## Algoritmos y Estructuras de Datos I

Primer Cuatrimestre 2020

### Guía Práctica 3 Especificación De Problemas Resuelto



#### **Comentarios:**

Hola, este no es un resuelto oficial, tiene el logo del DC porque me parecio divertido copiar el formato de la guia.

Ejercicio 1.  $\bigstar$  Las siguientes especificaciones no son correctas. Indicar por qué, y corregirlas para que describan correctamente el problema.

a) **buscar:** Dada una secuencia y un elemento, devuelve en *result* la posición de la secuencia en la cual se encuentra el elemento.

```
 \begin{array}{l} \mathbf{proc\ buscar}\ (\mathrm{in}\ l:\ seq\langle\mathbb{R}\rangle, \mathrm{in\ elem:}\ \mathbb{R}, \mathrm{out\ result:}\ \mathbb{Z})\ \{\\ \mathbf{Pre}\ \{elem\in l\}\\ \mathbf{Post}\ \{l[result]=elem\}\\ \} \end{array}
```

b) **progresionGeometricaFactor2:** Indica si la secuencia l representa una progresión geométrica factor 2. Es decir, si cada elemento de la secuencia es el doble del elemento anterior.

```
proc progresionGeometricaFactor2 (in l: seq\langle \mathbb{R} \rangle,out result: Bool { Pre \{True\} Post \{result = True \leftrightarrow ((\forall i : \mathbb{Z})(0 \le i < |l| \rightarrow_L l[i] = 2 * l[i-1]))\} }
```

c) **minimo:** Devuelce en result el menor elemento de l.

```
 \begin{array}{l} \mathbf{proc\ minimo}\ (\mathrm{in}\ l:\ seq\langle\mathbb{R}\rangle, \mathrm{out\ result:}\ \mathbb{Z})\ \{ \\ \mathbf{Pre}\ \{True\} \\ \mathbf{Post}\ \{(\forall y:\mathbb{Z})((y\in l \land y\neq x)\rightarrow y>result)\} \\ \} \end{array}
```

# Respuesta

a) La **Pre** no aclara que pasa cuando hay mas de una aparición de elem en l, y hace falta pedir que result este en el rango de l.

```
 \begin{array}{l} \mathbf{proc\ buscar}\ (\mathrm{in}\ l: seq\langle\mathbb{R}\rangle, \mathrm{in\ elem:}\ \mathbb{R}, \mathrm{out\ result:}\ \mathbb{Z})\ \{\\ \mathbf{Pre}\ \{elem\in l \land cantAparciones(elem,l)=1\}\\ \mathbf{Post}\ \{0\leq result<|l|\land_L l[result]=elem\}\\ \} \end{array}
```

b) Este es más facil de ver que el anterior, cuando i = 0, va a tratar de acceder a la posicion l[0-1], que es cualquier cosa. Y creo que crashearia con una lista vacia o de un elemento.

```
proc progresionGeometricaFactor2 (in l: seq\langle \mathbb{R} \rangle,out result: Bool { Pre \{True\} Post \{result = True \leftrightarrow ((\forall i : \mathbb{Z})(0 \le i < |l| - 1 \rightarrow_L 2 * l[i] = l[i+1]))\} }
```

c) No se para que esta ese  $y \neq x$ , y tendria que haber pedido en la **Pre** que result pertenezca a l.

```
proc minimo (in l: seq\langle \mathbb{R} \rangle,out result: \mathbb{Z}) {
Pre \{result \in l\}
Post \{(\forall y : \mathbb{Z})(y \in l \rightarrow y > result)\}
}
```

