Laborheft

Versuchsleiter: Andres Minder
Assistent: Nando Spiegel

Durchführung	**Versuch**	**Abgabe**	**Akzeptiert**
06.03.2018	W6 - Mech. Resonanz mit Fahrbahnpendel	20.03.2018	
17.04.2018	O9 - Interferenz und Beugung	01.05.2018	
29.05.2018	A11 - Röntgenstrahlung / -beugung	12.06.2018	

W6 - Mechanische Resonanz mit Fahrbahnpendel

16. April 2018

Versuchsleiter: Andres Minder
Assistent: Nando Spiegel

Inhaltsverzeichnis

1 Arbeitsgrundlagen **1**
1.1 Gedämpfte freie Schwingung 1
1.2 Erzwungene Schwingung 2

2 Durchführung **3**
2.1 Versuchsaufbau 3
2.1.1 Messgeräte 4
2.2 Vorgehen bei den Messungen 4
2.2.1 Bestimmung der Eigenfrequenz einer freien gedämpften Schwingung 4
2.2.2 Messung des Amplitudenverlaufs einer freien gedämpften Schwingung 4
2.2.3 Amplituden- und Phasenresonanz einer erzwungenen Schwingung 4

3 Auswertung **5**
3.1 Gedämpfte Schwingung 5
3.1.1 Bestimmung der Eigenfrequenz 5
3.1.2 Messung des Amplitudenverlaufs 6
3.2 Erzwungene Schwingung 8
3.2.1 Amplituden- und Phasenresonanz 8

4 Fehlerrechnung **10**

5 Resultate und Diskussion **12**
5.1 Eigenfrequenz 12
5.2 Amplitudenverlauf 12
5.3 Resonanz 13

6 Begriffsexplikation **14**

7 Plagiatserklärung **15**

Anhang **16**

Literaturverzeichnis **16**

1 Arbeitsgrundlagen

In diesem Versuch liegt das Hauptaugenmerk im Bereich der Schwingungen, welche in verschiedenen Gebieten der Physik vorkommen. Dabei wird konkret die **gedämpfte freie Schwingung**, sowie die **erzwungene Schwingung** betrachtet. Dafür wird ein Federpendel mit einer geschwindigkeitsproportionalen Reibung

$$F_{reib} = -\beta * v \tag{1.1}$$

mit harmonischer Anregung

$$F_{anr}(t) = \hat{F}_e * cos(\omega * t) \tag{1.2}$$

untersucht. Der Bremskoeffizient β kann dabei als Konstant angenommen werden, da er durch die Anzahl, deren Abstände und Stärke der verwendeten Magneten (mehr dazu im Kapitel 2) und von der Luftkissenbahn abhängt. Verbleiben diese also unverändert, ist β konstant. Bei der harmonischen Anregung steht $\hat{F}_e$ für die Kraftamplitude und ω für die Erregerkreisfrequenz. [?]

1.1 Gedämpfte freie Schwingung

In der Abbildung 1.1 ist eine freie, gedämpfte Schwingung in zeitlicher Abhängigkeit zu sehen. T entspricht der Periodendauer, welche trotz der Dämpfung konstant bleibt[1] und x_0 dem Wert von x(t) zum Zeitpunkt $t = 0$.

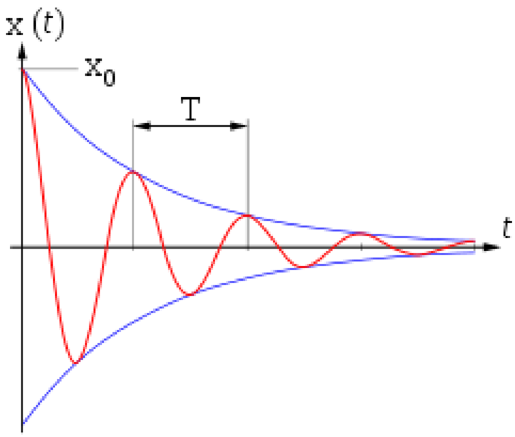

Abbildung 1.1: Die Darstellung einer freien, gedämpften Schwingung im zeitlichen Verlauf x(t) [?]

[1] siehe *Eigenfrequenz* im Kapitel 6

Mathematisch lässt sich diese Bewegung anhand der Gleichung 1.3 beschreiben.

$$y(t) = \hat{y} * e^{-\Gamma * t} * cos(\omega * t - \delta) \tag{1.3}$$

Dabei steht..

- y(t) für die momentane, zeitabhängige Auslenkung des Fahrbahnpendels.
- $\hat{y}$ für die Auslenkung des Pendels zum Zeitpunkt $t = 0$.
- Γ für die Abklingkonstante.
- ω für die Kreisfrequenz des Federbahnpendels.
- δ für den Nullphasenwinkel der Schwingung.

Die Ausklingkonstante Γ lässt sich nach der Gleichung 1.4 berechnen.

$$\Gamma = \frac{\beta}{2 * m} \tag{1.4}$$

Dabei giltet für ω:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2} \tag{1.5}$$

und für ω_0:

$$\omega_0^2 = \frac{k_{tot}}{m} \tag{1.6}$$

k_{tot} beschreibt die Gesamtfederkonstante, m die Masse des Pendels und ω_0 die Kreisfrequenz eines ungedämpften Pendels.

