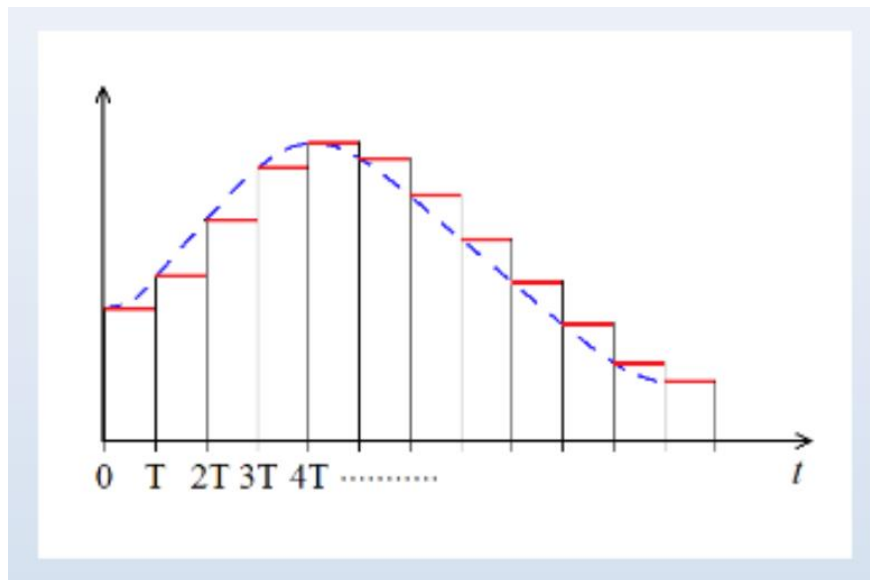

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Práctica N°3

Transformada Z y aplicaciones a sistemas de tiempo discreto




Apellidos y nombres:	Murrieta Villegas Alfonso		
	Palacios Rodríguez Diego Octavio		
	Reza Chavarria Sergio Gabriel		
	Valdespino Mendieta Joaquin		
Grupo:	2	Profesor: Michael Rojas	Calificación:
Brigada:	4		
Semestre:	2020-1	Fecha de ejecución:	23 de septiembre de 2019

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Rúbrica

Aspectos a evaluar	Excelente	Destacado	Suficiente	No cumplido	Evaluación
Organización Y conducta. A,5 I.	Buena organización. Puntualidad. Actitud de respeto. Actitud de Colaboración. Interés en el desarrollo de la práctica. (1p.)	Buena organización. Impuntualidad. Confusión en las actividades y responsabilidades. Actitud de Colaboración. Interés en el desarrollo de la práctica. (0,7p.)	Buena organización. Impuntualidad. Confusión en las actividades y responsabilidades. Colaboración deficiente. Falta de interés en el desarrollo de la práctica. (0,5p.)	Mala organización. Impuntualidad. Confusión en las actividades y responsabilidades. Colaboración deficiente. Falta de interés en el desarrollo de la práctica. (0p.)	
Desarrollo de Actividades A,6 M.	Realiza el 100 % de las actividades. Material solicitado completo. Manejo de equipo adecuadamente. (1p.)	Realiza el 90 % de las actividades. Material solicitado completo. Manejo de equipo adecuadamente. (0,7p.)	Realiza el 80 % de las actividades. Material solicitado completo. Manejo de equipo deficiente. (0,5p.)	Realiza menos del 80 % de las actividades. Material solicitado incompleto. Manejo deficiente del equipo. (0p.)	
Asimilación de los objetivos de aprendizaje propios de la práctica. A,1 M. A,3M, A,7Av, A,2I, A,4M.	Asimilan correctamente los conocimientos. Asocian las experiencias de la práctica con conceptos teóricos. (4p.)	Asimilan la mayoría de los conocimientos. Se tiene dificultad en la asociación de los resultados prácticos con la teoría. (3p.)	Asimilan escasamente los conocimientos prácticos. La asociación de la práctica con la teoría es escasa. (2p.)	No asimilan los objetivos de la práctica. No logran asociar los resultados obtenidos con la teoría. (0p.)	
Reporte de la práctica A,5I.	Cumple con la estructura del reporte. Refleja los conocimientos adquiridos. Reporte de forma adecuada cada una de las actividades. (4p.)	Cumple con la estructura del reporte. Refleja los conocimientos adquiridos. Las actividades reportadas son incompletas. (3p.)	Cumple con la estructura del reporte. Los conocimientos adquiridos son escasos. Las actividades reportadas son incompletas. (2p.)	No cumple con la estructura del reporte. No refleja los conocimientos adquiridos. Las actividades reportadas son incompletas. (0p.)	

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Pagina:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Objetivos

- El alumno estudiará el concepto de función de transferencia.
- El alumno caracterizará la respuesta de sistemas de primer orden a las entradas impulso y escalón.



Recursos

1. Software

- a) Software especializado para cálculo numérico, puede utilizarse paquetería de software libre como Octave o Silaba.

2. Equipos, instrumentos, herramientas y accesorios

- a) Computadora con 2GB RAM mínimo. Seguridad en la ejecución de la actividad

	Peligro o fuente de energía	Riesgo asociado	Medidas de control	Verificación
1º	Voltaje alterno 127 V	Electrocución 	Identificar los puntos energizados antes de realizar la actividad y evitar contacto	
Apellidos y nombres:			Murrieta Villegas Alfonso	

INTRODUCCIÓN


En esta práctica aplicaremos los conceptos teóricos que hemos aprendido para muestrear señales con el uso de la transformada Z y de esta manera, poder analizar sistemas y su comportamiento, pero en lugar de tomar señales continuas, utilizaremos señales discretas con dominio en los números enteros. Esto es muy importante en el desarrollo de nuestra carrera profesional, pues las computadoras son incapaces de procesar señales continuas, entonces es necesario discretizarlas.

MARCO TEÓRICO

Para poder comprender las actividades a realizar en la práctica, es necesario entender lo que es el muestreo y la discretización de una señal. Muestrear es tomar muestras cada determinado tiempo de la señal. Es decir, no tomar todos los posibles valores Reales que ésta pueda tener, si no, considerar únicamente algunos. A su vez, discretizar es considerar muestras de la señal en instantes de tiempo uniformes con el tiempo dado por $t = nT_s$. “n” Es un número entero y T_s es el período de muestreo.

