



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

LABORATORIO DE FÍSICA CONTEMPORÁNEA I. GRUPO: 8290.

PROFESOR: ISMAEL RIVERA JIMÉNEZ. AYUDANTE: MÓNICA MALDONADO TERRÓN.

Medición de la constante de Boltzmann

ANDRÉS GÓMEZ ARIAS
ANDRESGZ@CIENCIAS.UNAM.MX

STEFAN DANIEL NELLEN MONDRAGÓN
STEFAN_NELLEN@CIENCIAS.UNAM.MX

20 de octubre de 2020

RESUMEN

Mediante el uso de un transistor NPN se mide la constante de Boltzmann. Con un conocimiento básico de electrónica es posible realizar y entender el experimento. El experimento se realiza con materiales disponibles en casa, además es bastante simple y (relativamente) barato, por lo que se presta bien para un experimento fuera de laboratorio. De las mediciones realizadas, el valor más cercano obtenido al valor exacto de la constante ($k_B = 1,380649 \times 10^{-23} \text{ J/K}$), fue $k_B = 1,389 \times 10^{-23} \pm 2,121 \times 10^{-25} \text{ J/K}$, que representa un error relativo del 0,6 %.

1. Introducción

La constante de Boltzmann fue introducida por primera vez por Max Planck en 1900 para su ley de radiación de cuerpo negro [1]

$$B(\nu, T) = \frac{2h\nu^2}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \quad (1)$$

en la cual esta constante permitía relacionar la energía de los fotones emitidos $h\nu$ con la temperatura T del cuerpo negro. Desde entonces la constante ha aparecido en múltiples ecuaciones de la termodinámica y la física estadística. En ellas, en general, se relaciona energía con temperatura, o bien es una constante de proporcionalidad entre la entropía y el logaritmo de la multiplicidad.

Aunque en un inicio esta constante se medía bajo las condiciones que definían a la temperatura (grados Kelvin), a partir de 2019 se redefinieron las unidades en el sistema internacional [2], de manera que

$$k_B = 1,380649 \times 10^{-23} \text{ J/K} \quad (2)$$

se define como exacta. Esta convención permite definir al grado Kelvin de manera invariante y universal, pues cuando uno realiza mediciones de k_B , sus resultados y discrepancias en realidad arrojarán la definición o discrepancia sobre lo que uno toma como un grado Kelvin. Con ello en cuenta, a lo largo de este artículo se seguirá hablando de una medición de la constante de Boltzmann, pero será implícito que, bajo las convenciones modernas, lo que en realidad se mide es al grado Kelvin.

Dado lo anterior es evidente que el valor de la constante de Boltzmann es de gran importancia, tanto teórica como instrumental. Aunque la constante tiene un rol principal en la termodinámica, en este experimento se recurrirá al rol que tiene en el estado sólido, en particular en el transistor, lo cual surge de sus bases en la física estadística.

1.1. Marco teórico

Un semiconductor es un material cristalino cuya estructura de bandas tiene una brecha menor a 3,6 eV [3]. Los aislantes tienen brechas mayores a 3,6 eV, donde la energía de Fermi se ubica en este nivel prohibido, por lo que no conducen. Los conductores no tienen brecha, o bien su energía de Fermi se ubica en una banda permitida, por lo que sí conducen. De esta forma los semiconductores tienen una conductividad en un punto intermedio entre los conductores y los aislantes, que además tiene la particularidad [4] de que aumenta con la temperatura debido a efectos térmicos (la de los conductores desciende con temperatura).

Cierto dopaje de impurezas e imperfecciones en un semiconductor puede cambiar drásticamente sus propiedades electrónicas [3]:

Si un semiconductor es dopado por átomos donadores de electrones (de valencia mayor), el electrón de valencia extra se sumará a la conducción, dejando al núcleo ionizado con carga positiva (ver Figura 2). Así, se tendrá un desequilibrio entre electrones y huecos, siendo los electrones los portadores de carga mayoritaria. Este arreglo recibe el nombre de semiconductor tipo N.

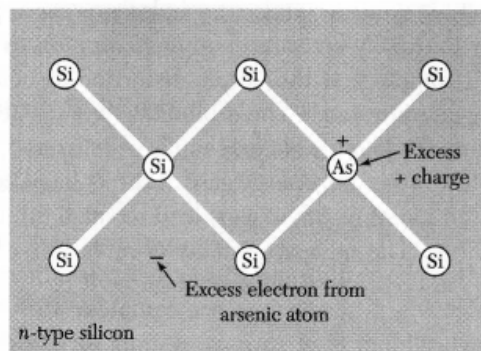


Figura 2: Esquema de un Semiconductor tipo N extraído de [3]. Consiste en un arreglo base de Silicio con 4 electrones de valencia, e impurezas de Arsénico con 5 electrones de valencia. El quinto electrón se suma a la conducción.