1.2 Erzwungene Schwingung

Eine erzwungene Schwingung kann wortwörtlich genommen werden. Das System wird in einer Erregerfrequenz harmonisch angeregt, wodurch eine Schwingung erzwungen wird. Je näher die Erregerfrequenz der Eigenfrequenz des schwingenden Pendels (oder allgemein des Systems) kommt, umso stärker schlägt die Amplitude aus. Deutlich zu erkennen ist dieses Phänomen in der Abbildung 1.2.

Nach der Gleichung 1.7 berechnet sich die Auslenkung der erzwungenen Schwingung. Ω beschreibt die Erregerkreisfrequenz. Umgerechnet zur Erregerfrequenz ergibt sich $f_e = \frac{\Omega}{2*\pi}$. Als $\hat{y}_e$ wird die Erregeramplitude bezeichnet. k_1 repräsentiert die Federkonstante der Erregerfeder.

$$\hat{y}(\Omega) = \frac{k_1 * \hat{y}_e}{m * \sqrt{((\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4 * \Omega^2 * \Gamma^2)}} \tag{1.7}$$

Zur Berechnung der Phasenresonanz ergibt sich:

$$\delta = acos(\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\sqrt{((\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4 * \Omega^2 * \Gamma^2)}}) \tag{1.8}$$

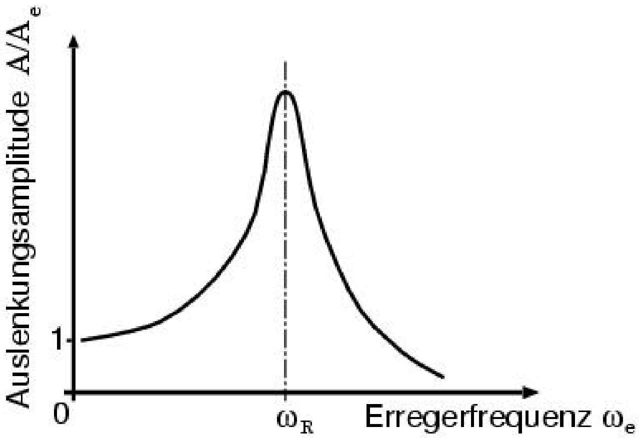

Abbildung 1.2: Amplitudenresonanzkurve: das Amplitudenverhältnis in Funktion der Erregerfrequenz [?]. Bei zu niedriger Dämpfung könnte im schlimmsten Fall eine *Resonanzkatastrophe* resultieren.

2 Durchführung

2.1 Versuchsaufbau

In der Abbildung 2.1 ist der komplette Versuchsaufbau zu sehen. Dabei wird das Fahrbahnpendel vom Gleiter (gelb markiert) repräsentiert und ist beidseitig mit jeweils einer Feder versehen, welche die Schwingungen kausieren. Das Fahrbahnpendel kann über eine Exzenterscheibe angeregt und Anhand dessen Lichtschranke II) am Zeitmessgerät über die Periodendauer die Erregerfrequenz ermittelt werden. Die durch induzierte Wirbelströme realisierte geschwindigkeitsproportionale Dämpfung kann am Fahrbahnpendel mittels kleinen Scheibenmagneten (Bremsmagneten) eingestellt werden. Diese können in beidseitig symmetrisch angeordnete Bohrungen mit Spannfedern fixiert werden. Das Fahrbahnpendel befindet sich auf einer Schiene mit kleinen Löchern durch welche Luft strömt. Dadurch wird unter dem Fahrbahnpendel ein Luftkissen erzeugt, auf dem es hin- und hergleiten kann. Auf dem Fahrbahnpendel befindet sich ein Unterbrecher I), welcher die Lichtschranke I) an der Stelle durchläuft, wo das Fahrbahnpendel sich in Ruhlage befindet. Die Lichtschrankenlogik muss dafür so eingestellt werden, dass gleich eine ganze Periodendauer gemessen wird. Kurz zusammengefasst misst die Lichtschranke I) die Eigenfrequenz, und die Lichtschranke II) die Erregerfrequenz. Über ein Laser Distanzmessgerät wird die Fahrbahnpendelbewegung mit einer 50Hz Sampling-Rate aufgenommen. Der Frequenzgenerator ist der Frequenzgeber, um über den Schrittmotor die Excenterscheibe anzutreiben.

Im Unterkapitel 2.1.1 in der Tabelle 2.1 sind alle beschriebenen Geräte aufgelistet.

