

# Definición de escalas de temperatura y su reproducibilidad

Gómez Arias, Andrés; Camacho Castañeda, Yolteotl

6 de septiembre de 2017

## Resumen

Se comparan las escalas de temperaturas obtenidas al medir las diferencias de alturas en cambios de temperatura en tubos de diferente diametro con diferentes líquidos (tapados y no), causada por la dilatación de éstos líquidos. Se argumenta una forma en la que se puede comparar cuantitativamente la reproducibilidad de éstas escalas. De modo que después de una comparación de un análisis cualitativo, se encuentran las mejores condiciones (de las utilizadas) para definir una escala de temperatura.

# 1. Introducción

Los objetivos son entender los principios por los cuales funciona un termómetro y los factores que modifican su funcionamiento y su elaboración, así como aprender a hacer un termómetro con los materiales que encontramos en el laboratorio.

Un termómetro es un instrumento que sirve para medir temperatura. La temperatura es una medida relacionada con la energía cinética promedio de las partículas que forman un cuerpo o sistema.

Un sistema es un conjunto de partículas delimitadas en una región en el espacio para su estudio, ya sea por paredes reales o imaginarias. Existen varios tipos de sistemas, los abiertos que permiten la transferencia de materia y energía, los cerrados que permiten transferencia de energía pero no de materia y los aislados que no permiten transferencia de materia ni energía con los alrededores.

Las paredes son los delimitantes del sistema que encierran la región del espacio a estudiar. Pueden ser de tipo reales si ocupan un volumen o imaginarias si se determinan como los límites del sistema sin embargo sin ocupar un volumen. Pueden ser de tipo adiabáticas si no permiten la transferencia de energía térmica o diatérmicas si permiten la transferencia de energía térmica. Pueden ser permeables si permiten la transferencia de materia, semipermeables si permiten la transferencia de materia pero de forma selectiva o impermeables si no permiten la transferencia de materia. Por último pueden ser de tipo rígidas si no se deforman o desplazan evitando modificaciones en el volumen del sistema o deformables/móviles si permiten el cambio de volumen. Los alrededores es la región circundante al sistema con la que el sistema puede interactuar.

Los principios teóricos más importantes que describen el funcionamiento del termómetro son: el equilibrio térmico el cual se define entre dos sistemas en contacto a través de una pared diatérmica si están a la misma temperatura y la Ley cero de la termodinámica que dice que si tres sistemas se encuentran en contacto a través de paredes diatérmicas y dos de ellos se encuentran en equilibrio térmico y el tercero se encuentra en equilibrio térmico con uno de los anteriores, entonces los tres se encuentran en equilibrio térmico, es decir, el equilibrio térmico es transitivo.

Las propiedades que nos permiten medir la temperatura se conocen como propiedades termométricas, las cuales son varias, como el volumen, dilatación, presión, resistencia eléctrica, entre otras.

Las propiedades entre distintos materiales no necesariamente varían de igual forma con los cambios de temperatura en el mismo rango de temperaturas.

Consideraremos que una mejor escala es la que es mejor reproducible. Por la reproducibilidad consideraremos 3 factores: Entre más puntos de referencia tenga nuestra escala, se tendrán mejores calibraciones, por lo que una mejor reproducibilidad. Debido a que la altura no necesariamente aumenta linealmente con respecto a la temperatura en algunos de los rangos de temperatura utilizados, el ajuste a los datos mediante una escala lineal tendrá algunas diferencias con respecto a las alturas medidas en los puntos de calibración. Así, entre más sea la diferencia entre la altura que nuestra escala nos dice y la altura medida en cada punto de referencia (o calibración), tendremos una menor reproducibilidad. Por último, entre mayor sea la distancia entre dos puntos de calibración consecutivos entre el error de medición de ellos, tendremos una mayor reproducibilidad; de manera que con errores de medición grandes en las alturas comparables entre las distancias de alturas tendremos poca precisión en la escala, por lo que una menor reproducibilidad.

# 2. Procedimiento

Se midieron los diámetros internos de 3 tubos de vidrio de diferentes tamaños, para el más pequeño que no fue posible medirlo con el vernier, se midió el diámetro externo y el grosor en su lugar.

Se llenó con agua un matraz y se le pusieron unas gotas de colorante vegetal, se colocó cada uno de los tubos en un tapón agujereado y se colocaron en el matraz cuidando que quedaran bien sellados y sin burbujas en el líquido.

Se llenó un vaso de precipitado grande con agua y en él se introdujo uno de los sistemas de matraz con colorante, tapón y el tubo.