Si, por otra parte, el semiconductor es dopado por átomos receptores de electrones (de valencia menor), se habrá removido un electrón de conducción para formar el enlace, dejando un hueco para la conducción y un núcleo con exceso

de carga negativa (Ver Figura 3). De esta forma los huecos serán los portadores de carga mayoritaria con respecto a los electrones. Este arreglo recibe el nombre de semiconductor tipo P.

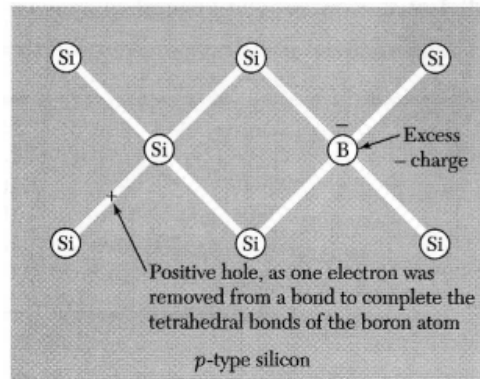


Figura 3: Esquema de un Semiconductor tipo P extraído de [3]. Consiste en un arreglo base de Silicio con 4 electrones de valencia, e impurezas de Boro con 3 electrones de valencia. El cuarto electrón deja un hueco que se suma a la conducción.

Una unión N-P es una unión entre dos semiconductores tipo N y tipo P. Del lado N hay exceso de electrones, y del lado P hay exceso de huecos (Ver Figura 4). Por difusión, y en ausencia de campos externos, algunos electrones pasarán del lado N al lado P, pero también algunos huecos pasarán del lado P al lado N. Eso dejará del lado N un exceso de átomos ionizados positivos, y del lado P un exceso de átomos ionizados negativos. En las zonas lejos de la unión se tendrá un potencial electrostático positivo para los cristales N y uno negativo para los cristales P. Eso crea la llamada *zona de depleción* en la interfaz de los materiales, en la cual se tiene un campo eléctrico intrínseco dado por el gradiente de potencial entre los cristales, que finalmente equilibra al sistema.

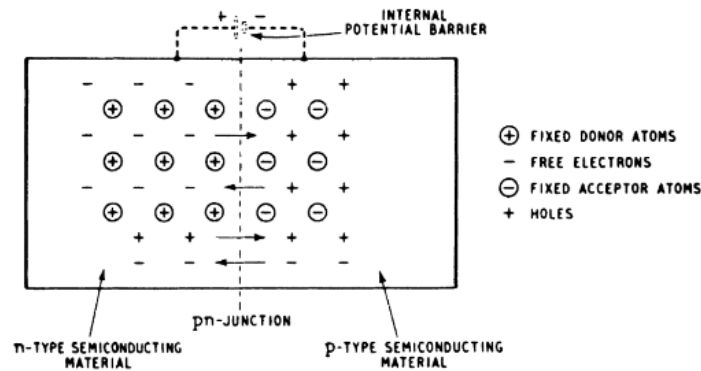


Figura 4: Esquema una unión N-P extraído de [4]. Se muestra el patrón de las cargas fijas dadas por los núcleos de las impurezas, y las cargas móviles dadas por los electrones de valencia de las impurezas.

Para que un electrón pase del cristal N al cristal P necesitará una energía mayor a eV_0 , donde V_0 es la diferencia de potencial inducida entre los cristales. La cantidad de electrones con energía mayor a eV_0 está dada por el factor de Boltzmann [5]

$$j_N = A \exp(-eV_0/k_B T), \quad (3)$$

donde A depende de las condiciones del material. Así también, en el cristal P se tendrán electrones en los núcleos que, por efectos térmicos, se saltarán a la capa de conducción. Consecuentemente el campo eléctrico intrínseco los empujará al cristal N. Eso creará una corriente inversa con el mismo factor de Boltzmann

$$j_P = -A \exp(-eV_0/k_B T). \quad (4)$$

La suma de estas dos corrientes térmicas produce corriente total neutra en ausencia de campos.

Al introducir una diferencia de potencial V en una conexión directa (lado P conectado a un voltaje mayor que el lado N), el gradiente entre la frontera cambiará a $V - V_0$. La generación térmica de electrones en el cristal P permanecerá

inalterada, por lo que se forma una corriente neta

$$j = A \left(e^{-e(V_0-V)/k_B T} - e^{-eV_0/k_B T} \right) = j_0 \left(e^{eV/k_B T} - 1 \right). \quad (5)$$

Sin embargo los diodos no son ideales. En general la corriente resulta ser

$$j = j_0 \left(e^{eV/nk_B T} - 1 \right), \quad (6)$$

donde n es el factor de idealidad que depende del diodo. A j_0 se le denomina corriente inversa de saturación, ya que es la inducida a temperaturas altas. Esta ecuación es conocida como la ecuación de Shockley. El factor n imposibilita una medición precisa de k_B , pero hay una forma de recuperar la ecuación (5). Esta es propuesta por el artículo [5], y se describirá a continuación.