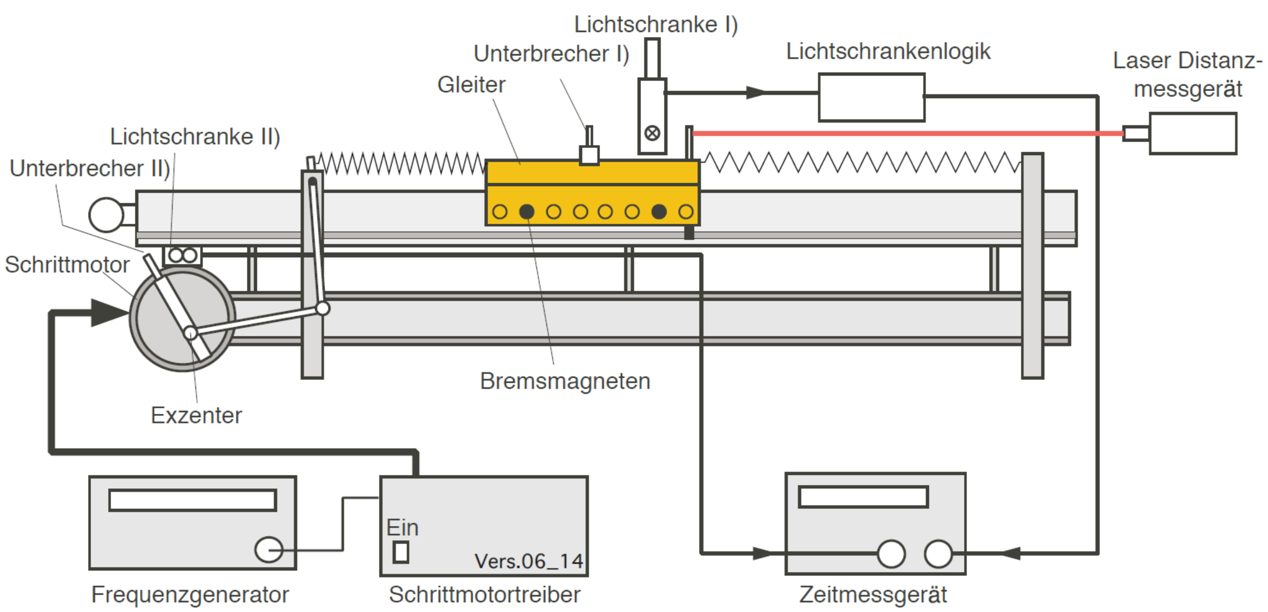

Abbildung 2.1: Versuchsaufbau des Fahrbahnpendels mit Antriebs- und Messapparatur [**?**]

2.1.1 Messgeräte

Gerätebezeichung	Typ	Nr.
Laser Distanzmessgerät	LDM42E	P-07-024.2
Lichtschranken	-	-
Schrittmotortreiber	SMT 057.074.039	P-Z-056
Zeitmessgerät (2 mal)	Keithley 775	P-P3-019
Frequenzgenrator	SRS DS345	P-E13-056

Tabelle 2.1: Liste der verwendeten Geräte

2.2 Vorgehen bei den Messungen

In diesem Versuch werden Eigenfrequenz und Amplitudenverlauf einer freien gedämpften Schwingung und Amplituden- und Phasenresonanz einer erzwungenen Schwingung eruiert. Dafür wird unterschiedlich vorgegangen.

2.2.1 Bestimmung der Eigenfrequenz einer freien gedämpften Schwingung

Mittels der Lichtschranke I) (Abbildung 2.1) wird die Schwingungsdauer des Fahrbahnpendels (Periodendauer T) gemessen. Für eine genaue Messung muss diese vom Unterbrecher I) ausgelöst werden, wenn sich das Fahrbahnpendel in Ruhelage befindet. Dabei muss darauf geachtet werden, dass das Gestänge der Exzenterscheibe in Nulllage ist[1]. Danach die Schattengrenze des Unterbrechers I) direkt auf die Mitte des Fotodetektors richten.

Der Betriebsmodus der Lichtschrankenlogik kann bei genügend grosser Auslenkung auf „Pendel“ eingestellt werden. Ansonsten im Betriebsmodus „Normal“.

2.2.2 Messung des Amplitudenverlaufs einer freien gedämpften Schwingung

Die Auslenkung der Schwingungamplitude wird mit dem Laser Distanzmessgerät mit einer Sampling-Rate von 50Hz (50 Abtastwerte pro Sekunde) detektiert. Diese Werte werden dann auf einem vom Dozenten zur verfügung gestellten Computer im zeitlichen Verlauf geplottet. Durch schlechte kalibrierung des Clocks des Laser Distanzmessgerätes müssen die Zeitwerte mit einem Kalibrierungsfaktor angepasst werden. Dafür wird dieser mit der dem Abtastwert zugeordneten Zeit multipliziert.

