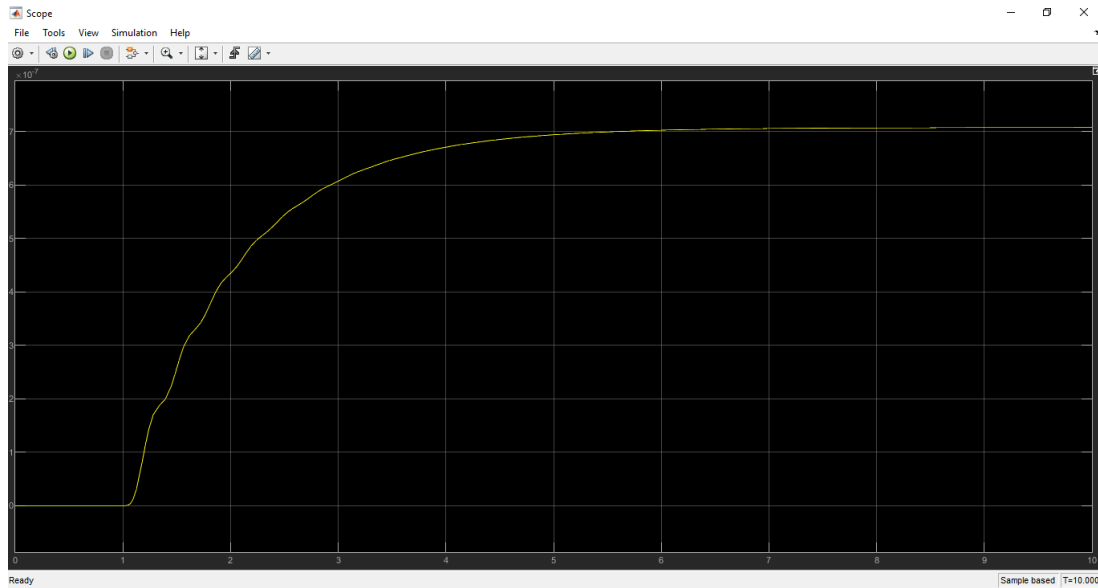
- 2) Integramos la cantidad de veces que sea necesario para poder dejar el termino de mayor orden a la siguiente forma:

$$\theta = \int \frac{d\theta}{dt}$$

- 3) Podemos resolver manualmente o aterrizarlo mediante software como es el caso de simulación.

2. La respuesta al escalón del sistema aproximado

A continuación, se muestra el oscilograma obtenido ante la respuesta escalón en el sistema:



3. Diferencias entre las ecuaciones diferenciales que representan o modelan al sistema aproximado y al sistema real.

La primera diferencia que notamos es que notablemente el método de polos dominantes es muy similar a resolver la ecuación diferencial por métodos como Laplace sin embargo recordemos que las respuestas diferirán un poco debido a que es una aproximación.

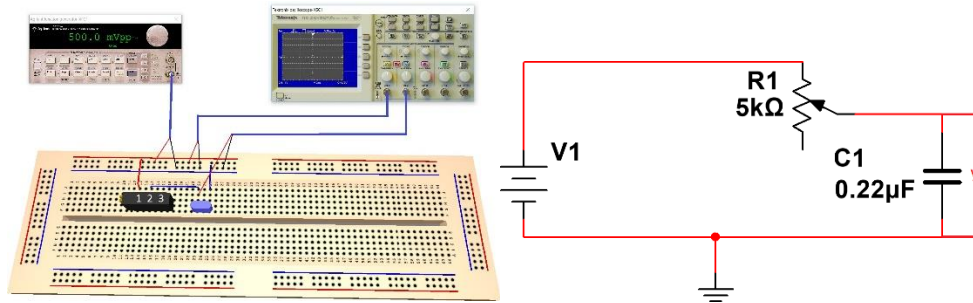
La segunda es que notablemente el método de polos dominantes resulta mucho más sencillo de resolver y de asimilar a través de software que la ecuación diferencial inicial.