Al juntar 3 cristales en un arreglo N-P-N o P-N-P se crea el Transistor (Ver Figura 5). La conexión al semiconductor intermedio se denomina base, y dependiendo de la polaridad, los extremos se denominan colector y emisor. Es decir, el colector siempre se toma como el extremo con corriente entrante, y el emisor el de corriente saliente.

Dado que este se puede modelar como dos uniones P-N que interactúan entre sí [6], el modelo general para un transistor es

$$I_c = \alpha_F I_{ES} \left(e^{-eV_E/k_B T} - 1 \right) - I_{CS} \left(e^{-eV_C/k_B T} - 1 \right) - \sum I_{CS_j} \left(e^{-eV_C/(m_j k_B T)} - 1 \right), \quad (7)$$

donde

- α_F es el cociente entre la corriente del emisor y del colector (cercana a 1).
- I_{CS} es la corriente inversa de saturación en el colector para emisor en corto con la base.
- I_{ES} es la corriente inversa de saturación en el emisor para colector en corto con la base.
- $m_j, j = 1, \dots, N$ son múltiples factores de idealidad.
- V_E es el voltaje base-emisor.
- V_C es el voltaje base-colector.

De esta manera, al tomar una configuración de circuito con $V_C = 0$ se recupera la ecuación ideal del diodo (5), aplicada al transistor

$$j_C = j_0 \left(e^{eV_E/k_B T} - 1 \right). \quad (8)$$

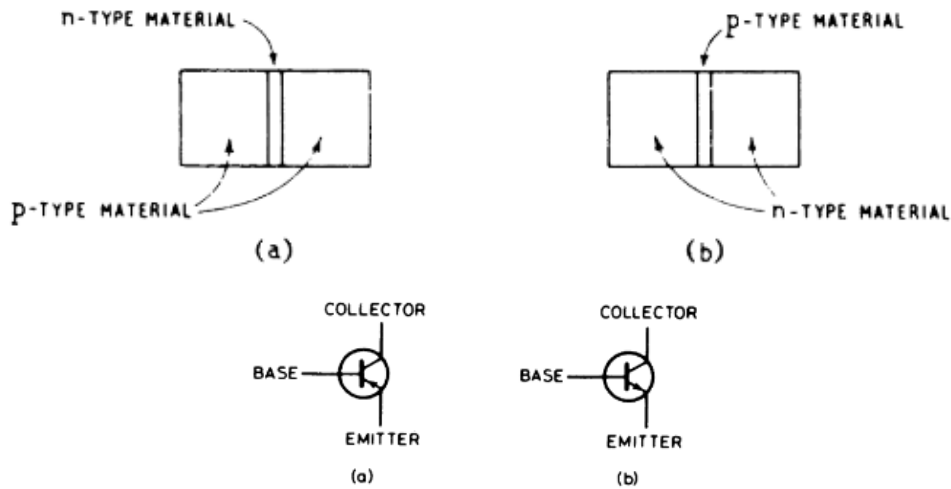


Figura 5: Esquema de a) una unión P-N-P y de b) una unión N-P-N y su correspondiente diagrama de Circuito. Extraído de [4]. La base será la conexión al semiconductor intermedio, y las conexiones colector y emisor dependerán de la polaridad.

Para los voltajes usados en este experimento se cumple que $e^{V_E/k_B T} \gg 1$, por lo que

$$j_C = j_0 e^{V_E/k_B T}, \quad (9)$$

de modo que $\ln(j_C)$ como función de V_E es una recta, cuya pendiente puede otorgarnos el valor de e/k_B . O bien, si se asume a la carga elemental e como conocida, se puede medir la constante de Boltzmann.

1.2. Objetivo

El objetivo principal de este experimento es determinar la constante de Boltzmann en un circuito electrónico simple usando las propiedades de los diodos (y transistores). Un objetivo secundario es determinar la viabilidad de el arreglo experimental en un ámbito casero: Determinar si con componentes caseros es posible obtener mediciones dentro de la región lineal del transistor, y si los ajustes a estas arrojan resultados satisfactorios.

2. Procedimiento experimental

El experimento en sí es bastante sencillo. Consiste, esencialmente, en medir el voltaje de entrada y de salida en un transistor, configurado de manera que funcione lo más cercano a un diodo ideal (base conectada a tierra). Para efecto de esto se mide el voltaje en el emisor y el colector del transistor. El transistor empleado fue un *TIP120G*, que es un transistor de potencia NPN tipo Darlington. Este se escogió porque tiene un disipador que asegura (hasta cierto punto) que la temperatura sea la del cuarto en la que se llevó a cabo el experimento.