De la misma manera que su contraparte continua, los sistemas que se estudiarán serán lineales e invariantes en el tiempo.

Así mismo, es importante entender que, si los sistemas de tiempo continuo se pueden representar o modelar con ecuaciones diferenciales, los sistemas discretos se modelan con ecuaciones en diferencias que relacionan la

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

entrada y la salida del sistema. Precisamente por esto es necesaria la utilización de la transformada Z, para poder resolver estas ecuaciones en diferencias. La transformada Z es el equivalente de la transformada de Laplace, pero para señales discretas (en el dominio de los reales).

La transformada Z para la salida del sistema: $Y(z) = \frac{X(z)B(z)}{A(z)} + \frac{I_0}{A(z)}$ De la cual podemos observar que tiene dos componentes. El segundo componente depende enteramente de las condiciones iniciales, así, considerando condiciones iniciales $I_0 = 0$, tenemos la relación directa entre la entrada y la salida del sistema, o sea la función de transferencia.

$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ así mismo, otra manera de expresar la función de transferencia es con convolución para un sistema $y(n)$ con una señal de entrada $x(n)$ o sea $y(n) = x(n) * h(n)$.

Si a esta última ecuación aplicamos transformada Z, tenemos que $Y(Z) = X(z)H(z)$.

Sabiendo esto, podemos entender que la función de transferencia **también es interpretable como la transformada Z de la respuesta de un sistema a la entrada de muestra unitaria.**

También es importante conocer la manipulación necesaria para poder ir de una función de transferencia continua a una discreta. Si se tiene una ecuación diferencial que representa la relación entrada salida de un sistema de la forma

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{a_1 dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t) \quad \text{con } y(0) = y_0 \text{ y } \frac{dy}{dt}(0) = y'(0) \text{ y función de transferencia:}$$

$$H(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

Podemos desarrollar, sustituyendo t por el periodo de muestreo nTs, tenemos:


$$\frac{d^2 y(nTs)}{dt^2} + \frac{a_1 dy(nTs)}{dt} + a_0 y(nTs) = b_0 x(nTs)$$

Y si se aplica la transformada Z tanto a la ecuación como a la función de transferencia:

$$H_d^2(z)Y(z) + a_1 H_d(z)Y(z) + a_0 Y(z) = b_0 X(z) \quad H_c(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0}{H_d^2 + a_1 H_d + a_0}$$

Podemos considerar que H_c es un mapeo de la forma $s \rightarrow z$ Por lo que entendemos:

$$H_c(z) = \frac{d_0 z^2}{z^2 - c_1 z + c_2}$$

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

DESARROLLO DE LA PRÁCTICA

1) Aproximación de sistemas de tiempo continuo por sistemas de tiempo discreto

De ecuaciones diferenciales a ecuaciones en diferencias y de función de transferencia en tiempo discreto a función de transferencia en tiempo continuo

Considere un circuito RLC como el mostrado en la Figura 20, cuyo comportamiento, considerando como entrada el voltaje $V_g(t)$ de la fuente y como salida el voltaje en el capacitor $V_c(t)$, está dado por la ecuación diferencial de segundo orden

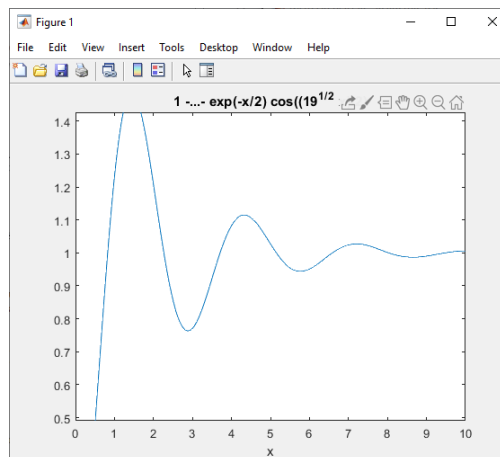
$$\frac{d^2 V_c(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dV_c(t)}{dt} + \frac{1}{LC} V_c(t) = \frac{1}{LC} V_g(t), \quad V_c(0) = V_{c0} \quad \frac{dV_c}{dt}(0) = V'_{c0}$$

- Resuelva la ecuación diferencial utilizando los métodos analíticos disponibles en el software especializado que esté utilizando, escriba la solución y gráfiquela, muestre los resultados en el siguiente cuadro.


- Solución analítica

$$V_c(t) = 1 - \frac{\sqrt{19} e^{(-\frac{t}{2})} \sin\left(\frac{\sqrt{19}t}{2}\right)}{19} - e^{(-\frac{t}{2})} \cos\left(\frac{\sqrt{19}t}{2}\right)$$

- Representación gráfica de la solución analítica



Gráfica de la solución analítica obtenida de MATLAB

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería	Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

- Considerando un periodo de muestreo de $T_s = 1$ y utilizando el método de discretización mediante diferencias finitas, encuentre la ecuación en diferencias asociada y resuélvala utilizando el método de recurrencia. Compare los resultados gráficos de la versión de tiempo continuo y la de tiempo discreto para diferentes valores del periodo de muestreo (disminúyalo en un punto decimal hasta $T_s = 0.0001$).

Considerando las aproximaciones con respecto a la primera y segunda derivada con respecto al tiempo

$$\begin{aligned}\frac{dy(t)}{dt} &\approx \frac{y(t) - y(t - T_s)}{T_s} \\ \frac{d^2 y(t)}{dt^2} &\approx \frac{d}{dt} \left(\frac{y(t) - y(t - T_s)}{T_s} \right) = \left(\frac{\frac{y(t) - y(t - T_s)}{T_s} - \frac{y(t - T_s) - y(t - 2T_s)}{T_s}}{T_s} \right) \\ &= \left(\frac{y(t) - 2y(t - T_s) + y(t - 2T_s)}{T_s^2} \right)\end{aligned}$$


$$\begin{aligned}5V_g(t) &= \frac{1}{T_s^2} (V_C(t) - 2V_C(t - T_s) + V_C(t - 2T_s)) + \frac{1}{T_s} (V_C(t) - V_C(t - T_s)) + 5V_C(t) \\ 5V_g(t) &= \frac{1}{T_s^2} (-2V_C(t - T_s) + V_C(t - 2T_s)) + \frac{1}{T_s} (V_C(t) - V_C(t - T_s)) + 5V_C(t) \\ 5V_g(t) &= V_C(t) \left(\frac{1}{T_s^2} + \frac{1}{T_s} + 5 \right) + V_C(t - T_s) \left(-\frac{2}{T_s^2} - \frac{1}{T_s} \right) + V_C(t - 2T_s) \left(\frac{1}{T_s^2} \right)\end{aligned}$$

