

# Experimentos con difracción en lentes

Gómez Arias, Andrés

Nellen Mondragón, Stefan Daniel

23 de septiembre de 2018

## **Resumen**

A través de dos lentes positivas se armaron exitósamente un telescopio y un microscopio. Se hizo un análisis de rayos para éstos dos casos, que confirmaban los efectos esperados. La magnificación del telescopio fue buena, pero la calidad de la imagen pudo haber sido mejor. Por el contrario, la calidad de la imagen del microscopio fue buena, pero la magnificación no fue muy grande.

# 1. Introducción

Se hacen distintos experimentos con lentes esféricas y difracción de luz a través de ellas. A base de estos principios se construyen un telescopio y microscopio primitivos. La ecuación Gaussina (bajo aproximación paraláctica y la suposición de que las lentes son delgadas) es:

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f}$$

donde  $s_o$  es la distancia al objeto,  $s_i$  la distancia a la imagen y  $f$  la distancia focal, siendo el foco el punto donde convergen líneas paralelas. Para un sistema de lentes delgadas se puede considerar la imagen de primera como el objeto de la segunda, con el cambio de coordenadas al sistema del segundo lente  $s_{o2} = d - s_{i1}$ , donde  $d$  es la distancia entre lentes. Despejando se obtiene:

$$f_2 = \frac{(d - s_{i1})s_{i2}}{d - s_{i1} + s_{i2}}$$

donde

$$s_{i1} = \frac{s_{o1}f_1}{s_{o1} - f_2}$$

Un telescopio simple consiste en dos lentes positivas (focos  $f_1$  y  $f_2$  con  $f_2 \leq f_1$ ) separadas a una distancia  $d$  tal que  $f_1 + f_2 \geq d$ . De manera que si se coloca un objeto a una distancia  $s_o$  de la lente 2 ( $(s_o \geq f_2)$ , ésta forma una imagen a una distancia  $s'$  de 2 y antes del plano focal de  $f_1$ . Ésta nueva imagen se toma como objeto para ésta otra lente y forma una imagen real amplificada en  $s_i$  (Véase figura de análisis de rayos de telescopio).

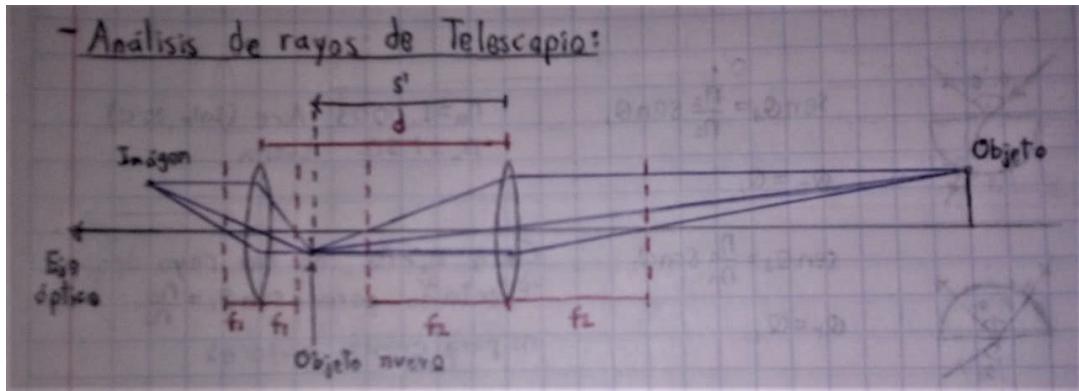


Figura 1: Análisis de rayos del telescopio

Tomando en cuenta lo antes mencionado, de la ecuación de lentes delgadas para cada 2 lente:

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f_2}$$

$$\frac{1}{d - s'} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f_2}$$

de manera que la magnificación total:

$$M_T = M_2 M_1 = \left( \frac{-s'}{s_o} \right) \left( \frac{-s_i}{d - s'} \right) = \frac{f_2}{f_1} \cdot \frac{s_i - f_1}{s_o - f_2}$$