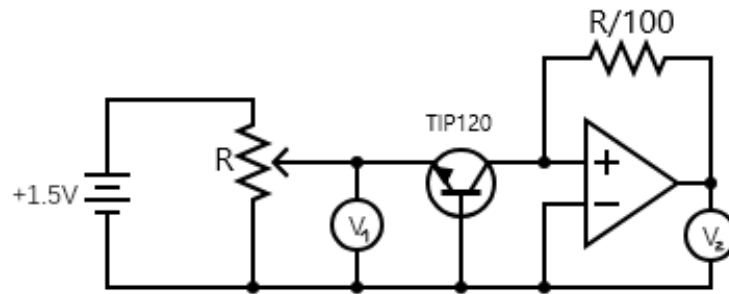


Figura 6: Diagrama del circuito empleado

La figura 6 muestra un esquema del circuito. La implementación de este en una *protoboard* se observa en las figuras 7 y 8. Leído de izquierda a derecha, se comienza con una fuente de voltaje de 1,5 V. En este caso se usaron pilas del tipo AA y D, ambas de la marca *Duracell*. Los datos reportados corresponden a mediciones con la pila D, pues se encontró que el voltaje fluctúa menos usando esta. Después se tiene un potenciómetro de $1\text{ M}\Omega$ ó $10\text{ k}\Omega$. Este permite controlar la resistencia de entrada al girar la perilla (y así aumentar o disminuir el voltaje). Se sigue al transistor, donde en el emisor entra la corriente y sale del colector. La base se conecta a la tierra. Además, en el emisor se mide el voltaje de entrada, V_1 , con un multímetro *Radioshack 220-0820*. La ventaja que trae esta configuración sobre usar directamente un diodo, es que al conectar la base a tierra se filtran corrientes no ideales que se tendrían que tomar en cuenta en el diodo (y que son difíciles de modelar y medir por sí mismas). De esta forma la medición de los voltajes en el emisor y colector en esta configuración es análoga a la de un diodo ideal de Shockley.

Se puede observar que el voltaje de salida no está medido directamente en la salida del transistor, sino que en la salida de un amplificador operacional *LM741*, con un multímetro *Isotronic RL-830A*. El colector se conecta a la entrada no inversora del amplificador operacional, que tiene de retroalimentación una resistencia de $R/100$, donde R es la resistencia del potenciómetro, es decir $10\text{ k}\Omega$ ó 100Ω . La entrada inversora se conecta a tierra. Este arreglo se emplea para reducir la impedancia de entrada del multímetro con el que se mide el voltaje. Esto es necesario, pues impedancias de entrada que no sean muy bajas afectaran la medición considerablemente. Se podría evitar esto si se tuviera un multímetro con impedancia de entrada muy baja. La temperatura se toma como la del cuarto donde se realiza el experimento y se mide con un termómetro de jardín.

El voltaje de salida se transforma en corriente usando la ley de Ohm, $I_c = V_2/R_2$, con $R_2 \approx R/100$. Con estos datos se realiza el análisis de datos en un notebook de *Jupyter*.

