Evaluación de un modelo para el flujo de agua en un recipiente cilíndrico

Gómez Arias, Andrés   Nellen Mondragón, Stefan Daniel

23 de marzo de 2017

Resumen

En esta práctica de laboratorio se midió el tiempo de vaciado de una botella de 2l de marca *Peñafiel*. El propósito de estas mediciones es probar si un modelo sencillo sobre el flujo del agua en un recipiente uniforme es una aproximación satisfactoria al fenómeno mencionado. El modelo se basó en dos premisas, el agua no se comprime y su viscosidad es negligible. Así quedo que $t(h) = \frac{A_1}{A_2}\sqrt{\frac{2}{g}}(\sqrt{h} - \sqrt{h_0})$. Para esto se modificaron las botellas, de tal forma que en su parte inferior se hizo un agujero pequeño (c.a. $0{,}7cm$) y se tomó la cota inferior del agua como el último punto donde la botella es cilíndrica. Se emplearon 4 botellas distintas, pero modificadas para que quedaran estandarizadas. Finalmente, se midió y se anotó el tiempo de vaciado. Con estos datos se pudo hacer un ajuste al modelo presentado, viendo así, que el fenómeno ajustaba a $t(h) = 16{,}91\sqrt{h} - 26{,}68s$, con h en cm. Con base a esto se pudo conluir que el modelo teórico con las medidas de la botella $h(t) = \frac{A_1}{A_2}\sqrt{\frac{2}{g}}(\sqrt{h} - \sqrt{h_0})$ es $t(h) = 14{,}62\sqrt{h} - 25{,}33s$, con h en cm, es satisfactorio como una primera aproximación al fenómeno.

1. Introducción

El experimento que se llevó a cabo consitió en medir el tiempo de vaciado de una cantidad de agua en un contenedor cilíndrico con una perforación. Para el reciepiente se usan botellas de 2l marca *Bonafont* modificadas como se explica en la sección de materiales. Se usaron cuatro botellas, prácticamente idénticas. La práctica se dividió en tres secciones. La primera consistió en tomar una medición para todas las marcas de 2cm a partir de un $h_0 = 3cm$ hasta un $h_{max} = 17cm$. Se ajusta el modelo a cada botella. La segunda sección consiste en ajustar el modelo, pero ahora a una combinación de las medidas de cada botella (un conjunto de mediciones, es decir una de cada una). La última sección es muy parecida, pero aquí se ajustó a un conjunto de 30 mediciones para cada altura.

Entonces, con este experimento se quiere comprobar si el modelo que se presntará a detalle en seguida, describe bien el fenómeno del vaciado de un contenedor cilíndrico con agua. Esto se hace de tres formas distintas, para comprobar que método es el que mejor ajusta. El propósito, pues, no es más que poner a prueba un modelo matemático en un ámbito empírico, además comparando el ajuste (o desajuste) al modelo meidante tres metodologías. Este experimento es de interés, porque se pone a prueba un modelo muy sencillo, no obstante la experimentación resulta ser no trivial. Entonces, es aquí donde se puede observar que los modelos que se podrían considerar primitivos también pueden (o no) tener valor descriptivo. Además, con los resultados se podrá dar una afirmación sobre la necesidad de densidad de datos para poder dar conclusiones fuertes a un experimento.

Se vuelve necesario establecer el marco teórico. En este experimento, se trabajo con la *Ley de Toricelli*, que es un caso especial del *Principio de Bernoulli*. Aquí se supone que el líquido, en nuestro caso el agua, no es comprimible y además posee una viscosidad negligible. Además, se supone que la velocidad inicial del fluido es 0. Entonces, el Principio de Bernoulli dicta que:

$$\frac{v^2}{2} + gh + \frac{p}{\rho} = C$$

con C una constante, v la velocidad de escape, g la constante usual, h la altura desde el punto de escape al nivel del fluido, p la presión atmosférica y ρ la densidad del fulido. $h = 0$ en el punto de escape. Se elimina la constante, pues en h_0 $v = 0$ y en $h = 0$ está el v que nos interesa.

$$gh + \frac{p}{\rho} = \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho}$$
$$\Rightarrow v^2 = 2gh$$
$$\Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

Con este resultado tratamos ahora nuestro problema. Se considera al recipiente completamente cilíndrico, donde A_1 y A_2 son el área de la sección circular y la apertura, respectivamente. Como

$$v = \sqrt{(2gh)} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \sqrt{2gh}$$

Considerese que

$$A_1 dh = A_2 dx$$

donde dh es la altura que se pierde y dx el cambio asociado que escapa, entonces

$$\frac{A_1 dh}{A_2 dt} = \sqrt{2gh}$$
$$\Rightarrow \frac{A_1\, dh}{A_2\sqrt{2gh}} = dt$$
$$\Rightarrow \frac{A_1}{A_2\sqrt{2g}} \int_0^h \frac{dh}{\sqrt{h}} = \int_0^t \; dt$$
$$\Rightarrow t = \frac{A_1}{A_2}\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Si se considera que no se acaba en 0, se tiene que

$$t(h) = \Delta t$$
$$\Rightarrow t(h) = \frac{2A_1}{A_2\sqrt{2g}}(\sqrt{h} - \sqrt{h_0})$$
$$\Rightarrow t(h) = \frac{A_1}{A_2}\sqrt{\frac{2}{g}}(\sqrt{h} - \sqrt{h_0})$$

Y como se considera cilíndrico

$$A = \pi r^2$$

por lo tanto

$$\Rightarrow t(h) = \frac{r_1^2}{r_2^2}\sqrt{\frac{2}{g}}(\sqrt{h} - \sqrt{h_0})$$

Este es el modelo que se va a probar.

