Algoritmos - Actividad Guiada 2

Nombre: Johnny Andres Illescas Fernandez

URL: https://github.com/AndresGin/Algoritmos_de_Optimizacion.git

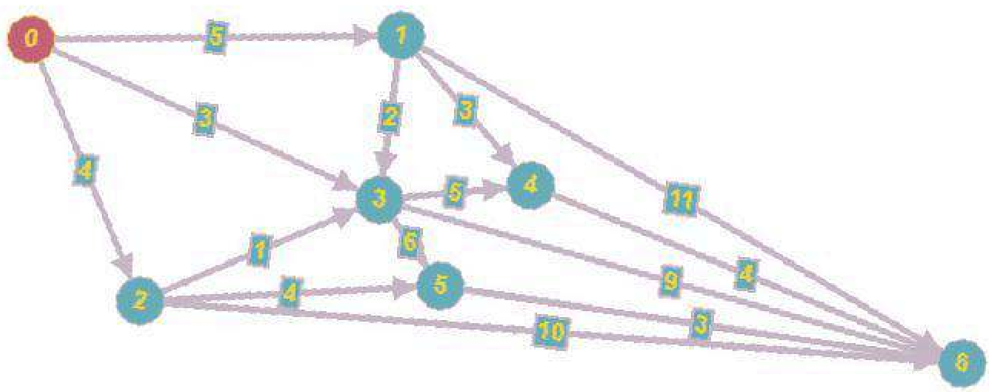
In [1]:
```
import math
```

Programación Dinámica. Viaje por el rio

- **Definición**: Es posible dividir el problema en subproblemas más pequeños, guardando las soluciones para ser utilizadas más adelante.
- **Características** que permiten identificar problemas aplicables:
  -Es posible almacenar soluciones de los subproblemas para ser utilizados más adelante
  -Debe verificar el principio de optimalidad de Bellman: "en una secuencia optima de decisiones, toda sub-secuencia también es óptima" (*)
  -La necesidad de guardar la información acerca de las soluciones parciales unido a la recursividad provoca la necesidad de preocuparnos por la complejidad espacial (cuantos recursos de espacio usaremos)

Problema

En un río hay **n** embarcaderos y debemos desplazarnos río abajo desde un embarcadero a otro. Cada embarcadero tiene precios diferentes para ir de un embarcadero a otro situado más abajo. Para ir del embarcadero i al j, puede ocurrir que sea más barato hacer un trasbordo por un embarcadero intermedio k. El problema consiste en determinar la combinación más barata.



*Consideramos una tabla TARIFAS(i,j) para almacenar todos los precios que nos ofrecen los embarcaderos.

*Si no es posible ir desde i a j daremos un valor alto para garantizar que ese trayecto no se va a elegir en la ruta óptima(modelado habitual para restricciones)

In [2]:
```
#Viaje por el rio - Programación dinámica
################################################################################

TARIFAS = [
[0,5,4,3,float("inf"),999,999],   #desde nodo 0
[999,0,999,2,3,999,11],  #desde nodo 1
[999,999, 0,1,999,4,10], #desde nodo 2
[999,999,999, 0,5,6,9],
[999,999, 999,999,0,999,4],
[999,999, 999,999,999,0,3],
[999,999,999,999,999,999,0]
]

#999 se puede sustituir por float("inf") del modulo math
TARIFAS
```

Out[2]:
```
[[0, 5, 4, 3, inf, 999, 999],
 [999, 0, 999, 2, 3, 999, 11],
 [999, 999, 0, 1, 999, 4, 10],
 [999, 999, 999, 0, 5, 6, 9],
 [999, 999, 999, 999, 0, 999, 4],
 [999, 999, 999, 999, 999, 0, 3],
 [999, 999, 999, 999, 999, 999, 0]]
```

In [3]:
```
#Calculo de la matriz de PRECIOS y RUTAS
#  PRECIOS - contiene la matriz del mejor precio para ir de un nodo a otro
#  RUTAS   - contiene los nodos intermedios para ir de un nodo a otro
################################################################
def Precios(TARIFAS):
################################################################
  #Total de Nodos
  N = len(TARIFAS[0])

  #Inicialización de la tabla de precios
  PRECIOS = [ [9999]*N for i in [9999]*N]  #n x n
  RUTA = [ [""]*N for i in [""]*N]

  #Se recorren todos los nodos con dos bucles(origen - destino)
  #  para ir construyendo la matriz de PRECIOS
  for i in range(N-1):
    for j in range(i+1, N):
      MIN = TARIFAS[i][j]
      RUTA[i][j] = i

      for k in range(i, j):
        if PRECIOS[i][k] + TARIFAS[k][j] < MIN:
            MIN = min(MIN, PRECIOS[i][k] + TARIFAS[k][j] )
            RUTA[i][j] = k
        PRECIOS[i][j] = MIN

  return PRECIOS,RUTA
```