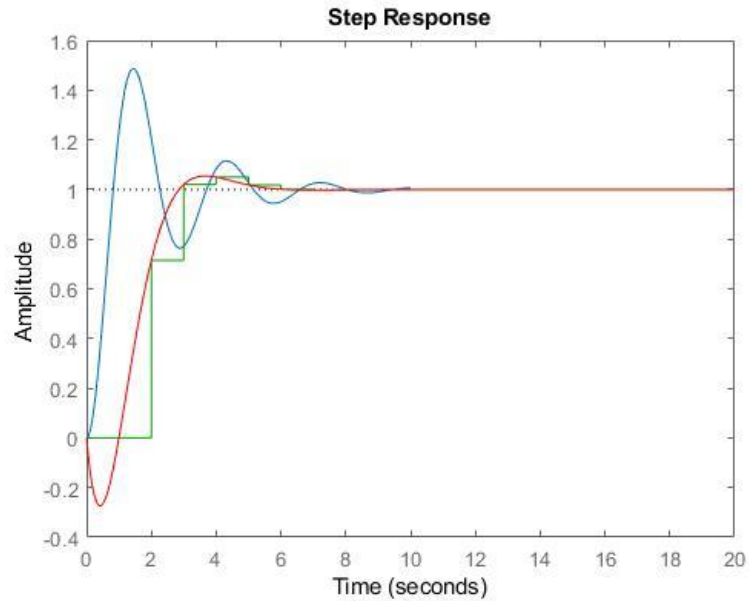
Despejando a $V_C(t)$

Se debe de considerar al periodo de muestreo así que

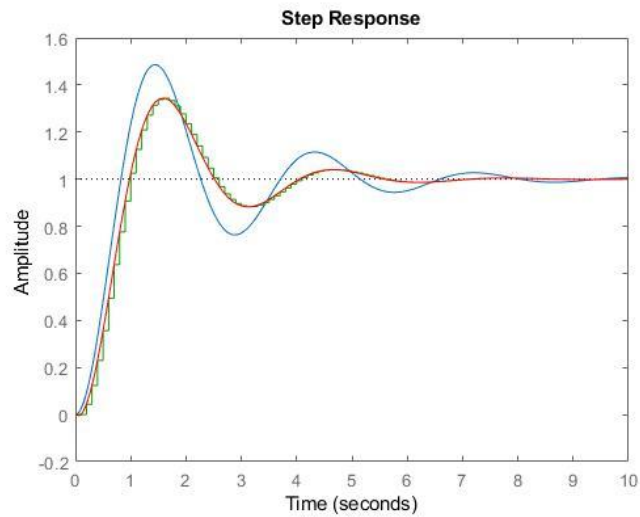
$$t = nT_s$$

$$\begin{aligned}5V_g(nT_s) &= V_C(nT_s) \left(\frac{1}{T_s^2} + \frac{1}{T_s} + 5 \right) + V_C(nT_s - T_s) \left(-\frac{2}{T_s^2} - \frac{1}{T_s} \right) + V_C(nT_s - 2T_s) \left(\frac{1}{T_s^2} \right) \\ 5V_g(nT_s) &= V_C(nT_s) \left(\frac{1}{T_s^2} + \frac{1}{T_s} + 5 \right) + V_C(T_s(n - 1)) \left(-\frac{2}{T_s^2} - \frac{1}{T_s} \right) + V_C(T_s(n - 2)) \left(\frac{1}{T_s^2} \right)\end{aligned}$$


	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

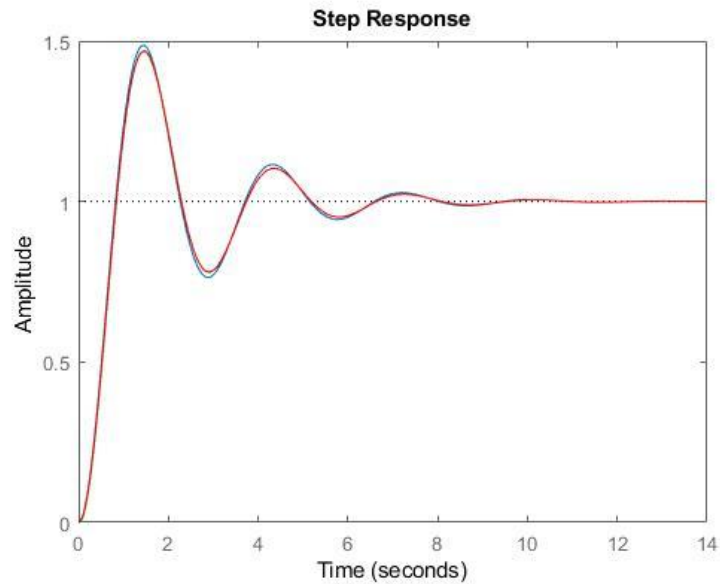


Gráfica: $T_s=1$

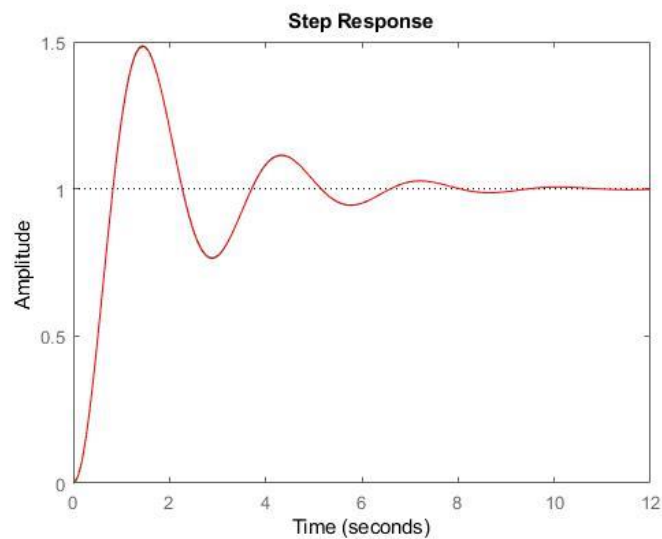


Gráfica: $T_s=0.1$


	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería	Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