Se colocó en el tubo una cinta en la cual poder hacer marcas a la altura del nivel del líquido. Se tomó la temperatura del agua en el vaso y se hizo una marca en la cinta.

Se calentó el agua sobre una parrilla de forma gradual, dejando reposar por unos minutos entre cada calentamiento para propiciar que los sistemas se encontraran en equilibrio térmico, se tomó la temperatura y se hizo una marca correspondiente en la cinta al nivel del líquido en cada ocasión.

Se repitió el proceso con cada uno de los tubos de distintos tamaños, después con uno de los tubos tapándolo en el extremo superior y por último con otros líquidos que fueron alcohol metílico y glicerina.

Por último se midió las distancias entre cada marca con respecto a la inicial en las cintas de cada tubo y se relacionaron con las temperaturas a las que fueron hechas las marcas.

T[degC]	h-ho[cm]	dT[degC]	dh[cm]
21	0	0.5	0.05
33	3.9	0.5	0.05
43	10.0	0.5	0.05
57	20.6	0.5	0.05

Figura 1: Tubo 1

T[degC]	h-ho[cm]	dT[degC]	dh[cm]
21	0	0.5	0.05
34	6.2	0.5	0.05
44	12.2	0.5	0.05
54	20.3	0.5	0.05
64	28.9	0.5	0.05
73	40.1	0.5	0.05

Figura 2: Tubo 2

Así, de ahora en adelante, nos referiremos a t1 como el experimento con agua en el tubo menor, t2 para el mediano, t3 para el grande, t1al para el del tubo pequeño con alcohol, t1gli para el del tubo pequeño con glicerina y t2ta para el del tubo 2 tapado.

### 3. Datos experimentales

A continuación se muestran las tablas de datos de los 7 experimentos realizados:

También se muestra en una gráfica (Figura 8) la altura del tubo y método usado, con respecto a la temperatura medida. Se muestra todo en la misma gráfica para una buena comparación. De modo que t1 es azul, t2 es verde, t3 es rojo, t1al es azul claro, t1gli es rosa y t2ta es amarillo.

### 4. Resultados

Para cada conjunto de datos se hará una escala lineal de la forma  $y = ax + b$ , donde  $y$  es la altura dada una temperatura en un termómetro de las mismas condiciones, tomando como punto fija altura cero y su respectiva temperatura, de modo que si éstos son  $(x_1, y_1)$ , entonces la escala tiene la forma  $y = mx + (y_1 - mx_1)$ . Consecuentemente, se intentará ajustar la escala a otro punto de referencia  $(x_n, y_n)$  tal que es el punto de la muestra de datos que mejor define una escala reproducible, usando la muestra de datos que va desde  $x_1$  hasta  $x_n$  exclusivamente, dadas las condiciones de reproducibilidad mencionadas. Así, el mejor  $x_n$  definirá a la mejor escala reproducible, que tiene una forma lineal entre  $x_1$  y  $x_n$ .

Los 3 factores que se consideraron para tener una idea de la reproducibilidad de la escala se pueden cuantificar.

El primero es simplemente el valor de  $n$ , pero como  $n$  no puede ser 1 (pues solo tendríamos el punto 0), utilizaremos el valor  $(n - 1)$ , que entre mayor sea, más reproducibilidad.

El segundo tiene la forma de la suma pesada de cuadrados para el ajuste lineal de un conjunto de datos:

$$S = \sum_{i=1}^n \left( \frac{y(x_i) - y_i}{dy_i} \right)^2$$

T[degC]	h-ho[cm]	dT[degC]	dh[cm]
43	0	0.5	0.05
52	0.5	0.5	0.05
63	3.1	0.5	0.05
73	7.4	0.5	0.05
84	14.5	0.5	0.05

Figura 3: Tubo 3

T[degC]	h-ho[cm]	dT[degC]	dh[cm]
10	0	0.5	0.05
14	3.1	0.5	0.05
18	6.7	0.5	0.05
20	11.5	0.5	0.05
27	20.2	0.5	0.05
36	30.6	0.5	0.05
46	41.3	0.5	0.05

Figura 4: Tubo 1 con alcohol

T[degC]	h-ho[cm]	dT[degC]	dh[cm]
21	0	0.5	0.05
34	9.4	0.5	0.05
44	14.3	0.5	0.05
54	21.5	0.5	0.05
64	27.2	0.5	0.05
73	32.5	0.5	0.05

Figura 5: Tubo 1 con glicerina

T[degC]	h-ho[cm]	dT[degC]	dh[cm]
21	0	0.5	0.05
36	4.1	0.5	0.05
46	8.9	0.5	0.05
53	14.2	0.5	0.05

Figura 6: Tubo 2 tapado

Tubo	D[cm]	dD[cm]
1	0.13	0.011
2	0.31	0.005
3	0.50	0.005

Figura 7: Radios

Que entre menor sea, más reproducibilidad.