2. Materiales

- 4 botellas de 2l de marca *Peñafiel*. Modificaión sigue después de lista.
- 2 cronómetros *Casio HS-3V* con error de 99,9987 %
- Una multiherramienta *DeWalt*, de la cuál se usó el quitaescamas de diámetro máximo 0.7cm para perforar la botella.
- Una navaja suiza *Victorinox* de 8cm
- Dos sistemas de suspensión modulares (varas, roscas, etc.)
- Dos cubetas de plástico, con volúmen mínimo de 15l
- Agua de la llave
- Una regla de 30cm con resolución milimétrica
- Un *"triángulo geométrico"* con resolución mlilimétrica

Las cuatro botellas se enumeraron y nombraron. La botella 1 recibió el nombre de *"Roberta"*; la botella 2 *"Santa María"*; la botella 3 *"Teresita"*; la botella 4 *"Chuya"*. Las botellas se modificaron como sigue, donde sólo la modificadión a Roberta es distinta (pero no influyente al experimento). Se marcó 1cm y consecutivamente se hizo una marca cada segundo centímetro hasta llegar a los 17cm para cada botella, posteriormente fijando $h_0 = 3cm$ (en valores menores había mucha curvatura). Esto se hizo con la regla. El error de la altura marcada corresponde a 0.2cm, el grosor de la marca, pues este es notablemente mayor que la mínima escala. Después se le cortó la tapa a Roberta, para así usarla como vaso. A las demás se les cortó un trapezio, en el cuál se insierta el agua. Esto se hizo con la navaja. Posteriormente se les hizo un agujero en la base con el quitaescamas. Se taladró manualmente con este aparato; así se aseguró que la perforación fuera lo más redonda posible. Se escogió el quita escamas, pues su punto más ancho no estaba en la base, permitiendo así, que el diámetro de la perforación fuera igual en todos los recipientes. Las perforaciones acabaron teniendo un diámetro de 0.7cm, mientras que el cilíndro uno de 10.7cm, esto fue igual para cada botella.

3. Metodología

Se modificaron las botellas como se ilustra en la sección anterior. Los sistemas de suspensión se montaron sobre la mesa, de tal forma que a la hora de suspender las botellas quedaran a la misma altura con respecto a la Tierra (el piso del salón). Bajo el sistema de suspensión se colocáron las cubetas, que anteriormente se habían llenado con agua del cuarto de servicio (de la llave). Las mediciones se tomáron en grupos de dos. Uno paraba el tiempo y observaba el sistema, mientras el otro pasaba los datos a una tabla, esto se hizo para agilizar el proceso de medición y además para reducir el error del tiempo a una única reacción visual. Los datos se apuntáron en unas hojas y posteriormente se digitalizaron.

Primero se suspendió una botella patrón del sistema. Esto se hizo exclusivamente porque no había manera de suspender a Roberta del sistema. Un integrante del equipo sostuvo a la botella Roberta junta a la botella patrón, de tal forma que se encontráran a la misma altura. Se tomó una medida de cada altura. Se descartó a la botella Roberta. Las otras botellas si se pudieron suspender. Se tuvo cuidado a la hora de suspender las botellas de que la inclinación fuera lo menor posible. Simultánemante se suspendieron Teresita y La Santa María. Para Teresita se tomáron 11 mediciones de cada altura, mientras que para La Santa María 8. Se acabó antes de medir con La Santa María, entonces se bajó la botella y se suspendió Chuya. De esta botella se tomáron 11 mediciones. Al acabar el experimento se tenían 30 mediciones de cada altura. Se desmontó quidadosamente el experimento y limpió la mesa, pues se había goteado ligeramente. Aquí no distinguimos entre secciones del experimento, ya que el único propósito fue recolectar datos.

Finalmente se hizo el análisis de datos, usando una mezcla de medios digitales y resolución manual. El análisis fue realizado en *Python*, usando paqueterías de estadística y gráficación para este lenguaje. Se calculó la propagación del error y se ajustaron los valores al modelo. Los resultados y detalles sobre este desarrollo se presentan en la siguiente sección

Cuadro 1: Desviación estándar

h [cm]	std_t [s]
17	1.15
15	0.86
13	0.70
11	0.74
9	0.75
7	0.68
5	0.54

4. Resultados

Los errores asociados en la altura se obtuvieron por el método de la suma en cuadratura de los errores asociados a ella. Es decir, la mitad de la mínima escala de la regla con la cual se hicieron las marcas (0.005cm) , la mitad del ancho del plumón con el que se hicieron las marcas (0.15cm), la incertidumbre para ver el nivel del agua sobre la marca del plumón (0.3cm) y el error en las mediciones con respecto al 0 de la botella (0.2cm). Así también, los errores asociados al tiempo fueron la mitad de la mínima escala del cronómetro (0.005s) y el tiempo de reacción promedio de un ser humano frente a estímulos visuales (0.25s), que se obtuvo mediante el estudio de Kyle Shannon, de la *UC-San Diego* (ver referencia 2), sumados en cuadratura. El error asociado al cronómetro mismo era del 0.0013 %, lo cual es despreciable y no se tomó en cuenta. Así, $dt = 0{,}25s$.

Al final, los errores en las pruebas individuales en cada botella fueron los de medición. Los errores en el promedio de las pruebas de cada botella se obtuvieron por el error asociado al promedio. Puesto que los errores de cada medición del tiempo fué las misma, mediante la suma de derivadas parciales, el error del promedio resultó ser:

$$dT = dt/\sqrt{n} = dt/\sqrt{4} = 0{,}12s$$

Los errores del tiempo en el conjunto de las 30 mediciones estuvieron dados por la desviación estándar de las medidas, ya que esta superaba el error asociado al promedio. Como las mediciones de las alturas no variaron, no hubo desviación estándar entre ellas, por lo que se usó el el error asociado al promedio, con la fórmula previamente descrita. Así, la desviación estandar se muestra en el cuadro 1.

El error de la altura se conservó, puesto que las mediciones de las alturas no variaron.