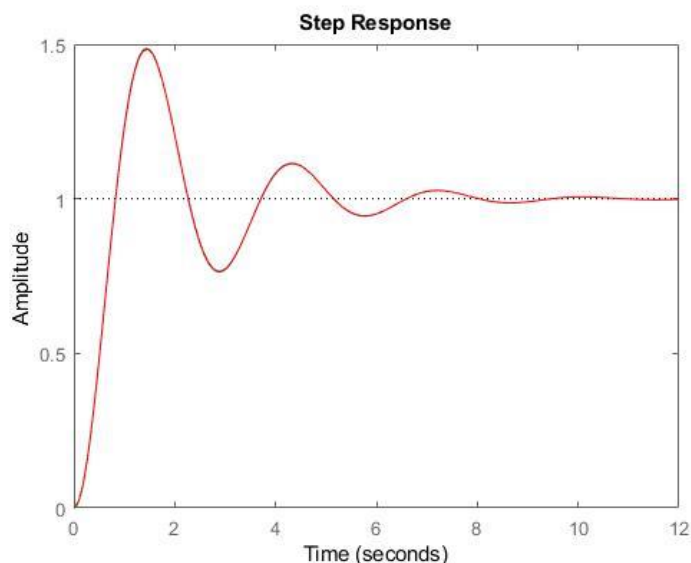


Gráfica: $T_s=0.01$



Gráfica: $T_s=0.001$

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Pagina:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería	Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica		
La impresión de este documento es una copia no controlada			



Gráfica: Ts=0.0001

- Obtenga la función de transferencia del sistema de tiempo continuo.

Se da el uso de la transformada de Laplace con las condiciones iniciales

$$\begin{aligned}
 s^2 V_c(s) + s V_c(s) + 5 V_c(s) &= 5 V_g(s) \\
 (s^2 + s + 5) V_c(s) &= 5 V_g(s) \\
 H(s) = \frac{V_c(s)}{V_g(s)} &= \frac{5}{(s^2 + s + 5)}
 \end{aligned}$$


- Utilizando Ts= 1

- Obtenga la función de transferencia de tiempo discreto de la ecuación en diferencias que resultó en el punto anterior.

A partir de la ecuación en diferencias

$$5V_g(nT_s) = V_c(nT_s) \left(\frac{1}{T_s^2} + \frac{1}{T_s} + 5 \right) + V_c(T_s(n-1)) \left(-\frac{2}{T_s^2} - \frac{1}{T_s} \right) + V_c(T_s(n-2)) \left(\frac{1}{T_s^2} \right)$$

Se da uso de la transformada Z para la obtención de la función de transferencia en tiempo discreto

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Pagina:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

$$5V_g[z] = 7V_c[z] - 3z^{-1}V_c[z] + z^{-2}V_c[z]$$

$$5V_g[z] = V_c[z](7 - 3z^{-1} + z^{-2})$$

$$5V_g[z] = V_c[z] \left(7 - \frac{3}{z} + \frac{1}{z^2} \right)$$

$$5V_g[z] = V_c[z] \left(7 - \frac{3}{z} + \frac{1}{z^2} \right)$$

$$H(z) = \frac{V_c[z]}{V_g[z]} = \frac{5}{\left(7 - \frac{3}{z} + \frac{1}{z^2} \right)} = \frac{5z^2}{(7z^2 - 3z + 1)}$$

- b) Obtenga la función de transferencia de tiempo discreto a partir de la función de transferencia de tiempo continuo del sistema utilizando un diferenciador discreto, ¿cómo son las funciones de transferencia obtenidas en este punto y el anterior? ¿qué puede concluir?

A partir de la función de transferencia en tiempo continuo

$$H(s) = \frac{V_c(s)}{V_g(s)} = \frac{5}{(s^2 + s + 5)}$$

La transformada de Laplace de la derivada de una señal muestreada se puede representar como


$$Z[f'(nT_s)] = \frac{1}{T_s}(1 - z^{-1}) Z[f(nT_s)]$$

Con términos de la función de transferencia

$$\frac{Z[f'(nT_s)]}{Z[f(nT_s)]} = H_d(z) = \frac{1}{T_s}(1 - z^{-1}) = \frac{z - 1}{zT_s}$$

$$\frac{Z[f^{(n)}(nT_s)]}{Z[f(nT_s)]} = H_d^n(z) = \left[\frac{z - 1}{zT_s} \right]^n$$

$$H(z) = \frac{5}{(H_d^2(z) + H_d^1(z) + 5)} = \frac{5}{\left(\left(\frac{z - 1}{zT_s} \right)^2 + \frac{z - 1}{zT_s} + 5 \right)} = \frac{5}{\left(\frac{z^2 - 2z + 1}{(zT_s)^2} + \frac{z - 1}{zT_s} + 5 \right)}$$

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

$$H(z) = \frac{5}{\left(\frac{z^2 - 2z + 1 + z^2 T_s - z T_s + 5z^2 T_s^2}{(z T_s)^2} \right)} = \frac{5(z T_s)^2}{(z^2 - 2z + 1 + z^2 T_s - z T_s + 5z^2 T_s^2)}$$

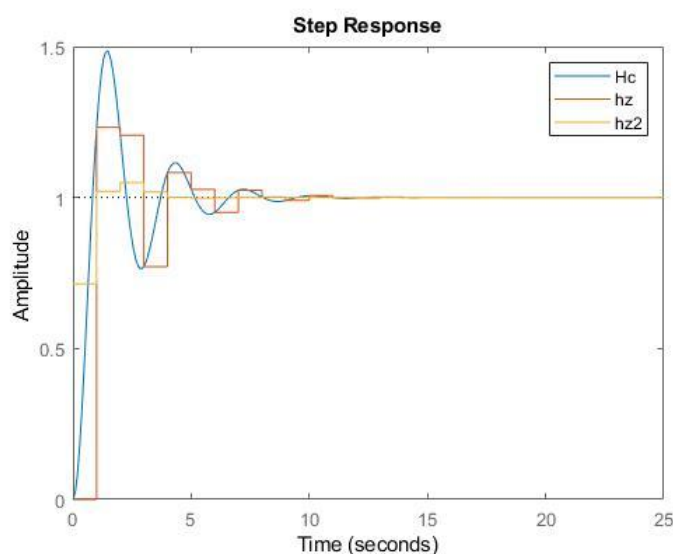
$$H(z) = \frac{5(z T_s)^2}{(z^2(1 + T_s + 5T_s^2) + z(-2 - T_s) + 1)}$$