2.2.3 Amplituden- und Phasenresonanz einer erzwungenen Schwingung

Hier müssen beide Lichtschranken auf das gleiche Zeitmessgerät angeschlossen werden (Lichtschranke II) auf Channel A und Lichtschranke I) auf Channel B). Ca. 1200kHz beim Frequenzgenerator einstellen, und den Channel A auf dem Zeitmessgerät die Periodendauer T der Exzenterscheibe ablesen. Damit kann die Erregerfrequenz nach $f_e = \frac{1}{T}$ berechnet werden. Gleichzeitig mit dem Laser Distanzmessgerät den Amplitudenverlauf des Fahrbahnpendels messen. Nach einer kurzen Zeit „stabilisiert“ sich das System und es kann am Computer die Amplitude abgelesen werden[2]. Zusätzlich auf dem Zeitmessgerät die Phasendifferenz der Messungen der beiden Lichtschranken anzeigen lassen (A $\rightarrow$ B) und notieren. Dies nun für mehrere unterschiedliche Frequenzen des Frequenzgenerators wiederholen, um somit eine Amplitudenresonanzkurve wie in der Abbildung 1.2 zu erhalten.

[1] kann mittels eines Stiftes befestigt werden
[2] wenn der Amplitudenverlauf gleichmässig verläuft, hat sich das System stabilisiert

3 Auswertung

3.1 Gedämpfte Schwingung

3.1.1 Bestimmung der Eigenfrequenz

Um die Eigenfrequenz zu bestimmen wurde jeweils zehn mal die Periodendauer bei vier verschiedenen Startauslenkungen gemessen. Dabei wurden sechs Magnete für die geschwindigkeitsproportionale Reibung verwendet. Die Messresultate sind im Anhang hinterlegt (Abbildung 7.1).

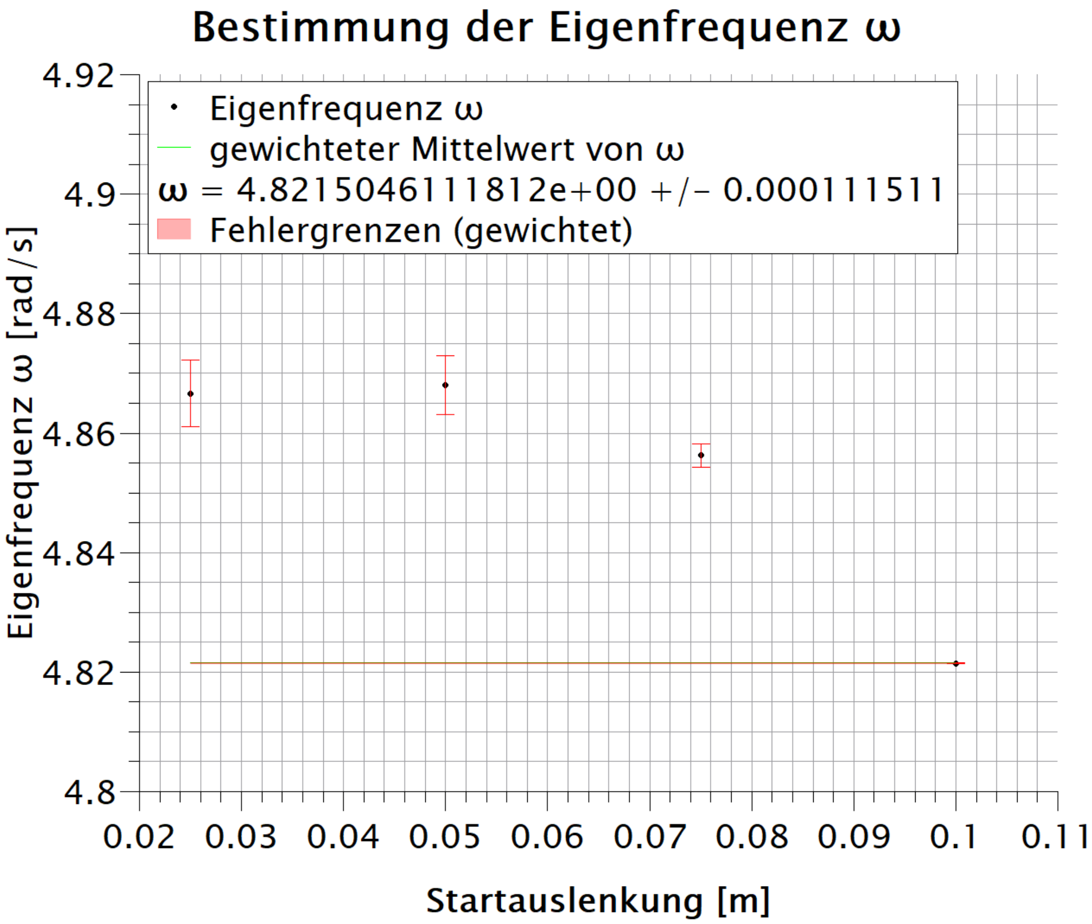

Abbildung 3.1: Bestimmung der Eigenfrequenz mit vier verschiedenen Startauslenkungen. Deutlich zu erkennen ist, dass bei grösserer Startauslenkung der Fehler kleiner wird. Zur Berechnung von ω wurde der Kehrwert der gemessenen Periodendauer T der Schwingung mit $2 * \pi$ multipliziert. Davon der arithmetische Mittelwert und dessen ungewichteter Fehler berechnet. Diese sind dann, wie im Plot oben ersichtlich, mit den jeweiligen Fehlerbalken graphisch dargestellt. Anschliessend um eine möglichst genau angabe der Eigenfrequenz ω zu bekommen, wurde daraus der gewichtete Mittelwert mit dem gewichteten Fehler berechntet. (die Formeln dafür sind aus dem Kapitel 3.2 der Arbeitsunterlagen glaL3/glaL4 [**?**]). Da der gewichtete Fehler relativ klein erscheint, ist die grüne Linie des gewichteten Mittelwertes kaum zu sehen.