Se tomó en cuenta también el error asociado a los parámetros del modelo, dados por la suma de derivadas parciales. Así, si a está dado por:

$$a = \frac{r_1^2}{r_2^2}\sqrt{\frac{2}{g}}$$

Entonces el error en a está dado por:

$$da^2 = \frac{8r_1^2}{gr_2^4}dr_1^2 + \frac{8r_1^4}{gr_2^6}dr_2^2$$

Si b está dado por:

$$b = -\frac{r_1^2}{r_2^2}\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Entonces el error en b está dado por:

$$db^2 = \frac{8r_1^2h}{gr_2^4}dr_1^2 + \frac{8r_1^4h}{gr_2^6}dr_2^2 + \frac{r_1^4}{2ghr_2^4}dh^2$$

Calculando con los valores obtenidos dados por:

$$r_1 = 5{,}4cm$$
$$r_2 = 0{,}3cm$$
$$dr_1 = dr_2 = 0{,}025cm$$
$$h_o = 3cm$$
$$dh_0 = 0{,}4cm$$
$$g = 981\frac{cm}{s^2}$$

Cuadro 2: Botella 1

h [cm]	t [s]	dh [cm]	dt [s]
17	38.95	0.4	0.25
15	33.78	0.4	0.25
13	29.08	0.4	0.25
11	24.31	0.4	0.25
9	20.00	0.4	0.25
7	14.18	0.4	0.25
5	7.21	0.4	0.25

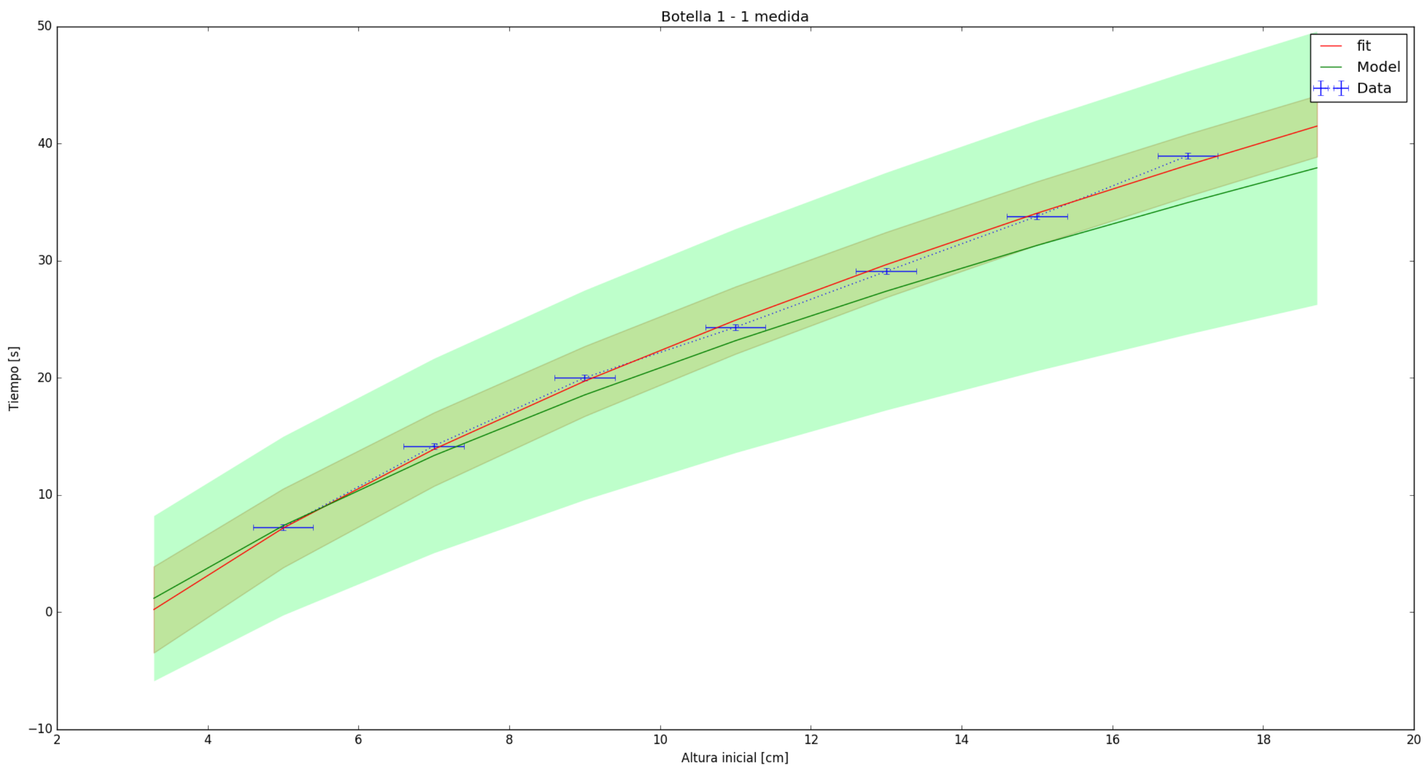
Tenemos que $da = 2{,}44 s/m^{\frac{1}{2}}$ y $db = 4{,}55 s$. Por lo que el modelo que tiene la forma $t = a \cdot \sqrt{h} + b$, tiene una incertidumbre dt asociada, dada por el método de la suma de sus derivadas parciales, es decir:

$$dt^2 = h \cdot da^2 + \frac{a^2}{2\sqrt{h}} dh^2 + db^2$$

que varía con respecto a h.

A continuación se muestran los resultdos obtenidos. Las mediciones efectuadas en la botella 1 aparecen en el cuadro 2.

Ajustando los datos a un modelo del tipo $t = a\sqrt{h} + b$ mediante mínimos cuadrados, obtenemos que $a = 16{,}41 s/m^{\frac{1}{2}} \pm 0{,}11 s/m^{\frac{1}{2}}$ y $b = -29{,}55 s \pm 1{,}25 s$, lo cual se puede ver en la gráfica "Botella 1 - 1 medida". Donde la línea azul corresponde a los datos, la linea roja corresponde al modelo con los parámetros obtenidos con su respectivo error (la franja roja) y la linea verde corresponde al modelo con los parámetros esperados y su respectivo error (la franja verde).