Ejercicio 2. La siguiente no es una especificación válida, ya que para ciertos valores de entrada que cumplen la precondición, no existe una salida que cumpla con la postcondición.

```
 \begin{array}{l} \mathbf{proc\ elementosQueSumen}\ (\mathrm{in}\ l:seq\langle\mathbb{Z}\rangle, \mathrm{in\ suma:}\ \mathbb{Z},\ \mathrm{out\ result}:seq\langle\mathbb{Z}\rangle)\ \{ \\ \mathbf{Pre}\ \{True\} \\ \mathbf{Post}\ \{ \\ /^*\ \mathrm{La\ secuencia\ result\ est\'a\ inclu\'ida\ en\ la\ secuencia\ l\ ^*/} \\ (\forall x:\mathbb{Z})(x\in\mathrm{result}\rightarrow\#\mathrm{apariciones}(x,result)\leq\#\mathrm{apariciones}(x,l)) \\ /^*\ \mathrm{La\ suma\ de\ la\ result\ coincide\ con\ el\ valor\ de\ la\ suma\ ^*/} \\ \wedge suma = \sum_{i=0}^{|result|-1} result[i] \\ \} \end{array}
```

- a) Mostrar valores para l y suma que hagan verdadera la precondición, pero tales que no exista result que cumpla la postcondición.
- b) Supongamos que agregamos a la especificación la siguiente cláusula:

```
\begin{array}{l} \mathbf{Pre}: min\_suma(l) \leq suma \leq max\_suma(l) \\ \mathbf{fun} \ min\_suma(l): \mathbb{Z} = \sum_{i=0}^{|l|-1} \mathrm{if} \ l[i] < 0 \ \mathrm{then} \ l[i] \ \mathrm{else} \ 0 \ \mathrm{fi} \\ \mathbf{fun} \ max\_suma(l): \mathbb{Z} = \sum_{i=0}^{|l|-1} \mathrm{if} \ l[i] > 0 \ \mathrm{then} \ l[i] \ \mathrm{else} \ 0 \ \mathrm{fi} \end{array}
```

¿Ahora es una especificación válida? Si no lo es, justificarlo con un ejemplo como en el punto anterior.

c) Dar una precondición que haga correcta la especificación

#### Respuesta

- a)  $l = \langle 9, 9, 9 \rangle$ , suma = 1, si l contiene a result, entonces necesariamente va a sumar por lo menos 9, por lo que no puede valer 1 su suma.
- b)  $l = \langle 9, 9, 9 \rangle$ , suma = 1, si l contiene a result, entonces necesariamente va a sumar por lo menos 9, por lo que no puede valer 1 su suma, y ademas suma cumple la desigualdad  $0 \le suma \le 27$

```
c) proc elementosQueSumen (in l: seq\langle \mathbb{Z} \rangle, in suma: \mathbb{Z}, out result : seq\langle \mathbb{Z} \rangle) { 
 Pre \{(\exists m: seq\langle \mathbb{Z} \rangle)(perteneceAPermutacionesDe(m,l) \land_L sumaElementos(m) = suma)\} Post \{ 
 /* La secuencia result está incluída en la secuencia l*/ 
 (\forall x: \mathbb{Z})(x \in \text{result} \rightarrow \#\text{apariciones}(x, result) \leq \#\text{apariciones}(x, l)) 
 /* La suma de la result coincide con el valor de la suma */ 
 \land suma = \sum_{i=0}^{|result|-1} result[i] 
 \}
```

Ejercicio 3. ★ Para los siguientes problemas, dar todas las soluciones posibles a las entradas dadas.

```
a) proc raizCuadrada (in x: \mathbb{R}, out result: \mathbb{R}) {
           Pre \{x \ge 0\}
           Post \{result^2 = x\}
    }
       I) x = 0
      II) x = 1
    III) x = 27
b) ★
    proc indiceDelMaximo (in l: seq\langle \mathbb{R} \rangle, out result: \mathbb{Z}) {
           Pre \{|l| > 0\}
           Post {
          0 \le result < |l|
           \wedge_L((\forall i: \mathbb{Z})(0 \le i < |l| \to_L l[i] \le l[result]))
    }
       I) l = \langle 1, 2, 3, 4 \rangle
      II) l = \langle 15,5,-18,4,215,15,5,-1 \rangle
```

```
\begin{split} \text{III)} & \ l = \langle 0,0,0,0,0,0 \rangle \\ \text{c)} & \ \bigstar \\ & \ \text{proc indiceDelPrimerMaximo} \text{ (in l: } seq \langle \mathbb{R} \rangle, \text{out result: } \mathbb{Z}) \text{ } \\ & \ \text{Pre } \{|l| > 0\} \\ & \ \text{Post } \{ \\ & \ 0 \leq result < |l| \\ & \ \land ((\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |l| \rightarrow_L (l[i] < l[result] \lor (l[i] = l[result] \land i \geq result))))) \\ & \ \} \\ & \ \text{I)} & \ l = \langle 1, 2, 3, 4 \rangle \\ & \ \text{II)} & \ l = \langle 15, 5, -18, 4, 215, 15, 5, -1 \rangle \end{split}
```

