Algoritmos y Estructuras de Datos I
Primer Cuatrimestre 2020

Guía Práctica 3
Especificación De Problemas Resuelto

Departamento de Computación
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Comentarios:

Hola, este no es un resuelto oficial, tiene el logo del DC porque me parecio divertido copiar el formato de la guia.

Ejercicio 1. ★ Las siguientes especificaciones no son correctas. Indicar por qué,y corregirlas para que describan correctamente el problema.

a) **buscar:** Dada una secuencia y un elemento, devuelve en *result* la posición de la secuencia en la cual se encuentra el elemento.

proc buscar (in l: $seq\langle\mathbb{R}\rangle$,in elem: $\mathbb{R}$,out result: $\mathbb{Z}$) {
  Pre $\{elem \in l\}$
  Post $\{l[result] = elem\}$
}

b) **progresionGeometricaFactor2:** Indica si la secuencia l representa una progresión geométrica factor 2. Es decir, si cada elemento de la secuencia es el doble del elemento anterior.

proc progresionGeometricaFactor2 (in l: $seq\langle\mathbb{R}\rangle$,out result: *Bool* {
  Pre $\{True\}$
  Post $\{result = True \leftrightarrow ((\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |l| \rightarrow_L l[i] = 2 * l[i-1]))\}$
}

c) **minimo:** Devuelce en *result* el menor elemento de l.

proc minimo (in l: $seq\langle\mathbb{R}\rangle$,out result: $\mathbb{Z}$) {
  Pre $\{True\}$
  Post $\{(\forall y : \mathbb{Z})((y \in l \land y \neq x) \rightarrow y > result)\}$
}

Respuesta

a) No tengo ni idea de porque está mal, que tiene de malo decir, *result* es el que cumple que $l[result]$ sea igual al elemento. Si lo tuviera que cambiar, seguiria la logica de los demas ej, lo reescribiria así, .

proc buscar (in l: $seq\langle\mathbb{R}\rangle$,in elem: $\mathbb{R}$,out result: $\mathbb{Z}$) {
  Pre $\{elem \in l\}$
  Post $\{result = ?\}$
}

b) Este es más facil de ver que el anterior, cuando $i = 0$, va a tratar de acceder a la posicion $l[0-1]$, que es cualquier cosa. Y creo que crashearia con una lista vacia o de un elemento.

proc progresionGeometricaFactor2 (in l: $seq\langle\mathbb{R}\rangle$,out result: *Bool* {
  Pre $\{True\}$
  Post $\{result = True \leftrightarrow ((\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |l| - 1 \rightarrow_L 2 * l[i] = l[i+1]))\}$
}

c) No se para que esta ese $y \neq x$, y tendria que haber pedido en la **Pre** que *result* pertenezca a l.

proc minimo (in l: $seq\langle\mathbb{R}\rangle$,out result: $\mathbb{Z}$) {
  Pre $\{result \in l\}$
  Post $\{(\forall y : \mathbb{Z})(y \in l \rightarrow y > result)\}$
}

Ejercicio 2. La siguiente no es una especificación válida, ya que para ciertos valores de entrada que cumplen la precondición, no existe una salida que cumpla con la postcondición.

proc elementosQueSumen (in $l : seq\langle\mathbb{Z}\rangle$,in suma: $\mathbb{Z}$, out result : $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$) {
  Pre $\{True\}$
  Post {
  /* La secuencia result está incluída en la secuencia l */
  $(\forall x : \mathbb{Z})(x \in$ result$\rightarrow$ #apariciones$(x, result) \leq$ #apariciones$(x, l))$
  /* La suma de la result coincide con el valor de la suma */
  $\wedge suma = \sum_{i=0}^{|result|-1} result[i]$
  }

a) Mostrar valores para l y $suma$ que hagan verdadera la precondición, pero tales que no exista $result$ que cumpla la postcondición.

b) Supongamos que agregamos a la especificación la siguiente cláusula:
  Pre : $min\_suma(l) \leq suma \leq max\_suma(l)$
  fun $min_suma(l) : \mathbb{Z} = \sum_{i=0}^{|l|-1}$if $l[i] < 0$ then $l[i]$ else 0 fi
  fun $max_suma(l) : \mathbb{Z} = \sum_{i=0}^{|l|-1}$if $l[i] > 0$ then $l[i]$ else 0 fi
  ¿Ahora es una especificación válida? Si no lo es, justificarlo con un ejemplo como en el punto anterior.

c) Dar una precondición que haga correcta la especificación

Respuesta

a) $l = \langle 9, 9, 9\rangle$, $suma = 1$, si l contiene a $result$, entonces necesariamente va a sumar por lo menos 9, por lo que no puede valer 1 su suma.

b) $l = \langle 9, 9, 9\rangle$, $suma = 1$, si l contiene a $result$, entonces necesariamente va a sumar por lo menos 9, por lo que no puede valer 1 su suma, y ademas suma cumple la desigualdad $0 \leq suma \leq 27$

c)

Ejercicio 3. ★ Para los siguientes problemas, dar todas las soluciones posibles a las entradas dadas.