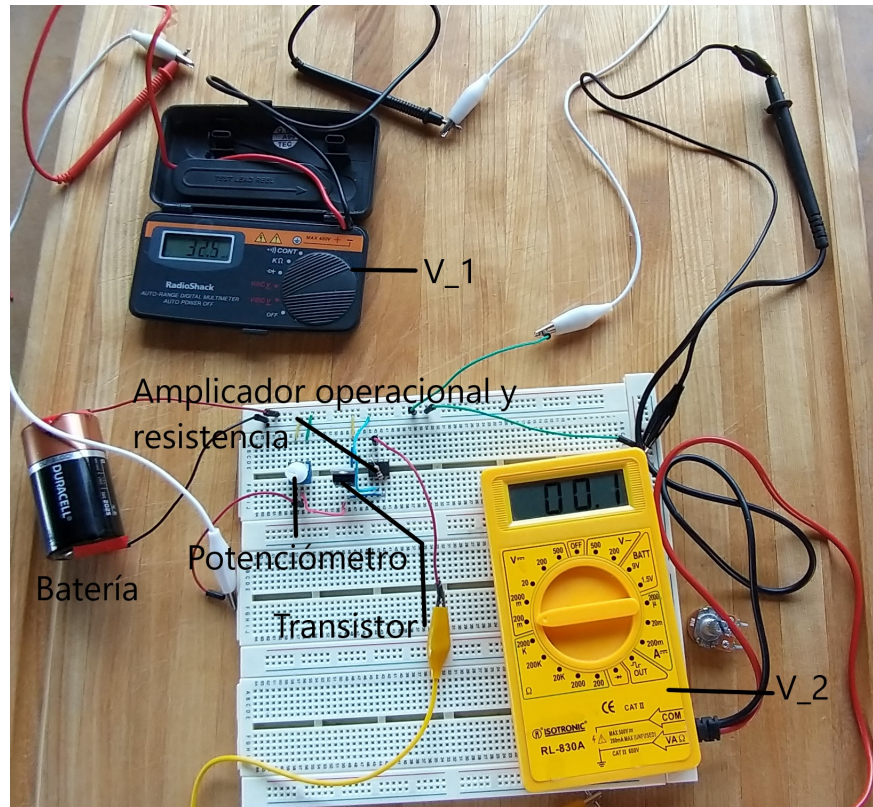
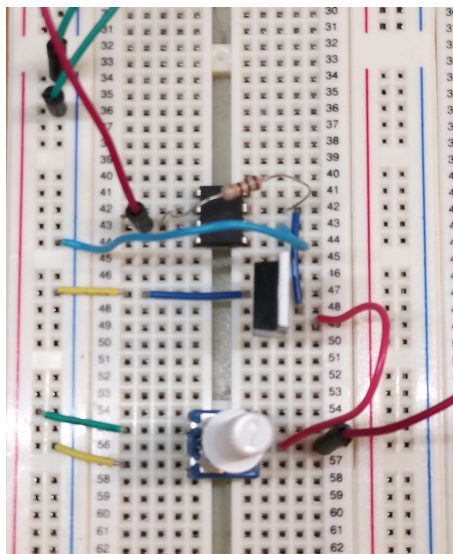
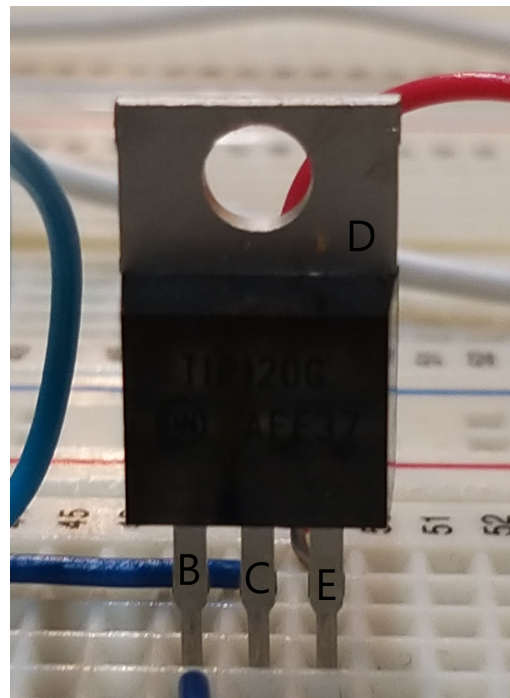


Figura 7: Arreglo experimental



(a) Arreglo experimental de cerca.



(b) Transistor. B = base; E = emisor; C = colector; D = disipador.

Figura 8

3. Resultados

Se presenta los datos medidos y las constantes relevantes en la sección 3.1. y los datos analizados (mediante una regresión por mínimos cuadrados) en la sección 3.2. En la sección 3.3. se discuten los resultados.

3.1. Datos experimentales

Los Cuadros 1 y 2 muestran los dos conjuntos de mediciones para V_1 y V_2 realizadas para las resistencias

$$R_1 = 9,85 \times 10^3 \Omega \pm 1 \Omega \quad (10)$$

y

$$R_2 = 97,5 \Omega \pm 0,05 \Omega \quad (11)$$

respectivamente. $V_1 = V_e$ es el voltaje del emisor, V_2 es el voltaje de salida a partir del cual se obtiene I_c . Las mediciones se muestran en orden cronológico a como fueron tomadas.

La temperatura tomada para las primeras mediciones resultó ser

$$T_1 = 17^\circ \text{C} \pm 2^\circ \text{C}. \quad (12)$$

Por otro lado, para el segundo conjunto de mediciones (realizado en otro día) se tuvo temperatura

$$T_2 = 20^\circ \text{C} \pm 2^\circ \text{C}. \quad (13)$$

Se asume la carga eléctrica fundamental

$$e = 1,602176634 \times 10^{-19} \text{C} \quad (14)$$

como conocida.

$V_1 [\text{mV}]$	$V_2 [\text{mV}]$	$\sigma_{V_1} [\text{mV}]$	$\sigma_{V_2} [\text{mV}]$
214.5	12.0	0.05	0.05
263.8	25.4	0.05	0.05
307.7	38.8	0.2	0.05
92.9	0.8	0.05	0.05
139.4	2.3	0.05	0.05
169.9	5.0	0.05	0.05
151.1	3.3	0.05	0.05
123.1	1.7	0.05	0.05
85.3	0.6	0.05	0.1
99.6	0.9	0.05	0.05
130.8	2.0	0.05	0.05
144.3	2.9	0.05	0.05
116.5	1.5	0.05	0.1
68.3	0.3	0.05	0.05

Cuadro 1: Primer conjunto de datos experimentales (orden cronológico a la medición) con $R_1 = 9,85 \times 10^3 \Omega \pm 1 \Omega$.

