

Fenómenos de circuitos, resistencias y Ley de Ohm

Gómez Arias, Andrés Navarrete Cruz, Erick Sebastián
Nellen Mondragón, Stefan Daniel

10 de abril de 2018

Resumen

Para la electrónica, la resistencia eléctrica y la resistividad son fenómenos a tener en cuenta en la construcción de un dispositivo o en la realización de experimentos debido a la influencia que tienen en el funcionamiento de un circuito. En esta práctica se realizaron distintos experimentos para conocer el comportamiento de la resistencia eléctrica. Entre los experimentos realizados se encuentran la conexión de resistencias en un circuito para observar y verificar su comportamiento de acuerdo con distintas configuraciones, la observación de resistencias que varían con la temperatura y la intensidad de la luz, se midió la resistividad de un conductor y por último se comprobó la Ley de Ohm, que indica la relación entre la resistencia eléctrica, la diferencia de potencial y la intensidad de corriente. Para todos estos se logró hacer una comparación con la teoría exitosa.

1. Introducción

En esta serie de experimentos se pretende encontrar y verificar la relación que tienen distintos fenómenos de resistencia y arreglos de resistencias, ambas eléctricas. En particular, se quiere medir la resistencia equivalente para 3 (pero accidentalmente se hicieron 4) circuitos de resistencias distintos, la relación de dependencia de la resistencia en función de la temperatura para un termistor, la relación entre la intensidad de luz y la resistencia en una fotoresistencia, la conductividad de un cable (cobre) y de forma general, la Ley de Ohm.

Para hacer esto se emplean los siguientes modelos matemáticos. El modelo central es la Ley de Ohm, que dicta lo siguiente:

$$R = \frac{V}{I}$$

Siendo R la resistencia, I la corriente y V el potencial.

De este modelo se desprenden las fórmulas para las resistencias equivalentes en circuitos de resistencias en serie y en paralelo. En serie el potencial es invariante, por otro lado en paralelo la corriente es invariante. Así, en el primer caso se tiene una relación aditiva y en el segundo una donde el inverso de la resistencia equivalente es aditivo sobre el inverso de las resistencias componentes, es decir:

$$R_s = \sum_{i=1}^n R_i$$
$$\frac{1}{R_p} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

Usando estas fórmulas se puede calcular la resistencia equivalente de circuitos más complicados, reduciendo el circuito a bloques con las resistencias en paralelo o serie.

Para el termistor se va a plantear un modelo práctico. Se puede suponer que a una aproximación de primer orden que el cambio en la resistencia es linealmente dependiente de el cambio en la temperatura por la resistencia, o equivalentemente, es decir las derivadas de ambas cantidades son directamente proporcionales respecto al tiempo. Formulando la ecuación con diferenciales se puede eliminar el diferencial dt y queda:

$$dR = c dT R \implies \frac{dR}{R} = c dT$$

. La solución de esta ecuación es una exponencial de la forma:

$$R = R_0 \exp(c(T - T_0))$$

siendo R_0 , T_0 son el par de valores en algún momento para la resistencia y la temperatura, respectivamente y c es una constante, que se puede interpretar como coeficiente de termoresistencia (o algún otro término, si este modelo ya se realizó por alguien más).

La fotoresistencia se modela de manera cualitativa, pues se sospecha que se debe a algún efecto cuántico, cuya teoría se desconoce. Sin embargo, suponiendo que se basa en la liberación de electrones al absorber fotones, entonces se pueden relacionar. Al liberarse electrones se tienen bandas de conducción, donde disminuye la resistencia conforme aumenta el número de electrones. Entonces, con mayor intensidad de luz, se tendrá menor resistencia.