El microscopio simple de igual manera consiste en dos lentes positivas; pero ahora la lente con foco menor se pone antes que la mayor,  $s_i \approx f_1$  y a una distancia  $d$  tal que  $f_1 + f_2 \geq d$  (Véase figura de análisis de rayos de microscopio). El resultado es una imagen virtual amplificada. 7 cm

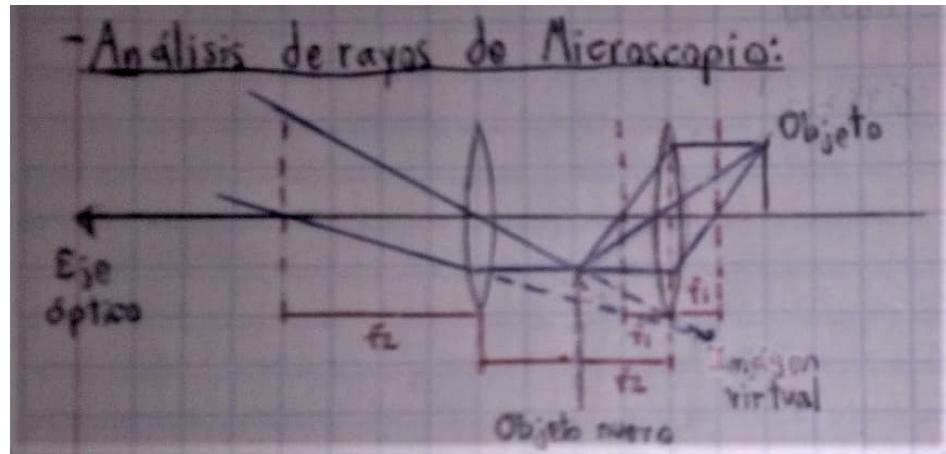


Figura 2: Análisis de rayos del microscopio

Se espera poder probar lo anterior de manera empírica, en particular que la distancia focal de la primera lente sea 7 cm y la segunda 10 cm, para esta se tiene que considerar negativa por la convención de signos empleada (Hecht). Se planean crear exitosamente un telescopio y un microscopio; de manera que el primero nos dé una imagen enfocada de un objeto lejano y el segundo una imagen amplificada de un objeto cercano.

### 1.1. Metodología

Se inició alineando el sistema óptico con el método ya anteriormente descrito de un láser y dos diafragmas montados en un riel. Se aplicó una modificación de este para alinear ambas lentes, se puso cada una entre los diafragmas y se alinearon por medio de rotación bajo su eje-z y traslación bajo este mismo eje. Se consideran alineados cuando el spot del haz reflejado y del transmitido estén en el eje del haz original (o aunque sea que esté el reflejado y el transmitido en una posición z distinta).

Una vez alineado el sistema el procedimiento es sencillo. Se coloca la lente positiva entre los diafragmas, que se abren o quitan de manera completa. Posterior al láser se coloca una lámpara y después de esta una diapositiva, de tal forma que esta se encuentra entre la lámpara y la lente, este es el objeto. Al final del riel se coloca una pantalla blanca, aquí se proyecta la imagen. Se mueve la lente hasta que la imagen se ve nítida y luego se mueve hasta que sea detectable un cambio en la nítidez, esto es para calcular el error. Un proceso análogo se efectúa para la lente negativa, pero ahora se necesita colocar a la lente positiva por delante de ella, para poder obtener una imagen real. La distancia al objeto se mantiene fija y se mueve la lente negativa, efectivamente variando la distancia entre lentes. En ambos casos se toman varias mediciones repitiendo el proceso. Las distancias se miden con un flexómetro.

Para el microscopio y telescopio se usaron lentes con  $f_2 = 26\text{cm}$  y  $f_1 = 6\text{cm}$ . En el telescopio se separaron a una distancia de  $34,4\text{cm} \pm 0,5\text{cm}$  y en el microscopio a  $4\text{cm} \pm 0,5\text{cm}$ . La figura 3 muestra el arreglo del microscopio, con objeto las letras pequeñas de una botella de agua. Para el telescopio se utilizó como objeto una hoja con letras a una distancia de  $661,5\text{cm} \pm 2,8\text{cm}$ .