3.2. Análisis de datos

Dadas las mediciones de los voltajes V_1 y V_2 , la corriente del colector es

$$I_c = V_2/R. \quad (15)$$

Gracias al modelo de la ecuación 9, se propone un ajuste a un modelo lineal

$$y = mx + b, \quad (16)$$

con

$$y = \ln(I_c), \quad m = e/k_B, \quad x = V_1/T, \quad b = \ln(I_0). \quad (17)$$

Para cada variable $f(x_i)$, ya sea por errores de medición o por las varianzas en el ajuste, la propagación de incertidumbres se calcula con la ecuación

$$(\sigma_f)^2 = \sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 (\sigma_{x_i})^2. \quad (18)$$

V_1 [mV]	V_2 [mV]	σ_{V_1} [mV]	σ_{V_2} [mV]
266.9	32.7	0.05	0.05
220.5	18.7	0.05	0.05
171.3	7.9	0.05	0.05
146.3	4.6	0.05	0.05
121.4	2.6	0.05	0.05
108.8	1.9	0.05	0.05
91.8	1.3	0.05	0.05
69.1	0.7	0.05	0.05
93.8	1.5	0.05	0.05
58.0	0.5	0.05	0.05
37.3	0.2	0.05	0.05
36.7	0.2	0.05	0.05
82.9	1.0	0.05	0.05
78.6	0.8	0.05	0.05
46.6	0.3	0.05	0.05

Cuadro 2: Segundo conjunto de datos experimentales (orden cronológico a la medición) con $R_2 = 97,5\Omega \pm 0,05\Omega$.

Con ello en cuenta, con el ajuste a la pendiente m y, suponiendo que ya es conocida, la carga eléctrica fundamental e , la constante de Boltzmann ajustada es

$$k_B = e/m, \quad (19)$$

con su respectiva incertidumbre asociada a la covarianza del ajuste de m . El ajuste fue realizado con la paquetería de análisis de datos *Scipy* de *Python*.

Las Figuras 9, 10 y 11 muestran 3 diferentes ajustes para una gráfica de la relación entre V_1 e I_c en escala logarítmica. Las primeras dos corresponden al primer conjunto de datos experimentales para un ajuste de solamente los primeros 11 datos (ordenados por magnitud) y los primeros 3 datos respectivamente. Los demás datos no se toman para el ajuste, pero sí se grafican. Se toman sólo los primeros datos porque los demás empiezan a desviarse del comportamiento lineal debido a la saturación del transistor. La razón de haber tomado dos distintos conjuntos de datos para el primer experimento es que los 11 primeros datos siguen bastante bien un comportamiento lineal, a excepción del primero que está a un voltaje menor. Se puede asumir entonces que esto se debe a que en realidad el comportamiento lineal se ubica alrededor del primer, segundo y tercer dato (que son los que primeramente forman una recta no trivial), y es por eso que también se toman estos 3 en el otro caso. Por una parte, el ajuste a los 3 primeros datos sí arroja un valor mejor a los primeros 11, pero por otra parte no es muy estadísticamente significativo como para ser un resultado sólido.

La última gráfica corresponde al segundo conjunto de datos experimentales, en el cual sólo un conjunto de datos fue tomado (9 datos). En esta no sucede que hay discrepancias para valores muy pequeños. De hecho con este conjunto de datos se tenía más práctica al medir, se lograron obtener datos con valores de voltaje más pequeños, y se obtuvo una cantidad estadísticamente significativa para una región lineal con V_1 menor a 100 mV. Es importante notar que esa región es la misma que para los tres primeros datos del primer experimento.

3.3. Discusión

Lo primero que se observa en las figuras 9 - 11 es que los datos rojos siguen, en efecto, una ley lineal en la escala logarítmica, mientras que los azules se desvían considerablemente. El hecho de que se distribuyan en rectas los valores medidos (a bajos voltajes) confirma la validez de la distribución de Boltzmann a escalas clásicas, pues es consecuencia de que se tenga el factor de Boltzmann, $\exp\left(-\frac{eV_0}{k_B T}\right)$ para la cantidad de electrones con energía mayor a eV_0 . Una observación importante es que la linealidad se rompe a partir de cierto voltaje. Esto es porque el transistor (al igual que un diodo) puede saturarse y llega a una corriente (o voltaje) máximo. En términos físicos, simplemente lo que ocurre es que se llega al límite de portadores que puede proporcionar el semiconductor y así, incrementos del voltaje resultan en incrementos marginales y cada vez más pequeños de la corriente. En la *datasheet* del TIP120 [7] se puede observar para este dispositivo que el voltaje de saturación está entre 0,75 V y 1,25 V dependiendo de la configuración de la base y el colector. En esto último discrepamos, pues encontramos que las regiones lineales que mejor ajustaron fueron mucho menores.