Por último, para obtener la resistividad (ρ) de un conductor considérese la siguiente ecuación, válida para conductores de sección transversal invariante y con flujo uniforme (como un cable):

$$\rho = \sigma^{-1} = R \frac{A}{l}$$

donde el parámetro l es la longitud del conductor y R la resistencia medida. Para un cable con sección transversal circular esta ecuación es:

$$\rho = R \frac{\pi r^2}{l}$$

Con base en esto se espera poder observar y aplicar la Ley de Ohm, es decir poder observar la proporcionalidad entre los parámetros que contiene y calcular las resistencias equivalentes, que se desprenden de ella. Para el termistor

se espera poder determinar si la relación entre la temperatura y resistencia es exponencial. Con la fotoresistencia se espera observar distinta resistencia con distinta intensidad de luz, como se describió anteriormente. Y, para la resistividad del cobre se espera obtener un valor en el orden de $1,7\Omega m \times 10^{-8}\Omega m$.

2. Material

Los materiales utilizados en los experimentos de esta práctica fueron:

- 17 resistores (resistencias) de distintos valores
- Protoboard con cables
- Termistor y fotoresistencia
- Dos multímetros digitales
- Parrilla eléctrica
- Láser y luz del teléfono celular
- Fuente de poder
- Alambre de cobre

3. Metodología

3.1. Resistencias eléctricas en un circuito

Se conectaron resistencias en serie, en paralelo y en combinación para comprobar la relación entre las resistencias que componen el circuito y la resistencia total.

En serie se conectaron las resistencias $1,1 - 2,1 - 3,2 - 4,1 - 5,1 - 6,1$

En paralelo se conectaron las resistencias $1,3 = 2,3 = 3,3 = 4,3 = 5,3 = 6,3$

En combinación 1 se conectaron las resistencias

$1,3 - 3,3 - 6,3$

| | |

$2,3 - 5,3 - 4,3$

| | |

— — — — —

En combinación 2 se conectaron las resistencias

$1,3 - 2,3 - 3,3$

| | |

$6,3 - 5,3 - 4,3$

Se midió cada una de manera independiente y al final la resistencia total del circuito.

3.2. Resistencias variables con la temperatura e intensidad de luz

Se analiza el comportamiento de un termistor, una resistencia cuyo valor depende de la temperatura. De manera que se calentó un tubo metálico con una parrilla eléctrica y al llegar a una temperatura suficientemente alta, se retiró de la parrilla, se pegó el termistor conectado a un multímetro que mide resistencia y un multímetro con medidor de

temperatura, de manera que a medida que el tubo se enfriaba, obtuvimos mediciones de la variación de resistencia contra temperatura.

Así también, se analiza el comportamiento de una fotoresistencia, una resistencia que depende de la intensidad de luz. Sólo que como no se tenía un instrumento para medir la intensidad de la luz, se probó su comportamiento en varios entornos y se da una descripción cualitativa.

3.3. Medición de la resistividad de un conductor

Se mide la resistividad $1/\sigma$ de un cable de cobre de longitud L y sección transversal A . Para ello se toma un cable muy delgado y largo (de modo que $L/\sigma A$ sea medible, se le conecta una resistencia previamente medida y se mide el cambio de resistencia con un multímetro. La resistividad del cobre es $1,7\Omega m \times 10^{-8}\Omega m$.

3.4. Comprobación de la Ley de Ohm

Se hizo un circuito simple con una resistencia medida, conectada a una fuente de voltaje que suministraba un voltaje V . Se conectó un multímetro en paralelo a la resistencia para medir la caída de potencial M debido a ésta y se conectó en serie un multímetro que medía la corriente I . Se realizó el experimento para 10 voltajes diferentes con incrementos de $0,05V$.

