

Proyecto de laboratorio 8

Conservación del momentum líneal

Juan Andrés Guarín Rojas
Angélica María Angarita
Andrés Giovanni Ferreira

3 de octubre del 2021

Universidad
Industrial de
Santander



Resumen

El fenómeno de las colisiones puede verse en varias situaciones físicas como en algunos deportes, como en el caso del billar, los bolos, así como en el caso de colisiones de asteroides, lo cual destaca su importancia de estudio. En esta práctica se realizó un experimento para la medición de la conservación del momentum, y la conservación de energía en colisiones elásticas, en dos casos de estudio, que fueron los de choque elástica y plástica. En el experimento, se hicieron colisionar dos deslizadores sobre un riel de aire, que permitió desprestigiar la fricción del deslizador con la superficie. En el primer caso, los deslizadores chocaron frontalmente en la línea recta que sigue el riel con una trinchera que contenía una liga elástica. Para el caso plástico, se hizo un choque similar, pero con una aguja metálica impactando a una pieza similar con plastilina en su extremo. Las masas de los objetos se midieron con una balanza con precisión hasta gramos. En total, se realizaron diez prácticas, cinco para cada caso de estudio, donde se variaron las masas. Las velocidades antes y después del choque se midieron con dos fotosensores. Además, los valores de momentums iniciales y finales fueron contrastados, obteniendo que los errores en el caso elástico estuvieron entre 0 y 16 %, y en el caso plástico entre 0 y 22.5 %. Igualmente, para la energía cinética, variaron entre 5 y 40 % para el caso elástico, y entre 45 y 75 %. En conclusión, se obtuvo que el momentum se conservó debido a los bajos valores de error obtenido y también que las principales fuentes de error fueron la fricción con el riel, y un posible desnivel en este.

1. Introducción

Existen dos tipos de movimiento en los cuales interactúan dos cuerpos ejerciendo fuerzas entre sí. El primero son los choques, en este un cuerpo en movimiento golpea a otro, este último estando en reposo. Y las colisiones las cuales los dos cuerpos se encuentran en movimiento un instante antes de que interactúen entre ellos. Para esta práctica, se tomó el primer tipo de movimiento como fundamento, es decir, se usaron choques para completar los objetivos de este proyecto.

En los choques, se presenta la conservación de la cantidad de movimiento. Por esto, se usó la ley de la conservación de esta para describir los movimientos presentados. Estos choques también se dividieron en subcategorías, estas están dadas por la conservación de la energía cinética. Si se conserva se denomina elástica, pero si no lo hace es inelástica. Para la última subcategoría se pueden presentar dos casos, en el primero los cuerpos se unen después del choque y se denomina como perfectamente inelástica, para nombrar cuando sucede lo contrario se deja como inelástica.

Normalmente, en la parte experimental se hicieron modificaciones en el montaje para desprestigiar factores como la fricción entre superficies. En este caso, no fue necesario ya que el montaje usado fue un riel de aire el cual generó que esa fricción sea despreciable.

A partir de dos diferentes accesorios que fueron colocados en los deslizadores fue posible obtener dos diferentes tipos de choques, en las cuales se fueron cambiando las masas y con ello se obtuvieron diez casos diferentes, cinco para cada tipo de choque.

Con ayuda de fotosensores y la interfaz de PASCO fue posible calcular los valores para las velocidades de los dos cuerpos. Mientras se realizaba la práctica se tenía en cuenta el modelo teórico para comparar que los resultados que se iban obteniendo fueron los apropiados para el tipo de choque trabajado.

Este reporte fue dividido en 5 partes principales. En primer lugar, en metodología se realizó una descripción del montaje usado con sus respectivas características, resaltando la importancia de cada una. Resaltando ventajas como desventajas de este, y describiendo detalladamente el proceso seguido para obtener los resultados. Segundo, en la teoría se muestra el modelo teórico para los diferentes casos presentados, y de allí se plantearon los resultados a esperar del modelo experimental. Tercero, en tratamiento de datos se presentaron los datos obtenidos a partir de la práctica experimental, haciendo pequeñas explicaciones sobre los resultados. Además, se hallaron los valores necesarios para realizar una comparación más detallada de los tipos de choque en los diferentes caos. Cuarto, análisis de resultados es la sección en la cual se examinó de forma meticulosa los valores obtenidos en la sección anterior y se entregó un balance de ellos respecto del modelo teórico. En esta también se analizó el comportamiento de los valores obtenidos por los dos métodos, en la cual se dio la justificación a los errores obtenidos. Finalizando, en las conclusiones se realizó un recuento sobre la práctica, resaltando los aspectos más predominantes de la misma y se puntualizó los conocimientos reforzados a partir de este proyecto.

2. Metodología

Para este proyecto fue útil la disposición de un espacio adecuado para la práctica como lo fue el laboratorio donde fue realizado todo el montaje. Para empezar, se dispuso de los siguientes materiales: Un riel de aire, interfaz PASCO, deslizador, una paleta , 2 fotosensores, una tablet, accesorios para cada tipo de choques, y los instrumentos de medición que fueron la cinta métrica, una regla, el pie de rey, la balanza analógica y el nivel o calibrador utilizado para asegurar la no inclinación del riel, ver Anexo 6.

Para empezar, fue necesario calibrar el riel de aire, es decir que al momento de posicionar el deslizador sobre este y se encendiese, el deslizador no tuviese ningún movimiento, o este fuese mínimo. Para esto, fue necesario ajustar la altura de uno de los extremos del riel de aire, para que esta coincidiese con el otro y estuviese nivelado. Esto se logró con un sistema que tiene el mismo riel de aire, que permitió mediante la rotación de lo que se puede asimilar a dos tuercas, una en cada lado, subir o bajar el riel respecto a un soporte que fueron tornillos. Así, mediante prueba y error, ajustando y desajustando estas tuercas, se logró dar la altura correcta al extremo del riel que poseía este mecanismo, y con esto se

logró que el deslizador una vez encendido el riel tuviese un movimiento mínimo. Además, mientras se realizaba cada una de estas pruebas se utilizaba el calibrador para observar qué tanto tendría que seguir siendo ajustada la altura del riel y en qué extremo provocar más o menos altura según el caso.

Hecho esto, se ubicaron los fotosensores cada uno en un punto arbitrario sobre el riel de aire, teniendo en cuenta que se tendría que tener espacio sobre el mismo para el desplazamiento de los deslizadores. Así entonces, el fotosensor número 1 fue aquel que se encontraba siempre a la izquierda y el fotosensor número 2 el que estaba en la derecha. Una vez ubicados y encendidos los fotosensores se debieron conectar a la interfaz PASCO y esta a su vez a la tablet vía Bluetooth, para esto se encendió la interfaz, se activó la conexión Bluetooth, se conectaron los fotosensores a dicha fuente, y lo propio se hizo en la tablet, se encendió la conexión Bluetooth y se emparejaron ambos dispositivos, verificando la referencia de la fuente para poder identificarlo con facilidad en la tablet.

Emparejados los dispositivos, se abrió la aplicación SPARKvue¹ en la tablet y se conectaron de nuevo ambos dispositivos pero en este caso dentro del software. Para la captura y lectura de datos una vez dentro de la aplicación fue necesario borrar cualquier posible sesión previa que pudiese existir y crear una nueva. Al momento de conectar la interfaz con la tablet dentro del software se debió seleccionar la opción de 'Dos fotocompuertas' y dentro de esta 'sincronización de fotocompuertas', se presionó en aceptar, en la opción de 'longitud del objeto' se ingresó la longitud de la aleta que para este caso fue de $10 \pm 0,1 \text{ cm}$, esta medida fue realizada con el pie de rey, y en 'separación de fotocompuerta' se dejó el valor que tenía predeterminado pues se midieron las velocidades de los deslizadores al pasar por cada fotocompuerta no al recorrer una distancia x . Al crear la nueva plantilla se seleccionó el formato tabla, para dicha tabla en primera instancia la primera columna fue la de velocidad en la compuerta 1 y la segunda columna la de velocidad en la compuerta 2.