Con $T_s=1$:

$$H(z) = \frac{5(z)^2}{(7z^2 - 3z + 1)}$$


Se puede concluir que utilizando el diferenciador discreto en función de la transferencia en tiempo continuo y por medio de la aplicación de la transformada Z en una ecuación en diferencias son métodos equivalentes para obtener la función de transferencia. Además, con esto se puede concluir que hay una relación entre el dominio de S (funciones continuas) y el dominio de Z (funciones discretas).

- Grafique en una sola figura la respuesta al impulso del sistema de tiempo continuo, y las dos aproximaciones de tiempo discreto.



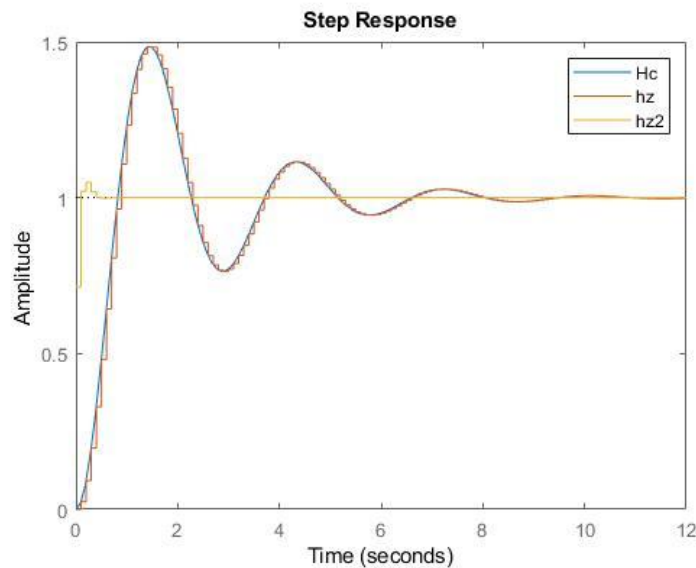
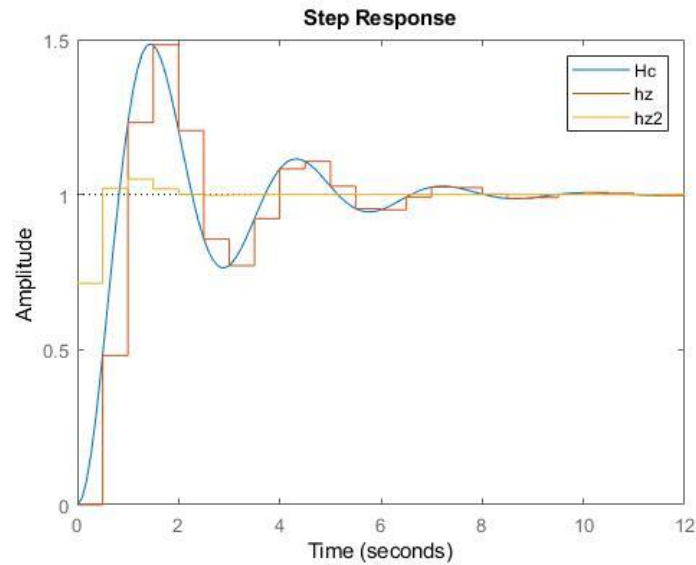
Gráfica: Respuesta al impulso en estado continuo (a azul) y 2 aproximaciones en tiempo discreto (rojo y amarillo)


- Disminuya el tiempo de muestreo hasta obtener una aproximación adecuada de la respuesta del sistema y

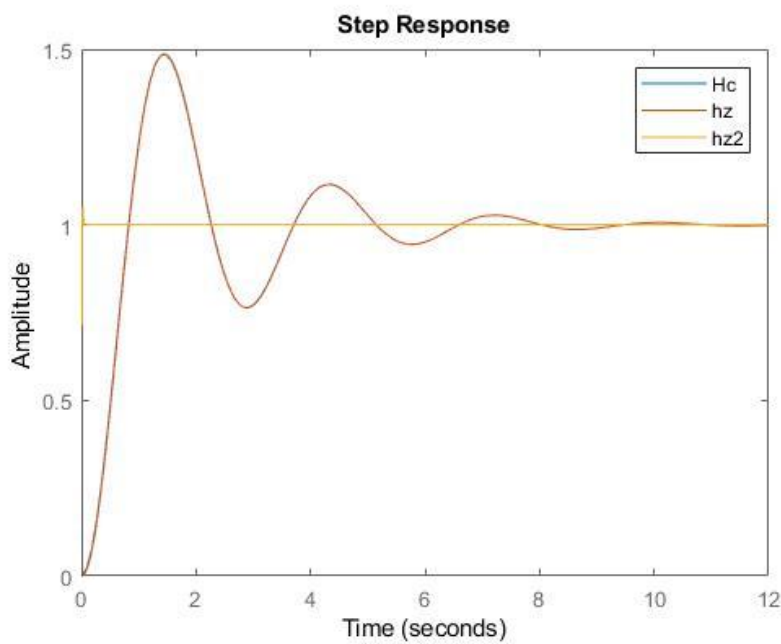
	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería	Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

grafique la comparación. ¿Qué aproximación resultó mejor?

Graficas:



	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Pagina:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería	Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica		
La impresión de este documento es una copia no controlada			



Con $T_s = .01$

Se puede observar que la mejor aproximación se dio en la función de transferencia obtenida de la transformación del dominio de S a Z mediante la aproximación ZOH (“Zero-Order Hold”), Mostrada en las gráficas como “hz”.

2) Control discreto de un sistema de tiempo continuo.