a) **proc raizCuadrada** (in x: $\mathbb{R}$,out result: $\mathbb{R}$) {
    Pre $\{x \geq 0\}$
    Post $\{result^2 = x\}$
  }

  I) $x = 0$
  II) $x = 1$
  III) $x = 27$

b) ★
  proc indiceDelMaximo (in l: $seq\langle\mathbb{R}\rangle$,out result: $\mathbb{Z}$) {
    Pre $\{|l| > 0\}$
    Post {
    $0 \leq result < |l|$
    $\wedge_L ((\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |l| \rightarrow_L l[i] \leq l[result]))$
    }
  }

  I) $l = \langle 1, 2, 3, 4\rangle$
  II) $l = \langle 15, 5, -18, 4{,}215, 15{,}5, -1\rangle$
  III) $l = \langle 0, 0, 0, 0, 0, 0\rangle$

c) ★
  proc indiceDelPrimerMaximo (in l: $seq\langle\mathbb{R}\rangle$,out result: $\mathbb{Z}$) {
    Pre $\{|l| > 0\}$
    Post {
    $0 \leq result < |l|$
    $\wedge((\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |l| \rightarrow_L (l[i] < l[result] \vee (l[i] = l[result] \wedge i \geq result))))$
    }
  }

I) $l = \langle 1, 2, 3, 4 \rangle$
II) $l = \langle 15, 5, -18, 4{,}215, 15{,}5, -1 \rangle$
III) $l = \langle 0, 0, 0, 0, 0, 0 \rangle$

d) ¿Para qué valores de entrada **indiciDelPrimerMaximo** y **indiceDelMaximo** tienen necesariamente la misma salida?

Respuesta

a)

b)

c)

d)

Ejercicio 4. ★ Sea $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como:

$$f(a,b) = \begin{cases} 2b & \text{si } a < 0 \\ b - 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes especificaciones son correctas para el problema de calcular $f(x, y)$?
Para las que no lo son, indicar por qué.

a) **proc f** (in a, b: $\mathbb{R}$,out result: $\mathbb{R}$) {
  Pre $\{True\}$
  Post {
  $(a < 0 \land result = 2 * b)$
  $\land$
  $(a \geq 0 \land result = b - 1)$
  }
}

b) **proc f** (in a, b: $\mathbb{R}$,out result: $\mathbb{R}$) {
  Pre $\{True\}$
  Post $\{(a < 0 \land result = 2 * b) \lor (a > 0 \land result = b - 1)\}$
}

c) **proc f** (in a, b: $\mathbb{R}$,out result: $\mathbb{R}$) {
  Pre $\{True\}$
  Post $\{(a < 0 \land result = 2 * b) \lor (a \geq 0 \land result = b - 1)\}$
}

d) **proc f** (in a, b: $\mathbb{R}$,out result: $\mathbb{R}$) {
  Pre $\{True\}$
  Post $\{result^2 = x\}$
}

e) **proc f** (in a, b: $\mathbb{R}$,out result: $\mathbb{R}$) {
  Pre $\{True\}$
  Post $\{result^2 = x\}$
}

f) **proc f** (in a, b: $\mathbb{R}$,out result: $\mathbb{R}$) {
  Pre $\{True\}$
  Post $\{result^2 = x\}$
}

Respuesta

a)

b)

c)

d)

e)

f)

Ejercicio 5. ★ Considerar la siguiente especificación, junto con un algoritmo que dado x devuelve x^2.

proc unoMasGrande (in x: $\mathbb{R}$,out result: $\mathbb{R}$) {

  Pre $\{True\}$

  Post $\{result > x\}$

}

a) ¿Qué devuelve el algoritmo si recibe $x = 3$? ¿El resultado hace verdadera la postcondición de **unoMasGrande**?

b) ¿Qué sucede para las entradas $x = 0{,}5, x = 1, x = 0{,}2$ y $x = -7$?

c) Teniendo en cuenta lo respondido en los puntos anteriores, escribir una precondición para **unoMasGrande**, de manera tal que el algoritmo sea una implementación correcta.

Respuesta

a)

b)

c)

Ejercicio 6. ★ Sean x y r variables de tipo $\mathbb{R}$. Considerar los siguientes predicados:

a) Indicar la relación de fuerza entre P1, P2 y P3.

b) Indicar la relación de fuerza entre Q1, Q2 y Q3.

c) Sea E1 la siguiente especificación. Escribir 2 programas que cumplan con E1.

   proc hagoAlgo (in x: $\mathbb{R}$,out r: $\mathbb{R}$) {

     Pre $\{x \leq 0\}$

     Post $\{r \geq x^2\}$

   }

d) Sea A un algoritmo que cumple con E1. Decidir si necesariamente cumple las siguientes especificaciones:

   a) **Pre:** $\{x \leq -10\}$, **Post:** $\{r \geq x^2\}$
   b) **Pre:** $\{x \leq 10\}$, **Post:** $\{r \geq x^2\}$
   c) **Pre:** $\{x \leq 0\}$, **Post:** $\{r \geq 0\}$
   d) **Pre:** $\{x \leq 0\}$, **Post:** $\{r = x^2\}$
   e) **Pre:** $\{x \leq -10\}$, **Post:** $\{r \geq 0\}$
   f) **Pre:** $\{x \leq 10\}$, **Post:** $\{r \geq 0\}$
   g) **Pre:** $\{x \leq -10\}$, **Post:** $\{r = x^2\}$
   h) **Pre:** $\{x \leq 10\}$, **Post:** $\{r = x^2\}$

e) ¿Qué conclusión pueden sacar? ¿Qué debe cumplirse con respecto a las precondiciones y postcondiciones para que sea seguro reemplazar la especificación?