d) ¿Para qué valores de entrada indiciDelPrimerMaximo y indiceDelMaximo tienen necesariamente la misma salida?

#### Respuesta

a) I) result = 0II) result = 1; -1III)  $result = 3\sqrt{3}; -3\sqrt{3}$ 

III)  $l = \langle 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \rangle$ 

- b) I) result = 3
  - II) Cualquier cosa, no dice nada cuando hay más de una aparición del maximo.
  - III) Idem
- c) I) result = 3
  - II) result = 0,
  - III) result = 0

d)

**Ejercicio 4.**  $\bigstar$  Sea  $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  definida como:

$$f(a,b) = \begin{cases} 2b & \text{si } a < 0 \\ b - 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes especificaciones son correctas para el problema de calcular f(x,y)? Para las que no lo son, indicar por qué.

```
d) proc \mathbf{f} (in a, b: \mathbb{R},out result: \mathbb{R}) {
           Pre \{True\}
           Post {
           (a<0 \rightarrow result = 2*b)
           (a \ge 0 \to result = b - 1)
      }
  e) proc f (in a, b: \mathbb{R},out result: \mathbb{R}) {
           Pre \{True\}
           Post \{(a < 0 \rightarrow result = 2 * b) \lor (a \ge 0 \rightarrow result = b - 1)\}
      }
   f) proc f (in a, b: \mathbb{R},out result: \mathbb{R}) {
           Pre \{True\}
           Post \{result = (if \ a < 0 \ then \ 2 * b \ else \ b - 1 \ fi \ )\}
      }
Respuesta
  a)
  b)
  c)
  d)
  e)
   f)
Ejercicio 5. \star Considerar la siguiente especificación, junto con un algoritmo que dado x devuelve x^2.
proc unoMasGrande (in x: \mathbb{R},out result: \mathbb{R}) {
     \mathbf{Pre} \ \{True\}
     Post \{result > x\}
  a) ¿Qué devuelve el algoritmo si recibe x = 3? ¿El resultado hace verdadera la postcondición de unoMasGrande?
  b) ¿Qué sucede para las entradas x = 0.5, x = 1, x = 0.2 y x = -7?
  c) Teniendo en cuenta lo respondido en los puntos anteriores, escribir una precondición para unoMasGrande, de manera
      tal que el algoritmo sea una implementación correcta.
Respuesta
  a)
  b)
  c)
```

**Ejercicio 6.**  $\star$  Sean x y r variables de tipo  $\mathbb{R}$ . Considerar los siguientes predicados:

- a) Indicar la relación de fuerza entre P1, P2 y P3.
- b) Indicar la relación de fuerza entre Q1, Q2 y Q3.
- c) Sea E1 la siguiente especificación. Escribir 2 programas que cumplan con E1.

```
proc hagoAlgo (in x: \mathbb{R},out r: \mathbb{R}) {
      Pre \{x \le 0\}
      Post \{r \ge x^2\}
}
```