Se analizaron dos tipos de choques, los elásticos y los perfectamente inelásticos, también llamados plásticos, el debido montaje varió para cada uno de estos. Para empezar, para los choques elásticos, se ubicaron los dos deslizadores sobre el riel de aire, uno de estos ubicado en el espacio entre los dos fotosensores y el otro ubicado antes del fotosensor número 1, es decir, el de la izquierda. Para este caso, cada uno de los deslizadores contaba con el accesorio propio para choques elásticos que era una liga amarrada a un soporte apropiado para esto. De manera que al proporcionarle una velocidad al deslizador 1, llegaría al deslizador 2 y el choque entre estos en realidad sería el choque entre las ligas de cada uno. El otro tipo de choque analizado fue el inelástico, en el que el accesorio apropiado fue en el deslizador de la izquierda, un objeto con una aguja y del otro lado, en el deslizador de la derecha, el mismo objeto pero con plastilina, de esta manera una vez se le proporcionase la velocidad al deslizador número 1, llegaría hasta el número 2 y la aguja se incrustaría en la plastilina por lo que ambos deslizadores seguirían un único movimiento con velocidades

¹<https://www.pasco.com/products/software/sparkvue>

iguales. Para cambiar de un montaje a otro, bastó simplemente con voltear los deslizadores buscando los extremos deseados, ya fuese para choques elásticos o inelásticos, pues en todo momento sobre los deslizadores estuvieron ambos accesorios, con el fin de balancear las masas en los extremos y evitar tener mayor masa en uno de estos, por lo tanto un posible desnivel, y así reducir los posibles errores en las mediciones. En este caso, la masa de los extremos de cada deslizador fue de $11,3 \pm 0,1g$.

Lo primordial fue estudiar cada configuración de masas: $m_1 > m_2$, $m_1 \gg m_2$, $m_1 < m_2$, $m_1 \ll m_2$, $m_1 = m_2$. Para cada configuración de masas, la relación entre estas se muestra en la tabla 3. Las masas de los deslizadores antes de agregar las pesas como se mencionó fue siempre la misma, y constó de la masa del deslizador, la masa de la aleta y la masa de los accesorios. Las masas de cada uno de estos se muestran a continuación:

Cuadro 1. Estos fueron los datos de masa obtenidos usando la balanza analógica para los objetos que tendría el deslizador en cada montaje, sin las pesas.

Cuerpo	Masa [g]	Incertidumbre
Aleta	10.8	0.1
Deslizador	181.55	0.05
Accesorios	11.3	0.1

Ahora bien, para lograr cada configuración deseada de masas, lo que se hizo fue añadirle pesas al deslizador (ya con la aleta y los accesorios) en forma de discos, estos discos tenían cada uno unas masas, estas se muestran a continuación:

Cuadro 2. Estos fueron los datos de masa obtenidos usando la balanza analógica para cada pesa.

Cuerpo	Masa [g]	Incertidumbre
Masa pequeña	10.4	0.05
Masa grande	20.4	0.05
Masa muy grande	162.4	0.15

Es importante aclarar ciertos aspectos, el primero es que estos discos son los mostrados en la figura 8, allí se observan 4 diferentes tipos de disco, el par de menos masa, es decir, el par en que cada disco tiene una masa de 5g sólo fue utilizado en la masa muy grande para aumentar el valor de esta misma, pero no se tomó como una posible masa pequeña porque no era fácil generar la suficiente velocidad en el deslizador 2 para que cruzara por el fotosensor y poder capturar su valor. El segundo es que de aquí se entienden los valores para m_1 y m_2 para cada caso de estudio mostrados en 3. Pues como se mencionó la masa total para un deslizador en realidad fue la masa del deslizador, aleta, accesorios y pesas.

$$M_{total} = m_{deslizador} + m_{aleta} + m_{accesorios} + m_{pesas}$$

En donde m_{pesas} variaría con cada caso de estudio. El tercer aspecto importante a mencionar, es que las masas mostradas para las pesas son para cada pesa, cada deslizador tendría un par de pesas, por lo que m_{pesas} implica que se tome el doble del valor de una de las pesas. Por último, para lograr la masa muy grande, se añadieron al deslizador el par de pesas de 5 g, 10 g, de 20 g y de 50 g cada una. Por último, es importante mencionar que estas masas fueron medidas con la balanza analógica y las incertidumbres fueron debidas a este instrumento de medida.

Teniendo esto claro, lo que restó fue posicionar los deslizadores sobre el riel de aire, como se mencionó, el del lado derecho que sería el que estaría en reposo debía estar entre los fotosensores y el otro a la izquierda del fotosensor 1. Para cada tipo de choque se realizaron 3 mediciones de velocidad para cada deslizador, es decir, para choques elásticos, se ubicaron las configuraciones de masas y para cada una de estas, se realizaron 3 colisiones, y por lo tanto se midieron 3 velocidades por deslizador para cada caso.

Así entonces, se le propició al deslizador de la izquierda una velocidad inicial y producto de esta ocasionar un choque con el otro deslizador, en cada uno de los casos mencionados. Los fotosensores registraron los datos de velocidad de cada deslizador, que fue medida gracias a la aleta de 10cm posicionada sobre este y estos datos a su vez fueron mostrados en las tablas en el software SPARKVue de la interfaz PASCO con la configuración anteriormente mencionada. Cabe mencionar, que para que los fotosensores pudiesen capturar los tiempos con exactitud, se debió verificar que el sensor tuviese lectura de toda la aleta al momento de pasar por este, esto se logró ubicando el fotosensor a una altura específica con el fin de evitar lo mencionado o choques con estas mismas que impidieran la captura de datos. Estos datos fueron anotados, pues serían los utilizados posteriormente para el análisis del fenómeno.

3. Teoría

Desde el punto de vista resolutivo de la física, existen diversos caminos para abordar un problema, entre estos, las universales leyes de Newton, o leyes de conservación como la ley de la conservación de la energía cinética. Sin embargo, hay situaciones en las que la resolución de cierto tipo de problemas puede resultar compleja por estos caminos, o de plano que no sea posible llegar a una solución.

Como adición a estas maneras de solucionar problemas, se introduce en la física una nueva cantidad que describe el movimiento de un objeto. Se trata de la cantidad de movimiento lineal o momentum, que no es más que la presentación real de la segunda ley de Newton presentada por el científico Inglés.

La cantidad de movimiento de un objeto que se mueve con una masa m y velocidad \vec{v}

se define como el producto de estos:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Esta cantidad surge a partir del análisis del par de fuerzas acción-reacción que tienen lugar cuando chocan dos objetos. Esta ley establece, que la fuerza que experimenta un cuerpo 1 debido a un cuerpo 2 es la misma que experimenta 2 debido a 1, pero en sentido contrario, o lo que es lo mismo:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Y por lo tanto:

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$$

Usando la segunda ley de newton para sustituir en la fuerza:

$$m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 = 0$$

$$m_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} + m_2 \frac{d\vec{v}_2}{dt} = 0$$

$$\frac{d(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2)}{dt} = 0$$

Nótese que la operación anterior es posible considerando que las masas de los objetos son constantes como en uno de los casos de estudio de esta práctica de laboratorio.

Además nótese que la derivada es igual a cero, por lo que la expresión $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$ permanece constante en la variación del tiempo.

A esta expresión se le denomina como cantidad de movimiento lineal de un sistema conformado en este caso por dos partículas de masas m_1 y m_2 que experimentan unas velocidades v_1 y v_2 y se puede extender a un sistema de n partículas, la única condición es que las fuerzas que interactúan sobre dicho sistema son fuerzas internas ejercidas por los pares acción-reacción entre las mismas.

Para el caso de estudio de las colisiones, la conservación de la cantidad de movimiento es evidenciada en cualquier choque, mientras que la conservación de la energía, permite clasificar las colisiones en tres tipos:

1. Colisiones perfectamente inelásticas

Para este tipo de colisiones, la energía cinética no se conserva y los objetos permanecen unidos tras el choque, de manera que las velocidades finales de los objetos se

igualan. Esto se puede observar con lo que se conoce como coeficiente de restitución, un coeficiente que relaciona las velocidades finales e iniciales. Este coeficiente se define como:

$$e = \frac{v_{f2} - v_{f1}}{v_{i1} - v_{i2}}$$

Y se obtiene a partir del análisis de la conservación de la energía cinética en las colisiones elásticas. Teniendo que:

$$\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2$$

$$m_1(v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2(v_{2f}^2 - v_{2i}^2)$$

$$m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i})(v_{2f} + v_{2i})$$

Ahora, de por la conservación de la cantidad de momento se tiene que:

$$m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = m_1v_{1f} + m_2v_{2f}$$

Y por lo tanto:

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i})$$

Ahora, si se divide la expresión anteriormente obtenida por energías, entre esta expresión, se tiene que:

$$(v_{1i} + v_{1f}) = (v_{2f} + v_{2i})$$

Y por lo tanto, dejando del mismo lado las velocidades iniciales y del otro lado las velocidades finales, se obtiene que:

$$(v_{1i} - v_{2i}) = -(v_{1f} - v_{2f})$$

Nótese que:

$$v_{2f} = v_{1i} - v_{2i} + v_{1f} \quad (1)$$

$$v_{1f} = v_{2i} - v_{1i} + v_{2f} \quad (2)$$

Y al cociente de estos dos factores se le conoce como coeficiente de restitución e .