In [4]:
```
PRECIOS,RUTA = Precios(TARIFAS)
#print(PRECIOS[0][6])

print("PRECIOS")
```

```
for i in range(len(TARIFAS)):
  print(PRECIOS[i])

print("\nRUTA")
for i in range(len(TARIFAS)):
  print(RUTA[i])
```

```
PRECIOS
[9999, 5, 4, 3, 8, 8, 11]
[9999, 9999, 999, 2, 3, 8, 7]
[9999, 9999, 9999, 1, 6, 4, 7]
[9999, 9999, 9999, 9999, 5, 6, 9]
[9999, 9999, 9999, 9999, 9999, 999, 4]
[9999, 9999, 9999, 9999, 9999, 9999, 3]
[9999, 9999, 9999, 9999, 9999, 9999, 9999]

RUTA
['', 0, 0, 0, 1, 2, 5]
['', '', 1, 1, 1, 3, 4]
['', '', '', 2, 3, 2, 5]
['', '', '', '', 3, 3, 3]
['', '', '', '', '', 4, 4]
['', '', '', '', '', '', 5]
['', '', '', '', '', '', '']
```

In [5]:

```
#Calculo de la ruta usando la matriz RUTA
def calcular_ruta(RUTA, desde, hasta):
  if desde == RUTA[desde][hasta]:
  #if desde == hasta:
    #print("Ir a :" + str(desde))
    return desde
  else:
    return str(calcular_ruta(RUTA, desde, RUTA[desde][hasta])) +  ',' + str(RUTA

print("\nLa ruta es:")
calcular_ruta(RUTA, 0,6)
```

```
La ruta es:
```

Out[5]: `'0,2,5'`

Problema de Asignacion de tarea

In [6]:

```
#Asignacion de tareas - Ramificación y Poda
################################################################################
#    T A R E A
#   A
#   G
#   E
#   N
#   T
#   E

COSTES=[[11,12,18,40],
        [14,15,13,22],
        [11,17,19,23],
        [17,14,20,28]]
```

In [7]:
```
#Calculo del valor de una solucion parcial
def valor(S,COSTES):
  VALOR = 0
  for i in range(len(S)):
    VALOR += COSTES[S[i]][i]
  return VALOR



valor((3,2,  ),COSTES)
```

Out[7]: 34

In [8]:
```
#Coste inferior para soluciones parciales
#  (1,3,) Se asigna la tarea 1 al agente 0 y la tarea 3 al agente 1

def CI(S,COSTES):
  VALOR = 0
  #Valores establecidos
  for i in range(len(S)):
    VALOR += COSTES[i][S[i]]

  #Estimacion
  for i in range( len(S), len(COSTES)   ):
    VALOR += min( [ COSTES[j][i] for j in range(len(S), len(COSTES))  ])
  return VALOR

def CS(S,COSTES):
  VALOR = 0
  #Valores establecidos
  for i in range(len(S)):
    VALOR += COSTES[i][S[i]]

  #Estimacion
  for i in range( len(S), len(COSTES)   ):
    VALOR += max( [ COSTES[j][i] for j in range(len(S), len(COSTES))  ])
  return VALOR

CI((0,1),COSTES)
```

Out[8]: 68

In [9]:
```
#Genera tantos hijos como como posibilidades haya para la siguiente elemento de
#(0,) -> (0,1), (0,2), (0,3)
def crear_hijos(NODO, N):
  HIJOS = []
  for i in range(N ):
    if i not in NODO:
      HIJOS.append({'s':NODO +(i,)    })
  return HIJOS
```

In [10]:
```
crear_hijos((0,) , 4)
```

Out[10]: [{'s': (0, 1)}, {'s': (0, 2)}, {'s': (0, 3)}]