}

d) Sea A un algoritmo que cumple con E1. Decidir si necesariamente cumple las siguientes especificaciones:

```
a) Pre: \{x \le -10\}, Post: \{r \ge x^2\}
b) Pre: \{x \le 10\}, Post: \{r \ge x^2\}
c) Pre: \{x \le 0\}, Post: \{r \ge 0\}
d) Pre: \{x \le 0\}, Post: \{r = x^2\}
e) Pre: \{x \le -10\}, Post: \{r \ge 0\}
f) Pre: \{x \le 10\}, Post: \{r \ge 0\}
g) Pre: \{x \le -10\}, Post: \{r = x^2\}
h) Pre: \{x \le 10\}, Post: \{r = x^2\}
```

e) ¿Qué conclusión pueden sacar? ¿Qué debe cumplirse con respecto a las precondiciones y postcondiciones para que sea seguro reemplazar la especificación?

### Respuesta

- a)
- b)
- c)
- d)

Ejercicio 7.  $\bigstar$  Considerar las siguientes dos especificaciones, junto con un algoritmo a que satisface la especificación de p2.

```
\begin{array}{l} \mathbf{proc} \ \mathbf{p1} \ (\text{in x: } \mathbb{R}, \text{in n: } \mathbb{Z} \text{out result: } \mathbb{Z}) \ \{ \\ \mathbf{Pre} \ \{x \neq 0\} \\ \mathbf{Post} \ \{x^n - 1 < result \leq x^n\} \\ \} \\ \\ \mathbf{proc} \ \mathbf{p2} \ (\text{in x: } \mathbb{R}, \text{in n: } \mathbb{Z} \text{out result: } \mathbb{Z}) \ \{ \\ \mathbf{Pre} \ \{n \leq 0 \rightarrow x \neq 0\} \\ \mathbf{Post} \ \{result = \lfloor x^n \rfloor \} \\ \} \end{array}
```

- a) Dados valores de x y n que hacen verdadera la precondición de  $\mathbf{p1}$ , demostrar que hacen también verdadera la precondición de  $\mathbf{p2}$ .
- b) Ahora, dados estos valores de x y n, supongamos que se ejecuta a: llegamos a un valor de res que hace veradadera la postcondición de  $\mathbf{p2}$ . ¿Será también verdadera la postcondición de  $\mathbf{p1}$ ?
- c) ¿Podemos concluior que a satisface la especificación de **p1**?

#### Respuesta

- a)
- b)
- c)

Ejercicio 8. Considerar las siguientes especificaciones:

```
proc n-esimo1 (in l: seq\langle \mathbb{R} \rangle,in n: \mathbb{Z},out result: \mathbb{Z}) {
    Pre {
        /*Los elementos están ordenados */
    Post \{result^2 = x\}
}

a)
b)
c)
d)
```

Resp	ouesta
a)	
b)	
c)	
d)	
Ejerci	icio 9. ★ Especificar los siguientes problemas:
a) I	Dado un número entero, decidir si es par.
b) I	Dado un entero $n$ y uno $m$ , decidir si $n$ es un múltiplo de $m$ .
c) I	Dadu un número real, devolver su inverso multiplicativo.
	Dada una secuencia de caracteres, obtener de ella sólo los que son numéricos (con todas sus apariciones sun umporta el orden de aparición).
e) I	Dada una secuencia de reales, devolver la secuencia que resulta de duplicar sus valores en las posiciones impares.
f) I	Dado un número entero, listar todos sus divisores positivos (sin duplicados).
Resp	puesta
a)	
b)	
c)	
d)	
Ejerci	icio 10. Considerar el problema de decidir, dados $n$ y $m$ enteros, si $n$ es múltiplo de $m$ , y la siguiente especificación
a)	
b)	
c)	
d)	
Resp	ouesta
a)	
b)	
c)	
d)	
	icio 11. Considerar el probleam de, dada una secuencia de números reales, devolver la que resulta de duplicar sus sen las posiciones impares.
a)	
b)	
c)	
d)	
Resp	ouesta
a)	
b)	
c)	
d)	

número en bas	e 2 (es decir, en binario).
a)	
b)	
c)	
d)	
Respuesta	
a)	
b)	
c)	
d)	
<b>Ejercicio 13.</b> ejercicio 8?	Con lo visto en los ejercicios 9 a 12 ¿Encuentra casos de sub y sobreespecificación en las especificaciones de
a)	
b)	
c)	
d)	
Respuesta	
a)	
b)	
c)	
d)	
Ejercicio 14.	Especificar los siguientes problemas:
a)	
b)	
c)	
d)	
Respuesta	
a)	
b)	
c)	
d)	
Ejercicio 15.	Especificar los siguientes problemas sobre secuencias:
a)	
b)	
c)	
d)	