4. Datos experimentales

| | N | R[Ohm] | dR[Ohm] |
|---------------------------------|----|--------|---------|
| | 0 | 1.1 | 559 |
| | 1 | 1.2 | 550 |
| | 2 | 1.3 | 216.4 |
| | 3 | 2.1 | 219.0 |
| | 4 | 2.2 | 219.5 |
| | 5 | 2.3 | 215.6 |
| | 6 | 3.1 | 1183 |
| | 7 | 3.2 | 1174 |
| Valores de resistencias usadas: | 8 | 3.3 | 216.6 |
| | 9 | 4.1 | 175.1 |
| | 10 | 4.2 | 175.8 |
| | 11 | 4.3 | 216.6 |
| | 12 | 5.1 | 265.6 |
| | 13 | 5.2 | 265.8 |
| | 14 | 5.3 | 217.2 |
| | 15 | 6.1 | 150.4 |
| | 16 | 6.2 | 148.3 |
| | 17 | 6.3 | 215.9 |

La resistencia total del circuito en serie fue $2542\Omega \pm 0,5\Omega$

La resistencia total del circuito en paralelo fue $36,41\Omega \pm 0,05\Omega$

La resistencia total del circuito en combinación 1 fue $352,8\Omega \pm 0,05\Omega$

La resistencia total del circuito en combinación 2 fue $433\Omega \pm 0,5\Omega$

Nota: Todas salvo la primer resistencia se rehicieron con 6 resistencias de c.a. 220Ω , pues al multímetro se la había agotado la batería y no nos dimos cuenta hasta después de la clase que había afectado a estos datos también (el experimento del termistor se rehizo en la clase).

| | T[gradC] | dT[gradC] | R[MOhm] | dR[MOhm] |
|------------|----------|-----------|---------|----------|
| | 0 | 69 | 1.75 | 26.68 |
| | 1 | 65 | 1.75 | 28.97 |
| | 2 | 62 | 1.25 | 29.83 |
| | 3 | 60 | 1 | 30.60 |
| | 4 | 58 | 1 | 32.22 |
| | 5 | 56 | 1 | 33.11 |
| | 6 | 54 | 1 | 34.6 |
| | 7 | 52 | 1 | 36.5 |
| Termistor: | 8 | 50 | 1 | 40.4 |
| | 9 | 48 | 1 | 43.8 |
| | 10 | 46 | 1 | 47.3 |
| | 11 | 44 | 1 | 48.0 |
| | 12 | 42 | 1 | 55.7 |
| | 13 | 40 | 1 | 57.7 |
| | 14 | 38 | 1 | 58.3 |
| | 15 | 36 | 1 | 63.9 |
| | 16 | 34 | 1 | 70.3 |
| | 17 | 32 | 1 | 71.5 |
| | 18 | 30 | 1 | 77.1 |

| | Luz | R[Ohm] | dR[Ohm] |
|-----------------|-----|------------------|---------|
| | 0 | Obscuridad | inf |
| Fotoreistencia: | 1 | Bajo_la_mesa | 3.72E6 |
| | 2 | Ambiente | 18.79E3 |
| | 3 | Laser | 606 |
| | 4 | Linterna_Celular | 90.1 |

| | d[m] | dm[m] | l[m] | dl[m] | Ri[Ohm] | dRi[Ohm] | Rf[Ohm] | dRf[Ohm] | Rc[Ohm] |
|---------------|---------|----------|------|--------|---------|----------|---------|----------|---------|
| Resistividad: | 0.30E-3 | 0.025E-3 | 4.78 | 0.0005 | 118.5 | 0.05 | 119.8 | 0.05 | 0.1 |

| | V[V] | M[V] | dM[V] | I[A] | dI[A] | R[Ohm] | dR[mOhm] |
|-------------|------|------|----------|---------|----------|---------|----------|
| | 0 | 0.05 | 10.8E-3 | 0.05E-3 | 42.5E-3 | 0.05E-3 | 238.3E-3 |
| | 1 | 0.1 | 21.3E-3 | 0.05E-3 | 83.5E-3 | 0.05E-3 | 238.3E-3 |
| | 2 | 0.15 | 32.3E-3 | 0.05E-3 | 126.5E-3 | 0.05E-3 | 238.3E-3 |
| | 3 | 0.2 | 41.5E-3 | 0.05E-3 | 162.2E-3 | 0.05E-3 | 238.3E-3 |
| Ley de Ohm: | 4 | 0.25 | 52.3E-3 | 0.05E-3 | 203.6E-3 | 0.05E-3 | 238.4E-3 |
| | 5 | 0.3 | 62.5E-3 | 0.05E-3 | 242.9E-3 | 0.05E-3 | 238.3E-3 |
| | 6 | 0.35 | 73.3E-3 | 0.05E-3 | 279.5E-3 | 0.05E-3 | 238.3E-3 |
| | 7 | 0.4 | 85.3E-3 | 0.05E-3 | 319.5E-3 | 0.05E-3 | 238.3E-3 |
| | 8 | 0.45 | 48.7E-3 | 0.05E-3 | 360.0E-3 | 0.05E-3 | 238.3E-3 |
| | 9 | 0.5 | 111.1E-3 | 0.05E-3 | 394.2E-3 | 0.05E-3 | 238.3E-3 |

