
	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería	Area/Departamento: Laboratorio de control y robo ética		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Práctica Complementaria No. 4


Función de Convolución

Apellidos y nombres:	Murrieta Villegas Alfonso		
	Palacios Rodríguez Diego Octavio		
	Reza Chavarria Sergio Gabriel		
	Valdespino Mendieta Joaquin		
Grupo:	2	Profesor: Michael Rojas	Calificación:
Brigada:	4		
Semestre:	2020-1	Fecha de ejecución:	21 de octubre del 2019

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de control y robo ética	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Rúbrica

Aspectos a evaluar	Excelente	Destacado	Suficiente	No cumplido	Evaluación
Organización Y conducta. A,5 I.	Bueno organización. Puntualidad. Actitud de respeto. Actitud de Colaboración. Interés en el desarrollo de la práctica. (1p.)	Buena organización. Impuntualidad . Confusión en las actividades y responsabilidades. Actitud de Colaboración. Interés en el desarrollo de la práctica. (0,7p.)	Buena organización. Impuntualidad. Confusión en las actividades y responsabilidades. Colaboración deficiente. Falta de interés en el desarrollo de la práctica. (0,5p.)	Mala organización. Impuntualidad. Confusión en las actividades y responsabilidades. Colaboración deficiente. Falta de interés en el desarrollo de la práctica. (0p.)	
Desarrollo de Actividades A,6 M.	Realiza el 100 % de las actividades. Material solicitado completo. Manejo de equipo adecuadamente. (1p.)	Realiza el 90 % de las actividades. Material solicitado completo. Manejo de equipo adecuadamente. (0,7p.)	Realiza el 80 % de las actividades. Material solicitado completo. Manejo de equipo deficiente. (0,5p.)	Realiza menos del 80 % de las actividades. Material solicitado incompleto. Manejo deficiente del equipo. (0p.)	
Asimilación de los objetivos de aprendizaje propios de la práctica. A,1 M, A,3M, A,7Av, A,2I, A,4M.	Asimilan correctamente los conocimientos. Asocian las experiencias de la práctica con conceptos teóricos. (4p.)	Asimilan la mayoría de los conocimientos . Se tiene dificultad en la asociación de los resultados prácticos con la teoría. (3p.)	Asimilan escasamente los conocimientos prácticos. La asociación de la practica con la teoría es escasa. (2p.)	No asimilan los objetivos de la práctica. No logran asociar los resultados obtenidos con la teoría. (0p.)	
Reporte de la práctica A,5I.	Cumple con la estructura del reporte. Refleja los conocimientos adquiridos. Reporte de forma adecuada cada una de las actividades. (4p.)	Cumple con la estructura del reporte. Refleja los conocimientos adquiridos. Las actividades reportadas son incompletas. (3p.)	Cumple con la estructura del reporte. Los conocimientos adquiridos son escasos. Las actividades reportadas son incompletas. (2p.)	No cumple con la estructura del reporte. No refleja los conocimientos adquiridos. Las actividades reportadas son incompletas. (0p.)	

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería	Area/Departamento: Laboratorio de control y robo ética		
La impresión de este documento es una copia no controlada			



Objetivos


- El alumno entenderá la importancia del operador convolución en el análisis de sistemas y procesamiento de señales.

Recursos

- Software
 - Software especializado para calculo numérico, puede utilizarse paquetería de software libre como Octave o Scilab.
- Equipos, instrumentos, herramientas y accesorios a) Computadora con 2GB RAM mínimo.

Seguridad en la ejecución de la actividad.

Peligro o fuente de energía	Riesgo asociado	Medidas de control	Verificación
Voltaje alterno 127 V	Electrocución 	Identificar los puntos energizados antes de realizar la actividad y evitar contacto	
Apellidos y nombres:		Murrieta Villegas Alfonso Palacios Rodríguez Diego Octavio Reza Chavarria Sergio Gabriel Valdespino Mendieta Joaquin	

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería	Area/Departamento: Laboratorio de control y robo ética		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

INTRODUCCIÓN:

La convolución es un operador muy útil en la caracterización de señales, pues a través de esta se puede aproximar el comportamiento de un sistema ante una entrada cualquiera. De esta forma evitamos probar el sistema físicamente con entradas que puedan repercutir dañando o modificando permanentemente el funcionamiento del sistema sin tener que poner en juego la integridad de éste; es decir, la convolución nos modela el comportamiento de los sistemas ante cualquier entrada posible. En esta práctica se explicará el comportamiento de la convolución como operador y las características que lo definen, así como probarla con diferentes señales entrada y observar su comportamiento.