Considere un sistema lineal e invariante en el tiempo representado por la siguiente función de transferencia.


$$G(s) = \frac{1}{s(s+3)}$$

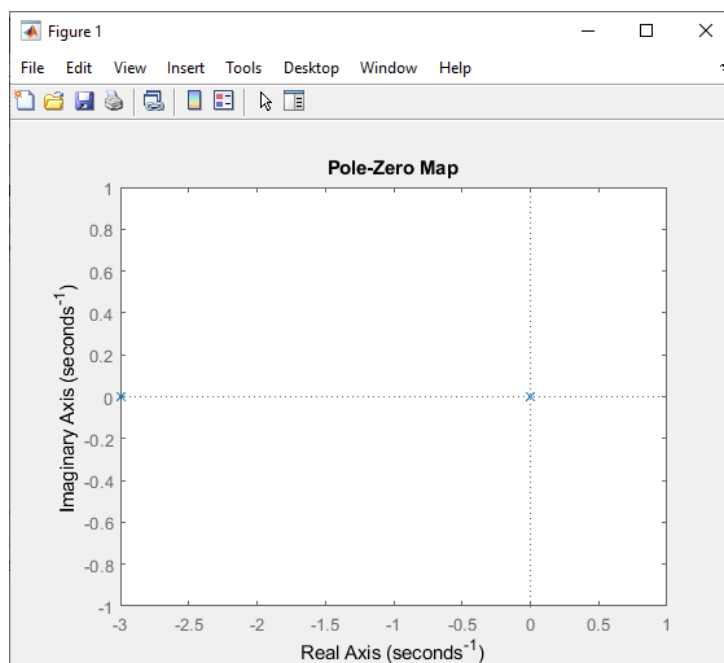
- Determine la estabilidad del sistema.

Por medio de los polos obtenidos del denominador de la función de transferencia

$$s_1 = 0 \quad s_2 = -3$$

Los polos se encuentran en la parte izquierda del plano, siendo que s_1 está en la frontera. Por lo tanto, el sistema, actualmente, se encuentra en un estado críticamente estable. O sea que si existe alguna alteración en el sistema puede ocasionar inestabilidad,

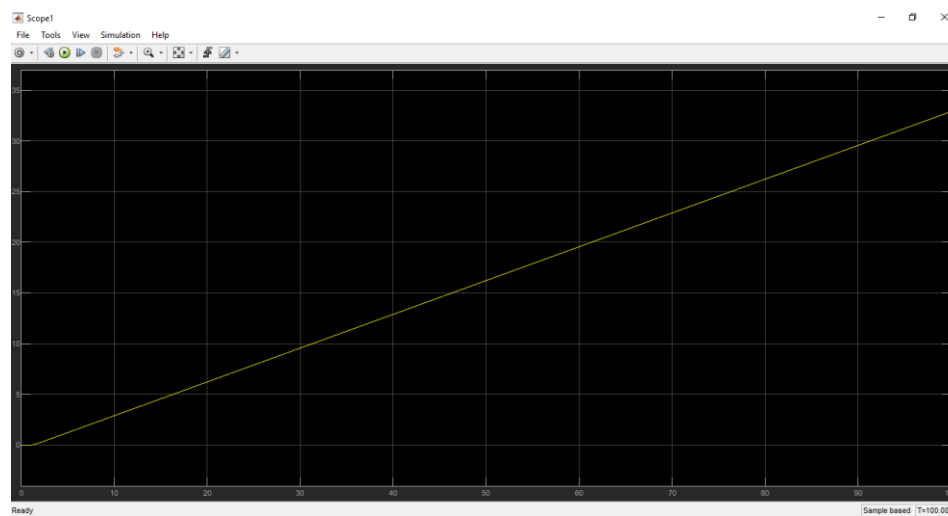
	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Pagina:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería	Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica		
La impresión de este documento es una copia no controlada			




Gráfica del plano de polos y ceros, sistema críticamente estable.

- Utilizando el software especializado de su preferencia, determine la respuesta al escalón del sistema y describa cómo es su comportamiento.

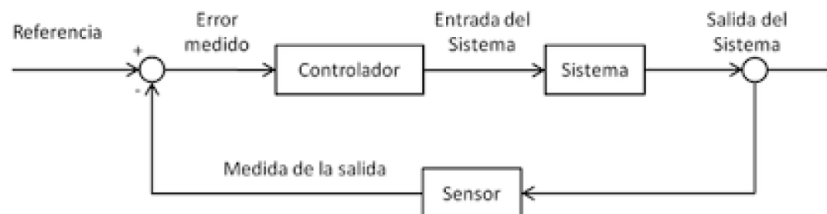
Por medio de Simulink de Matlab, se obtuvo la respuesta a una señal escalón



Gráfica: Respuesta del sistema por una señal de tipo escalón

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Como se puede apreciar en la gráfica superior, la respuesta de nuestro sistema ante una entrada escalón describe un comportamiento incremental.



- Cuando se desea cambiar el comportamiento de un sistema se debe implementar un controlador de lazo cerrado, el cual compara la señal de salida del sistema con la señal de referencia y con base en esta señal de error calcula la entrada del sistema para que se obtenga el comportamiento deseado, de acuerdo con el diagrama de bloques mostrado en figura 21. El modo más simple de control consiste en el control proporcional, el cual realimenta un término proporcional del error de salida, es decir:

$$u_c = K(r-y)$$

La conexión de la figura superior se denomina conexión en retroalimentación negativa, y es posible determinar la función de transferencia correspondiente mediante software especializado, para lo cual se deben definir previamente las funciones de transferencia del controlador, del sistema y del sensor. Considerando la función de transferencia del sistema, la del controlador como $C(s) = K$ y la del sensor $H(s) = 1$, determine la función de transferencia de lazo cerrado $G_c(s)$ correspondiente. ¿Cómo son los polos del sistema? ¿Qué puede decir de la estabilidad de este?