4. Conclusiones de la actividad.

En este apartado recordamos que no solamente podemos utilizar la transformada de Laplace para resolver una ecuación diferencial asociada a un sistema, sino que podemos despejar la parte de mayor orden en la ecuación diferencial para posteriormente integrarla y así poder obtener una solución al meter una entrada al sistema, además a través de simulink fue como pudimos simular este sistema para la respuesta al escalón.

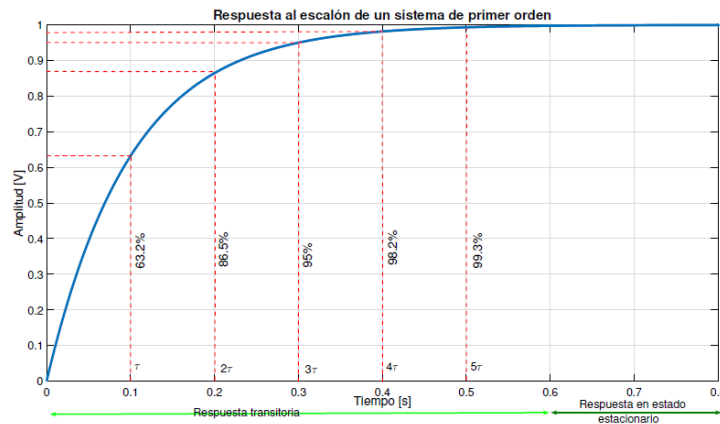
DESARROLLO PRÁCTICA

Actividad 1: Respuesta al escalón

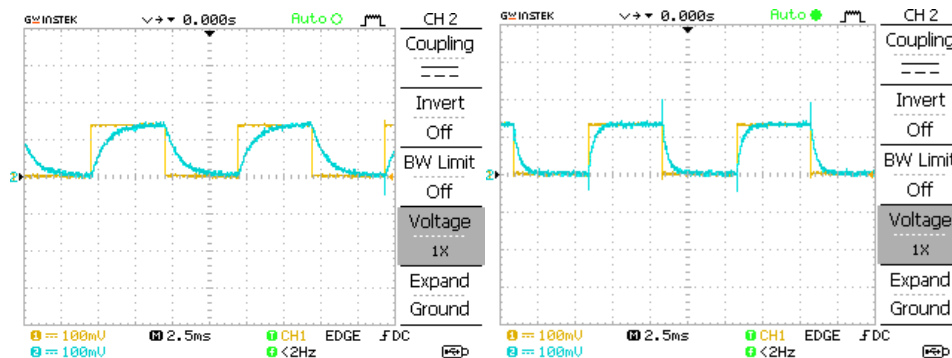


1. ¿Qué le pasa a la respuesta del sistema cuando se varía el potenciómetro?

La respuesta de entrada recordemos que es un escalón, y debido a que el sistema en el que estamos trabajando es de primer grado obtenemos un comportamiento aproximado de la respuesta al siguiente:



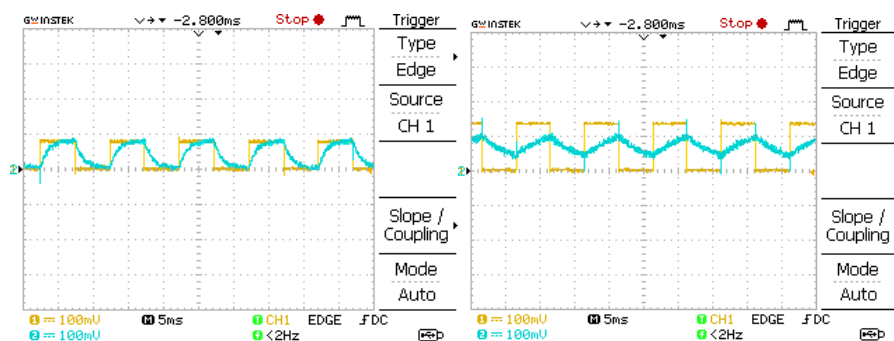
Basándonos en la imagen superior y comparando con los oscilogramas obtenidos (Parte inferior), pudimos notar que la respuesta del sistema sobre toda la parte que corresponde a la respuesta transitoria va variando respecto al valor de la resistencia que se le coloca en el potenciómetro, dicho de otra forma, al variar el valor en el potenciómetro variamos el valor en que el sistema llega al estado estacionario, a continuación, se muestran los oscilogramas obtenidos de este apartado:



Oscilogramas 1 y 2: Del lado izquierdo la respuesta obtenida con un valor intermedio en el potenciómetro, del lado derecho la respuesta obtenida con el máximo del potenciómetro.