Este coeficiente de restitución toma valores tales que $0 \leq e \leq 1$ y clasifica las colisiones en cierto tipo tal como se había mencionado.

Para este caso de colisiones perfectamente inelásticas el coeficiente de restitución toma el valor de $e = 0$ lo que implica que las velocidades finales de los objetos sean iguales y por lo tanto una vez choquen se unan. Este caso es un caso hipotético, pues en realidad las velocidades aunque puedan igualarse, no permanecerán así con el paso del tiempo, porque parte de la energía que poseen se pierde en calor, sin considerar presencia de otras fuerzas que también inciden en la realidad.

2. Colisiones elásticas

En este tipo de colisiones la energía cinética se conserva. Y el coeficiente de restitución toma un valor de $e = 1$, partiendo de este hecho y asumiendo la conservación del momento lineal, es posible conocer las expresiones para las velocidades finales de cada uno de los objetos.

Partiendo de la conservación del momento lineal y sustituyendo 1 en dicha expresión, se tiene que:

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 (v_{1i} - v_{2i} + v_{1f})$$

Tras simplificaciones, se llega a que:

$$(m_1 + m_2) v_{1f} = (m_1 - m_2) v_{1i} + 2m_2 v_{2i}$$

Y por lo tanto, de manera general, para la velocidad final del objeto 1 en un choque elástico, se tiene que:

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}$$

Haciendo el mismo proceso con 2, se llega a una expresión general para choques elásticos para la velocidad final del objeto 2:

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}$$

Este tipo de choque, también es ideal, pues en realidad la energía no se conserva si no que se pierde en forma de calor.

3. Colisiones inelásticas

En este tipo de colisiones la energía no se conserva y son el tipo de colisiones que ocurren en la realidad, donde el coeficiente de restitución toma un valor de $0 < e < 1$.

Adicionalmente, es posible relacionar el valor de e con la energía cinética perdida en los casos de colisiones no elásticas. Se empezó considerando el hecho de que en estos casos la energía cinética no se conserva y, por lo tanto, $\Delta K < 0$ lo que quiere decir que la energía cinética final es menor que la inicial pues hay una pérdida de energía.

$$K_f - K_i < 0 \implies K_f < K_i$$

Ahora, se nombró al valor de pérdida de energía como $\Delta K = -C$, donde C es una constante positiva. De esta forma, se tuvo que $K_i = K_f + C$.

En este punto se consideró el choque frontal entre dos cuerpos m_1 y m_2 con velocidades iniciales v_{1i} , $v_{2i} = 0$, y velocidades finales v_{1f} , v_{2f} . Donde se tomó v_{2i} como cero para hacerlo más simple. Con lo cual el coeficiente de restitución quedó como:

$$e = -\frac{v_{2f} - v_{1f}}{v_{2i} - v_{1i}} = \frac{v_{2f} - v_{1f}}{v_{1i}} \quad (3)$$

Luego, se tomó en cuenta que se conservaba el momentum líneal. De esta manera, la ecuación de energía cinética quedó como:

$$\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 = \frac{1}{2}(m_1v_{1f}^2 + m_2v_{2f}^2) + C$$

$$m_1(v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2v_{2f}^2 + 2C$$

$$m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = m_2v_{2f}^2 + 2C$$

Igualmente, se tomó la ecuación anterior y se dividió entre la ecuación de momentum expresada como $m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2v_{2f}$.

$$\frac{m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f})}{m_1(v_{1i} - v_{1f})} = \frac{m_2v_{2f}^2}{m_2v_{2f}} + \frac{2C}{m_2v_{2f}}$$

Esta ecuación es válida siempre que $v_{1i} \neq v_{1f}$ y $v_{2f} \neq 0$, para evitar que el denominador se haga cero. Por su parte, al continuar, se obtuvo

$$\begin{aligned}
 v_{1i} + v_{1f} &= v_{2f} + \frac{2C}{m_2 v_{2f}} \\
 -(v_{2f} - v_{1f}) &= -v_{1i} + \frac{2C}{m_2 v_{2f}} \\
 -\frac{v_{2f} - v_{1f}}{-v_{1i}} &= 1 + \frac{2C}{m_2 v_{2f}(-v_{1i})} \\
 e &= 1 - \frac{2C}{m_2 v_{2f} v_{1i}} \quad (4)
 \end{aligned}$$

Con lo cual se obtuvo que e puede valer uno solo cuando $C = 0$, es decir cuando la pérdida de energía cinética sea cero. Y además se tuvo que e fuera igual a cero cuando la pérdida de energía fuera $C = \frac{1}{2}m_2 v_{2f} v_{1i}$.

Revisando las magnitudes, para comprobar que e resulta adimensional, se encontró:

$$\begin{aligned}
 [e] &= \left[\frac{N \cdot m}{kg \cdot m^2/s^2} \right] \\
 [e] &= \left[\frac{kgm/s^2}{kg \cdot m/s^2} \right] = [adimensional]
 \end{aligned}$$

De igual forma se intentó simplificar la ecuación obtenida para el coeficiente de restitución e partiendo de la ecuación 3:

$$\frac{v_{2f} - v_{1f}}{v_{1i}} = e$$

$$v_{2f} - v_{1f} = e v_{1i}$$

$$v_{1f} = v_{2f} - e v_{1i}$$

Aplicando la ecuación de conservación de momentum se obtuvo:

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$m_1 v_{1i} = m_1 (v_{2f} - e v_{1i}) + m_2 v_{2f}$$

$$\frac{m_1 v_{1i}(1+e)}{m_1 + m_2} = v_{2f}$$

Con lo cual, se llegó a:

$$e = 1 - \frac{2C}{m_2 \left(\frac{m_1 v_{1i}(1+e)}{m_1 + m_2} \right) v_{1i}}$$

$$1 - e = \frac{2C(m_1 + m_2)}{m_2(m_1 v_{1i}(1+e))v_{1i}}$$

$$(1 - e)(m_1 v_{1i} + m_1 e v_{1i}) = \frac{2C(m_1 + m_2)}{m_2 v_{1i}}$$

$$m_1 v_{1i} - m_1 e^2 v_{1i} = \frac{2C(m_1 + m_2)}{m_2 v_{1i}}$$

$$e = \pm \sqrt{\frac{m_1 v_{1i} - \frac{2C(m_1 + m_2)}{m_2 v_{1i}}}{m_1 v_{1i}}}$$

Como $e > 0$

$$e = \sqrt{1 - \frac{2C(m_1 + m_2)}{m_1 m_2 v_{1i}^2}} \quad (5)$$

Analizando las magnitudes, se encontró que e es adimensional como se esperaba:

$$[e] = \left[\sqrt{\frac{N \cdot m \cdot kg}{kg^2 \cdot m^2 / s^2}} \right]$$

$$[e] = \left[\sqrt{\frac{kg \cdot m / s^2}{kg \cdot m / s^2}} \right] = [\sqrt{adimensional}] = [adimensional]$$

En conclusión, se obtuvo una ecuación que relaciona el coeficiente de restitución e con el valor de la energía cinética perdida y con las condiciones iniciales de velocidad y de masas m_1 y m_2 . Donde se consideró a la velocidad inicial de m_2 como cero.

Igualmente, para que la ecuación 5 tuviera sentido se necesitaría que:

$$\frac{2C(m_1 + m_2)}{m_1 m_2 v_{1i}^2} < 1$$

$$C < \frac{m_1 m_2 v_{1i}^2}{2(m_1 + m_2)} \quad (6)$$

4. Tratamiento de Datos

En esta parte se mostraron los resultados obtenidos del tratamiento de datos. En primer lugar gracias a los datos tomados de las masas y de las velocidades, que pueden encontrarse en el anexo 6, fueron obtenidos los momentums y energías cinéticas. En particular, para cada caso se halló el momentum inicial y final, y se calcularon los errores porcentuales. Además, esto se realizó tres veces, cada una con una velocidad inicial diferente. Por lo cual, estos casos de prueba no podían unirse en uno solo mediante el cálculo de promedios, si no, que debieron analizarse de forma separada. De esta forma, en los siguientes cálculos, se seguirá manteniendo esta división de datos. Los datos completos de momentum y energía cinética están en el anexo B [6]. Igualmente, los datos mencionados antes se pueden encontrar en las tablas 11 y 12.