MARCO TEÓRICO:

a) Suma de Convolución:

Cualquier secuencia $x[n]$, se puede representar como una combinación lineal de impulsos unitarios desplazados:

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \delta[n - k]$$

Esto implica que la respuesta a un sistema lineal e invariante en el tiempo (LTI por sus siglas en inglés) **discreto** a $x[n]$ se puede expresar como:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] h[n - k]$$

Ecuación (1)

Donde $h[n - k]$ es la respuesta al impulso unitario desplazado.
A esta ecuación se le conoce como suma de convolución.


Visto como operación, la suma en la ecuación (1) define la convolución entre las secuencias $x[n]$ y $h[n]$ y se representa simbólicamente como:

$$y[n] = x[n] * h[n]$$

b) Integral de convolución:

Cualquier señal $x(t)$, se puede representar como una combinación lineal de “pulsos unitarios desplazados de ancho infinitesimal”:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \delta(t - \tau) d\tau$$

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robo ética	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Esto implica que la respuesta de un sistema LTI **continuo** a $x(t)$, se puede expresar como:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

Ecuación (2)

Donde $h(t)$ es la respuesta al impulso del sistema.

A la ecuación (2) se le conoce como integral de convolución, y vista como operación, define la convolución entre señales $x(t)$ y $h(t)$ y se representa simbólicamente como:

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

Las ecuaciones (1) o (2) suponen la representación de un sistema LTI en términos de su respuesta al impulso unitario. Una consecuencia de esta representación es que **las características de cualquier sistema LTI están dadas completamente por su respuesta al impulso unitario.**

La convolución cumple con 5 propiedades:

Conmutatividad:

$$h[n] * x[n] = x[n] * h[n]$$

Asociatividad:

$$(x[n] * h[n]) * y[n] = x[n] * (h[n] * y[n])$$

Distributiva:


$$x[n] * (h[n] + y[n]) = x[n] * h[n] + x[n] * y[n]$$

Elemento neutro:

$$x[n] * 0 = 0$$

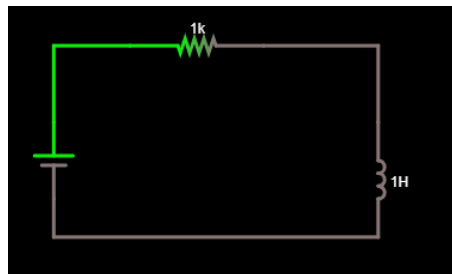
Elemento idéntico:

$$x[n] * \delta = x[n]$$

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Pagina:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robo ética	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

ACTIVIDAD 1 – Respuesta a Estado Cero:

Obtener la respuesta de estado cero del circuito:



Ecuaciones de los elementos:

$$V_r = \text{Voltaje de la resistencia} = RI_L(t)$$

$$V_r = \text{Voltaje de la resistencia} = \frac{dl_1}{dt}$$

Leyes de equilibrio

$$V_e(t) = V_r + V_L$$

Modelo Matemático del Circuito

$$V_e(t) = RI_L(t) + L \frac{dl_1}{dt}$$

Ecuación normalizada

$$V_e(t) \left(\frac{1}{L} \right) = \left(\frac{R}{L} \right) I_L(t) + \frac{dl_1}{dt}$$

Aplicando Transformada de Laplace

$$V_e(s) \left(\frac{1}{L} \right) = s I_L(s) - I_L(0) + \left(\frac{R}{L} \right) I_L(s)$$

Aplicando condición inicial igual a cero


$$V_e(s) \left(\frac{1}{L} \right) = s I_L(s) + \left(\frac{R}{L} \right) I_L(s)$$

$$V_e(s) \left(\frac{1}{L} \right) = I_L(s) \left(s + \left(\frac{R}{L} \right) \right)$$

Entrada al estado cero

$$I_L(s) = H(s) V_e(s) = V_e(s) \left(\frac{1}{L(s + \left(\frac{R}{L} \right))} \right)$$

$$I_L(t) = V_e(t) * e^{-\frac{R}{L}t}$$

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robo ética	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

ACTIVIDAD 2:

En esta actividad se programaron las demostraciones de las propiedades de Conmutatividad, de Asociatividad y Distributiva.