5. Resultados

5.1. Resistencias eléctricas en un circuito

La resistencia teórica del circuito en serie (la suma de las resistencias usadas) es $2543,1\Omega \pm 0,71\Omega$

La resistencia teórica del circuito en serie (el inverso de la suma del inverso las resistencias usadas) es $36,66\Omega \pm 0,71\Omega$

La resistencia teórica del circuito en combinación 1 es $351,4\Omega \pm 0,71\Omega$

La resistencia teórica del circuito en combinación 2 es $432,3\Omega \pm 0,71\Omega$

5.2. Resistencias variables con la temperatura e intensidad de luz

Graficando la resistencia como función del tiempo en los datos del termistor, se puede ver que éste tiene un comportamiento exponencial decreciente. Por lo que se ajustan los datos a un modelo de la forma:

$$R = \Omega_0 e^{k(T_0 - T)}$$

con (T_0, Ω_0) un par de datos medidos. Se tomó el par $(62C, 29,83\Omega)$ debido a la acumulación mayor de datos alrededor de esa región, pero la elección es arbitraria. Así, ajustando los datos al modelo obtenemos $k = 0,023\Omega^{-1} \pm 1,92 \times 10^{-6}\Omega^{-1}$.

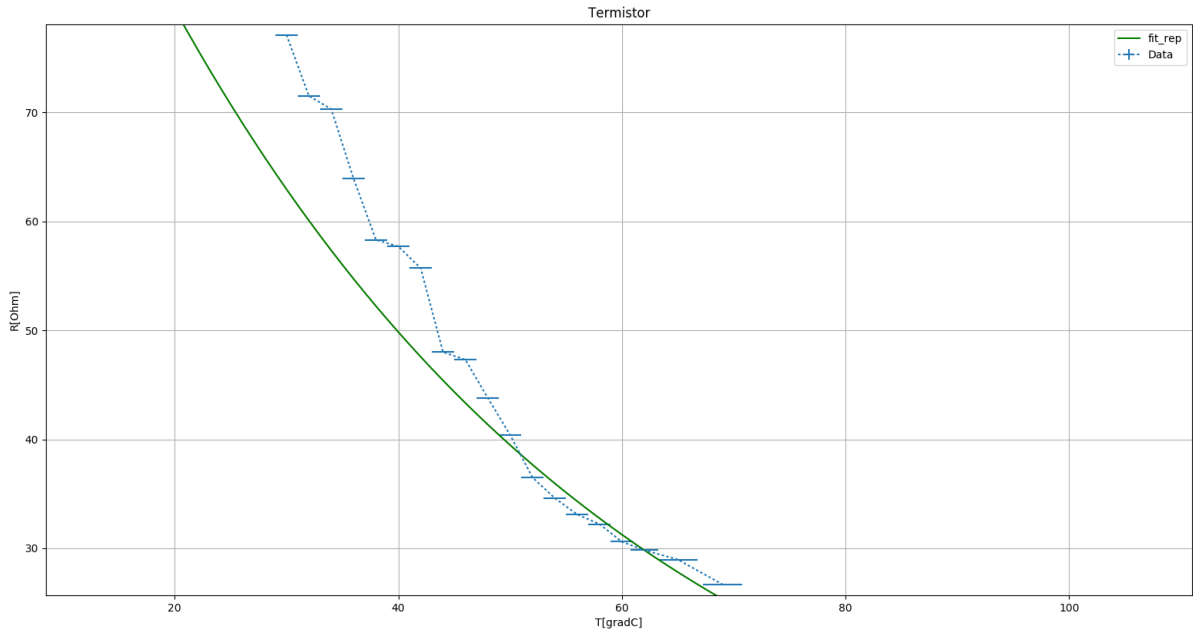


Figura 1: Comportamiento del Termistor

Debido a la naturaleza cualitativa del experimento con la fotoresistencia, no hay mas que reportar en esta sección.

5.3. Medición de la resistividad de un conductor

Despejando $1/\sigma$ del modelo teórico y sustituyendo A , L y R se obtiene que la resistividad medida del cobre es $1,92 \times 10^{-8}pm1,31 \times 10^{-8}\Omega m$.

5.4. Comprobación de la Ley de Ohm

Dada la resistencia usada ($R = 238,3 \pm 0,05m\Omega$) se ajustaron los datos a la resistencia en la ley de Ohm ($I = M/R$). De manera que se tiene una curva teórica y el ajuste con la R ajustada. Ésta resultó ser $0,3\Omega \pm 1 \times 10^{-5}\Omega$.

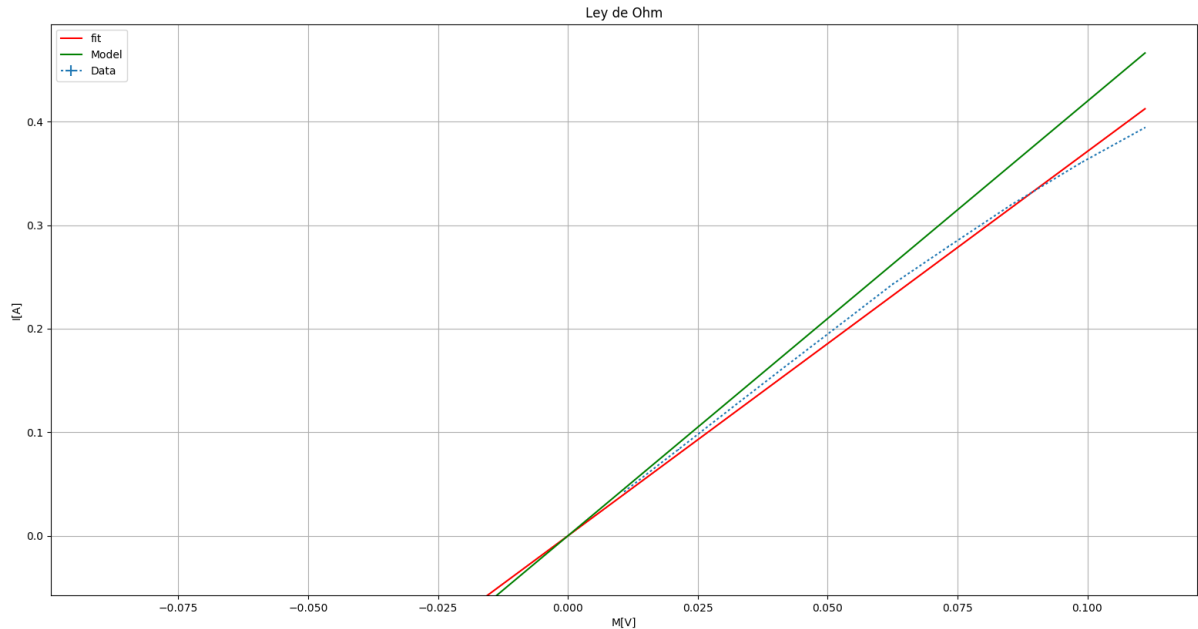


Figura 2: Ley de Ohm

6. Discusión

Estos experimentos son, en lo que van los resultados, independientes de si mismos.