Por medio del controlador se adquiere una nueva entrada al sistema

$$Y(s) = R(s)KG(s) - Y(s)KG(s)$$


$$Y(s) + Y(s)KG(s) = R(s)KG(s)$$

$$Y(s)(1 + KG(s)) = R(s)KG(s)$$

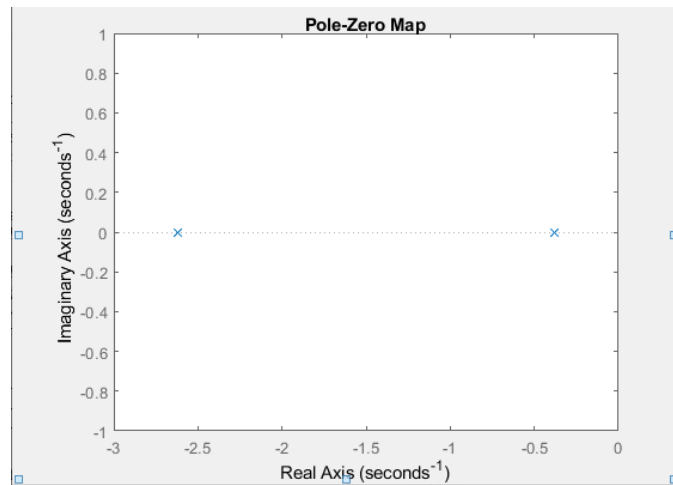
$$G_c(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KG(s)}{(1 + KG(s))}$$

$$G_c(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K \frac{1}{s(s+3)}}{\left(1 + K \frac{1}{s(s+3)}\right)} = \frac{\frac{k}{s(s+3)}}{\left(\frac{s(s+3) + k}{s(s+3)}\right)} = \frac{k}{s^2 + 3s + k}$$

Con el controlador se obtuvo que hubo un cambio con respecto a sus polos, el cual ahora depende de la

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería	Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

constante del controlador. Ahora el sistema se considera estable.



Gráfica de polos y ceros con un controlador. K=1




Gráfica: Respuesta del sistema con controlador por una señal de tipo escalón

- A partir de las funciones de transferencia de lazo abierto y de lazo cerrado en tiempo continuo obtenga las versiones de tiempo discreto. Realice lo anterior utilizando el software especializado de su elección. Reporte sus resultados a continuación.

Estado abierto (sin la consideración del sensor)

$$Y(s) = R(s)KG(s)$$

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Pagina:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = KG(s)$$

$$G_c(s) = K \frac{1}{s(s+3)} = \frac{K}{s(s+3)}$$

- Determine los polos de lazo abierto y de lazo cerrado de tiempo discreto y caracterice la estabilidad de cada uno de estos. Determine la respuesta al escalón de ambos sistemas utilizando software especializado. Escriba sus resultados a continuación y las gráficas obtenidas en los espacios correspondientes.

Se obtuvieron las siguientes funciones de transferencia de tiempo Discreto de Lazo abierto

Para $T_s = 1$:

$$\frac{0.2278 z + 0.08898}{z^2 - 1.05 z + 0.04979}$$

Polos

$$P1 = 1.0000$$

$$P2 = 0.0498$$

Para $T_s = .1$

$$\frac{0.004535 z + 0.004104}{z^2 - 1.741 z + 0.7408}$$

Polos

$$P1 = 1.0000$$

$$P2 = 0.7408$$


Como se logra observar uno de los polos esta exactamente en la periferia del círculo unitario lo que implica que el sistema es críticamente estable

Se obtuvieron las siguientes funciones de Transferencia de tiempo Discreto de Lazo cerrado

Para $T_s=1$

$$\frac{0.2134 z + 0.08097}{z^2 - 0.7555 z + 0.04979}$$

Polos

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería	Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

P1=0.6825
P2=0.0729

Para Ts=.1

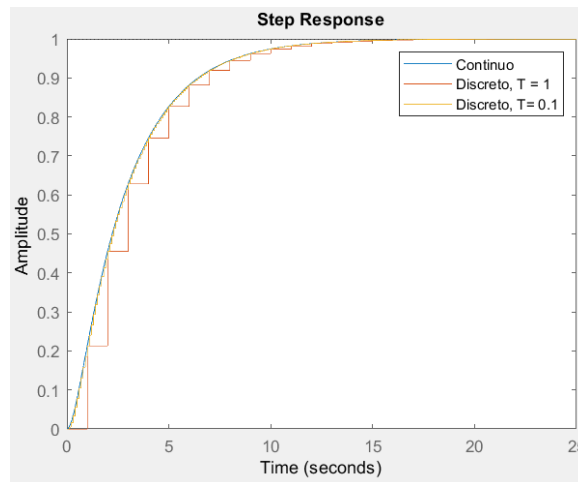
$$\frac{0.004532 z + 0.004101}{z^2 - 1.732 z + 0.7408}$$

Polos


P1=0.9625

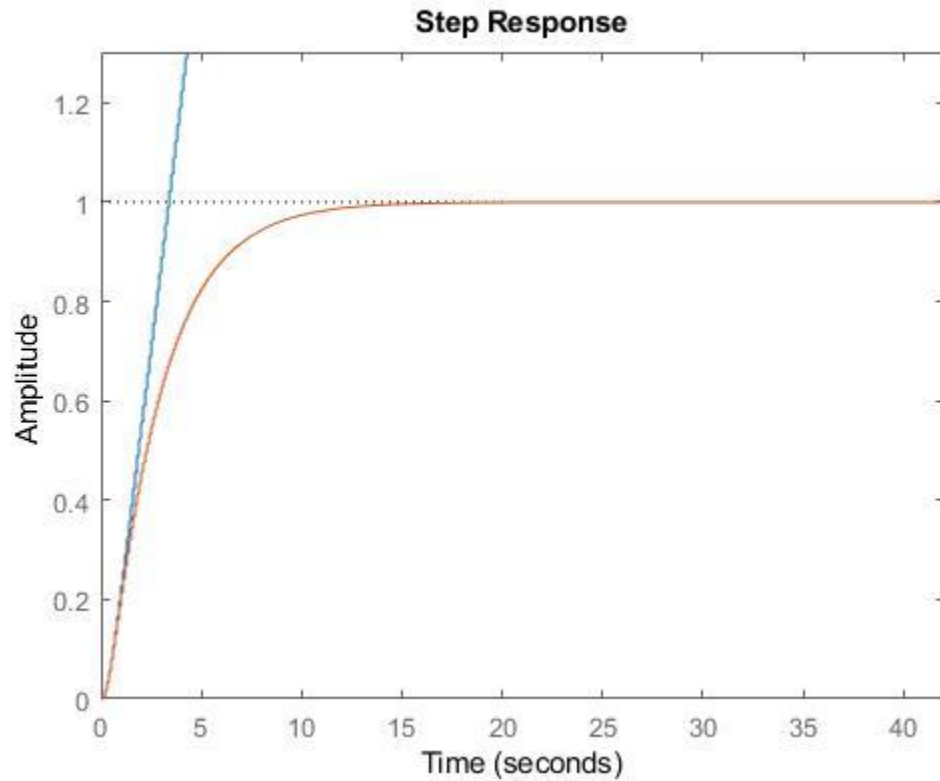
P2=0.7697

Se puede observar que los polos de la función de transferencia están dentro del círculo unitario lo que implica que el sistema es estable