El tercero es la suma de los cuadrados de errores relativos de medidas subsecuentes:

$$e_r = \sum_{i=1}^{n-1} \left( \frac{y_{i+1} - y_i}{dy_i} \right)^2$$

El cual queremos que sea grande, pues con distancias grandes entre los puntos de referencia con respecto a la precisión de su medida, tendremos mayor reproducibilidad.

Así, podemos definir una medida de la reproducibilidad de una escala, para poder realizar un análisis cuantitativo:

$$\alpha = \frac{S}{(n-1)^2 e_r}$$

Así, diremos que una muestra de datos asociada a una escala es más reproducible si su alpha es menor que el otro. Por lo que las escalas que definiremos para cada experimento serán las que tengan un respectivo  $\alpha$  mínimo. Lo bueno de ésta definición es que no sólo nos da la mejor muestra de datos para hacer una escala aproximadamente lineal de un total de mediciones, sino que también con ella podemos comparar diferentes escalas que fueron definidas mediante el mismo método.

Es importante notar que se utilizó el factor  $(n-1)^2$ , en vez de  $(n-1)$ , para que la cantidad de puntos de calibración utilizados tengan la misma significancia en el valor de  $\alpha$  que los demás factores, pues éstos también son medidas elevadas al cuadrado. También se debe aclarar que no se consideraron las muestras con  $n=2$ , pues con sólo dos puntos y una recta se tendrá un ajuste perfecto, pero no significa que esto implique mayor reproducibilidad, pues ni siquiera se tienen otros puntos de referencia para los cuales comparar la exactitud de ésta escala, dado el análisis realizado aquí.

Con todo esto dicho, los resultados de éste análisis se muestran en la tabla de la figura 9.

## 5. Discusión

Debido al desarrollo argumentativo del análisis realizado, un vistazo a la tabla de escalas ideales nos dirá cuales escalas son más reproducibles que otras. La mejor escala resultó ser la del tubo 2, utilizando glicerina y los 6 primeros puntos de la muestra de datos (que son todos). Cualitativamente podemos ver en la gráfica de la figura 8 que efectivamente se puede linealizar muy bien ese conjunto de datos, con respecto a los demás. No por