Respuesta

a)

b)

c)

d)

Ejercicio 7. ★ Considerar las siguientes dos especificaciones, junto con un algoritmo a que satisface la especificación de **p2**.

proc p1 (in x: $\mathbb{R}$,in n: $\mathbb{Z}$out result: $\mathbb{Z}$) {
  Pre $\{x \neq 0\}$
  Post $\{x^n - 1 < result \leq x^n\}$
}

proc p2 (in x: $\mathbb{R}$,in n: $\mathbb{Z}$out result: $\mathbb{Z}$) {
  Pre $\{n \leq 0 \rightarrow x \neq 0\}$
  Post $\{result = \lfloor x^n \rfloor\}$
}

a) Dados valores de x y n que hacen verdadera la precondición de **p1**, demostrar que hacen también verdadera la precondición de **p2**.

b) Ahora, dados estos valores de x y n, supongamos que se ejecuta a: llegamos a un valor de res que hace veradadera la postcondición de **p2**. ¿Será también verdadera la postcondición de **p1**?

c) ¿Podemos concluior que a satisface la especificación de **p1**?

Respuesta

a)

b)

c)

Ejercicio 8. Considerar las siguientes especificaciones:

proc n-esimo1 (in l: $seq\langle\mathbb{R}\rangle$,in n: $\mathbb{Z}$,out result: $\mathbb{Z}$) {
  Pre {
  /*Los elementos están ordenados */
  Post $\{result^2 = x\}$
}

a)

b)

c)

d)

Respuesta

a)

b)

c)

d)

Ejercicio 9.

a)

b)

c)

d)

Respuesta

a)

b)

c)

d)

Ejercicio 10.

a)

b)

c)

d)

Respuesta

a)

b)

c)

d)

Ejercicio 11.

a)

b)

c)

d)

Respuesta

a)

b)

c)

d)

Ejercicio 12.

a)

b)

c)

d)

Respuesta

a)

b)

c)

d)

Ejercicio 13.

a)

b)

c)

d)

Respuesta

a)

b)

c)

d)

Ejercicio 14.

a)

b)

c)

d)

Respuesta

a)

b)

c)

d)

Ejercicio 15.

a)

b)

c)

d)

Respuesta

a)

b)

c)

d)

Ejercicio 16.

a)

b)

c)

d)

Respuesta

a)

b)

c)

d)

Ejercicio 17.

a)

b)

c)

d)

Respuesta

a)

b)

c)

d)

Ejercicio 18.

a)

b)

c)

d)

Respuesta

a)

b)

c)

d)

Ejercicio 19.

a)

b)

c)

d)

Respuesta

a)

b)

c)

d)

Ejercicio 20.

a)

b)

c)

d)

Respuesta

a)

b)

c)

d)

Ejercicio 21.

a)

b)

c)

d)

Respuesta

a)

b)

c)

d)

Ejercicio 22. Especificar los siguientes problemas de modificación de secuencias:

a) ★ **proc primosHermanos**(inout l : $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$), que dada una secuencia de enteros mayores a dos, reemplaza dichos valores por el número primo menor más cercano. Por ejemplo, si $l = \langle 6, 5, 9, 14\rangle$, luego de aplicar **primosHermanos**(l), $l = \langle 5, 5, 7, 13\rangle$

b) ★ **proc reemplazar**(inout l :**String**, in a, b :**Char**), que reemplaza todas las apariciones de a en l por b.

c) **proc recortar**(inout l : $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$, in a : $\mathbb{Z}$), que saca de l todas las apariciones de a consecutivas que aparezcan al principio. Por ejemplo **recortar**($\langle 2, 2, 3, 2, 4\rangle, 2) = \langle 3, 2, 4\rangle$, mientras que **recortar**($\langle 2, 2, 3, 2, 4\rangle, 3) = \langle 2, 2, 3, 2, 4\rangle$.

d) **proc intercambiarParesConImpares**(inout l :**String**), que toma una secuencia de longitud par y la modifica de modo tal que todas las posciciones de la forma $2k$ quedan intercambiadas con las posiciones $2k + 1$. Por ejemplo, **intercambiarParesConImpares**(*"adinle"*) modifica de la siguiente manera: *"daniel"*.

e) ★ **proc limpiarDuplicados**(inout l : $seq\langle$**Char**$\rangle$, out dup : $seq\langle$**Char**$\rangle$), que elimina los elementos duplicados de l dejando sólo su primera aparición (en el orden original). Devuelve además, dup una secuencia con todas las apariciones eliminadas (en cualquier orden).

Respuesta

a)

b)

c)

d)

FIN.