Las mediciones efectuadas en la botella 2 aparecen en el cuadro 3.

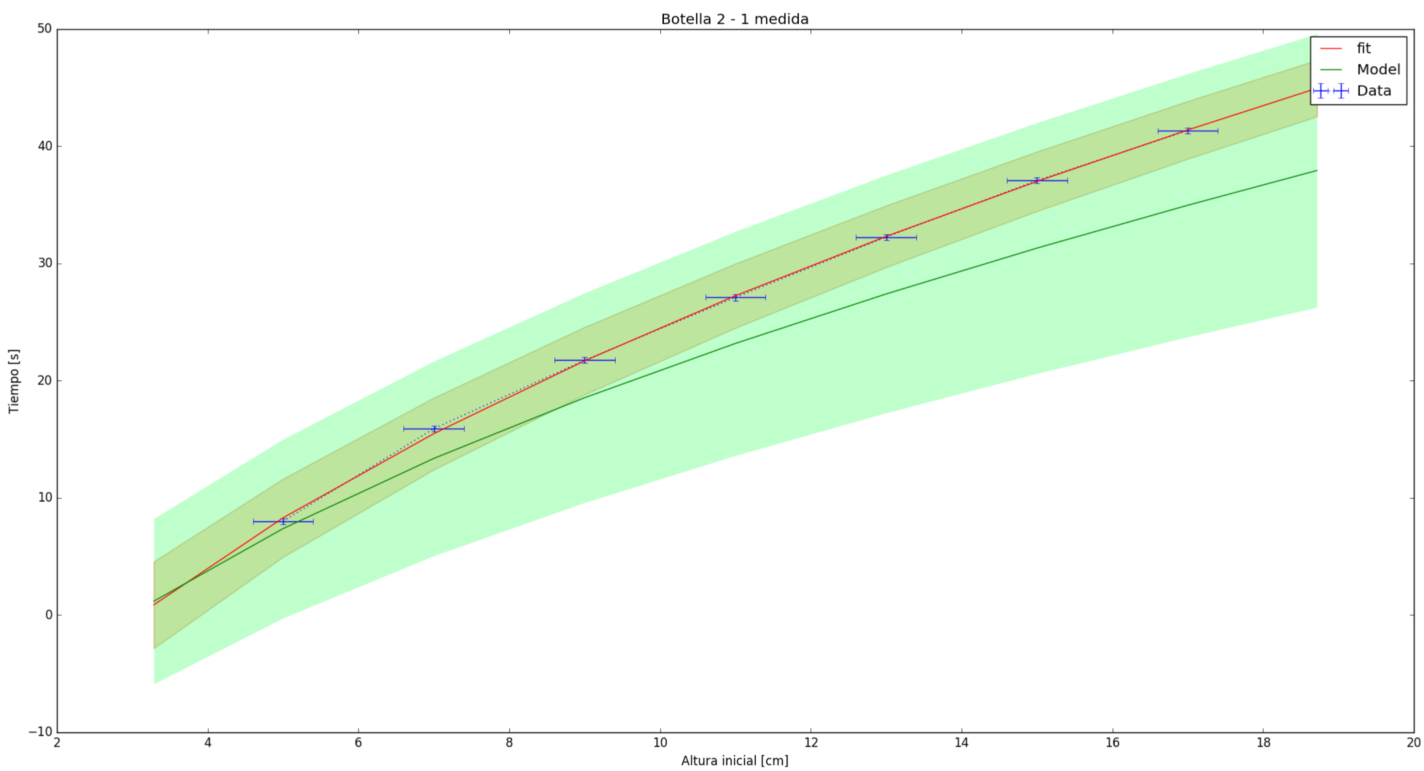
Ajustando los datos de una medición a un modelo del tipo $t = a\sqrt{h} + b$ mediante mínimos cuadrados, obtenemos que $a = 17{,}53 s/m^{\frac{1}{2}} \pm 0{,}02 s/m^{\frac{1}{2}}$ y $b = -30{,}92 s \pm 0{,}24 s$, lo cual se puede ver en la gráfica "Botella 2 - 1 medida". El formato de todas las gráficas es el mismo.

Cuadro 3: Botella 2

h [cm]	t [s]							dh [cm]	dt [s]
17	41.32	40.26	41.60	41.69	40.88	41.39	41.64	0.4	0.25
15	37.06	37.19	36.65	36.51	36.00	36.04	36.46	0.4	0.25
13	32.24	31.92	31.85	31.88	32.40	32.57	31.95	0.4	0.25
11	27.08	27.32	27.14	27.40	27.52	27.36	27.21	0.4	0.25
9	21.73	21.38	21.00	21.37	21.65	21.39	21.84	0.4	0.25
7	15.89	15.76	15.70	15.70	16.10	16.01	15.76	0.4	0.25
5	7.99	8.42	7.96	8.11	7.87	7.93	7.90	0.4	0.25

Cuadro 4: Botella 3

h [cm]	t [s]											dh [cm]	dt [s]
17	38.07	38.29	39.20	39.28	39.50	38.80	39.57	39.67	38.89	38.96	39.80	0.4	0.25
15	35.04	34.89	34.76	35.10	34.75	35.39	34.34	35.10	35.40	35.10	34.70	0.4	0.25
13	30.89	31.01	31.01	30.74	30.66	30.63	30.86	30.99	31.38	31.01	31.05	0.4	0.25
11	25.63	25.80	25.58	25.84	25.81	25.83	26.02	26.06	26.51	25.89	25.83	0.4	0.25
9	20.83	21.00	20.62	20.35	20.20	20.34	20.82	20.14	20.57	20.90	21.21	0.4	0.25
7	14.30	14.19	14.29	14.44	14.52	14.81	14.73	14.86	14.80	14.32	14.70	0.4	0.25
5	7.80	7.95	7.56	7.28	7.64	7.78	7.74	7.28	7.57	7.10	7.58	0.4	0.25