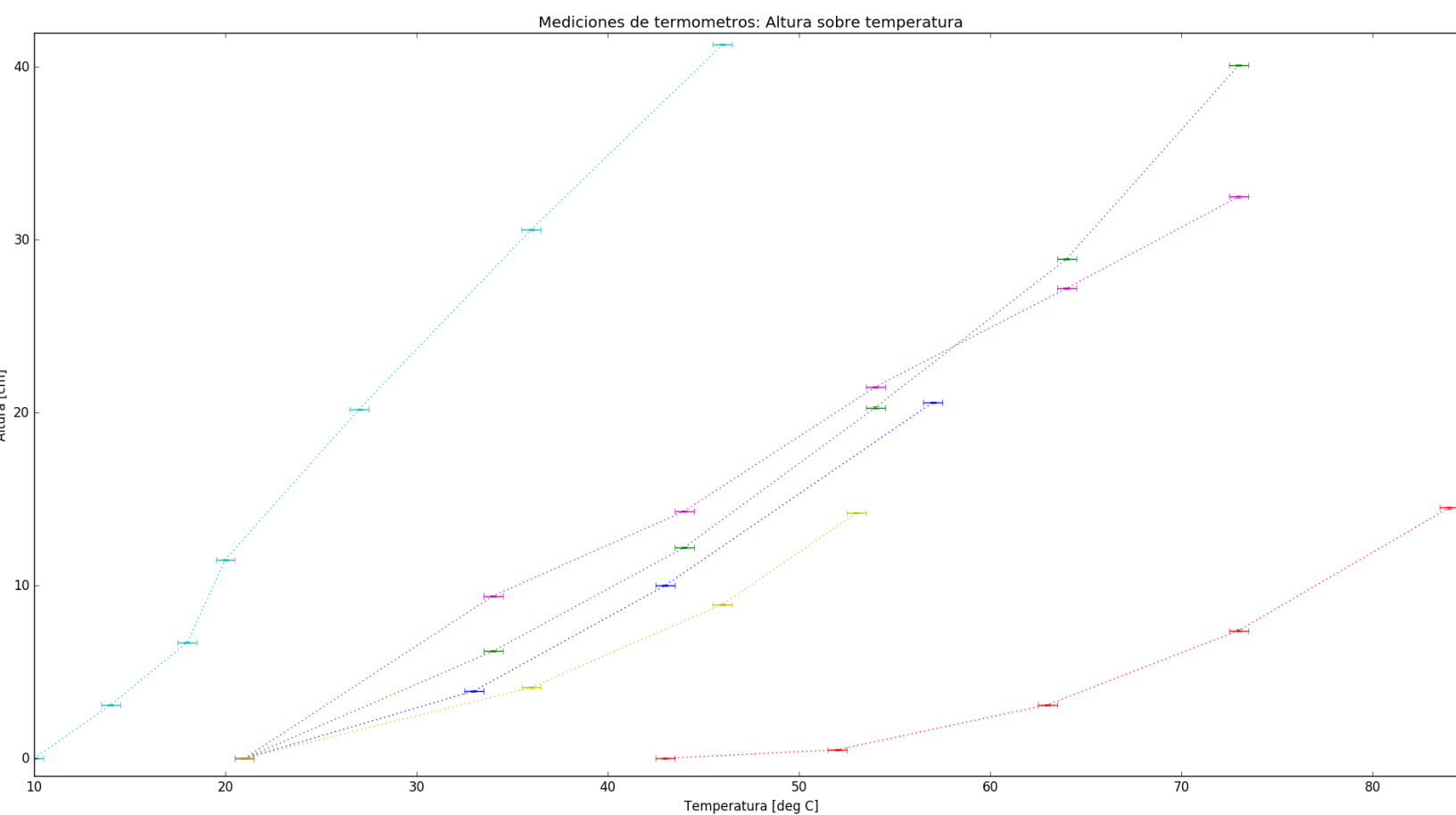


Figura 8: Comparación de las escalas

Escala	alpha_min	n_o	a[cm/degC]	b[cm]
t1	0.0109	4	0.57	-11.97
t2	0.0016	3	0.53	-11.13
t3	0.0274	5	0.35	-15.05
t1aI	0.0007	3	0.84	-8.40
t2gli	0.0004	6	0.62	-13.02
t2ta	0.0096	3	0.36	-7.56

Figura 9: Escalas ideales encontradas

muy lejos, la segunda mejor escala es la del tubo 2, usando alcohol. Para éste la mejor escala fue la de la muestra con los 3 primeros puntos, aunque en la gráfica se puede observar bien que si se hubiera puesto el punto cero en el tercer dato, se hubiera obtenido una escala casi perfectamente lineal. También se puede decir que  $t_2$  fue una escala de reproducibilidad equivalente a éstas dos primeras. En el siguiente orden de magnitud de  $\alpha$  quedan la escala  $t_2$ ,  $t_1$ , y  $t_3$ ; siendo la última la peor de todas, debido a que precisamente las alturas medidas diferían aproximadamente por el mismo error de medición. Se utilizaron temperaturas más altas para éste tubo, pero ya para cuando la altura era medible, la dilatación del agua dejaba de ser lineal con respecto a la escala Celsius.

Ahora, los resultados tienen sentido, tanto cuantitativamente como cualitativamente. Se espera, dada nuestra definición de reproducibilidad y el fenómeno de la dilatación que tubos más pequeños tengan mejores escalas. Sólomente hay una discrepancia sobre ello entre el tubo 1 y el tubo 2, pero probablemente ésta tiene que ver con que la dilatación no lineal en el tubo 1 es más notable que en el tubo 2. Por otra parte, si se tapa el tubo 2 se obtiene una menor reproducibilidad que en el tubo 2 no tapado (pero aún con un  $n$  igual). Ésto probablemente se deba a que cuando el tubo está tapado, la dilatación causa un cambio en la presión del aire atrapado, cambiando de forma variable una propiedad del sistema, lo que probablemente no tenga resultados lineales, como se quería tener.

## 6. Conclusión

El análisis cuantitativo y cualitativo (la linealización en secciones de la gráfica) resultaron coincidir, por lo que se cumplieron las hipótesis planteadas sobre los factores de reproducibilidad y la medida de ésta que se planteó.

Se concluye que los termómetros de agua no son recomendables para definir una escala, el alcohol o la glicerina pueden ser más favorables. Se recomienda también utilizar tubos suficientemente delgados como para que las mediciones no sean comparables a los errores de éstas.