Para ello se utilizó Matlab, en donde se declararon 3 arreglos diferentes, x, h1 y h2.

Considerando a x, h1 y h2 como:

- $X = \{1, 1, 1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, -1, -1, -1\}$
- $H1 = \{0, 0, 1, 0\}$
- $H2 = \{1, 2, 2, 1\}$

Propiedades

- Conmutatividad

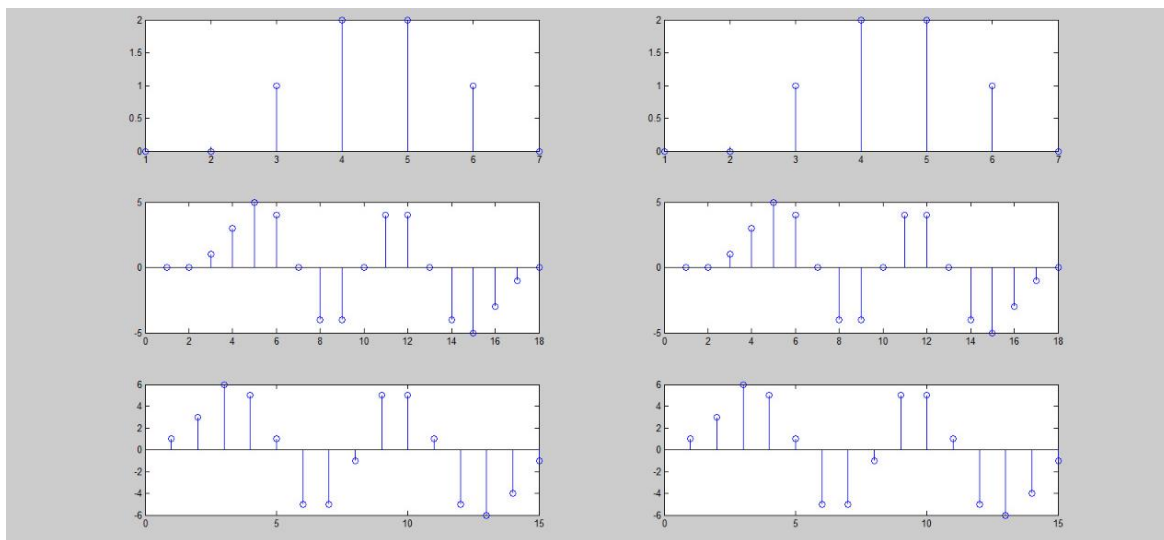
$$H1 * H2 = H2 * H1$$

- Asociatividad


$$X * (H1 * H2) = (X * H1) * H2$$

- Distributividad

$$X * (H1 + H2) = (X * H1) + (X * H2)$$



Gráfica 1: Comprobación de la propiedad de Conmutatividad, Asociatividad y Distributividad

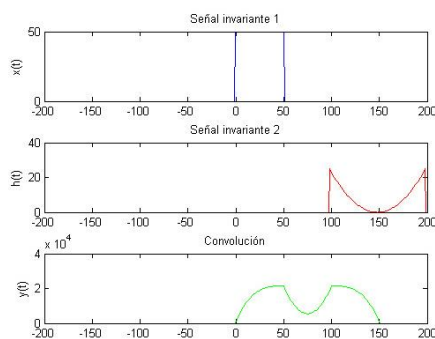
	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Pagina:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robo ética	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

ACTIVIDAD 3

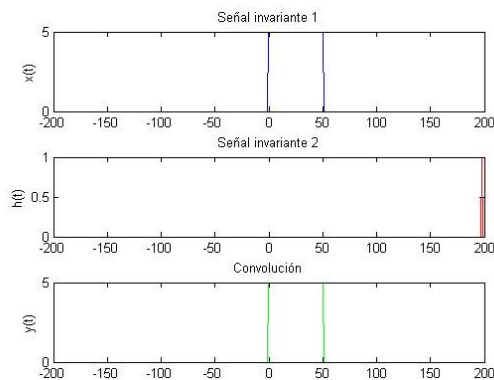
Obtener la convolución de las siguientes señales y agregar en 4 de ellas su demostración matemática:

A continuación, los resultados obtenidos de las señales mediante Matlab:

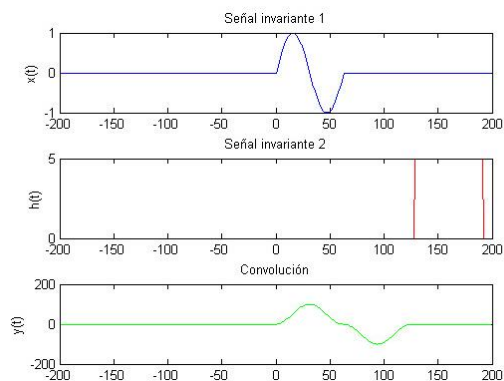
1) Escalón parábola




2) Escalón Impulso

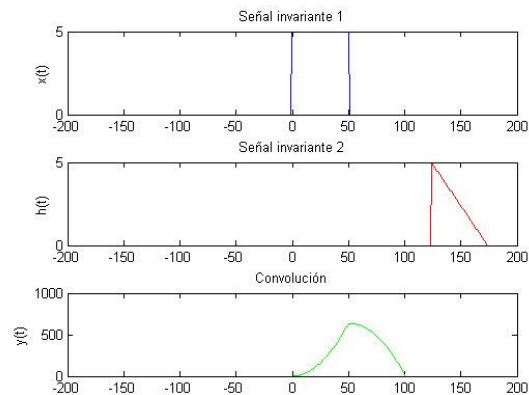


3) Seno Escalón

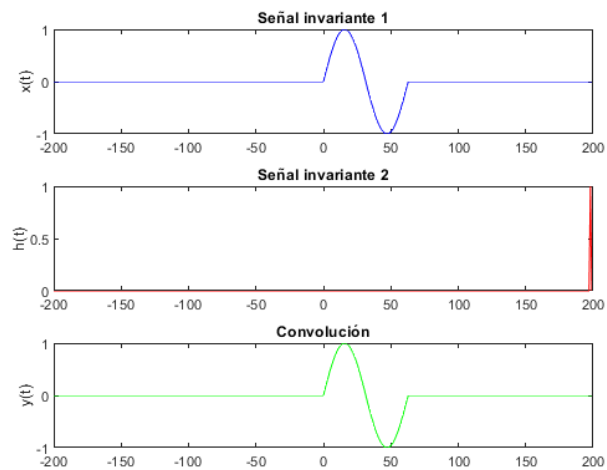


	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robo ética	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

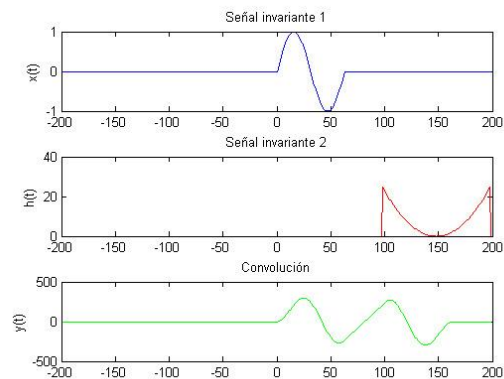
4) Escalón Rampa




5) Seno Impulso

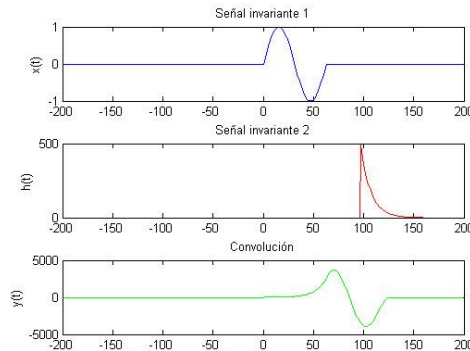


6) Seno Parábola



	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robo ética	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

7) Seno exponencial



A continuación, se muestran la obtención matemática de 4 de los anteriores **casos**

Escalon Impulso

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)y(t-\tau)d\tau$$

Por medio de la propiedad $x[n]*\delta[n] = x[n]$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)y(t-\tau)d\tau; \quad x(\tau) = u(\tau); \quad y(t-\tau) = \delta(t-\tau)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)\delta(t-\tau)d\tau = u(\tau)$$