En estas imágenes se usó la convención de $m_1 > m_2$ para indicar el caso donde colisionó la masa grande con la pequeña, y los demás casos de forma similar. Estas convenciones pueden verse en la tabla 3. Estas masas se calcularon tomando la masa del deslizador y luego se le sumaron a esta las masas de las pesas para cada caso. Para el cálculo de incertidumbre de estos valores, se sumaron las incertidumbres de cada elemento medido. De esta forma, para el caso de $m_1 > m_2$ la primera masa se calculó sumando las masas de la aleta, del deslizador, de los accesorios (trinchera y aguja), y las pesas. Con lo cual la incertidumbre de m_1 fue la suma de las incertidumbres de las mediciones de esos elementos. Además, estas mediciones se hicieron con una balanza analógica que tuvo una incertidumbre de 0.05 y 0.01, dependiendo de la claridad para ver el valor de la medición. Estas mediciones pueden encontrarse en el anexo 6

Cuadro 3. En este cuadro se muestran las masas usadas en cada caso de choque.

Caso	m_1 [g]	m_2 [g]
$m_1 > m_2$	224.1 ± 0.3	214.1 ± 0.3
$m_1 >> m_2$	366.1 ± 0.4	214.1 ± 0.3
$m_1 < m_2$	214.1 ± 0.3	224.1 ± 0.3
$m_1 << m_2$	214.1 ± 0.3	366.1 ± 0.4
$m_1 = m_2$	203.7 ± 0.3	203.7 ± 0.3

Cuadro 4. Estos fueron los datos de errores obtenidos de momentum y energía cinética en las colisiones elásticas. Observe que tanto los errores porcentuales de momentum y energía cinética fueron bajos, debido a que en este tipo de colisiones ambas cantidades deben conservarse.

Colisiones elásticas		
Prueba 1		
Caso	% Error p	% Error K
$m_1 > m_2$	11.8	8.5
$m_1 \gg m_2$	2.0	12.2
$m_1 < m_2$	3.5	11.0
$m_1 \ll m_2$	3.8	11.8
$m_1 = m_2$	9.0	17.2
Prueba 2		
$m_1 > m_2$	0.6	40.4
$m_1 \gg m_2$	4.0	7.6
$m_1 < m_2$	3.7	11.4
$m_1 \ll m_2$	3.0	14.2
$m_1 = m_2$	13.1	24.5
Prueba 3		
$m_1 > m_2$	16.3	5.7
$m_1 \gg m_2$	3.5	12.9
$m_1 < m_2$	7.4	18.1
$m_1 \ll m_2$	1.9	14.1
$m_1 = m_2$	11.5	21.7

Cuadro 5. Estos fueron los datos de errores obtenidos de momentum y energía cinética en las colisiones plásticas. Observe que hubieron bajos errores en el momentum y altos en la energía cinética puesto que ésta no se conserva en este tipo de colisiones.

Colisiones plásticas		
Prueba 1		
Caso	% Error p	% Error K
$m_1 > m_2$	5.0	53.9
$m_1 \gg m_2$	7.2	45.6
$m_1 < m_2$	16.7	65.9
$m_1 \ll m_2$	17.8	74.6
$m_1 = m_2$	11.2	60.5
Prueba 2		
$m_1 > m_2$	7.9	56.5
$m_1 \gg m_2$	10.3	49.2
$m_1 < m_2$	18.6	67.4
$m_1 \ll m_2$	5.7	57.7
$m_1 = m_2$	11.5	60.7
Prueba 3		
$m_1 > m_2$	6.6	55.4
$m_1 \gg m_2$	16.5	55.8
$m_1 < m_2$	9.1	59.5
$m_1 \ll m_2$	22.5	77.1
$m_1 = m_2$	2.2	52.1

Los datos anteriores de errores porcentuales fueron graficados mediante un código en python ² para mostrar la variabilidad obtenida para cada caso de masas. Los casos se pusieron sobre el eje x y el valor del error en el eje y.

²Este puede encontrarse en el siguiente repositorio: https://github.com/AndresGuarin/JupyterCods/tree/main/Laboratory/Lab_8.colisions

Momentum

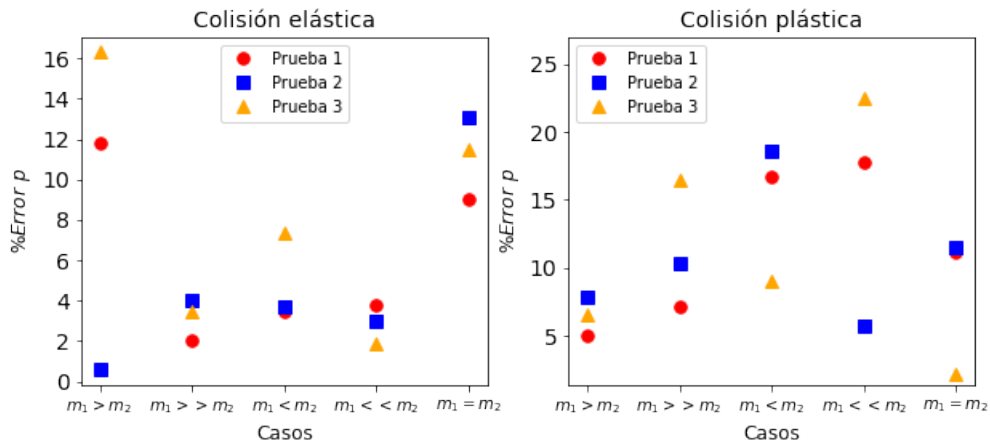


Fig. 1. Variación de los errores porcentuales del momentum inicial y final en base a cada caso de masas. Observe que los errores no son muy altos en general para las dos colisiones.

Energía cinética

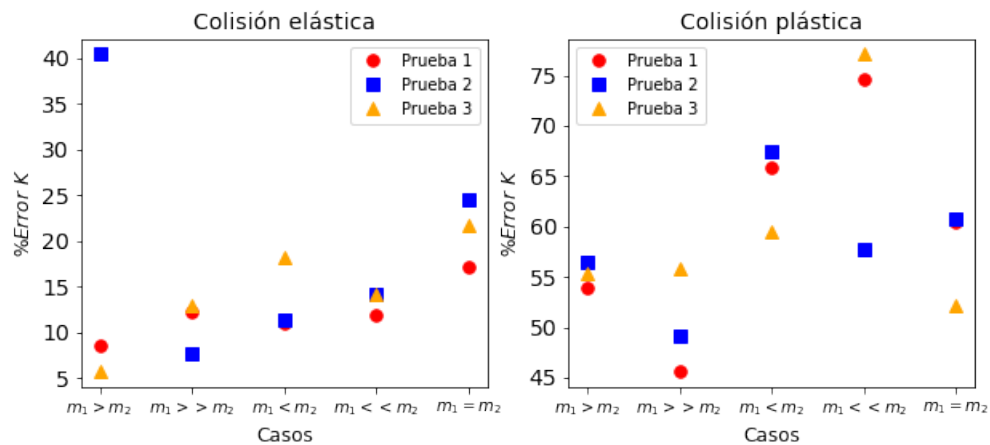


Fig. 2. Variación de los errores porcentuales de energía cinética inicial y final en base a cada caso de masas. Observe que los errores son más altos para el caso plástico.

Después de esto, se analizó el valor del coeficiente de restitución obtenido en cada caso. De esta manera, se quiso comprobar que tan parecidas fueron las colisiones a los casos de choque perfectamente inelástico y completamente elástico. Donde se usó la ecuación 3 y los valores de velocidad medidos en cada caso de estudio y en cada prueba.

Cuadro 6. Datos del coeficiente de restitución e para cada caso. Observe que en los casos perfectamente inelásticos los valores fueron negativos indicando que posiblemente cuando la segunda aleta paso por el fotosensor había perdido velocidad por alguna fuente de error. Además, note que en los casos elásticos, el coeficiente se acerca bastante a 1.

Caso	Prueba 1 e	Prueba 2 e	Prueba 3 e
Choques plásticos			
$m_1 > m_2$	-0.02	-0.04	-0.02
$m_1 \gg m_2$	-0.04	-0.03	-0.08
$m_1 < m_2$	-0.06	-0.07	-0.05
$m_1 \ll m_2$	-0.08	-0.13	-0.11
$m_1 = m_2$	-0.04	-0.05	-0.04
Choques elásticos			
$m_1 > m_2$	0.75	0.43	0.72
$m_1 \gg m_2$	0.86	0.81	0.88
$m_1 < m_2$	0.92	0.92	0.88
$m_1 \ll m_2$	0.88	0.86	0.87
$m_1 = m_2$	0.91	0.87	0.88

Para tener una mejor idea de los datos mostrados anteriormente, y considerando que de acuerdo con 3 los cambios de masas no fueron muy grandes al igual que los ordenes de magnitudes de la energía cinética fue similar, se realizó un promedio de e sobre los valores del choque plástico, y del mismo modo, para el elástico. De esta forma se obtuvo que las colisiones plásticas tuvieron un valor de

$$e = 0,06 \pm 0,03 \quad (7)$$

Y las elásticas de:

$$e = 0,8 \pm 0,1 \quad (8)$$

Es importante destacar que en términos generales el coeficiente e puede depender de la masa y la velocidad de incidencia en el choque. De acuerdo con Ji y colaboradores [1], al aumentar el tamaño de un objeto el coeficiente de restitución COR puede disminuir debido a que la fuerza de impacto aumenta, incrementando el daño en el material. Dando como consecuencia, una mayor pérdida de energía cinética que ocasiona una disminución del COR. Sin embargo, en el mismo artículo se menciona que esto es un tema todavía en discusión debido a que hay diferencias entre los resultados obtenidos por varios experimentos en distintos lugares.