2. Cambiar el capacitor y comparar la respuesta obtenida con las anteriores. ¿Qué sucede?

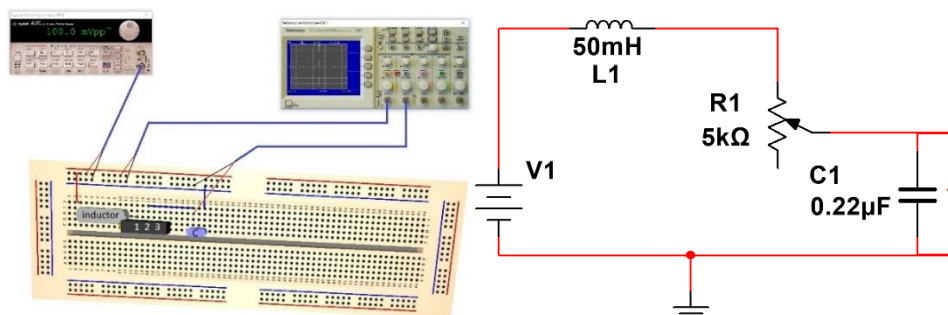
A continuación, se muestran los oscilogramas obtenidos con distintos capacitores:



Oscilogramas 3 y 4: Del lado el oscilograma obtenido con el capacitor de menor valor, del lado derecho con el capacitor electrolítico de mayor capacitancia

Como se observa en los oscilogramas de la parte superior, el valor de la capacitancia afecta directamente a la cantidad de voltaje que se hay en el circuito, podemos notar que mientras el circuito tenía un valor pequeño la respuesta al impulso empezaba su valor desde cero hasta llegar al estado estacionario el cual resultaba relativamente extenso en tiempo, por otro lado, si aumentábamos la capacitancia, al tener ya un voltaje previo en el capacitor la respuesta ya no parte desde el cero sino del valor almacenado por los capacitores, además del estado estacionario es prácticamente nulo debido a que el estado transitorio prácticamente abarca toda la respuesta al escalón.

Actividad 2: Respuesta al escalón en un sistema de segundo orden

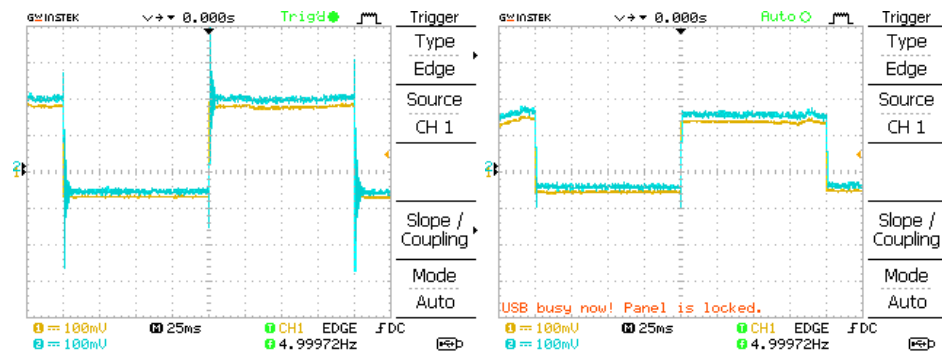


1. Anotar el valor de los parámetros del sistema en la Tabla 2 para obtener cada una de las respuestas del sistema de segundo orden.