Seno Impulso

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)y(t-\tau)d\tau$$

Por medio de la propiedad $x[n]*\delta[n] = x[n]$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)y(t-\tau)d\tau; \quad x(\tau) = \sin(\tau); \quad y(t-\tau) = \delta(t-\tau)$$


$$\int_{-\infty}^{\infty} \sin(\tau)\delta(t-\tau)d\tau = \sin(\tau)$$

Escalón Rampa

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)y(t-\tau)d\tau$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} 1(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} (t-\tau)d\tau$$

$$t < 0 \quad x(t) * y(t) = 0$$

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería	Area/Departamento: Laboratorio de control y robo ética		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

$$1 > t > 0$$

$$\int_0^t (t - \tau) d\tau = t\tau - \frac{\tau^2}{2}$$

Evaluado

$$t^2 - \frac{t^2}{2} = \frac{t^2}{2}$$

Es caso es cuando la rampa ya paso por t=1

$$2 > t > 1$$

$$\int_{t-1}^1 (t - \tau) d\tau = t\tau - \frac{\tau^2}{2} = \left[t(1) - \frac{1}{2} \right] - \left[t(t-1) - \frac{(t-1)^2}{2} \right]$$

$$= t - \frac{1}{2} - t^2 + t + \frac{t^2}{2} - t + \frac{1}{2} = -\frac{t^2}{2} + t$$

El comportamiento de la convolución es

Cuando $1 > t > 0$

$$x(t) * y(t) = \frac{t^2}{2}$$

Y cuando $2 > t > 1$

$$x(t) * y(t) = -\frac{t^2}{2} + t$$

Seno escalón

Para esta demostración se utilizará la propiedad que tiene la convolución cuando se maneja en el dominio de S

$$x(t) * y(t) = x(s) y(s)$$

$$\mathcal{L}[\sin(t) * u(t)] = \sin(s) u(s)$$


$$\frac{1}{(s^2 + 1)} \left(\frac{1}{s} \right) = \frac{1}{s^3 + s}$$

$$\frac{1}{s^3 + s} = \frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{s^2 + 1}$$

$$1 = A(s^2 + 1) + s(Bs + C)$$

$$1 = As^2 + A + Bs^2 + Cs$$

$$1 = (A + B)s^2 + Cs + A$$

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería	Area/Departamento: Laboratorio de control y robo ética		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Si $A=1$

$$1 = (1 + B)s^2 + Cs + 1$$

$$1 + B = 0$$


$$C = 0$$

$$A = 1; B = -1; C = 0$$

$$\frac{1}{s^3 + s} = \frac{1}{s} + \frac{-s}{s^2 + 1}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^3 + s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\} - \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{s^2 + 1}\right\}$$

$$= u(t) - \cos(t)$$

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería	Area/Departamento: Laboratorio de control y robo ética		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

ACTIVIDAD 4

Para esta actividad considere en siguiente sistema

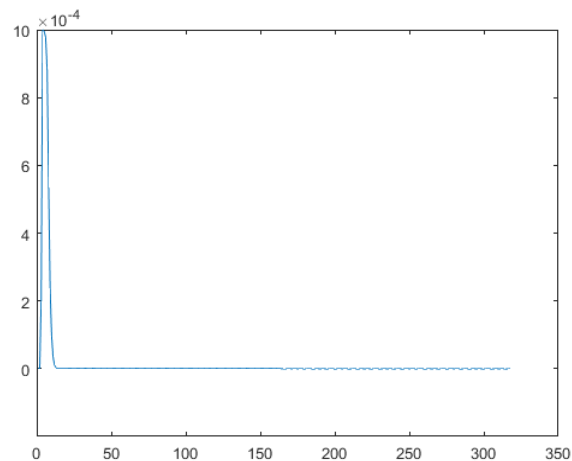
$$\frac{1}{RC}E(t) = \frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{RC}v_c(t) \quad R = 100[\Omega] \quad C = 100[\mu F]$$

¿Cuál es la respuesta al sistema a la siguiente entrada?

$$u(t) + \sin\left(\frac{3}{2}\pi\right) + u(t - 5)$$


$$\sin(t) + \sin\left(\frac{3}{4}\pi + \frac{\pi}{2}\right) + u(t - 3) + u(t - 5)$$