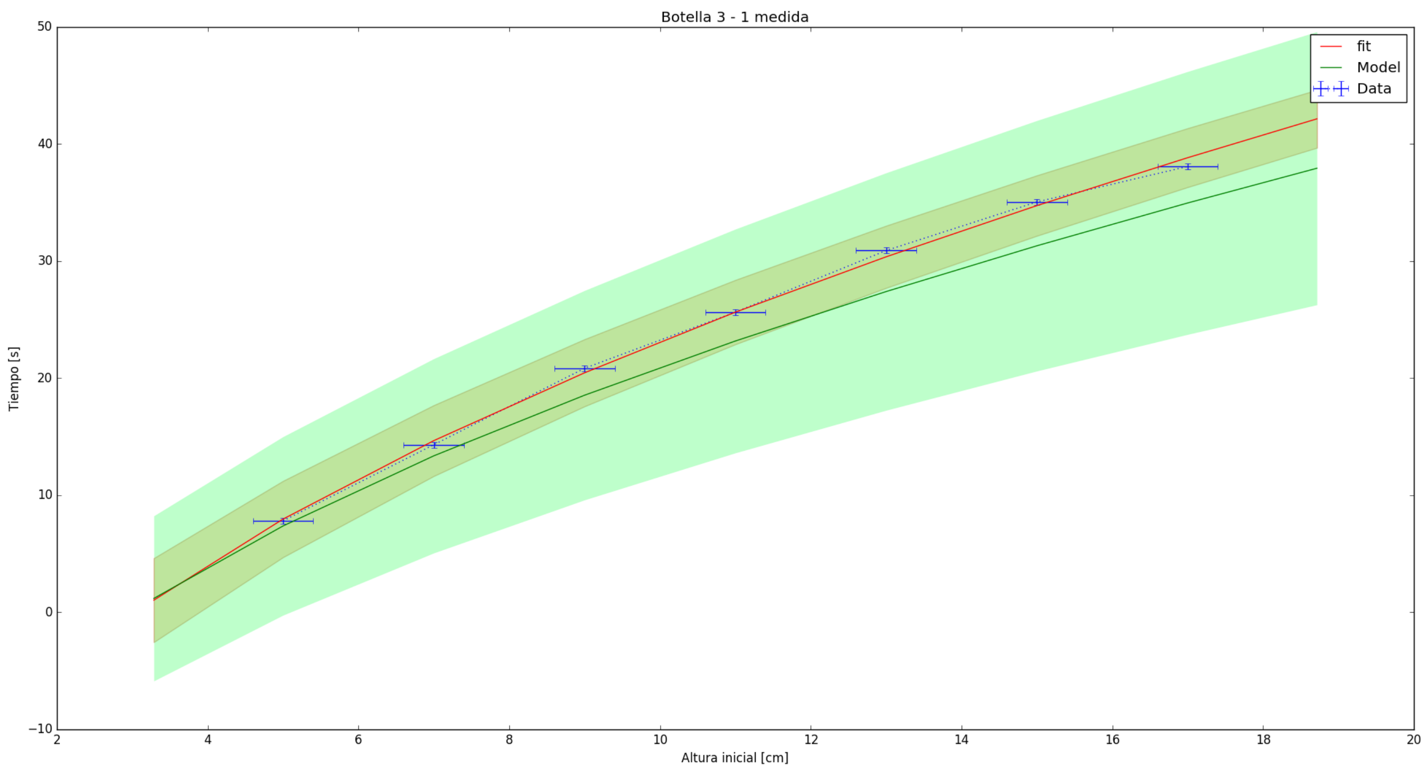


Las mediciones efectuadas en la botella 3 aparecen en el cuadro 4.

Ajustando los datos de una medición a un modelo del tipo $t = a\sqrt{h}+b$ mediante mínimos cuadrados, obtenemos que $a = 16{,}35s/m^{\frac{1}{2}} \pm 0{,}09s/m^{\frac{1}{2}}$ y $b = -28{,}63s \pm 0{,}99s$, lo cual se puede ver en la gráfica "Botella 3 - 1 medida".

Cuadro 5: Botella 4

h [cm]	t [s]											dh [cm]	dt [s]
17	40.63	41.22	41.18	42.61	40.56	40.38	39.82	39.04	39.20	39.80	39.29	0.4	0.25
15	35.84	35.29	36.54	35.28	35.81	35.04	35.38	35.73	35.70	37.19	36.64	0.4	0.25
13	32.18	31.20	31.78	31.16	31.04	31.93	31.10	31.40	32.09	31.74	31.10	0.4	0.25
11	27.01	26.51	26.65	26.83	26.17	25.89	26.46	26.10	26.20	26.02	25.23	0.4	0.25
9	21.61	21.26	21.38	21.52	22.21	21.66	21.00	22.06	22.88	22.56	22.71	0.4	0.25
7	15.48	15.30	15.76	15.96	15.76	16.14	15.69	15.01	16.11	15.84	15.94	0.4	0.25
5	7.62	8.85	9.43	9.06	8.18	8.57	7.90	8.50	8.23	8.28	8.41	0.4	0.25