Considerando lo anterior, los valores de $k_B = 1,389 \times 10^{-23} \pm 2,121 \times 10^{-25} J/K$ (desviación del 0,6 % con respecto a la real) y $k_B = 1,681 \times 10^{-23} \pm 8,976 \times 10^{-25} J/K$ (desviación del 17 % con respecto a la real) de las figuras 10

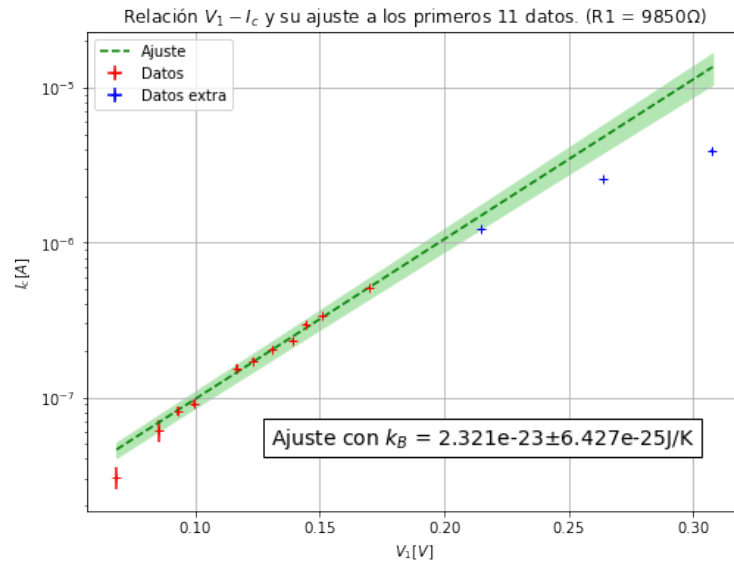


Figura 9: Primer conjunto de datos experimentales usados para el ajuste (rojo), datos experimentales medidos pero ignorados al ajustar (azul) y ajuste para el primer conjunto de datos (verde). El eje vertical está en escala logarítmica. Las barras de error del ajuste surgen de la varianza de los parámetros ajustados. Se tomaron en cuenta sólo los primeros 11 datos.

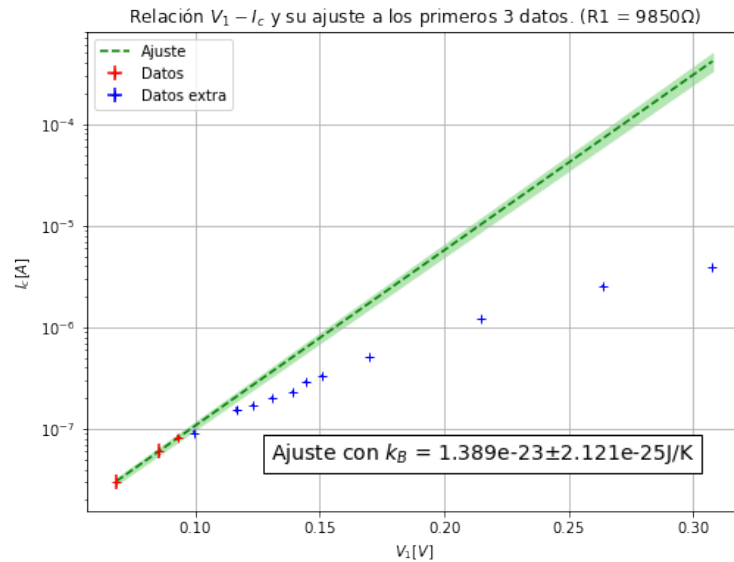


Figura 10: Primer conjunto de datos experimentales usados para el ajuste (rojo), datos experimentales medidos pero ignorados al ajustar (azul) y ajuste para el primer conjunto de datos (verde). El eje vertical está en escala logarítmica. Las barras de error del ajuste surgen de la varianza de los parámetros ajustados. Se tomaron en cuenta sólo los primeros 3 datos

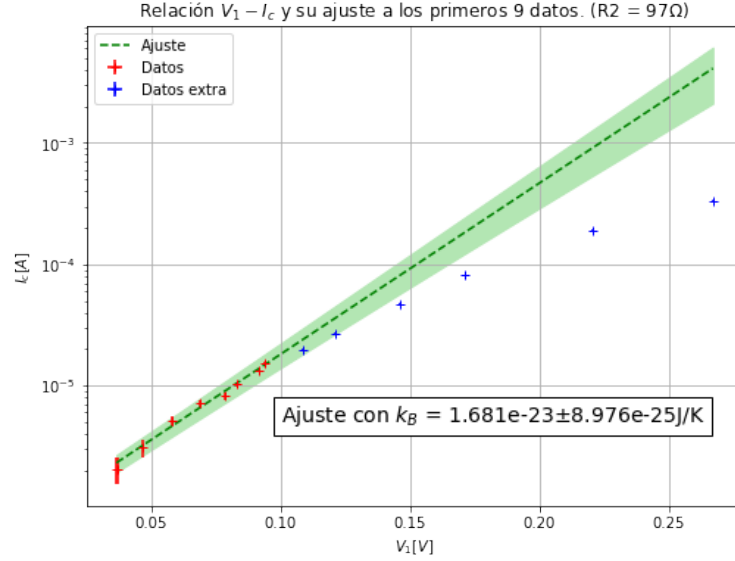


Figura 11: Segundo conjunto de datos **experimentales usados para el ajuste (rojo)**, datos experimentales medidos pero ignorados al ajustar (azul) y ajuste para el primer conjunto de datos (verde). El eje vertical está en escala logarítmica. Las barras de error del ajuste surgen de la varianza de los parámetros ajustados. Se tomaron en cuenta sólo los primeros 9 datos