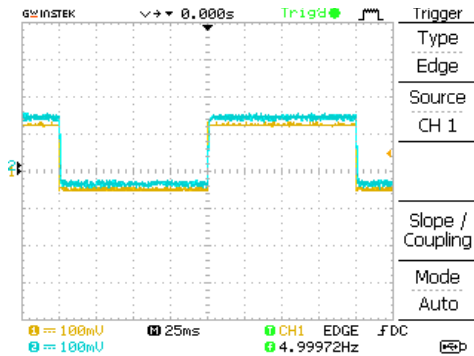
Tipo de respuesta	Capacitor	Inductor	Resistencia _{min}	Resistencia _{max}
No amortiguada	96 nF	500 mH	1.8 Ω	31 Ω
Subamortiguada	96 nF	500 mH	31 Ω	439 Ω
Críticamente amortiguada	96 nF	500 mH	439 Ω	4.9 K Ω
Sobreamortiguada	96 nF	500 mH	4.9 K Ω	5.16 K Ω

2. ¿Se logran obtener los cuatro tipos de respuesta? ¿Por qué?

Sí, recordemos que un sistema de segundo orden contiene comportamientos asociados los cuales al variar los parámetros asociados con los sistemas se pueden obtener. A continuación, se muestran los oscilogramas obtenidos de cada uno del comportamiento del sistema:



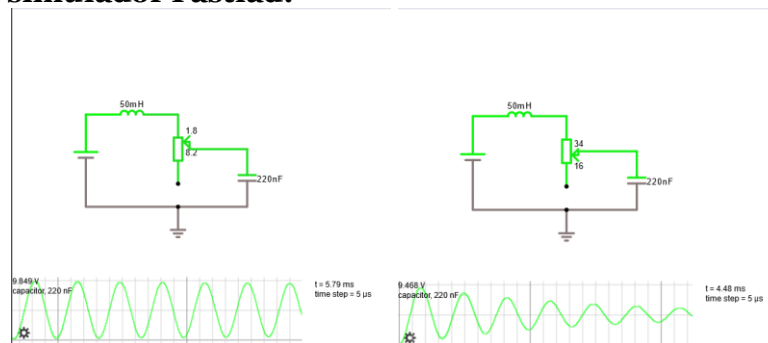
Oscilograma 1 y 2: Del lado izquierdo el Comportamiento sub-amortiguado, del lado derecho el NO amortiguado



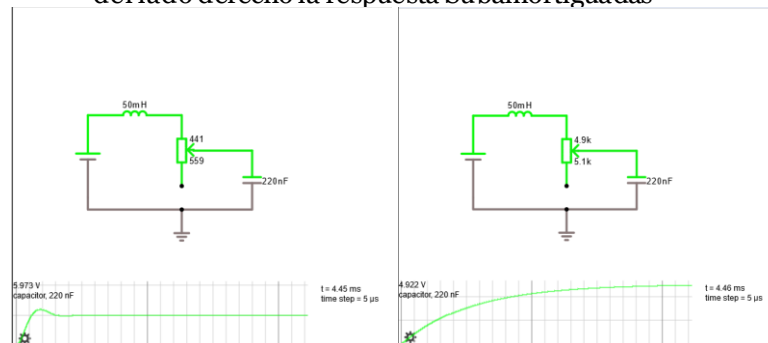
Oscilograma 3: Críticamente amortiguado

- Con ayuda de un software especializado, y con los parámetros obtenidos en la Tabla 2, corroborar los cuatro tipos de respuesta del sistema, y explicar si coinciden con los obtenidos en la práctica, si no coinciden, explicar a qué se debe.

Utilizando el simulador Fastlad:



Oscilograma 1 y 2: Del lado izquierdo la respuesta NO amortiguada, del lado derecho la respuesta Subamortiguadas



Oscilograma 3 y 4: Del lado izquierdo la respuesta críticamente Amortiguada, del lado derecho la respuesta Sobre-amortiguada

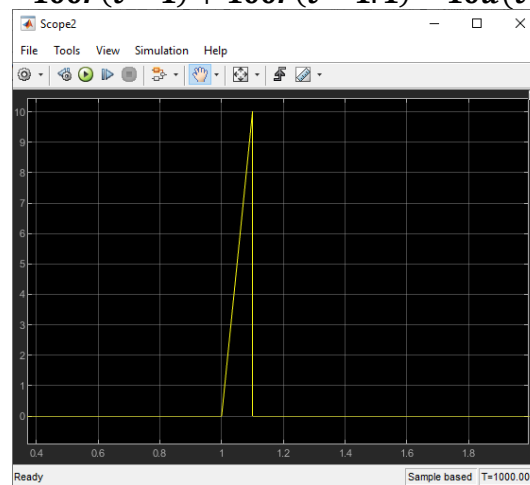
Actividad 3: Respuesta al escalón de un sistema mecánico rotacional



1. ¿Cuál es la entrada y la salida del spinner?