3.1.2 Messung des Amplitudenverlaufs

Der Amplitudenverlauf wurde viermal gemessen. Zweimal mit sechs Magneten und zweimal mit vier Magneten für die geschwindigkeitsproportionale Reibung. Dabei wurden wieder jeweils zwei unterschiedliche Startauslenkungen von $0.1m$ und $0.05m$ gewählt. Mit dem Laser Distanzmessgerät wurden die Positionsdaten des Fahrbahnpendels detektiert. In der Abbildung 3.2 einer der Amplitudenverläufe geplottet. Die anderen Verläufe befinden sich im Anhang (Abbildungen 7.4 & 7.5 & 7.6). Die Messresultate befinden sich im Anhang (Abbildung 7.2).

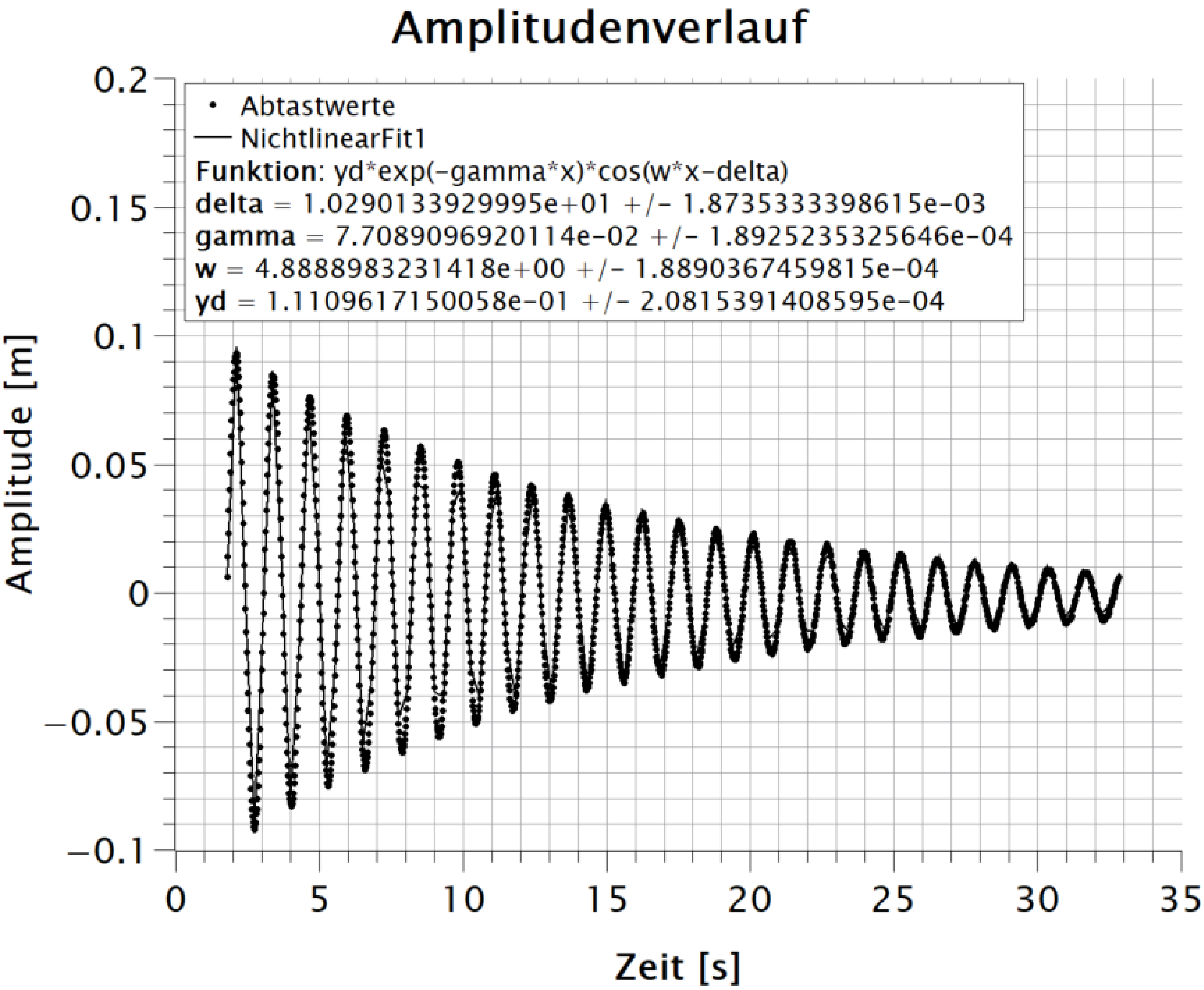

Abbildung 3.2: Startauslenkung von $0.1m$ mit sechs Magneten. yd entspricht dabei dem „genauen" Wert der Startauslenkung.