Figura 3: Arreglo experimental del microscopio

## 2. Datos experimentales

### 2.1. Lente positiva

Se midieron dos valores para la distancia a objeto, de donde se obtuvo el error y el valor de la distancia a objeto. En seguida se reporta el valor de la suma de los reciprocos de estos valores y en la sección subsecuente se encuentra  $s_i$  y  $s_o$  en una gráfica.

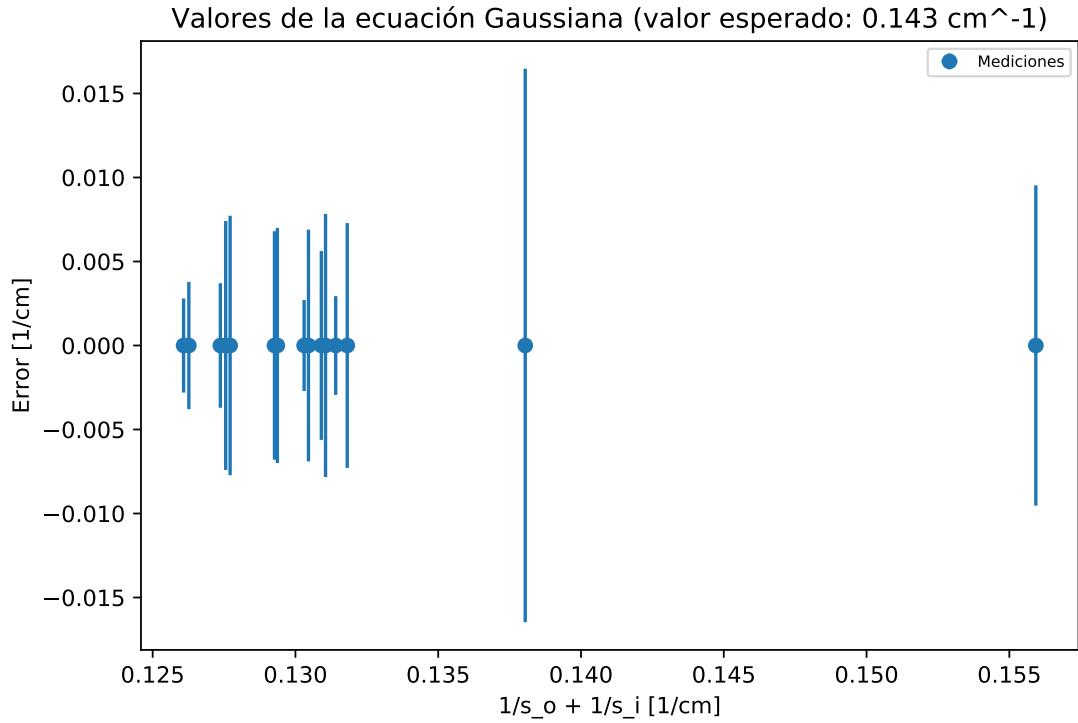


Figura 4:  $\frac{1}{s_i} + \frac{1}{s_o}$

## 2.2. Lente negativa

Como la distancia entre lentes nunca fue igual, una grafica bidimensional no tiene sentido en este caso. El error se consideró, pero fue mucho menor que el valor medido (también propagado) y el plotter tridimensional no tiene función de barras de error (se hubiesen tendido que hacer encima de un scatterplot), por lo que se ignoraron en este caso. El error mayor fue del orden de 0,6 cm. Se midió, como en la sección anterior, dos distancias entre lentes (se fijó  $s_o$ ) y se calcularon el error y el valor como en la eccción pasada.