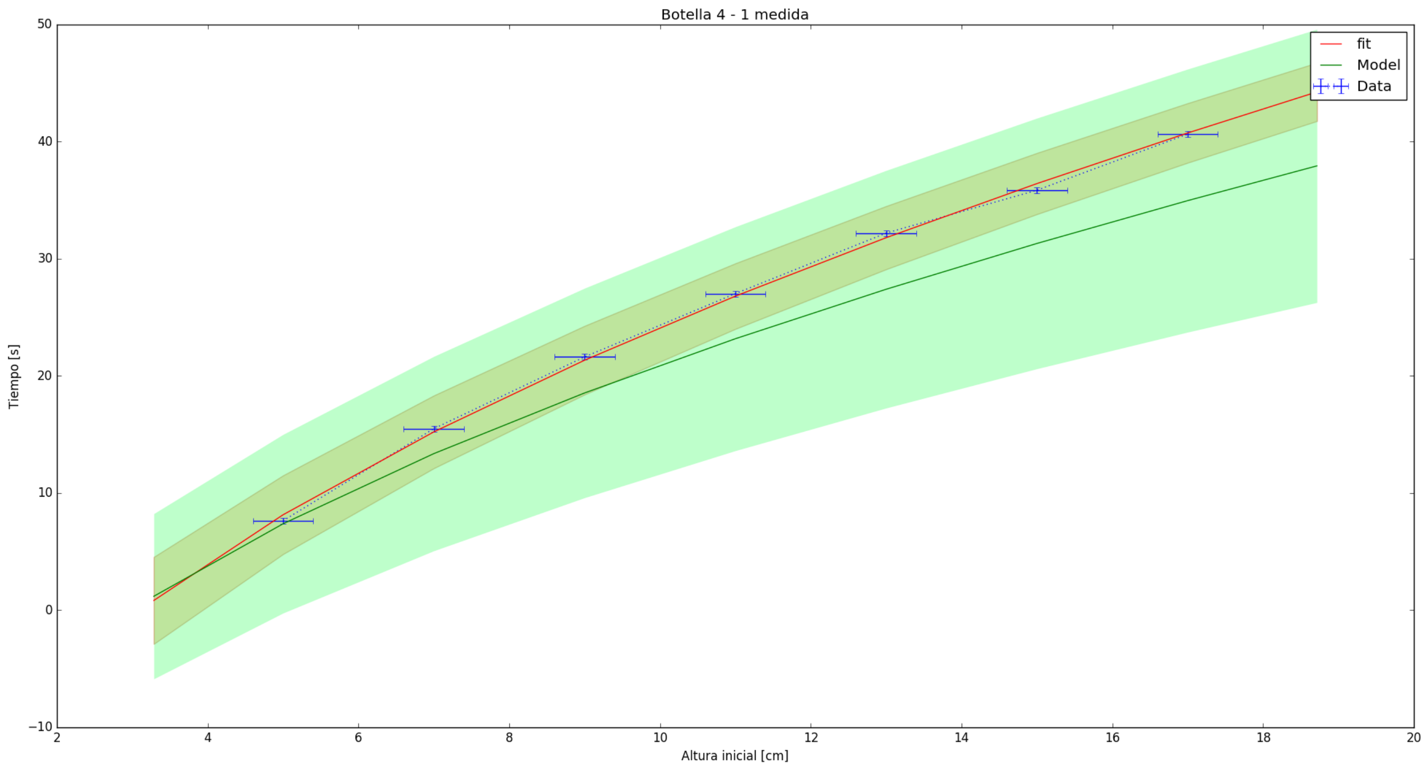


Las mediciones efectuadas en la botella 4 aparecen en el cuadro 5.

Ajustando los datos de una medición a un modelo del tipo $t = a\sqrt{h}+b$ mediante mínimos cuadrados, obtenemos que $a = 17{,}27s/m^{\frac{1}{2}} \pm 0{,}06s/m^{\frac{1}{2}}$ y $b = -30{,}49s \pm 0{,}76s$, lo cual se puede ver en la gráfica "Botella 4 - 1 medida".

Cuadro 6: Promedios de la primera medida de cada botella

h [cm]	T [s]	dh [cm]	dT [s]
17	39.74	0.4	0.12
15	35.43	0.4	0.12
13	31.10	0.4	0.12
11	26.00	0.4	0.12
9	21.04	0.4	0.12
7	14.96	0.4	0.12
5	7.66	0.4	0.12