- La entrada es una señal compuesta de escalones y rampas.

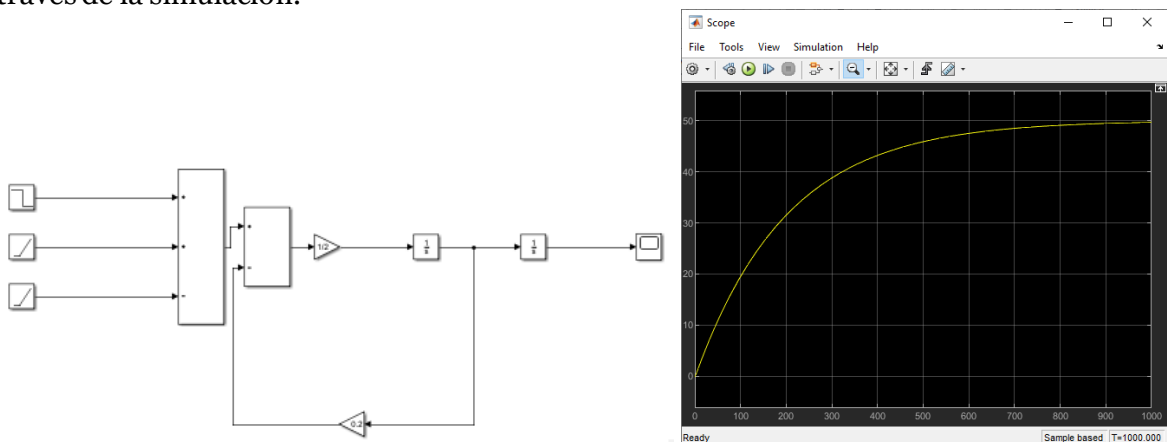
$$x(t) = 100r(t - 1) + 100r(t - 1.1) - 10u(t - 1.1)$$



- Por otro lado, la salida la podemos ver en el apartado 3.

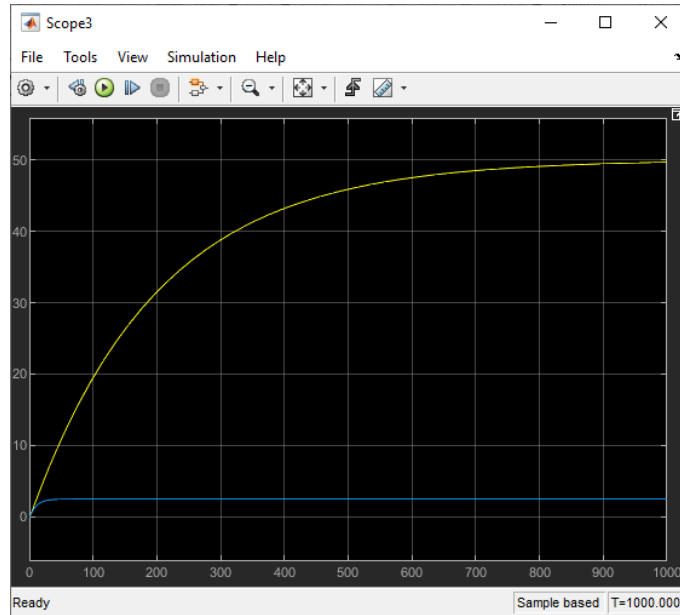
2. Obtenga la respuesta del sistema con ayuda de software especializado:

A continuación, se muestra el sistema planteado en simulink además del oscilograma obtenido a través de la simulación:



