



Ejercicio 1. ★ Calcular las siguientes expresiones, donde a, b son variables reales, i una variable entera y A es una secuencia de reales.

- a) $def(a + 1)$.
- b) $def(a/b)$.
- c) $def(\sqrt{a/b})$.
- d) $def(A[i] + 1)$.
- e) $def(A[i + 2])$.
- f) $def(0 \leq i \leq |A|)$.
- g) $def(0 \leq i \leq |A| \wedge_L A[i] \leq 0)$.

Ejercicio 2. Calcular las siguientes precondiciones más débiles, donde a, b son variables reales, i una variable entera y A es una secuencia de reales.

- a) $wp(a := a + 1, a \geq 0)$.
- b) $wp(a := a/b, a \geq 0)$.
- c) $wp(a := A[i], a \geq 0)$.
- d) $wp(a := b * b, a \geq 0)$.
- e) $wp(b := b + 1, a \geq 0)$.

Ejercicio 3. ★ Calcular las siguientes precondiciones más débiles, donde a, b son variables reales, i una variable entera y A es una secuencia de reales.

- a) $wp(a := a + 1; b := a/2, b \geq 0)$.
- b) $wp(a := A[i] + 1; b := a * a, b \neq 2)$.
- c) $wp(a := A[i] + 1; a := b * b, a \geq 0)$.
- d) $wp(a := a - b; b := a + b, a \geq 0 \wedge b \geq 0)$.

Ejercicio 4. ★ Sea $Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |A| \rightarrow_L A[j] \geq 0)$. Calcular las siguientes precondiciones más débiles, donde i es una variable entera y A es una secuencia de reales.

- a) $wp(A[i] := 0, Q)$.
- b) $wp(A[i + 2] := 0, Q)$.
- c) $wp(A[i + 2] := -1, Q)$.
- d) $wp(A[i] := 2 * A[i], Q)$.
- e) $wp(A[i] := A[i - 1], Q)$.

Ejercicio 5. Calcular $\text{wp}(S, Q)$, para los siguientes pares de programas S y postcondiciones Q .

- a) $S \equiv i := i + 1$
 $Q \equiv (\forall j : Z)(0 \leq j < |A| \rightarrow_L A[j]6 = 0)$
- b) $S \equiv A[0] := 4$
 $Q \equiv (\forall j : Z)(0 \leq j < |A| \rightarrow_L A[j]6 = 0)$
- c) $S \equiv A[2] := 4$
 $Q \equiv (\forall j : Z)(0 \leq j < |A| \rightarrow_L A[j]6 = 0)$
- d) $S \equiv A[i] := A[i + 1] - 1$
 $Q \equiv (\forall j : Z)(0 < j < |A| \rightarrow_L A[j] \geq A[j - 1])$
- e) $S \equiv A[i] := A[i + 1] - 1$
 $Q \equiv (\forall j : Z)(0 < j < |A| \rightarrow_L A[j] \leq A[j - 1])$

Ejercicio 6. . Escribir programas para los siguientes problemas y demostrar formalmente su corrección usando la precondition más débil.

- a) **proc problema1** (inout a: Z)
Pre $\{a = a_0 \wedge a \geq 0\}$
Post $\{a = a_0 + 2\}$
- b) **proc problema2** (in a: Z, out b: Z)
Pre $\{a6 = 0\}$
Post $\{b = a + 3\}$
- c) **proc problema3** (in a: Z, in b: Z, out c: Z)
Pre $\{true\}$
Post $\{c = a + b\}$
- d) **proc problema4** (in a: seqhZi, in i: Z, out result: Z)
Pre $\{0 \leq i < |a|\}$
Post $\{result = 2 * a[i]\}$
- e) **proc problema5** (in a: seqhZi, in i: Z, out result: Z)
Pre $\{0 \leq i \wedge i + 1 < |a|\}$
Post $\{result = a[i] + a[i + 1]\}$

Ejercicio 7. ★ Calcular $\text{wp}(S, Q)$, para los siguientes pares de programas S y postcondiciones Q .

- a) $S \equiv$
if ($a < 0$)
 $b := a$
else
 $b := -a$
endif

 $Q \equiv (b = -|a|)$
- b) $S \equiv$
if ($a < 0$)
 $b := a$
else
 $b := -a$
endif

 $Q \equiv (b = |a|)$

c) $S \equiv$
 if $(i > 0)$
 $s[i] := 0$
 else
 $s[0] := 0$
 endif

$$Q \equiv (\forall j : Z)(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \geq 0)$$

d) $S \equiv$ if $(i > 1)$
 $s[i] := s[i - 1]$
 else
 $s[i] := 0$
 endif

$$Q \equiv (\forall j : Z)(1 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] = s[j - 1])$$

e) $S \equiv$
 if $(s[i] < 0)$
 $s[i] := -s[i]$
 else
skip
 endif

$$Q \equiv 0 \leq i < |s| \wedge_L s[i] \geq 0$$

f) $S \equiv$
 if $(s[i] > 0)$
 $s[i] := -s[i]$
 else
skip
 endif

$$Q \equiv (\forall j : Z)(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \geq 0)$$

Ejercicio 8. ★ Escribir programas para los siguientes problemas y demostrar formalmente su corrección usando la precondition más débil.

a) **proc problema1** (in s: seqhZi, in i: Z, inout a: Z)

$$\mathbf{Pre} \{0 \leq i < |s| \wedge_L a = j = 0s[j]\}$$

$$\mathbf{Post} \{a = j = 0s[j]\}$$

b) **proc problema2** (in s: seqhZi, in i: Z, inout a: Z)

$$\mathbf{Pre} \{0 \leq i < |s| \wedge a = j = 0s[j]\}$$

$$\mathbf{Post} \{a = j = 1s[j]\}$$

c) **proc problema3** (in s: seqhZi, in i: Z, out res: Bool)

$$\mathbf{Pre} \{0 \leq i < |s| \wedge (\forall j : Z)(0 \leq j < i \rightarrow_L s[j] \geq 0)\}$$

$$\mathbf{Post} \{res = true \leftrightarrow (\forall j : Z)(0 \leq j \leq i \rightarrow_L s[j] \geq 0)\}$$

d) **proc problema4** (in s: seqhZi, in i: Z, inout a: Z)

Pre $0 \leq i < |s| \wedge_L a = j = 0 (ifs[j]6 = 0then1else0fi)$

Post $\{a = j = 0 (ifs[j]6 = 0then1else0fi)\}$

e) **proc problema5** (in s: seqhZi, in i: Z, inout a: Z)

Pre $\{0 < i \leq |s| \wedge_L a = j = 1 (ifs[j]6 = 0then1else0fi)\}$

Post $\{a = j = 0 (ifs[j]6 = 0then1else0fi)\}$