Respuesta	
a)	
b)	
c)	
d)	
Ejercicio 16.	Especificar los siguientes problemas:
a)	
b)	
c)	
d)	
Respuesta	
a)	
b)	
c)	
d)	
Especifica	ación de problemas usando inout
	$\bigstar$ Dados dos enteros $a$ y $b$ , se necesita calcular su suma y retornarla en un entero $c$ . ¿Cúales de las siguientes son correctas para este problema? Para las que no lo son, indicar por qué.
a)	
b)	
c)	
d)	
Respuesta	
a)	
b)	
c)	
d)	
	$\bigstar$ Dada una secuencia $l$ , se deas sacar su primer elemento y devolverlo. Decidir cúales de estas especificaciones Para las que no lo son, indicar por qué y justificar con ejemplos.
a)	
b)	
c)	
d)	
Respuesta	
a)	
b)	
c)	
d)	

Ejercicio 19.	Considerar la siguiente especificación:
a)	
b)	
c)	
d)	
Respuesta	
a)	
b)	
c)	
d)	
Ejercicio 20.	Explicar coloquialmente la siguiente especificación:
a)	
b)	
c)	
d)	
Respuesta	
a)	
b)	
c)	
d)	
<b>Ejercicio 21.</b> pares. Indicar p	Dada una secuencia de enteros, se requiere multiplicar por 2 aquéllos valores que se encuentran en posicions por qué son incorrectas las siguientes especificaciones, y proponer una alternativa correcta
a)	
b)	
c)	
d)	
Respuesta	
a)	
b)	
c)	
d)	

Ejercicio 22. Especificar los siguientes problemas de modificación de secuencias:

- a)  $\bigstar$  proc primosHermanos(inout  $l:seq\langle\mathbb{Z}\rangle$ ), que dada una secuencia de enteros mayores a dos, reemplaza dichos valores por el número primo menor más cercano. Por ejemplo, si  $l=\langle 6,5,9,14\rangle$ , luego de aplicar primosHermanos(l),  $l=\langle 5,5,7,13\rangle$
- b)  $\bigstar$  proc reemplazar(inout l:String, in a, b:Char), que reemplaza todas las apariciones de a en l por b.
- c) **proc recortar**(inout  $l: seq\langle \mathbb{Z} \rangle$ , in  $a: \mathbb{Z}$ ), que saca de l todas las apariciones de a consecutivas que aparezcan al principio. Por ejemplo **recortar**( $\langle 2, 2, 3, 2, 4 \rangle, 2$ ) =  $\langle 3, 2, 4 \rangle$ , mientras que **recortar**( $\langle 2, 2, 3, 2, 4 \rangle, 3$ ) =  $\langle 2, 2, 3, 2, 4 \rangle$ .
- d) **proc intercambiarParesConImpares**(inout l:**String**), que toma una secuencia de longitud par y la modifica de modo tal que todas las posiciones de la forma 2k quedan intercambiadas con las posiciones 2k + 1. Por ejemplo, **intercambiarParesConImpares**("adinle") modifica de la siguiente manera: "daniel".
- e)  $\bigstar$  proc limpiar Duplicados (inout  $l: seq\langle \mathbf{Char} \rangle$ , out  $dup: seq\langle \mathbf{Char} \rangle$ ), que elimina los elementos duplicados de l dejando sólo su primera aparición (en el orden original). Devuelve además, dup una secuencia con todas las apariciones eliminadas (en cualquier orden).

## Respuesta

- a)
- b)
- c)
- d)

FIN.