Anschliessend wurde aus den eruierten Daten ω_0 mit dessen Fehler berechnet. Dafür muss die Gleichung 1.5 nach ω_0 umgeformt werden, woraus sich folgende Formel ergab:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega^2 + \Gamma^2} \tag{3.1}$$

Für jeden Run wurde dann ω_0 mit dessen Fehler (durch das Fehlerfortpflanzungsgesetz [**?**]) berechnet und in einem Diagramm dargestellt. Eine detailierte Rechnung ist im Kapitel der Fehlerrechnung hinterlegt. Es wurde nur hier berechnet, da für die graphische Darstellung der Fehler von ω_0 benötigt wurde. ω_0 beschreibt die Kreisfrequenz eines **ungedämpften** Fahrbahnpendels bei gleichen Bedingungen [**?**].

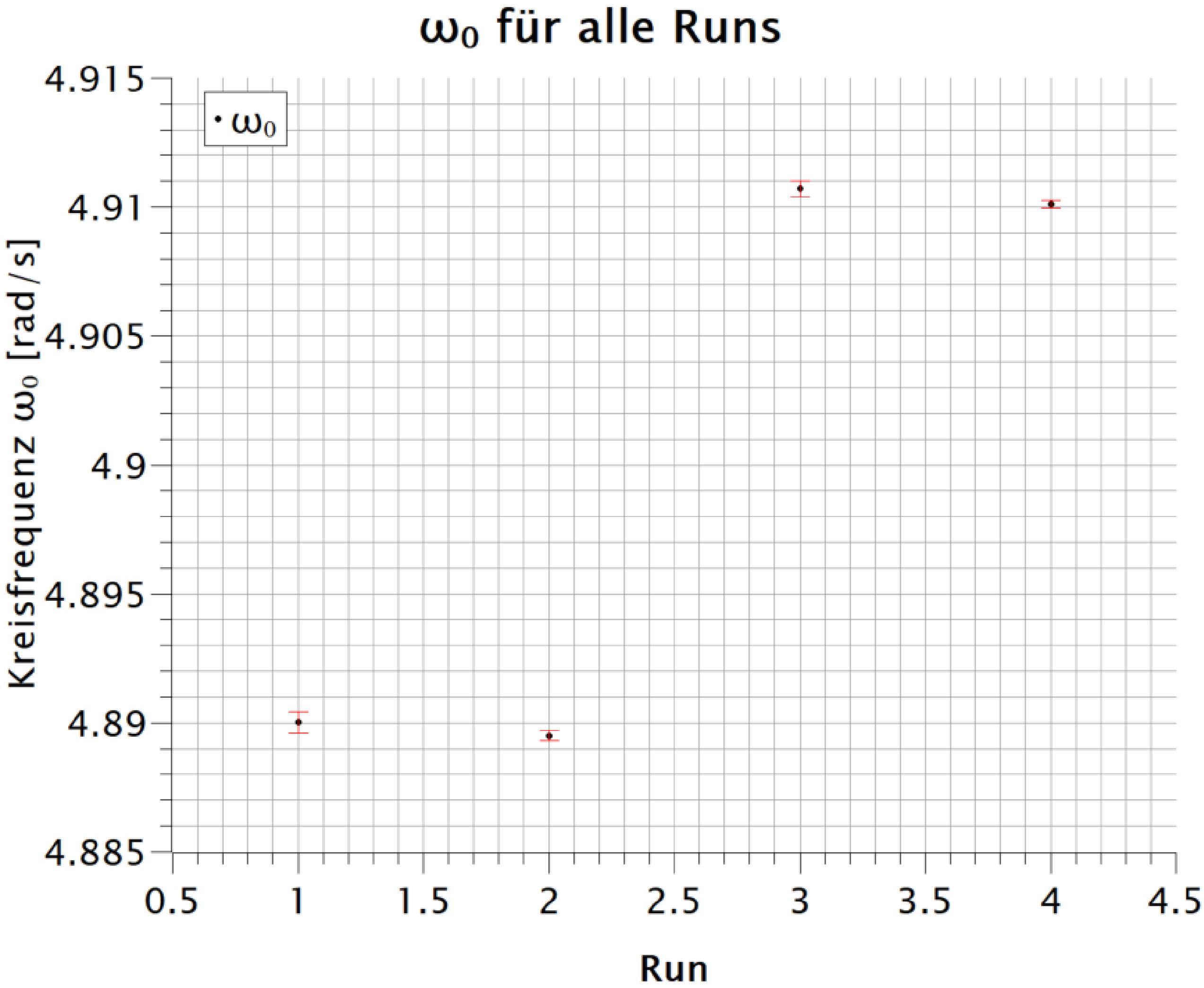

Abbildung 3.3: Hier sind die Messpunkte der vier Runs, bei welchen eine unterschiedliche Anzahl an Magneten und Startamplituden verwendet wurden, graphisch Dargestellt. Es kann deutlich erkennt werden, dass die zwei Messpunkte auf der rechten Seite auf dem Bild eine höhere Kreisfrequenz ω_0 aufweisen. Grund dafür ist, dass beim dritten und vierten Run nur vier Magnete für die geschwindigkeitsproportionale Reibung verwendet wurde. Bei den linken Messpunkten wurden dabei sechs Magnete verwendet. In diesem Falle entsprechen die Resultate den Erwartungen.

