Ejercicios Cadenas de Markov

1. En el ejemplo del clima con matriz de transición:



Suponemos que la probabilidad de que el miércoles esté soleado es 0.2 y la probabilidad de que esté nublado es 0.8.

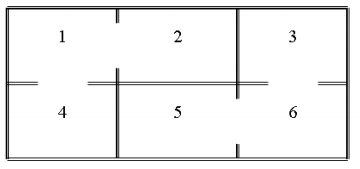
Calcular:

1. Probabilidad de que esté nublado el jueves.
2. Probabilidad de que esté nublado el viernes.
3. Probabilidad de que esté nublado el sábado.

Solución 1. Miércoles: v = (0.2, 0.8) =⇒ w = vP = (0.62, 0.38) P [ esté nublado el jueves] = 0.38 2. w = vP = (0.62, 0.38) =⇒ vP2 = vPP = wP = (0.662, 0.338) P [ esté nublado el viernes] = 0.338 3. vP2 = (0.662, 0.338) =⇒ vP3 = vP2P = (0.6662, 0.3338) P [ esté nublado el sábado] = 0.3338

1. Supongamos que en el laberinto el ratón se traslada a celdas contiguas con igual probabilidad y que la probabilidad de introducir el ratón en cada una de las celdas del laberinto para comenzar el experimento está dada por el siguiente vector de probabilidades iniciales:





1. Determinar la celda con mayor probabilidad de contener al ratón después de 3 instantes.
2. Determinar la celda con mayor probabilidad de contener al ratón a largo plazo.

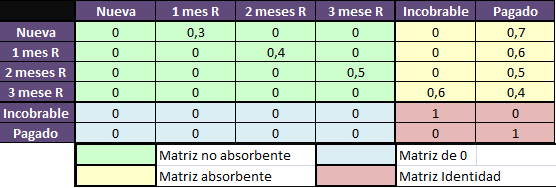
De: <http://inop2.blogspot.cl/p/ejercicios-resueltos.html>

1. La  demanda en el mercado de las telecomunicaciones se encuentra distribuida entre tres empresas prestadoras de tal servicio: Claro, Entel y Movistar, de la siguiente manera:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Claro | Entel | Movistar |
| 0,3 | 0,3 | 0,4 |

Las probabilidades de que los clientes que se encuentran en el presente vinculados a alguna de las tres empresas, decidan permanecer en dicha empresa durante el siguiente periodo o cambiarse a alguna de las otras dos empresas se registra en la siguiente matriz:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Claro | Entel | Movistar |
| Claro | 0,3 | 0,5 | 0,2 |
| Entel | 0,1 | 0,7 | 0,2 |
| Movistar | 0,2 | 0,3 | 0,5 |

1. Determinar la empresa con menor probabilidad de captar y/o mantener a los clientes después de 2 periodos.
2. Determinar la probabilidad estacionaria.
3. Automotora Car vende partes de automóviles y caminones a empresas que cuentan con flotas de vehículos. Cuando una empresa compra, le dan 3 meses para pagar, si las cuentas no se saldan en ese período, Automotora Car cancela la cuenta, la remite a una agencia de cobranzas y da por terminada las transacciones. Por lo tanto, Automotora Car clasifica sus cuentas en Nuevas, 1 mes de atraso, 2 meses de atraso, 3 meses de atraso, Pagadas e Incobrables. Automotora Car estudió sus antiguos registros y descubrió que:  
   70% de las cuentas nuevas se pagan en un mes  
   60% de las cuentas con 1 mes de retraso  se liquidan al final del mes.  
   50% de las cuentas con 2 meses de atraso se pagan al final de ese último mes.  
   60% de las cuentas con 3 meses de retraso se remiten a una agencia de cobranza.
4. Encontrar matriz de transición. b)Calcular la probabilidad de que una cuenta finalmente se liquide.  
   

De: http://juliovargas.udem.edu.ni/wp-content/uploads/2014/04/PROBLEMAS-RESUELTOS-CADENAS-DE-MARKOV.pdf

**Prof.: MSc. Julio Rito Vargas Avilés**

1. El departamento de estudios de mercado de una fábrica estima que el 20% de la gente que compra un producto un mes, no lo comprará el mes siguiente. Además, el 30% de quienes no lo compren un mes lo adquirirá al mes siguiente. En una población de 1000 individuos, 100 compraron el producto el primer mes. ¿Cuántos lo comprarán al mes próximo? ¿Y dentro de dos meses?
2. En una población de 10.000 habitantes, 5.000 no fuman, 2.500 fuman uno o menos de un paquete diario y 2.500 fuman más de un paquete diario. En un mes hay un 5% de probabilidad de que un no fumador comience a fumar un paquete diario, o menos, y un 2% de que un no fumador pase a fumar más de un paquete diario. Para los que fuman un paquete, o menos, hay un 10% de probabilidad de que dejen el tabaco, y un 10% de que pasen a fumar más de un paquete diario. Entre los que fuman más de un paquete, hay un 5% de probabilidad de que dejen el tabaco y un 10% de que pasen a fumar un paquete, o menos. ¿Cuántos individuos habrá de cada clase el próximo mes?
3. Una urna contiene dos bolas sin pintar. Se selecciona una bola al azar y se lanza una moneda. Si la bola elegida no está pintada y la moneda produce cara, pintamos la bola de rojo; si la moneda produce cruz, la pintamos de negro. Si la bola ya está pintada, entonces cambiamos el color de la bola de rojo a negro o de negro a rojo, independientemente de si la moneda produce cara o cruz.

a) Modele el problema como una cadena de Markov y encuentre la matriz de probabilidades de transición.

1. El ascensor de un edificio con bajo y dos pisos realiza viajes de uno a otro piso. El piso en el que finaliza el viaje n-ésimo del ascensor sigue una cadena de Markov. Se sabe que la mitad de los viajes que parten del bajo se dirigen a cada uno de los otros dos pisos, mientras que si un viaje comienza en el primer piso, sólo el 25% de las veces finaliza en el segundo. Por último, si un trayecto comienza en el segundo piso, siempre finaliza en el bajo. Se pide:

a) Calcular la matriz de probabilidades de transición de la cadena

b) Dibujar el gráfico asociado.

c) ¿Cuál es la probabilidad de que, a largo plazo, el ascensor se encuentre en cada uno de los tres pisos.