Continuando con el tratamiento de datos, se realizó una comparación entre la pérdida de energía cinética que resultó de los datos y la pérdida que se puede inferir de la ecuación [5]. De esta forma, el valor de energía cinética perdida en función de e y de algunas condiciones iniciales fue:

$$C = \frac{m_1 m_2 v_1^2 (1 - e^2)}{2(m_1 + m_2)} \quad (9)$$

Tomando a la pérdida de energía como que $|\Delta K| = C$ para el caso teórico y como $|\Delta K| = K_i - K_f$, se obtuvieron los datos de errores en las siguientes tablas. Y además, los datos completos pueden verse en 6.

Cuadro 7. Esta tabla muestra los datos de pérdida de energía predichos asociados a la pérdida de energía por deformación para las colisiones elásticas. Observe que en este caso algunos errores llegan a ser altos.

Caso	Colisiones elásticas		
	%Error $ \Delta K $		
	Prueba 1	Prueba 2	Prueba 3
$m_1 > m_2$	60.1	1.6	75.9
$m_1 \gg m_2$	26.1	40.4	46.9
$m_1 < m_2$	43.8	45.3	62.8
$m_1 \ll m_2$	19.3	13.7	9.1
$m_1 = m_2$	100.0	100.0	100.0

Cuadro 8. Esta tabla muestra los datos de pérdida de energía predichos asociados a la pérdida de energía por deformación para las colisiones plásticas. Observe que los errores porcentuales son bajos indicando que la energía perdida predicha es cercana a la obtenida.

Caso	Colisiones plásticas		
	%Error $ \Delta K $		
	Prueba 1	Prueba 2	Prueba 3
$m_1 > m_2$	10.3	15.9	13.4
$m_1 \gg m_2$	23.9	33.4	52.2
$m_1 < m_2$	29.3	32.4	16.6
$m_1 \ll m_2$	19.0	7.0	23.6
$m_1 = m_2$	21.1	21.8	4.3

En estas ecuaciones de pérdida de energía, el porcentaje de error de energía cinética se calculó como:

$$\%Error\Delta K = |\Delta K_{teórico} - \Delta K_{experimental}| / \Delta K_{teórico} = |C - |\Delta K|| / C$$

Por último, en ese caso también se usó un gráfico en python para visualizar los datos de error porcentual, como se muestra a continuación.

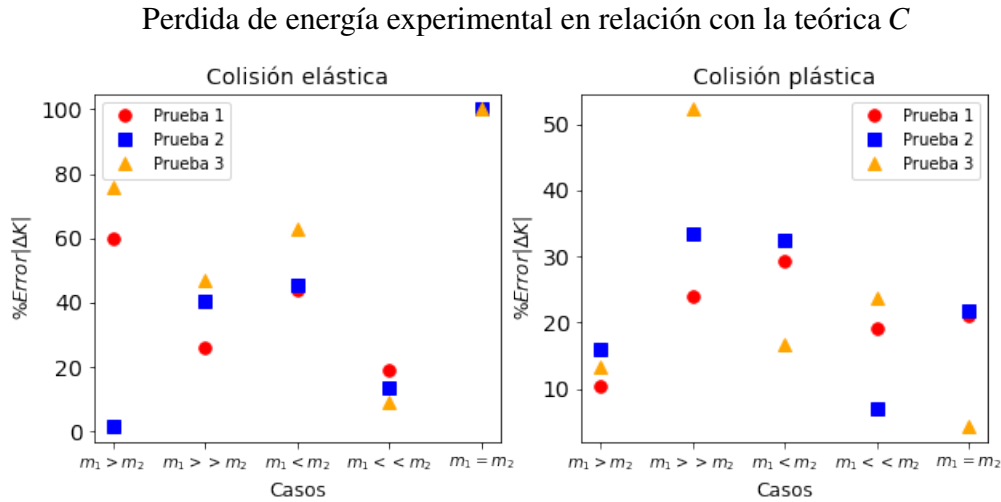


Fig. 3. Variación de los errores porcentuales de pérdida de energía en base a cada caso de masas. Observe que los errores son mayores en el caso elástico con respecto al plástico.

5. Análisis de Resultados

En esta práctica se estudio el principio de conservación de momentum para una choque unidimensional de dos objetos trasladándose sin fuerzas externas. También se estudió el parámetro e que representa el coeficiente de restitución de la choque, donde e varia de cero a 1. De manera que, se tuvo que si $e = 1$ la energía cinética se conserva y cuando $e < 1$ no se conserva.

Primeramente, según lo visto en teoría para los choques plásticos o inelásticos los objetos después del choque se unen para formar uno solo y moverse a una velocidad igual. En este caso como se pudo observar en el cuadro 12, este hecho se cumplió en cierta manera, pues para las tres pruebas la mayor variación en los valores de las velocidades finales de los deslizadores fue de 1,42 y se dio para la prueba 3 en el caso de $m_1 < m_2$, es decir, que la velocidad final del deslizador 1, v'_1 , fue mayor 1,42 veces a la velocidad final del deslizador 2, v'_2 . Con esto se observó la poca variación que llegaron a tener las velocidades finales entre sí de cada deslizador. Y esta pequeña variación se debió netamente al fotosensor, aún así esto mostró la gran precisión con la que los fotosensores capturaron los datos de velocidades. De hecho, la incertidumbre en el tiempo fue de $10 \mu s$. Por lo que, las incertidumbres de estos se consideraron muy bajas como para calcular errores en las velocidades, y por esto se utilizaron estos valores de velocidades sin errores en los cálculos de momentum y energía.

Siguiendo este hilo, respecto a la conservación de la cantidad de movimiento lineal o momentum, como se argumentó en teoría, sin importar el tipo de choque este debe conservarse. Para las colisiones plásticas se observó que la variación en el instante antes al instante después del choque no varió en gran medida, mostrando en cierta manera la con-

servación del momentum. Para la prueba 1, el mayor error del momentum p fue de 17,8 y se dio para el caso de $m_1 \ll m_2$, y en general para las pruebas 1 y 3 de este tipo de choque, para los casos en los que alguna de las masas fue considerablemente mayor a la otra, es decir $m_1 \ll m_2$ o $m_1 \gg m_2$ se observó que el error de p era mayor en comparación a los otros casos donde se tenían otras configuraciones de masas. Esto debió deberse a los cálculos en la velocidad, es decir, que a alguno de los dos objetos después del choque le tardara más tiempo en alcanzar esa igualdad de velocidades, por lo que si se tomaran las mismas velocidades unos instantes de tiempo después estos datos de velocidad serían más parecidos entre sí y por lo tanto disminuiría el error en p . Esto también pudo deberse a los valores de las masas, aunque en muy pequeña medida, pues si bien es cierto que para estos casos de $m_1 \ll m_2$ una de las masas tendría mayor incertidumbre que la otra, esta diferencia fue casi insignificante, pues como lo muestra la tabla 3 los cambios de masa no fueron muy grandes. Siendo el mayor cambio en el caso $m_1 \gg m_2$, donde $\frac{m_1}{m_2} = 0,59$. También es importante recordar que la conservación de momentum es la segunda ley de Newton y sólo tiene en cuenta el par de fuerzas acción-reacción sobre ambos objetos. En la realidad, los deslizadores estuvieron sobre un riel de aire, que simuló una superficie sin fricción, sin embargo, esta sí existió aunque fuese mínima, y pudo ser mayor si la calibración del riel no fue la mejor (pudiendo haber un desnivel) o si se generó algún roce entre el deslizador y alguna parte de la superficie del riel.

En cuanto al momentum para las colisiones elásticas, se apreciaron en promedio menos errores que para las colisiones plásticas (ver figura 1), sin embargo, este promedio no dice mucho en realidad, porque las velocidades siempre fueron diferentes, por lo que no se pudo establecer comparaciones realmente. Aún así, estos errores de p fueron bajos, para resaltar el caso de la prueba 2 la configuración $m_1 > m_2$ en donde el error de p fue de 0,6, lo que mostró que despreciando como posibles errores considerables las mediciones de las masas, lo que generó estos errores fueron los datos de velocidad capturados por los fotosensores y que a su vez se pudieron ver afectados a factores ya mencionados. Aún así, así como para las colisiones plásticas, estos errores fueron bajos, por lo que se muestra la conservación del momentum.