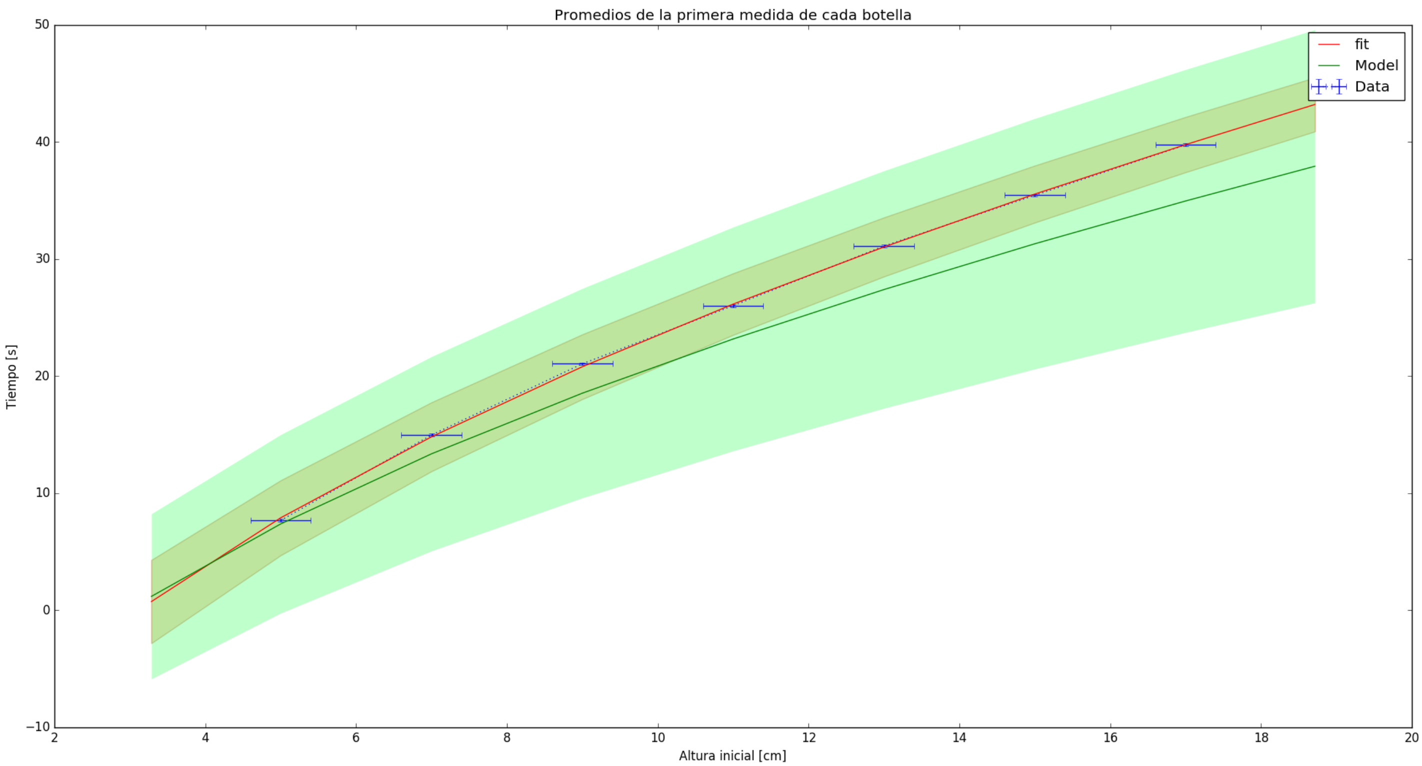


Los promedios de la primera medida de cada botella aparecen en el cuadro 6.

Ajustando esos datos a un modelo del tipo $t = a\sqrt{h} + b$ mediante mínimos cuadrados, obtenemos que $a = 16{,}89 s/m^{\frac{1}{2}} \pm 0{,}01 s/m^{\frac{1}{2}}$ y $b = -29{,}89 s \pm 0{,}14 s$, lo cual se puede ver en la gráfica "Promedios de la primera medida de cada botella".

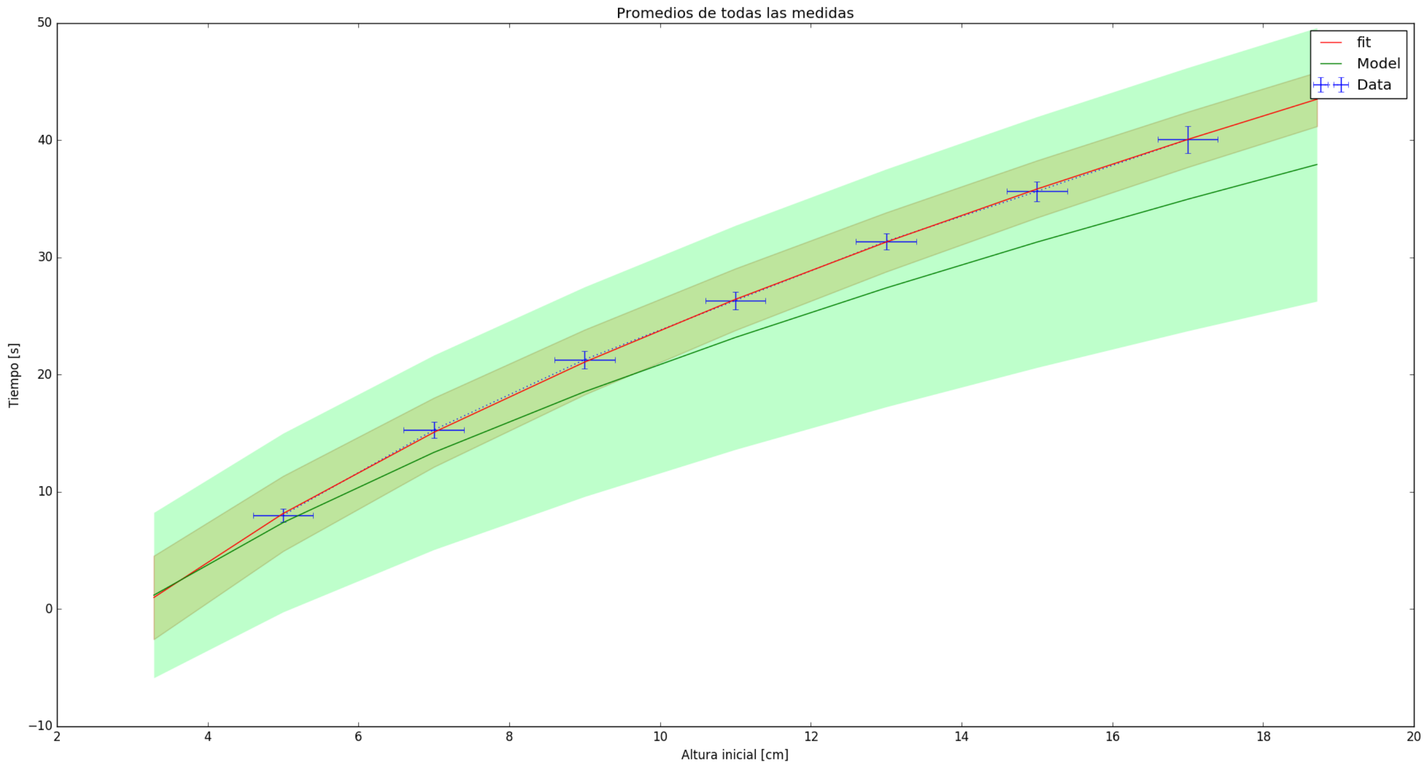
Cuadro 7: Promedios de todas las medidas

h [cm]	T [s]	dh [cm]	std_t [s]
17	40.05	0.4	1.15
15	35.62	0.4	0.86
13	31.36	0.4	0.70
11	26.31	0.4	0.74
9	21.27	0.4	0.75
7	15.27	0.4	0.68
5	7.99	0.4	0.54



Los promedios de todas las medidas aparecen en el cuadro 6:

Ajustando esos datos a un modelo del tipo $t = a\sqrt{h} + b$ mediante mínimos cuadrados, obtenemos que $a = 16{,}91 s/m^{\frac{1}{2}} \pm 0{,}01 s/m^{\frac{1}{2}}$ y $b = -29{,}68 s \pm 0{,}12 s$, lo cual se puede ver en la gráfica "Promedios de la primera medida de cada botella".