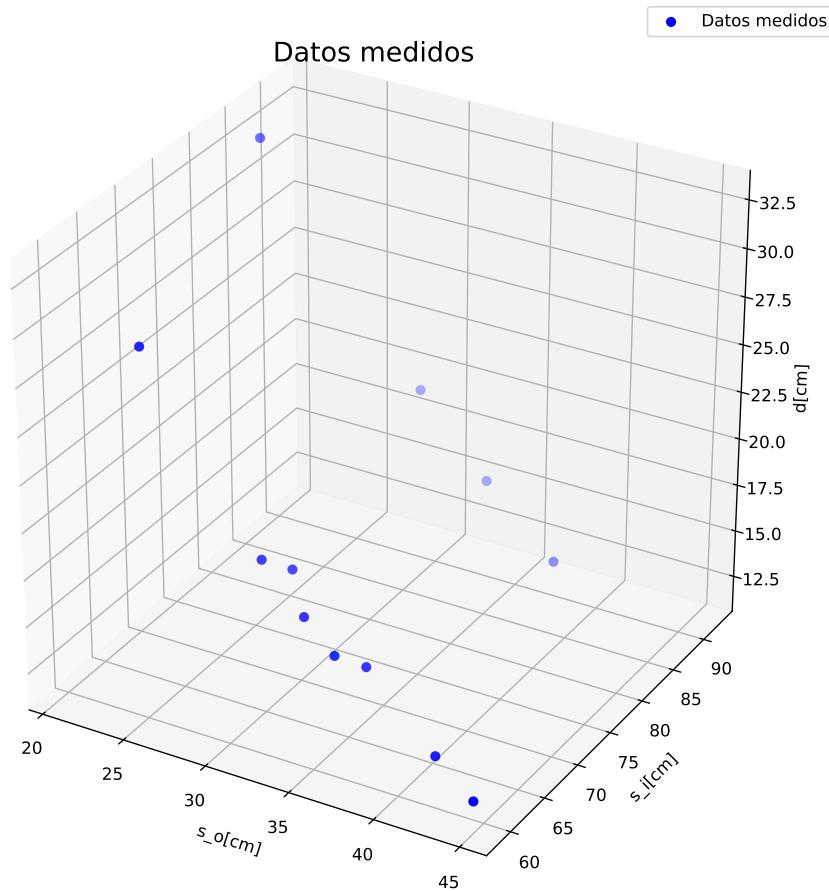


Figura 5: Mediciones efectuadas para la lente negativa

La figura 6 muestra la vista de la hoja con letras a través del telescopio.



Figura 6: Vista a través del telescopio

La figura 7 muestra la vista de las letras pequeñas de la botella a través del microscopio.