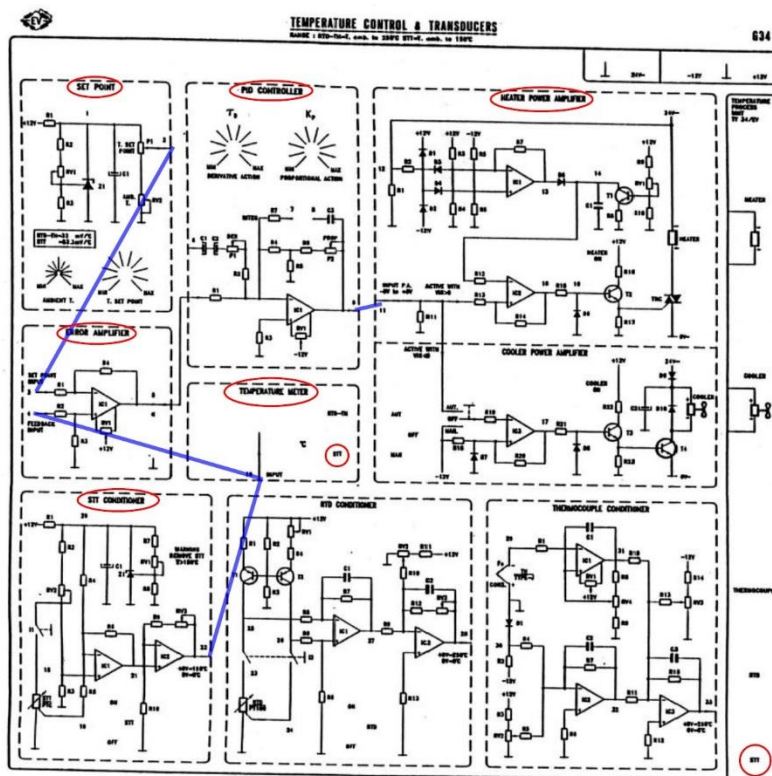
3. ¿Qué parámetros modificaría en el sistema para que gire por un tiempo más prolongado?

Uno de los parámetros a modificar para poder obtener una variación en la respuesta es B_θ . A continuación, se muestra un oscilograma obtenido con simulink como parte de la comprobación, en este se muestra un cambio a $B_\theta = 0.01$



Simulación de salida con $B_\theta = 0.2$ (Salida amarilla) y Simulación de salida con $B_\theta = 0.01$ (salida azul)