In [11]:
```
def ramificacion_y_poda(COSTES):
#Construccion iterativa de soluciones(arbol). En cada etapa asignamos un agente(
#Nodos del grafo  { s:(1,2),CI:3,CS:5  }
```

```
  #print(COSTES)
  DIMENSION = len(COSTES)
  MEJOR_SOLUCION=tuple( i for i in range(len(COSTES)) )
  CotaSup = valor(MEJOR_SOLUCION,COSTES)
  #print("Cota Superior:", CotaSup)

  NODOS=[]
  NODOS.append({'s':(), 'ci':CI((),COSTES)    } )

  iteracion = 0

  while( len(NODOS) > 0):
    iteracion +=1

    nodo_prometedor = [ min(NODOS, key=lambda x:x['ci']) ][0]['s']
    #print("Nodo prometedor:", nodo_prometedor)

    #Ramificacion
    #Se generan los hijos
    HIJOS =[ {'s':x['s'], 'ci':CI(x['s'], COSTES)   } for x in crear_hijos(nodo_

    #Revisamos la cota superior y nos quedamos con la mejor solucion si llegamos
    NODO_FINAL = [x for x in HIJOS if len(x['s']) == DIMENSION  ]
    if len(NODO_FINAL ) >0:
      #print("\n********Soluciones:",  [x for x in HIJOS if len(x['s']) == DIMEN
      if NODO_FINAL[0]['ci'] < CotaSup:
        CotaSup = NODO_FINAL[0]['ci']
        MEJOR_SOLUCION = NODO_FINAL

    #Poda
    HIJOS = [x for x in HIJOS if x['ci'] < CotaSup   ]

    #Añadimos los hijos
    NODOS.extend(HIJOS)

    #Eliminamos el nodo ramificado
    NODOS =  [  x for x in NODOS if x['s'] != nodo_prometedor    ]

  print("La solucion final es:" ,MEJOR_SOLUCION , " en " , iteracion , " iteraci



ramificacion_y_poda(COSTES)
```

```
La solucion final es: [{'s': (1, 2, 0, 3), 'ci': 64}]  en  10  iteraciones  para
dimension:  4
```

Descenso del gradiente

In [12]:
```
import math                      #Funciones matematicas
import matplotlib.pyplot as plt  #Generacion de gráficos (otra opcion seaborn)
import numpy as np               #Tratamiento matriz N-dimensionales y otras (fu
#import scipy as sc

import random
```

Vamos a buscar el minimo de la funcion paraboloide :