3.2 Erzwungene Schwingung

3.2.1 Amplituden- und Phasenresonanz

Für die Bestimmung der Amplituden- und Phasenresonanz wurde das Fahrbahnpendel mit einem Schrittmotor angeregt. Dabei wurde mit einem Frequenzgenerator der Schrittmotor frequenzartig angetrieben. Dieser Motor drehte dann die Exzenterscheibe, von welcher die Periodendauer T mit der Lichtschranke II)[1] gemessen werden konnte. Der Kehrwert von T entsprach dann der Erregerfrequenz. Die am Frequenzgenerator eingestellte Frequenz entspricht nicht der Erregerfrequenz, da diese nur dem Schrittmotor mitteilt, wieviele Schritte dieser pro Sekunde machen soll (ca. 1kHz bis 1.7kHz). Im Anhang, Abbildung 7.3 sind die Messresultate hinterlegt.

Es wurde also eine Erregerfrequenz bestimmt und die daraus folgende Resonanz des Systems gemessen. Nach kurzem Einschwingen konnte mit dem Laser Distanzmessgerät die Amplitudenresonanz, sowie mittels Abgleichen der beiden Channels von der Lichtschranke I) und II) die Phasenresonanz für die unterschiedlichen Erregerfrequenzen gemessen werden. Für die Durchführung dieses Teilversuchs wurden zehn Magnete verwendet.

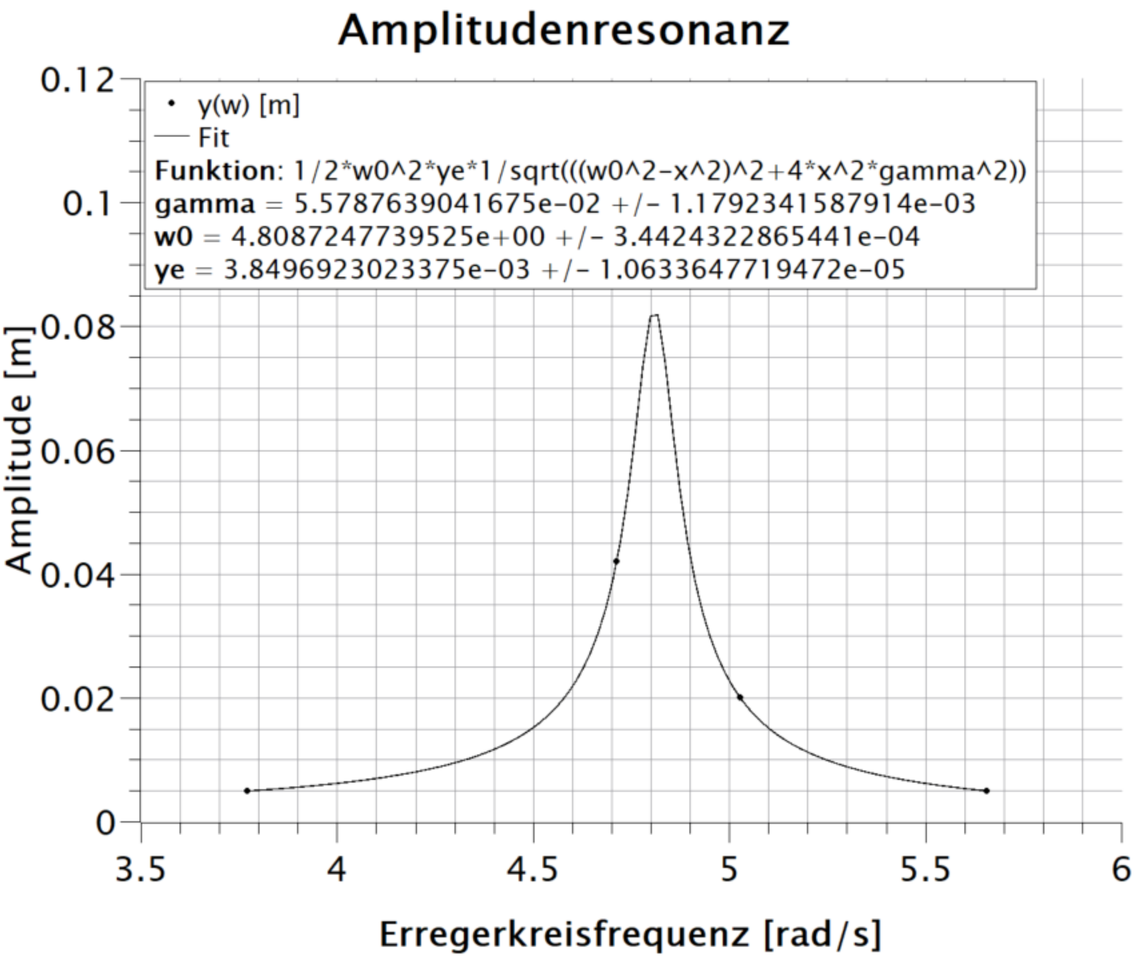

Abbildung 3.4: Der Fit wurde anhand der Gleichung 1.7 gemacht. Allerdings musste wegen unbekanntem Gewicht m des Fahrbahnpendels und Federkonstante k_1 die Gleichung mit $k_1/m = 1/2 * \omega_0^2$ angepasst werden. Somit konnten die Grössen ω_0, Γ und $\hat{y}_e$ eruiert werden.