Actividad 4: Respuesta al escalón de un sistema térmico

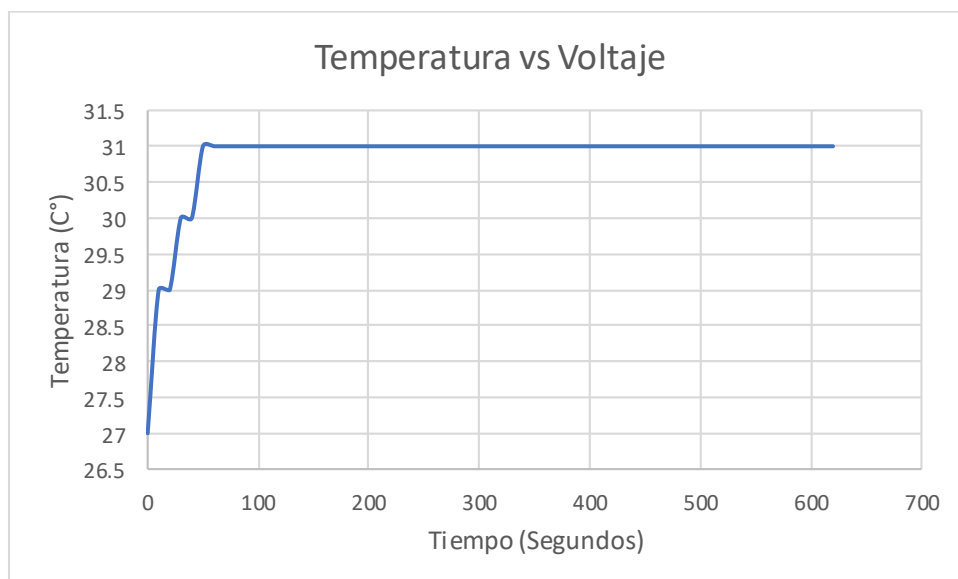
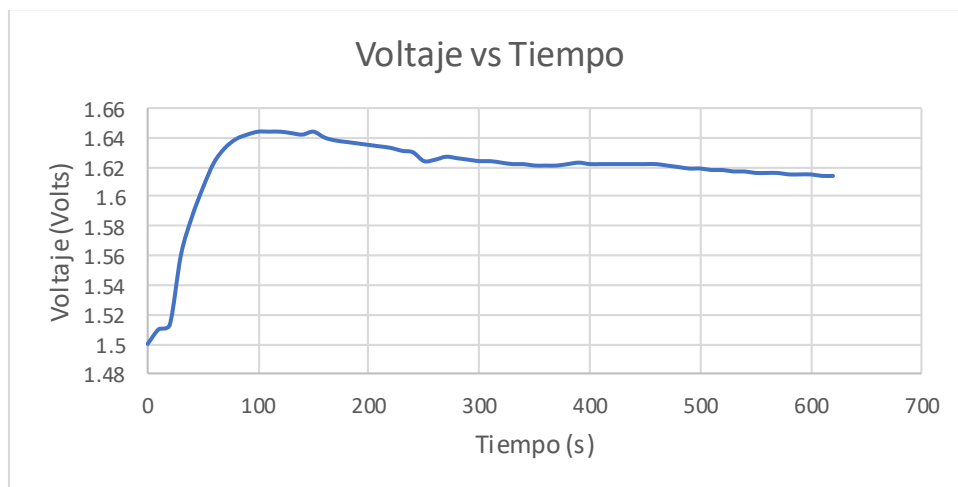
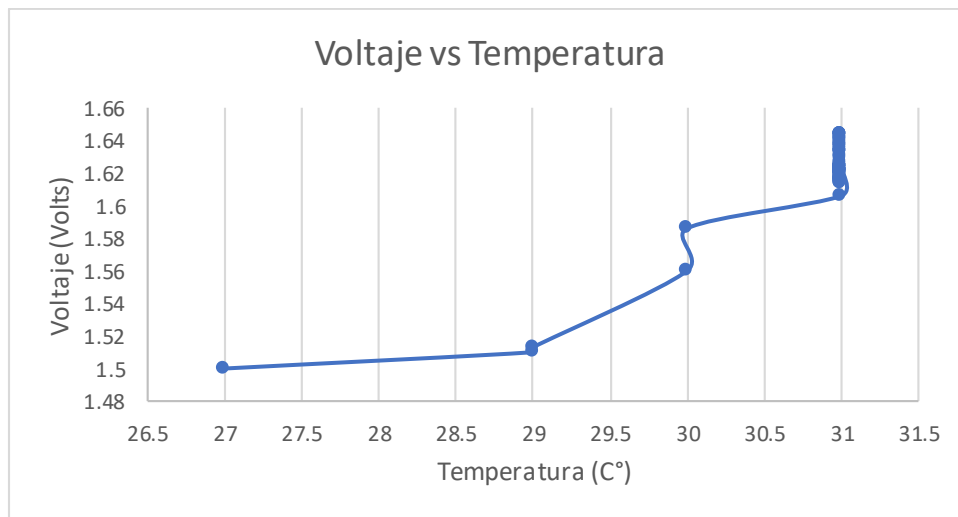


Tomar lecturas del voltaje y del display cada 10[s] y anotar en la Tabla 3.

Tiempo[s]	T[°C]	V[v]	Tiempo[s]	T[°C]	V[v]	Tiempo[s]	T[°C]	V[v]
0	27	1.5	210	31	1.634	420	31	1.622
10	29	1.51	220	31	1.633	430	31	1.622
20	29	1.513	230	31	1.631	440	31	1.622
30	30	1.56	240	31	1.630	450	31	1.622
40	30	1.586	250	31	1.624	460	31	1.622
50	31	1.606	260	31	1.625	470	31	1.621
60	31	1.623	270	31	1.627	480	31	1.620
70	31	1.633	280	31	1.626	490	31	1.619
80	31	1.639	290	31	1.625	500	31	1.619
90	31	1.642	300	31	1.624	510	31	1.618
100	31	1.644	310	31	1.624	520	31	1.618
110	31	1.644	320	31	1.623	530	31	1.617
120	31	1.644	330	31	1.622	540	31	1.617
130	31	1.643	340	31	1.622	550	31	1.616
140	31	1.642	350	31	1.621	560	31	1.616
150	31	1.644	360	31	1.621	570	31	1.616
160	31	1.640	370	31	1.621	580	31	1.615
170	31	1.638	380	31	1.622	590	31	1.615
180	31	1.637	390	31	1.623	600	31	1.615
190	31	1.636	400	31	1.622	610	31	1.614
200	31	1.635	410	31	1.622	620	31	1.614

1. Con los datos registrados, obtener la gráfica de la respuesta escalón del sistema (anexar grafica de voltaje y temperatura al final de la práctica con comentarios).