Para identificar el tipo de choque, como se mostró en la sección de teoría, se definió el coeficiente de restitución e , que relaciona la pérdida de energía cinética producto de la elasticidad del choque es decir de la elasticidad de los materiales de los objetos que colisionaron. Para las colisiones plásticas, en promedio se obtuvo un valor para el coeficiente de restitución $e = 0,06 \pm 0,03$ (ver ecuación 7), un dato que cumple con lo predicho teóricamente y que además muestra la poca elasticidad de los materiales en este tipo de choque, es decir de la aguja y de la plastilina. Pues si cuando e decrece el choque se hace más inelástico, si $e = 0$ entonces la unión entre ambos cuerpos se consideraría ideal. En este caso, con este valor de e se observó que la choque cumplió con el carácter de unión entre ambos deslizadores. Por otro lado, para las colisiones elásticas, se obtuvo un valor promedio de $e = 0,8 \pm 0,1$ (ver ecuación 8), lo que mostró la gran elasticidad de los materiales que cho-

caron en este caso, es decir, las ligas. Experimentalmente el lector puede convencerse más de este hecho.

Por último, en cuanto a la energía cinética, esta se podía conservar o no, dependiendo del tipo de choque. Como se mostró anteriormente, para las colisiones plásticas, la energía cinética no se conserva y esto se evidenció en los errores obtenidos para K , que fueron mayores en la mayoría de veces a 50 (ver figura 2), esta pérdida de energía es producto de la poca elasticidad de la choque, y por lo tanto la deformación del cuerpo, en este caso, esa deformación es entendida como el momento en el que la aguja ingresó en la plastilina y por lo tanto lo perforó. En adición, el cálculo teórico de esta pérdida de energía denominado C , fue cercano al valor real. Esto se comprobó con el cálculo del error de esta pérdida de energía, mostrados anteriormente (ver figura 3). Estos errores en su mayoría fueron cercanos 22, mostrando que la pérdida de energía real sí fue cercana a la esperada teóricamente, aunque este mismo tiene sentido por la interacción de fuerzas externas no conservativas ya mencionadas.

Para las colisiones elásticas, la teoría mostró la conservación de la energía, esto se evidenció en los datos obtenidos, pues los errores de K se mantuvieron bajos en la mayoría de casos en comparación con la choque plástica (ver figura 2). Y esto es debido a la elasticidad del choque, al ser elástico, la pérdida de energía es menor, sin embargo, al no ser una situación de un choque elástico ideal, siempre habrá pérdida de energía de un instante a otro, esta misma pudo transformarse en calor al momento de la choque de las ligas y producto de estas, los errores obtenidos. En este caso, la pérdida de energía real no fue tan cercana a la predicha teóricamente 3), esto tiene sentido y pudo deberse a factores ya mencionados al momento de calcular la variación de K , pues teóricamente se esperó la conservación de la energía cinética, sin embargo, como ya se mencionó las condiciones no son ideales y siempre existirá esta pérdida de energía. De esta forma, la energía perdida en los casos elásticos se debieron a otras fuentes, distintas a la deformación de los cuerpos.

Adicionalmente, hubo una carencia en el análisis de errores de medición puesto que solo pudimos tomar una medición para cada, ya que, no disponíamos de un medio para controlar la velocidad inicial dada al deslizador. Razón por la cual usamos solo la incertidumbre de los instrumentos.

6. Conclusiones

Por medio del análisis de esta práctica, desde el punto de vista teórico se evidenció que para cualquier choque frontal y en con velocidades de incidencia en línea recta, la cantidad de movimiento lineal se conservó, es decir, que fue la misma antes y después del choque. En el nivel experimental, se observó que de hecho sí ocurren cambios en el momentum de los cuerpos, como se evidenció en 1. Esto pudo deberse a varios factores como por ejemplo que halla un tiempo retardado entre el choque y el momento en que los cuerpos se mueven

con sus velocidades finales (para el caso de colisiones plásticas), la fricción en el riel de aire, o la presencia de un campo gravitacional en el riel debido a una inclinación inicial.

En cuanto a los errores debidos a la fricción, se pudo notar que en los casos de $m_1 \gg m_2$ o $m_2 \ll m_1$ para la colisión plástica los errores de momentum fueron mayores con respecto a los demás casos (ver figura 1). Siendo debido a que la mayor masa en uno de los objetos pudo aumentar la fuerza de fricción en el riel, con respecto a los demás casos con masas menores. Igualmente, en los casos elásticos, con las mismas relaciones de masa, las velocidades resultantes eran mayores debido a que se conserva mejor la energía, haciendo que el efecto de la fricción fuera menor en comparación con el caso plástico.

Un aspecto importante para mencionar sobre el campo gravitacional en el riel son los valores del coeficiente e para el caso plástico (ver tabla 6). Donde a pesar de ser todos muy cercanos a cero, fueron todos negativos. Lo que se explica al recordar la ecuación del coeficiente e , de donde se llegó a que esto pasaba porque $v_{2f} < v_{1f}$. Ahora bien, como el primer riel que pasa por la segunda foto compuerta es m_2 , se sigue que la masa m_1 iba a la misma velocidad que m_2 cuando este paso por el sensor pero que, a su vez, cuando m_1 pasó por el mismo fotosensor aumentó su velocidad, que por ser colisión elástica, resulta ser la misma que debería llevar m_2 en dicho momento. Por lo que, una posible explicación para este aumento de velocidad sería que hay un campo gravitacional neto, es decir, un desnivel que afecta apreciablemente al momento de las masas puesto que se mueven a poca velocidad luego del choque (que es menos que la mitad de la velocidad inicial como sabemos de la ecuación 2 cuando $v_{2i} = 0$)

En cuanto al momentum, tal y como se observo en las imágenes 1 los errores para las colisiones elásticas fueron menores que en los caso plásticos a nivel general. Esto podría explicarse por el hecho de que en este tipo de colisión la energía cinética se conserva mejor, ya que hay menos perdida debido a la deformación, y por tanto las masas tuvieron una velocidad más alta después de la colisión con respecto a los casos plásticos. Razón por la cual sus tiempos de recorrido sobre el riel serían menores y sus velocidades, por tanto, se verían afectados en menor medida por factores externos como la fricción o un desnivel en el riel. En síntesis, se verían menos afectados por que sus velocidades fueron mayores y tuvieron tiempos menores entre el choque y la medición de velocidad.

Ahora, con respecto a la energía cinética perdida, se pudo llegar a que la ecuación teórica C (ver 9) modela aproximadamente bien los valores en el caso plástico, pues como se pudo ver en 3 los errores estuvieron principalmente en el orden de 20 al 30 %. Esto, se explica naturalmente porque en los casos plásticos teníamos que teóricamente los errores se debían a la deformación de los cuerpos sin restitución de la forma. De esta forma, también pudieron haber otros errores que afectaron la perdida de energía cinética como la fricción o errores en la medición de las velocidades. Esto explicaría los valores adicionales de perdidas de energía que se observaron.

De forma adicional para la energía perdida en las colisiones plásticas, se observo en la misma imagen anterior (ver figura 3) que la perdida obtenida fue mayor que la esperada

teóricamente. Esto también es natural, ya que debido a que la colisión es elástica, las pérdidas de energía debidas a las deformaciones de los cuerpos deben ser mínimas. De manera que esas diferencias tan grandes en la imagen de comparación implican que las fuentes de errores de energía cinética (final respecto de la inicial) en los casos elásticos fueron distintas a las correspondientes a la deformación sin restitución de los cuerpos. De manera que las otras fuentes pudieron ser la fricción, un desnivel en el riel de aire o incluso un error de la medición de velocidad.

Esto nos lleva a concluir que en las colisiones experimentales los casos teóricos de colisiones perfectamente inelásticas o colisiones elásticas no se cumplen en su totalidad debido a factores externos que impiden la conservación de energía cinética total. Sumados a los anteriores, se podrían tener: pérdida de energía en forma de calor por la fricción, pérdida de energía debido al sonido que emite el choque o en un desnivel de la superficie.