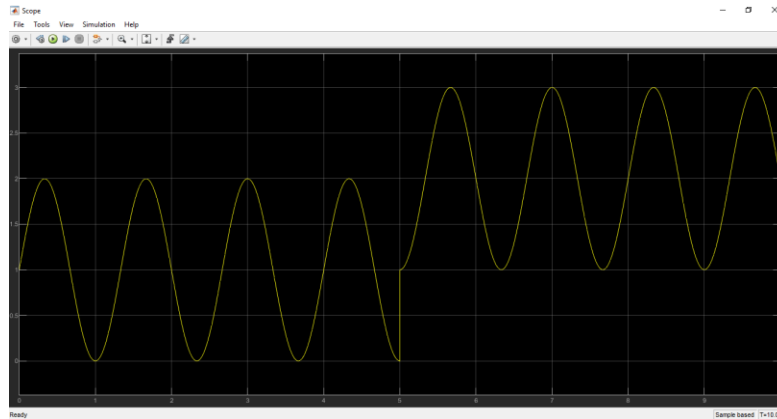
Se dio el uso de un impulso como entrada para el sistema



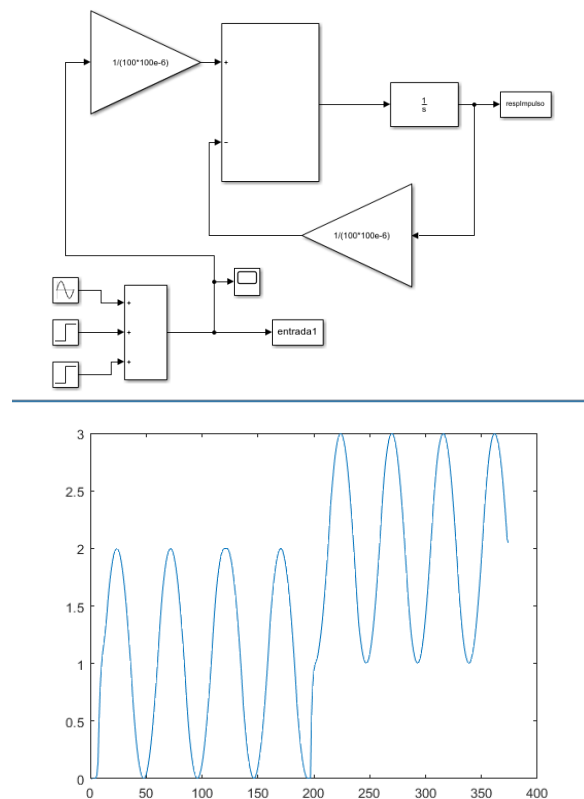
1) Señal de entrada

$$u(t) + \sin\left(\frac{3}{2}\pi\right) + u(t - 5)$$

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robo ética	
La impresión de este documento es una copia no controlada			




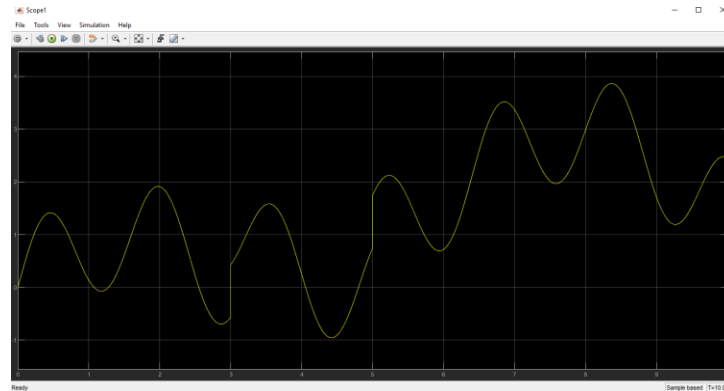
Al ingresar la primera señal de entrada al sistema se tuvo una respuesta muy similar a la entrada.