5. Discusión

De antemano se puede observar que todos los tiempos relacionados a las alturas iniciales no varían por más de 2 segundos, sin importar la botella. Eso se puede comprobar muy bien en las gráficas, pues todas son muy parecidas, sin importar si surgieron de una medición, un promedio restringido, o el promedio de todas las mediciones. Así también, la desviación estándar de todas las mediciones no sobrepasa ni la marca de 1.2s.

El error relacionado al tiempo de los datos resultó ser muy pequeño con respecto al error del tiempo del modelo. Esto se debió principalmente a la expresión que da origen al error del tiempo del modelo, que asímisma está dada por el error en los parámetros a y b. Podemos ver que los términos que las definen contienen denominadores muy pequeños (r_2^4 o r_2^6, cuando $r_2 = 0{,}3cm$). Por lo que aunque las demás mediciones fueran muy precisas, la naturaleza misma del problema dada por el pequeño radio del orificio menor nos dará errores muy grandes en la determinación de los parámetros esperados, y del modelo mismo. Eso se puede ver en todas las gráficas, pues el error del modelo está dado por la franja verde, la cual se extiende sobre todo lo demás.

Para la primer sección del experimento, se puede notar que aunque haya sido el ajuste a la función parecido para cada botella, existe cierta divergencia. Esto se explica principalmente a dos factores. El primero es que sólo se consideró una medición para cada altura, lo que proporciona poca (o nula) información estadístia. Lo que implica que si existieron fluctuaciones al tomar estas mediciones no hay manera de contrarrestarlas. La segunda es que por más que se trató y se logró que las botellas sean identicas, es prácticamente imposible que sean copias exactas, mucho más con las herramientas rudimentarias empleadas. Esto quiere decir que hay pequeñas diferencias en el aparato, que se reflejan en los datos.

Para la segunda sección, ya no se tiene el problema de las diferencias entre las botellas, pues los valores son un promedio de un conjunto de mediciones para cada altura de las cuatro botellas. Sin embargo, todavía es medio primitivo el ajuste. Otra vez, se debe a la falta de estadística para el ajuste. 4 mediciones a cada altura todavía pueden verse fuertemente afectadas por una fluctuación aleatorio. Esto es claro cuando se observa la interescción del ajuste y del modelo, donde es claro que para valores más chicos no van a converger en lo más mínimo.

Por esta razón es que el mejor ajuste es el de la tercer sección, con 30 mediciones por altura. Todavía se intersectan las gráfica, pero de una forma mucho más suave. El modelo parece converger más al ajuste. Se tienen suficeintes datos como para que una fluctuación se considere poco más que un error estadístico.

En todas las gráficas fue posible ajustar un modelo de la forma $a\sqrt{h}+b$ a los datos satisfactoriamente, pues ningún valor asociado con su error quedó fuera del modelo dado por el fit. Así, es válido concluir que el fenómeno si está dado por un modelo de esa forma. Cabe hacer notar que en todos los ajustes, el modelo quedó por debajo del ajuste. Los datos y el fit, con sus parámetros obtenidos, no concuerdan del todo con el modelo y con los parámetros esperados, pero el error asociado al modelo teórico (la franja verde), le otorga validez a los resultados, aunque no mucha veracidad con una alta precisión. Para seguir experimentando con este modelo se necesitará emplear un mejor recipiente, con orificios más grandes. El hecho de que el modelo siempre esté por debajo del ajuste indica que posiblemente hay algun factor multiplicando que no se consideró en el modelo, por ejemplo que la viscosidad no es neglegible o que el agua si se comprime. Pero, como el modelo es muy simple, se puede considerar que es una primera aproximación decente al fenómeno observado. El hecho de que las botellas hayan sido muy parecidas no nos permite concluir con seguridad que esto sea válido para cualquier recipiente.

6. Conclusiones

A pesar de la naturaleza poco precisa del modelo (la que tiene origen por el pequeño tamaño del radio menor a comparación con todo lo demás), los resultados fueron satisfactorios, puesto que ningún conjunto de datos o fit salió del intervalo esperado. Incluso existe una concordancia con una diferencia menor que la mitad del error del modelo. Al final, el factor que determina casi totalmente el comportamiento del fenómeno es el orificio menor (para orificios mayores grandes con respecto a orificios menores), por lo que se debe tener mucha cautela a la hora de perforar el contenedor y medir el radio del orificio. Para un modelo tan primitivo resultó sorprendentemente aproximado. El error se puede, como ya dicho, atribuir al pequeño radio de la apertura, pero también al hecho de que el agua si es compresible y algo viscosa.

De hecho, en la iteración anterior de esta práctica el error gigantesco en nuestro equipo probablemente se debe a diferencias en los agujeros. Se concluye que los resultados de la práctica fueron satisfactorios. Se vió que el modelo es una buena primera aproximación y se subrrayó la importancia de tener densidad estadística, para evitar falsas conclusiones por errores estadísticos. Sin embargo, no se puede concluir más sobre el modelo, es decir no se puede descartar ni aceptar completamente, pues cubre un intervalo muy grande. Para tener conclusiones más fuertes sería necesario experimentar con más recipientes, pero también distintos entre si.

Referencias

[1] Torricelli's law,
`https://en.wikipedia.org/wiki/Torricelli%27s_law`

[2] Tiempo de Reacción,
`http://wiki.backyardbrains.cl/Tiempo_de_Reacción`