y 11 son muy buenos, sobre todo el primero. El valor de $k_B = 2,321 \times 10^{-23} \pm 6,427 \times 10^{-25} \text{ J/K}$ (desviación del 40 % con respecto a la real) se puede considerar en efecto fuera del régimen lineal (compárese con el valor exacto de $k_B = 1,380649 \times 10^{-23} \text{ J/K}$). Como se mencionó en el análisis, los datos de la figura 10 y 11 están acotados por aproximadamente 100,0 mV. Una posible explicación para la diferencia entre el valor de saturación de la datasheet y el encontrado de 100,0 mV es por la configuración de la base en tierra y porque en el experimento es de suma importancia que se esté en el régimen lineal. Es decir, como se busca un valor muy preciso para e/k_B es necesario tener una recta. El transistor empleado es de potencia y se usa habitualmente como switch para voltajes medios. En estos transistores precisión en el régimen lineal no es tan importante, por lo que no se prueba con gran precisión.

Sobre la viabilidad del experimento en si no hay mucho que discutir. Los resultados favorables avalan el método, así como su relativa simpleza. Dado que todo el material (salvo **un potenciómetro**) se tenía a la mano no fue necesario gastar dinero extra (el paquete de 10 potenciómetros de 1 MΩ costó \$65,00), así que no se obtuvo una estimación del precio del experimento, pero sin duda los aparatos más costosos son los dos multímetros. La mayor complicación que se encontró al realizar el experimento fue que antes de tomar mediciones a voltajes muy bajos se obtuvo k_B en el orden del 10^{-22} J/K , que resultó algo preocupante en su momento. Aún así, se considera que si uno está dispuesto a comprar el material, o se tiene ya de antemano, este es un experimento que se puede realizar desde casa con un conocimiento básico de electrónica y física a nivel de licenciatura.

4. Conclusiones

Se encontraron valores cercanos al exacto para la constante de Boltzmann, en particular, $k_B = 1,389 \times 10^{-23} \pm 2,121 \times 10^{-25} \text{ J/K}$, que tiene una desviación del 0,6 % con respecto a la exacta ($k_B = 1,380649 \times 10^{-23} \text{ J/K}$). La región ideal para realizar estas mediciones se determinó en el orden de 45 mV a 100 mV, aunque esto es variable con el material con el que se realiza el experimento. El contexto de confinamiento en casa en el que se realizó el experimento muestra también que este viable para realizar fuera del laboratorio, siempre que se tenga el material adecuado. Considerando que este arreglo es sencillo (y miniaturizable, dados sus componentes) una posible aplicación es la determinación de la temperatura. **Si se conocen e y k_B es posible determinar la temperatura** (aunque sea la más cercana al transistor) midiendo los voltajes de la misma manera que aquí.

Referencias

- [1] Autor desconocido. *Boltzmann constant*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Boltzmann_constant. (última visita: 15.10.2020).
- [2] International Science Council. Comité on Data. *Fundamental Physical Constants*. URL: <https://codata.org/initiatives/strategic-programme/fundamental-physical-constants/>. (última visita: 15.10.2020).
- [3] C. Kittel. *Introduction to Solid State Physics*. 8.^a ed. John Wiley & Sons Inc, 2005. Cap. 8: ‘Semiconductor Crystals’ y 17: ‘Surface and Interface Physics’, págs. 185-213, 503-506.
- [4] M. James S. W. Amos. *Principles of Transistor Circuits: Introduction and Guide to the Design of Amplifiers, Function Generators, Receivers and Digital Circuits*. 8.^a ed. Newnes Books, 1994, págs. 1-20.
- [5] D.E. Evans. «Measurement of Boltzmann’s constant». En: *Physics Education* 21.5 (1986), págs. 296-299. DOI: <http://dx.doi.org/10.1088/0031-9120/21/5/008>.
- [6] S. Winder G. Clayton. *Operational Amplifiers*. 5.^a ed. Newnes Books, 2003, pág. 117.
- [7] Autor desconocido. *TIP120, TIP121, TIP122 (NPN); TIP125, TIP126, TIP127 (PNP)*. 9.^a ed. ON Semiconductor. Nov. de 2014.