Obsérvese que para las resistencias equivalentes todos los datos están dentro del modelo, tomando en cuenta el error. Esto indica que, en efecto, los arreglos de resistencias se comportan como lo predice el modelo. Como estos se obtuvieron mediante la aplicación de la Ley de Ohm, estos resultados fortalecerán los resultados obtenidos posteriormente. Además, no se nota un efecto significativo de la resistividad de los conductores, lo que indica que la resistencia a través de los cables es mucho menor que la de la resistencia, lo que permite despreciarla en cálculos tales como los que se hicieron.

En el termistor los datos parecen seguir la curva exponencial para las alturas mas altas y luego, en la región con datos mas confiables, con temperaturas mas bajas, ya no. Esto tiene una simple explicación. Primero la elección de temperatura y resistencia inicial se hizo en la región de temperaturas altas, esto le da peso al algoritmo de ajuste (mínimos cuadrados no lineal) en ajustar la curva a los datos de esa región, puesto a que uno coincide exactamente ahí, sin embargo, esto no deja concluir mas que el ajuste fue arbitrario (aunque la alternativa de dejar 3 parámetros libres no es mejor). Le segunda es que la aproximación del modelo falla. Se puede notar que los datos forman aproximadamente una curva exponencial, pero no en la región de menor temperatura, esto posiblemente es consecuencia de que la aproximación es a primer orden, si se hiciera una aproximación a un orden mas alto, estos efectos se podrán ver descritos.

No hay mucho que decir sobre la fotoresistencia, se cumple cualitativamente lo que se esperaba. Si se quiere describir físicamente el fenómeno se necesitara de un modelo matemático y un experimento mucho mas refinado.

La resistividad es muy parecida al valor esperado, sin embargo el error es casi del tamaño de la medición. Esto parecería invalidarla. Sin embargo, hay que considerar que para la propagación del error no se consideró la covarianza, puesto a que todos lo parámetros están fuertemente colacionados esta probablemente no es despreciable. Esto no necesariamente nos indica que el error vaya a disminuir, bien puede aumentar el error considerando la covarianza. No obstante, al ser muy cercano el valor medido al esperado y el error propagado absurda mente grande se puede concluir que la propagación del error no es gaussiana (por lo que no es aplicable la formula de propagación empleada), que no es tan descabellado, considerada la forma de la expresión para la resistividad.

Con la comprobación de la Ley de Ohm se puede ver que el modelo y los resultados son casi la misma recta. El hecho de que los datos sean lineales ya le da base a la ley, además coinciden. Se nota que las resistencias medidas siempre son mayores que las teóricas, esto se debe a que no se calculó la resistencia añadida por los cables (que es insignificante) y los aparatos de medición (que probablemente no lo es). Así, se puede concluir que la Ley de Ohm es válida en casos en los que la contribución a la resistencia de fuentes de resistencia no lineales es pequeña. En general, es una buena descripción de la relación entre resistencia, corriente y voltaje.

Sobre todo el experimento se puede discutir que fue exitoso. En todos los casos se observó con éxito lo que se esperaba, aunque no fue inproblemático. Estos problemas resultan ser menores, ya que se deben principalmente al análisis de los datos que se condujo y no a la metodología que se empleó ni los datos que se midieron.

7. Conclusión

Como ya se indicó el experimento fue exitoso. Los fenómenos que se analizaron cuantitativamente en general fueron bien descritos por la teoría, donde la mayoría de la problemática radicó en el análisis. Sobresalen el termistor, donde a parte del problema del análisis el modelo parece colapsar para algunas temperaturas, y la fotoresistencia. Para poder concluir algo cuantitativo sobre la fotoresistencia se va a requerir de un modelo con el que se pueda trabajar y de material para realizar un experimento más sofisticado. De todos modos, se concluye que la serie de experimentos fue exitosa, particularmente para la Ley de Ohm y las resistencias equivalentes.