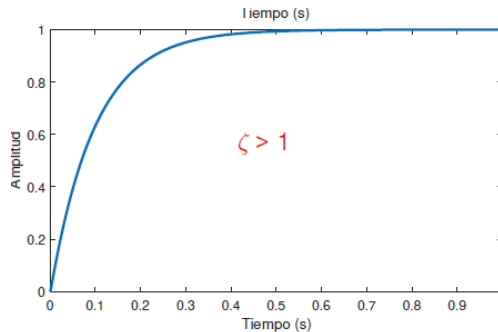
A continuación, se muestra las 3 gráficas obtenidas a través del análisis de los datos previos:



Lo que podemos notar en las gráficas previas es la respuesta al escalón, además del comportamiento que tiene el sistema el cual se menciona en la siguiente parte.

2. ¿Como son las raíces del polinomio característicos del sistema de temperatura en estudio?

Como podemos ver en las gráficas del apartado anterior, el comportamiento de nuestro sistema de temperatura es prácticamente similar al siguiente:



De esta forma sabemos que nuestro sistema ante una respuesta escalón tuvo un comportamiento sobre amortiguado, por ello sabemos que las raíces del polinomio característico asociado al sistema son **reales, diferente y negativas**.

3. ¿Las gráficas de voltaje y temperatura son continuas?

Sí, el comportamiento del voltaje y de la temperatura es continuo debido a que de forma general entre sus puntos del dominio se producen pequeñas variaciones en los valores del comportamiento o función

$$-\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}.$$

4. ¿Cuál de las gráficas muestra mejor el comportamiento del sistema?

Realmente la gráfica de temperatura vs voltaje es la que tiene una mayor aproximación al comportamiento del sistema, sin embargo, es necesario destacar algunos puntos en este apartado, el primero es que cuando se tomó la temperatura la resolución en las medidas era de solamente unidades enteras lo cual en cierta forma hace sesgar mucho la información, si comparamos con la gráfica de voltaje vs tiempo notamos que a pesar de tener una forma relativamente similar el simple hecho de tener mayor resolución los datos del voltaje hace que sea un poco más variante.

Aunque es un detalle que es considerable, de forma general ambas gráficas tiene y representan al mismo comportamiento.

Conclusiones:

En la presente práctica aplicamos todos los conocimientos que previamente aprendimos en las prácticas anteriores, desde la aplicación del método de polos dominantes para la aproximación del modelo matemático de un sistema para posteriormente analizarlo ya sea a través de su función de transferencia o el visualizar el tipo de comportamiento del sistema ante una respuesta escalón hasta el poder identificar el tipo de sistema a través del orden asociado a la ecuación diferencial de este mismo para posteriormente obtener del polinomio característico sus raíces.

Por otro lado, en la presente práctica a través de sistemas de tipo eléctrico o mecánicos se analizaron al meter respuestas escalón, de esta forma vimos que tipo de comportamiento nos resultaba en el sistema además de que analizamos a través del modelo matemático de los sistemas los parámetros que podíamos variar para de esa forma poder obtener una respuesta en concreto.

Por último, aprendimos conceptos nuevos como son la constante de tiempo y el factor de amortiguamiento que están fuertemente ligados a otros conceptos previos relacionados a la respuesta en un sistema como son el estado transitorio y estado de estabilidad o estacionario.

Referencias:

1. Oppenheim A. Señales y sistemas. Prentice hall Hispanoamerica. México.
2. Gloria Mata H. Víctor M. Sánchez. Análisis de sistemas y señales con computo avanzado. DGAPA UNAM, facultad de Ingeniería.