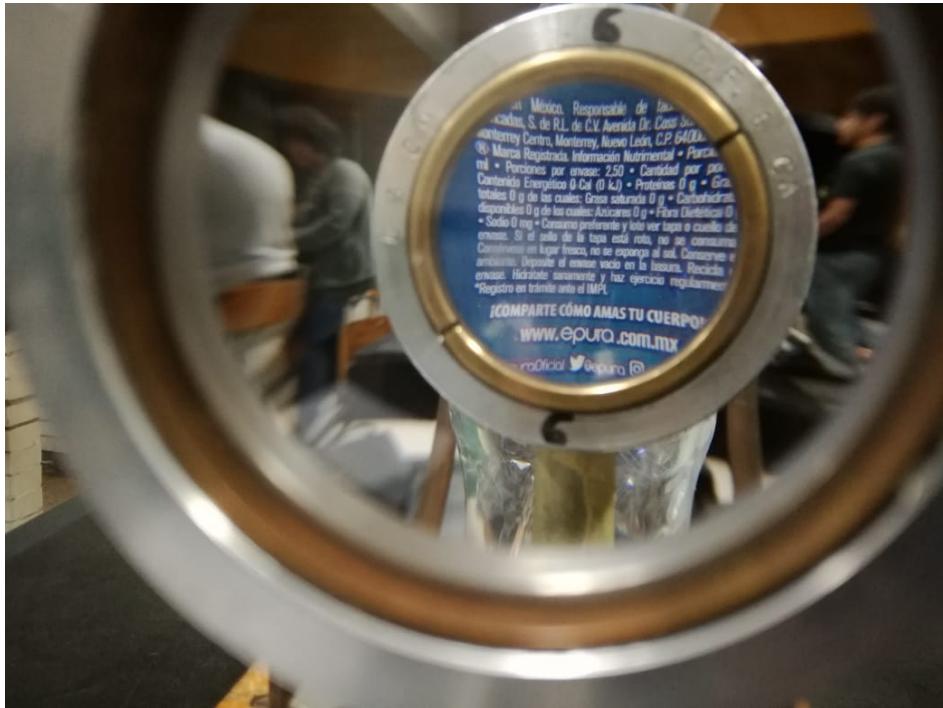


Figura 7: Vista a través del microscopio

### 3. Resultados

#### 3.1. Lente positiva

A partir de estadística elemental sobre el conjunto de datos de obtuvo que  $f = 7,620 \pm 0,374$  cm. A través de una regresión no lineal a la función  $s_i = \frac{s_0 f}{s_0 - f}$  (siendo  $f$  el parámetro de ajuste) y se encontró que  $f = 7,549 \pm 0,118$  cm. La siguiente gráfica representa al ajuste.

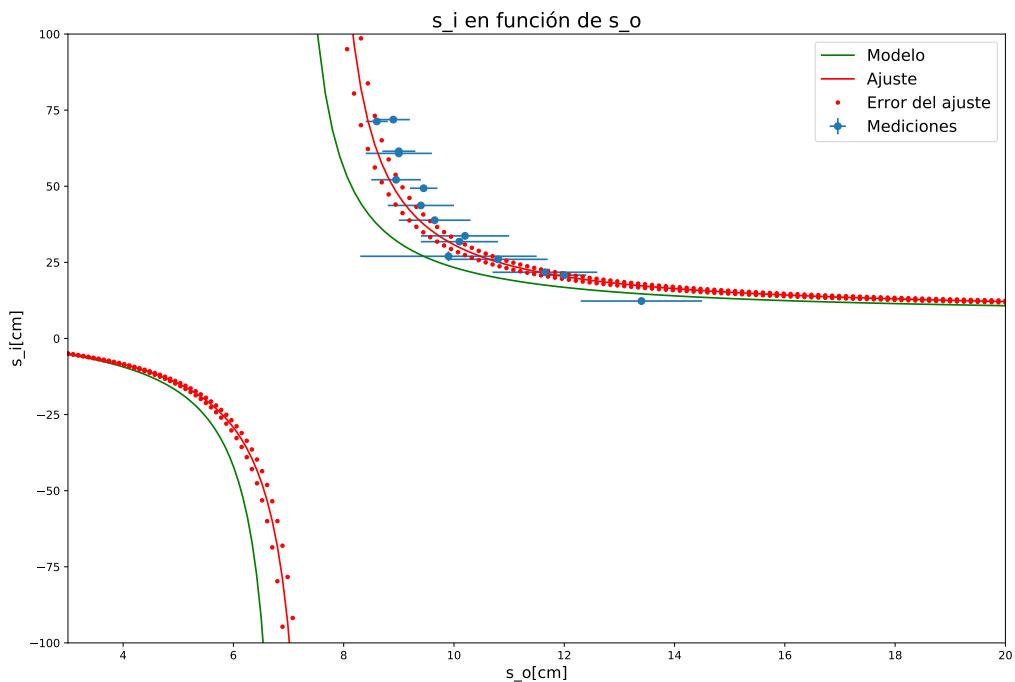


Figura 8: Ajuste a la función  $s_i$  y mediciones de  $s_i$  y  $s_o$

Las magnificaciones se calcularon a través de  $M = -\frac{s_i}{s_o}$ .