Con respecto a otros temas variados, se pudo establecer que si bien en principio la posición de los deslizadores no es importante, la presencia de una fuente de error al problema hace que sea preferible elegir puntos de medición cercanos al punto de colisión, con el fin de medir más fielmente la velocidad antes y después del choque. De manera que se evita un poco el efecto de factores externos en los cuerpos (fricción, campo gravitacional). Igualmente, en este experimento la longitud de la aleta no fue importante puesto que las velocidades no cambiarían demasiado siendo la velocidad instantánea muy parecida a la velocidad media. De manera que se garantiza que la velocidad sea más o menos constante. Una vez terminada la práctica pudimos ver que hay afectaciones externas que alteran la velocidad, así que, en este caso sería bueno tomar una aleta no muy larga con el fin de medir la velocidad en el punto con más exactitud.

Por razones mencionadas antes, el momento lineal perdido podría asociarse con una fuerza externa en el experimento como podría ser la fricción o un desnivel en el riel que generaría un campo gravitacional distinto de cero sobre los puntos del riel. Dando la posibilidad de aumentar la velocidad o disminuirla sobre las masas.

Por su parte, esta práctica permitió estudiar el comportamiento de las colisiones y su comportamiento real en la cotidianidad, donde se deben tener en cuenta la mayor cantidad de factores posibles que sobre estos actúen. El estudio de este fenómeno es muy importante en aplicaciones como la fabricación de vehículos, donde se debe tener en cuenta la preservación tanto de la integridad del vehículo, como del pasajero, y a partir de esto, diseñar la construcción que mejor se ajuste a lo deseado.

Finalmente, la realización de esta práctica fue basada en el documento guía [2]. Además el repositorio con los datos de este laboratorio es: [repositorio](#)

Referencias

- [1] Ji ZM, et al. (2019) Laboratory study on the influencing factors and their control for the coefficient of restitution during rockfall impacts. *Landslides* 16(10). URL [https:](#)

[//doi.org/10.1007/s10346-019-01183-x](https://doi.org/10.1007/s10346-019-01183-x).

- [2] Soledad Sánchez M, Miranda Mercado D (2017) Conservación del momentum lineal. *Escuela de Física, Universidad Industrial de Santander*.

Anexos

Anexo A: Montaje experimental

Fig. 4. Ubicación de los dos fotosensores en el riel de aire una vez conectados a la interfaz PASCO. Y además se puede ver el calibrador usado.

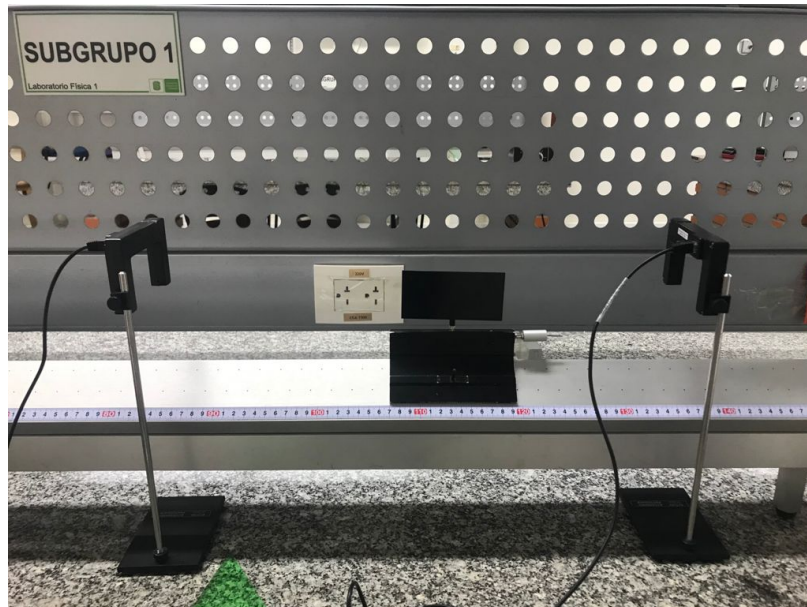


Fig. 5. Calibrador o nivel, utilizado para verificar la no inclinación del riel de aire.



Fig. 6. Interfaz PASCO, encargada de conectar a los fotosensores y emitir los datos a la tablet vía Bluetooth.



Fig. 7. Fuente de poder del riel de aire, se aprecia la posibilidad de graduar la intensidad con la que sale el aire.

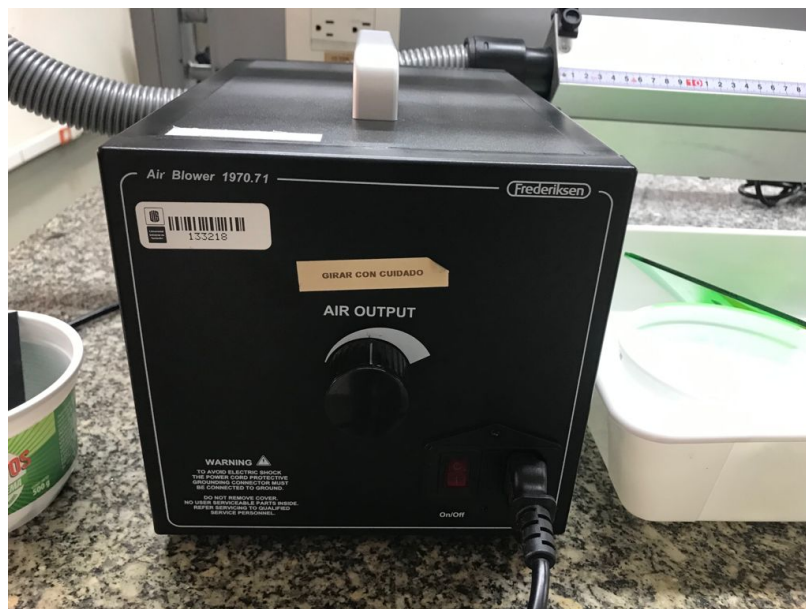


Fig. 8. Masas utilizadas, de izquierda a derecha poner masas.



Fig. 9. Posibles aletas a utilizar, la utilizada fue la de mayor tamaño y color oscuro.



Fig. 10. Balanza analógica empleada en el cálculo de las masas de los deslizadores con los objetos sobre este..

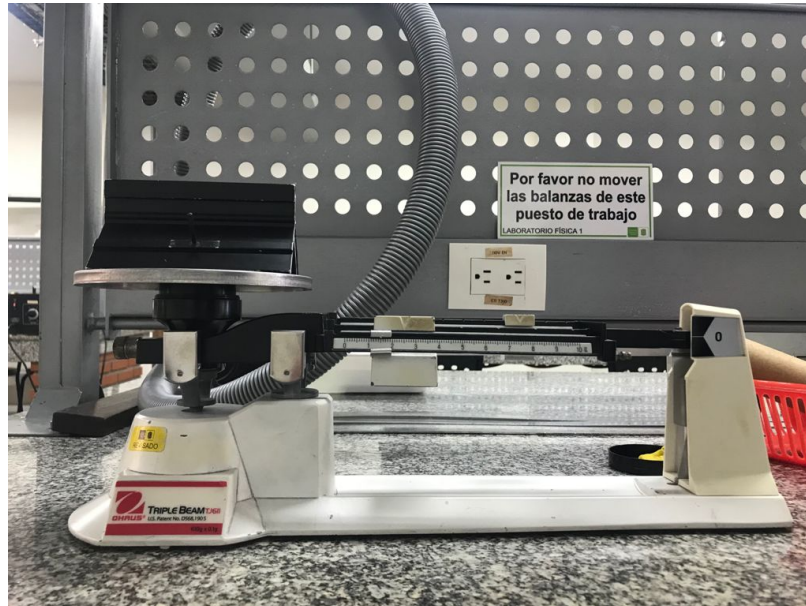


Fig. 11. Instrumentos de medida de longitud.



Anexo B: Tablas de datos

- Datos de velocidades

Cuadro 9. Estos fueron los datos obtenidos para la choqe elástica. Es decir, las velocidades de los deslizadores antes (v_1 , sólo el deslizador 1 se movió) y después del choqe v'_1 y v'_2 . El valor de las masas m_1 y m_2 para cada caso fueron presentados en la tabla 3.

Caso	v_1	v'_1	v'_2
Prueba 1			
$m_1 > m_2$	30.51	6.22	29.18
$m_1 \gg m_2$	41.44	12.49	48.07
$m_1 < m_2$	44.72	0	41.23
$m_1 \ll m_2$	52.88	-8.98	37.34
$m_1 = m_2$	12.34	0	11.23
Prueba 2			
$m_1 > m_2$	38.46	11.45	28.02
$m_1 \gg m_2$	35.69	12.76	41.65
$m_1 < m_2$	48.39	0	44.51
$m_1 \ll m_2$	72.74	-11.81	50.72
$m_1 = m_2$	11.21	0	9.74
Prueba 3			
$m_1 > m_2$	27.44	6.71	26.38
$m_1 \gg m_2$	69.02	19.76	80.16
$m_1 < m_2$	107.28	0	94.87
$m_1 \ll m_2$	70.66	-12.13	49.2
$m_1 = m_2$	11.91	0	10.54

Cuadro 10. Estos fueron los datos obtenidos para la choque plástica. Es decir, las velocidades de los deslizadores antes (v_1 , sólo el deslizador 1 se movió) y después del choque v'_1 y v'_2 , que deberían ser iguales según lo visto en teoría. El valor de las masas m_1 y m_2 para cada caso fueron presentados en la tabla 3.