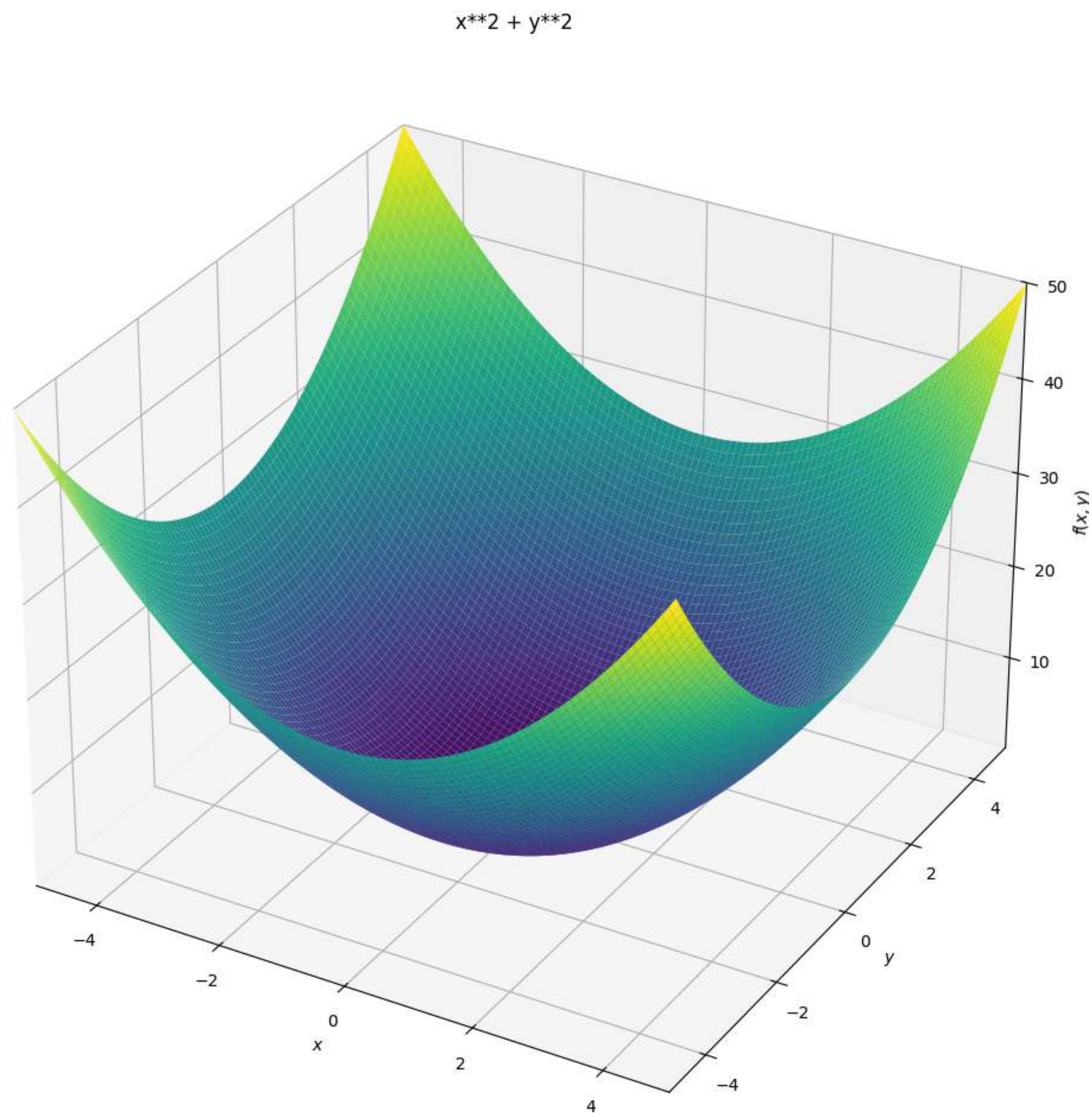
$$f(x) = x^2 + y^2$$

Obviamente se encuentra en (x,y)=(0,0) pero probaremos como llegamos a él a través del descenso del gradiante.

In [13]:
```
#Definimos la funcion
#Paraboloide
f  = lambda X:      X[0]**2 + X[1]**2    #Funcion
df = lambda X: [2*X[0] , 2*X[1]]         #Gradiente

df([1,2])
```

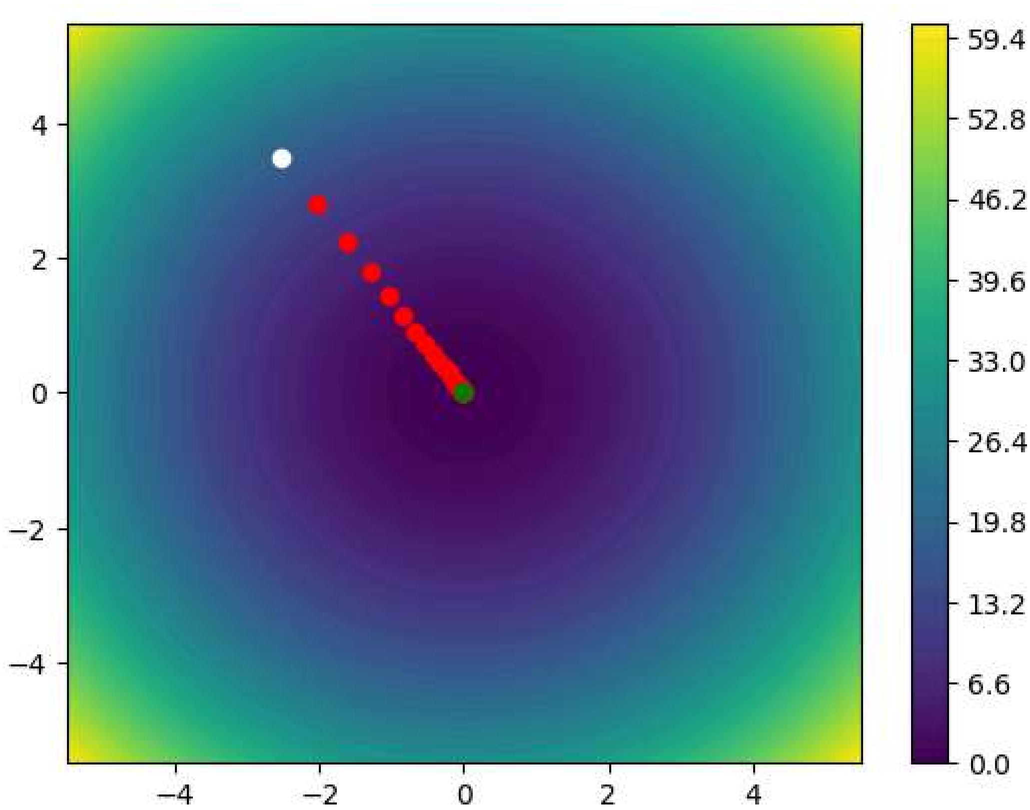
Out[13]: [2, 4]