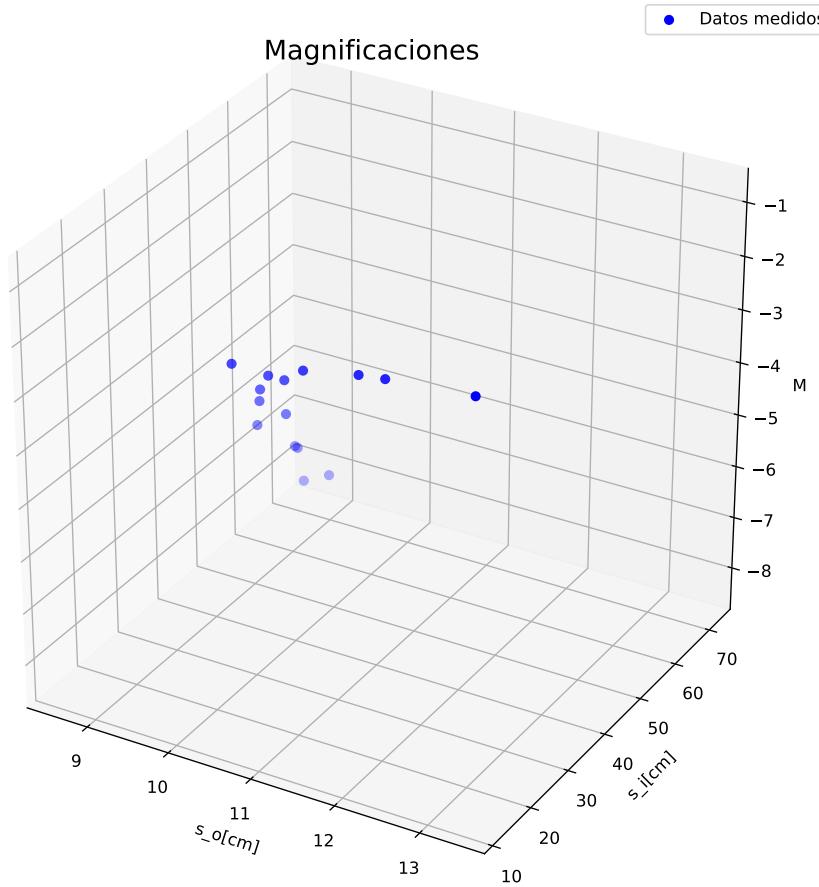


Figura 9: Gráfica de las magnificaciones

### 3.2. Lente negativa

Se intentó hacer un ajuste por mínimos cuadrados (lineal y no-lineal) a la función  $s_i = \frac{s_{o2}f}{s_{o2}-f}$ , donde  $s_{o2} = d - s_{i1}$  y  $s_{i1} = \frac{s_{o1}f_1}{s_o-f_1}$ , pero este no convergió con un valor bueno (el error fue de un orden 10 veces mayor al valor ajustado). Entonces se calculó estadísticamente el valor, mediante  $f = \frac{(-s_{i1}+d)s_o}{d-s_{i1}+s_o}$ , se obtuvo así  $f = -10,243 \pm 0,707 \text{ cm}$

## 4. Discusión

El valor obtenido para la lente positiva es (relativamente) parecido a al esperado (de 7 cm) y el procedimiento fue estándar y no surgieron problemas. Vale notar que las  $M$  son menores a 0, lo que significa que la imagen se invierte con respecto al objeto (que se observó). El hecho de que no coincidan con error el valor nominal y medido del lente resalta de hacer estas mediciones cuando se requiere hacer una medición precisa.

En contraste, hay bastante que dicutir sobre la lente negativa. Primero que falló el ajuste. Esto es probablemente por la dispersión de datos, se nota que se dispersan aproximadamente en planos, lo que no ayuda a ajustar al parametro libre. Esto se ve agudizado por errores de división entre 0. Luego, como cuando se realizó este experimento plagada por probelmas con el material, no se pudo medir por más que durante media hora. Esta prisa probablemente afectó la calidad de los datos. Por último, y relacionado con el punto anterior, no se midió el valor de  $f_1$ , sino se usó el nominal, por falta de tiempo y porque la medición de la lente positiva se hizo la clase anterior y no se pudo conseguir la sesión subsequente la misma lente. Esto se apoya de el resultado de la primera lente, que este valor es sensible, y por tanto esta carencia del dato afectó a los resultados. Sin embargo, el valor obtenido de manera estadística se parece, dentro del margen de error a la distancia focal nominal de aquella lente.

## 5. Conclusión

Se lograron recrear el telescopio y el microscopio simples. En el telescopio fue complicado tomar una fotografía donde se enfocaran bien las letras, aunado a que la magnificación no fue suficiente como para que la cámara pueda captarlas. En el microscopio se obtuvo una imágen clara, pero la magnfificacion no fue muy grande.