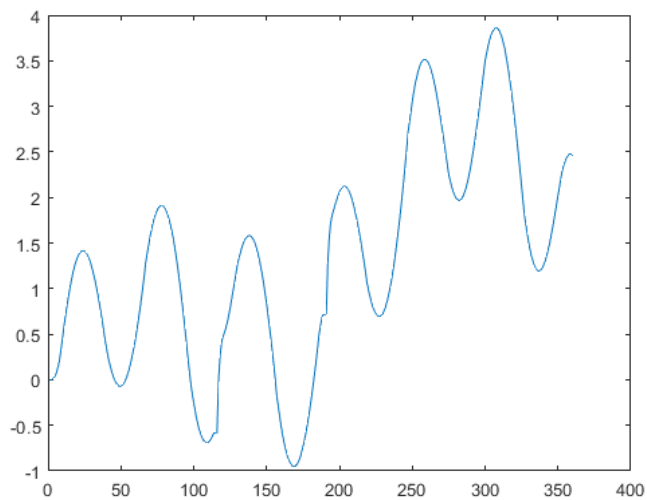
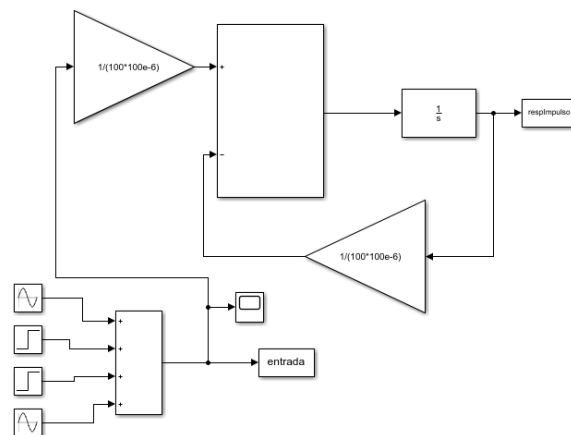
2) Señal de entrada


$$\text{sen}(t) + \text{sen}\left(\frac{3}{4}\pi + \frac{\pi}{2}\right) + u(t - 3) + u(t - 5)$$

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robo ética	
La impresión de este documento es una copia no controlada			



Se dio una respuesta similar a la entrada con respecto al sistema establecido.



	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robo ética	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

CONCLUSIONES

Murrieta Villegas Alfonso

En la presente práctica aprendimos la importancia de la convolución como herramienta matemática para la comprensión y análisis de sistemas, como bien se mencionó en la práctica, existen distintas formas de hacer análisis a la entrada de un sistema además de utilizar entradas típicas como la escalón o impulso, sin embargo, la convolución además de poder verificar este tipo de entradas también nos ofrece la posibilidad de poder analizar cualquier tipo de entrada.

Por otro lado, nuevamente aquí vimos la importancia de la Transformada de Laplace para el análisis y obtención de los modelos matemáticos de sistemas mediante ecuaciones diferenciales.

Palacios Rodríguez Diego Palacios

En esta práctica pudimos observar la utilidad del operador convolución en la representación y caracterización de los sistemas. Empezamos demostrando las propiedades que la convolución cumple, aditividad, conmutatividad, y distributiva, y aunque no se programaron, también vimos teóricamente las de neutro aditivo y multiplicativo.

A través de Mat Lab pudimos entender y aproximar su comportamiento de dadas diversas entradas y graficamos los cambios que las señales sufrían dada la convolución.

A su vez, entendimos la diferencia entre la Suma de Convolución y la Integral de Convolución y el comportamiento que tenía dada una señal discreta o una continua. Fue una excelente manera de complementar los conceptos vistos en teoría, así como para poder entender la importancia de la convolución para poder aproximar el comportamiento de los sistemas sin necesariamente ponerlos en riesgo de modificarlos o dañarlos permanentemente.


Reza Chavarria Sergio Gabriel

La convolución es una herramienta importante para el entendimiento de los sistemas y de las señales vistas a lo largo del curso. Con el uso de MatLab se pudo utilizar para comprender algunos aspectos necesarios de la convolución como sus propiedades y el manejo de estos.

Como se vio en el curso, en ingeniería, la salida de un sistema lineal es la convolución de la entrada con la respuesta del sistema a un impulso.

Valdespino Mendieta Joaquín

En la realización de esta práctica se pudo comprender la relevancia del operador de convolución para el análisis del comportamiento de un sistema, como se observó una de sus utilidades es determinar la respuesta ante cualquier entrada mediante la respuesta al impulso. Por otra parte, operamos entradas como: escalón, seno, rampa e impulso, corroborando de

	Manual de prácticas del Laboratorio de Señales y Sistemas	Código:	MADO-76
		Versión:	01
		Página:	1 / 94
		Sección ISO:	8.3
		Fecha de emisión:	28 de enero de 2019
Facultad de Ingeniería		Area/Departamento: Laboratorio de control y robo ética	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

manera analítica los resultados obtenidos con la integral de convolución y observando la relación que tienen estos, todo ello manejado con el software Matlab.

REFERENCIAS

- Francisco J. Rodríguez Ramírez, 1989, Dinámica de Sistemas, Facultad de Ingeniería UNAM, Editorial Trillas Ogata, K. (1987).