Gráfica: Respuesta al escalón del sistema de lazo cerrado, en tiempo continuo y tiempo discreto con un periodo de muestreo de 1[s] y .1 [s]

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería	Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica		
La impresión de este documento es una copia no controlada			



Conjunta: respuesta de lazo abierto(azul) y respuesta de lazo cerrado (rojo) en tiempo discreto

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Preguntas de cierre

1. Explique brevemente la importancia de la conversión de señales de tiempo continuo a tiempo discreto

La conversión de las señales en tiempo continuo a discreto es utilizada para el estudio de los fenómenos físicos y obtener su comportamiento y modelado por medio de su muestreo. También es utilizado para su uso en diferentes dispositivos que utilizan señales y se necesitan discretizar para uso, como las señales de entrada y salida de un microprocesador.

2. ¿Qué relación existe entre la transformadas de Laplace y Z?

El empleo de la transformada Z en señales discretas tiene su equivalente en la transformada de Laplace para señales continuas y cada una de ellas mantiene su relación correspondiente con la transformada de Fourier. La transformada de Fourier se define de una secuencia $x(k)$ como

$$x(\Omega) = X(e^{j\Omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)e^{-j\Omega k}$$

La transformada de la misma secuencia se define como:

$$X(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)z^{-k}$$

La ecuación anterior es un operador que transforma una secuencia en una función de la variable compleja continua z .

$$Z[x(k)] = X(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)z^{-k}$$

La correspondencia entre una secuencia y su transformada se denota como:



La transformada de Fourier es simplemente con $z = e^{j\omega}$


Si tomamos $z = re^{j\omega}$

La transformada evaluada en los puntos de dicha circunferencia es la transformada de Fourier.



3. ¿Cómo se caracteriza la estabilidad de sistemas de tiempo continuo y tiempo discreto en el contexto de funciones de transferencia?

Se puede caracterizar la estabilidad de un sistema por medio de los polos que tiene la función de transferencia y la ubicación de estos con respecto a sus planos correspondientes.

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería	Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

En sistemas en tiempo continuo en el plano s (complejo), los polos deben de estar en la parte izquierda, siendo el eje de los imaginarios la frontera de la estabilidad.

En sistemas en tiempo discreto en el plano z , los polos deben de estar concentrados en el círculo unitario del plano z .

CONCLUSIONES

Murrieta Villegas Alfonso

En la presente práctica se aprendió a obtener sistemas de ecuaciones en diferencias a partir de las ecuaciones diferenciales asociadas a un sistema, esto a través de distintos métodos como es de la discretización o a través de aproximaciones. Además, analizamos sistemas lineales e invariantes en el tiempo a partir de las funciones de transferencias asociadas a estos, también en este apartado se comparó los resultados obtenidos tanto en las funciones en tiempo continuo como discreto viendo así que diferencias y semejanzas obteníamos.

Cabe destacar la importancia del mapeo de los polos y ceros obtenidos de las funciones de transferencia y además de cómo estos tienen un significado distinto respecto a la forma en que se obtuvieron, como es la estabilidad de un sistema en el semiplano izquierdo utilizando la Transformada de Laplace o la importancia del círculo unitario utilizando la Transformada Z .

Por último, en la práctica se aprendió un concepto relacionado a la estabilidad de los sistemas conocido como sistemas de control y como esta es una forma de poder hacer matemáticamente a un sistema estable.


Palacios Rodríguez Diego Octavio

En esta práctica pudimos aplicar de manera práctica conceptos que se nos habían estado repitiendo desde el comienzo del curso en teoría, como el muestreo para convertir una señal continua en discreta. Así mismo, con la ayuda de MATLAB pudimos observar gráficamente cuál era el comportamiento de una u otra señal, y observar su comportamiento dados diferentes períodos de muestreo. También resultó muy útil para comprender cuál era la manipulación correcta de la transformada Z al aplicarla sobre las funciones de transferencia y así mapear de un dominio a otro.

Reza Chavarría Sergio Gabriel

Por medio de la práctica se pudo obtener los conceptos de la función de transferencia con respecto a los sistemas discretos, los cuales son manejados con respecto a la frecuencia, por medio de ecuaciones en diferencias. También se pudo comprender diferentes tipos de discretización de una señal continua y poder manejarla, como el uso de diferencias finitas o diferenciadores discretos. Y como se puede dar el manejo de un sistema continuo por medio de la discretización.

Valdespino Mendieta Joaquín

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robótica	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

En esta práctica se logró aterrizar el concepto de función de transferencia y de manera práctica su obtención tanto para sistemas en tiempo continuo como para tiempo discreto utilizando la transformada de Laplace o transformada Z respectivamente, todo ello partiendo de una ecuación diferencial a una ecuación en diferencias ó mapeando de un dominio a otro ($S \Leftrightarrow Z$). Por otro lado, se realizaron análisis de la función de transferencia por medio de polos y ceros para poder determinar la estabilidad de un sistema y observando la respuesta ante una señal de entrada, logrando así la caracterización. Además, se logró observar y analizar cómo es que de un sistema críticamente estable se puede llevar a un sistema estable por medio de la operación de un sistema de lazo cerrado.

Referencias

1. Oppenheim A. Señales y sistemas. Prentice hall Hispanoamerica. México.
2. Gloria Mata H. Víctor M. Sánchez. Análisis de sistemas y señales con computo avanzado. DGAPA UNAM, facultad de Ingeniería.
3. La Transformada Z. M.I. Ricardo Garibay Jiménez Facultad de Ingeniería UNAM.