Caso	v_1	v'_1	v'_2
Prueba 1			
$m_1 > m_2$	16.23	8.02	7.74
$m_1 >> m_2$	22.36	13.41	12.54
$m_1 < m_2$	26.48	11.54	10.05
$m_1 << m_2$	23.11	8.20	6.32
$m_1 = m_2$	31.14	14.47	13.19
Prueba 2			
$m_1 > m_2$	20.15	9.92	9.04
$m_1 >> m_2$	30.87	17.83	16.87
$m_1 < m_2$	23.69	10.22	8.66
$m_1 << m_2$	11.27	5.31	3.86
$m_1 = m_2$	25.80	12.12	10.71
Prueba 3			
$m_1 > m_2$	30.25	14.81	14.06
$m_1 >> m_2$	22.13	12.27	10.60
$m_1 < m_2$	22.74	10.73	9.50
$m_1 << m_2$	17.11	6.03	4.23
$m_1 = m_2$	22.86	11.64	10.72

- Datos de momentums y energías cinéticas

Cuadro 11. Estos fueron los datos obtenidos de momentum y energía cinética en las colisiones elásticas. Observe que tanto los errores porcentuales de momentum y energía cinética fueron bajos, debido a que en este tipo de colisiones ambas cantidades deben conservarse.

Colisiones elásticas						
Prueba 1						
Caso	p_i [g cm/s]	p_f [g cm/s]	% Error p	K_i [ergios]	K_f [ergios]	% Error K
$m_1 > m_2$	6835.8	7639.6	11.8	1.04E+05	9.55E+04	8.5
$m_1 \gg m_2$	15169.1	14861.3	2.0	3.14E+05	2.76E+05	12.2
$m_1 < m_2$	9572.3	9237.6	3.5	2.14E+05	1.90E+05	11.0
$m_1 \ll m_2$	11319.0	11746.1	3.8	2.99E+05	2.64E+05	11.8
$m_1 = m_2$	2513.0	2287.0	9.0	1.55E+04	1.28E+04	17.2
Prueba 2						
$m_1 > m_2$	8617.0	8563.1	0.6	1.66E+05	9.87E+04	40.4
$m_1 \gg m_2$	13064.3	13586.0	4.0	2.33E+05	2.15E+05	7.6
$m_1 < m_2$	10357.9	9972.5	3.7	2.51E+05	2.22E+05	11.4
$m_1 \ll m_2$	15570.0	16038.1	3.0	5.66E+05	4.86E+05	14.2
$m_1 = m_2$	2282.9	1983.6	13.1	1.28E+04	9.66E+03	24.5
Prueba 3						
$m_1 > m_2$	6147.9	7150.0	16.3	8.43E+04	7.95E+04	5.7
$m_1 \gg m_2$	25264.8	24391.4	3.5	8.72E+05	7.59E+05	12.9
$m_1 < m_2$	22963.3	21255.6	7.4	1.23E+06	1.01E+06	18.1
$m_1 \ll m_2$	15124.8	15413.2	1.9	5.34E+05	4.59E+05	14.1
$m_1 = m_2$	2425.5	2146.5	11.5	1.44E+04	1.13E+04	21.7

Cuadro 12. Estos fueron los datos obtenidos de momentum y energía cinética en las colisiones plásticas. Observe que hubieron bajos errores en el momentum y altos en la energía cinética puesto que ésta no se conserva en este tipo de colisiones.

Colisiones plásticas						
Prueba 1						
Caso	p_i [g cm/s]	p_f [g cm/s]	% Error p	K_i [ergios]	K_f [ergios]	% Error K
$m_1 > m_2$	3636.3	3453.6	5.0	2.95E+04	1.36E+04	53.9
$m_1 \gg m_2$	8184.9	7592.9	7.2	9.15E+04	4.97E+04	45.6
$m_1 < m_2$	5668.0	4721.8	16.7	7.50E+04	2.56E+04	65.9
$m_1 \ll m_2$	4946.7	4068.6	17.8	5.72E+04	1.45E+04	74.6
$m_1 = m_2$	6341.7	5633.0	11.2	9.87E+04	3.90E+04	60.5
Prueba 2						
$m_1 > m_2$	4514.6	4157.6	7.9	4.55E+04	1.98E+04	56.5
$m_1 \gg m_2$	11300.0	10137.7	10.3	1.74E+05	8.86E+04	49.2
$m_1 < m_2$	5070.8	4127.9	18.6	6.01E+04	1.96E+04	67.4
$m_1 \ll m_2$	2412.3	2549.6	5.7	1.36E+04	5.74E+03	57.7
$m_1 = m_2$	5254.2	4649.3	11.5	6.78E+04	2.66E+04	60.7
Prueba 3						
$m_1 > m_2$	6777.5	6327.7	6.6	1.03E+05	4.57E+04	55.4
$m_1 \gg m_2$	8100.7	6760.4	16.5	8.96E+04	3.96E+04	55.8
$m_1 < m_2$	4867.5	4425.2	9.1	5.53E+04	2.24E+04	59.5
$m_1 \ll m_2$	3662.4	2839.1	22.5	3.13E+04	7.17E+03	77.1
$m_1 = m_2$	4655.4	4553.6	2.2	5.32E+04	2.55E+04	52.1

- Datos de perdidas de energía teórica C y experimental $|\Delta K|$

Cuadro 13. Esta tabla muestra los datos de pérdida de energía predichos asociados a la pérdida de energía por deformación para las colisiones plásticas. Observe que los errores porcentuales son bajos indicando que la energía perdida predicha es cercana a la obtenida.

Caso	Prueba 1			Prueba 2		
	$ \Delta K $ [erg]	C [erg]	%Error $ \Delta K $	$ \Delta K $ [erg]	C [erg]	%Error $ \Delta K $
$m_1 > m_2$	1.59E+04	1.44E+04	10.3	2.57E+04	2.22E+04	15.9
$m_1 \gg m_2$	4.18E+04	3.37E+04	23.9	8.58E+04	6.43E+04	33.4
$m_1 < m_2$	4.95E+04	3.83E+04	29.3	4.05E+04	3.06E+04	32.4
$m_1 \ll m_2$	4.27E+04	3.58E+04	19.0	7.85E+03	8.44E+03	7.0
$m_1 = m_2$	5.97E+04	4.93E+04	21.1	4.11E+04	3.38E+04	21.8
Prueba 3						
$m_1 > m_2$	5.68E+04	5.01E+04	13.4			
$m_1 \gg m_2$	5.01E+04	3.29E+04	52.2			
$m_1 < m_2$	3.29E+04	2.82E+04	16.6			
$m_1 \ll m_2$	2.42E+04	1.96E+04	23.6			
$m_1 = m_2$	2.77E+04	2.66E+04	4.3			

Cuadro 14. Esta tabla muestra los datos de pérdida de energía predichos asociados a la pérdida de energía por deformación para las colisiones elásticas. Observe que en este caso algunos errores llegan a ser altos.

Caso	Prueba 1			Prueba 2		
	$ \Delta K $ [ergios]	C [erg]	%Error $ \Delta K $	$ \Delta K $ [erg]	C [erg]	%Error $ \Delta K $
$m_1 > m_2$	8.82E+03	2.21E+04	60.1	6.70E+04	6.59E+04	1.6
$m_1 \gg m_2$	3.84E+04	3.05E+04	26.1	1.77E+04	2.97E+04	40.4
$m_1 < m_2$	2.36E+04	1.64E+04	43.8	2.87E+04	1.97E+04	45.3
$m_1 \ll m_2$	3.55E+04	4.39E+04	19.3	8.05E+04	9.33E+04	13.7
$m_1 = m_2$	2.66E+03	1.33E+03	100.0	3.14E+03	1.57E+03	100.0
Prueba 3						
$m_1 > m_2$	4.83E+03	2.00E+04	75.9			
$m_1 \gg m_2$	1.13E+05	7.53E+04	49.6			
$m_1 < m_2$	2.23E+05	1.37E+05	62.8			
$m_1 \ll m_2$	7.56E+04	8.32E+04	9.1			
$m_1 = m_2$	3.13E+03	1.57E+03	100.0			