In [14]:
```
from sympy import symbols
from sympy.plotting import plot
from sympy.plotting import plot3d
x,y = symbols('x y')
plot3d(x**2 + y**2,
       (x,-5,5),(y,-5,5),
       title='x**2 + y**2',
       size=(10,10))
```



Out[14]: <sympy.plotting.backends.matplotlibbackend.matplotlib.MatplotlibBackend at 0x21292232350>

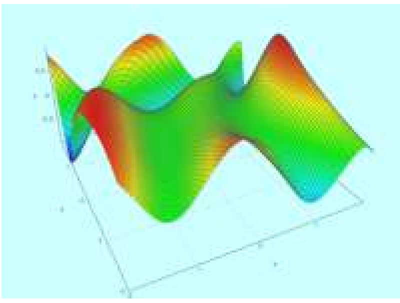
In [17]:
```
#Prepara los datos para dibujar mapa de niveles de Z
resolucion = 100
rango=5.5

X=np.linspace(-rango,rango,resolucion)
Y=np.linspace(-rango,rango,resolucion)
Z=np.zeros((resolucion,resolucion))
for ix,x in enumerate(X):
  for iy,y in enumerate(Y):
    Z[iy,ix] = f([x,y])

#Pinta el mapa de niveles de Z
plt.contourf(X,Y,Z,resolucion)
plt.colorbar()

#Generamos un punto aleatorio inicial y pintamos de blanco
P=[random.uniform(-5,5  ),random.uniform(-5,5 ) ]
plt.plot(P[0],P[1],"o",c="white")

#Tasa de aprendizaje. Fija. Sería más efectivo reducirlo a medida que nos acerca
TA=.1

#Iteraciones:50
for _ in range(50):
  grad = df(P)
  #print(P,grad)
  P[0],P[1] = P[0] - TA*grad[0] , P[1] - TA*grad[1]
  plt.plot(P[0],P[1],"o",c="red")

#Dibujamos el punto final y pintamos de verde
plt.plot(P[0],P[1],"o",c="green")
plt.show()
print("Solucion:" , P , f(P))
```




```
Solucion: [-3.62936016126002e-05, 5.008826134271185e-05] 3.826059442349938e-09
```

¿Te atreves a optimizar la función?:

$$f(x) = sin(1/2 * x^2 - 1/4 * y^2 + 3) * cos(2 * x + 1 - e^y)$$



In [17]:
```
#Definimos la funcion
f= lambda X: math.sin(1/2 * X[0]**2 - 1/4 * X[1]**2 + 3) *math.cos(2*X[0] + 1 -
```

Uso de Numpy en lugar de math

Si se necesita evaluar esta función muchas veces o para grandes arreglos de datos, se puede usar NumPy, que está optimizado para operaciones vectoriales y es más rápido que math para este tipo de cálculos.

Se puede trabajar con arreglos directamente en lugar de valores individuales, lo que mejora la eficiencia si estás procesando grandes conjuntos de datos.

Si algunos de los cálculos dentro de la función son redundantes (es decir, se calculan varias veces para los mismos valores), puedes precalcular esos términos una vez y reutilizarlos.

In [18]:

```
#Esto evitaría recalcular estos valores más de una vez dentro de la función.


f = lambda X: (
    np.sin(1/2 * X[0]**2 - 1/4 * X[1]**2 + 3) *
    np.cos(2*X[0] + 1 - np.exp(X[1]))
)

#Optimizada con precálculos:


f_optimized = lambda X: (
    np.sin(0.5 * X[0]**2 - 0.25 * X[1]**2 + 3) *
    np.cos(2*X[0] + 1 - np.exp(X[1]))
)
```