[1] veranschaulichung in der Abbildung 2.1

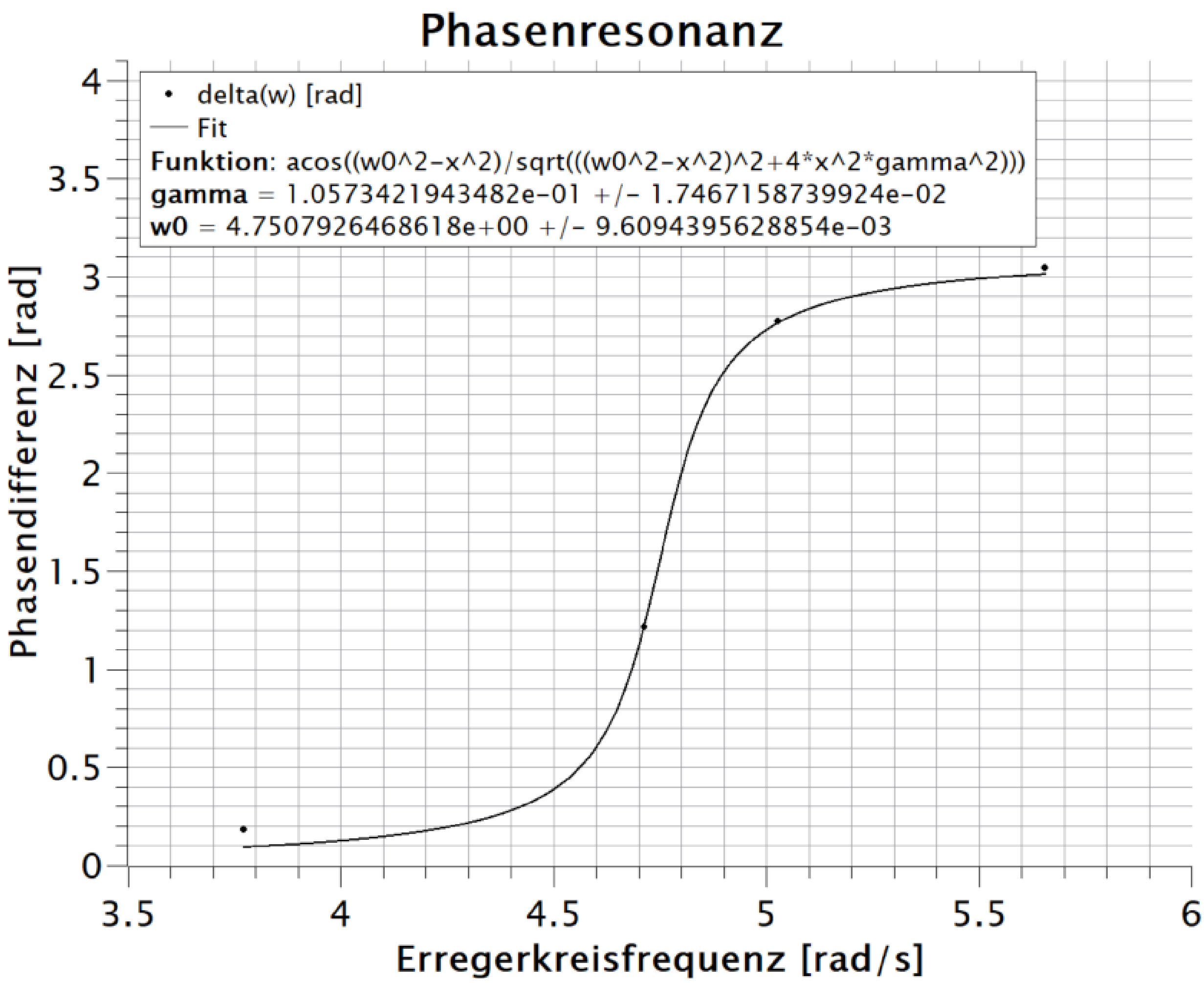

Abbildung 3.5: Die Phasenresonanz wurde nach der Gleichung 1.8 gefittet. Daraus ergaben sich die Grössen für Γ und ω_0 mit deren Fehler. Beim Fitten musste noch zusätzlich beachtet werden, dass der Tangens bei 90° einen Pol hat, wodurch sich der Kosinus besser eignet. Es kann auch vermerkt werden, dass je näher die Erregerkreisfrequenz an die Kreisfrequenz ω_0 kommt (also eine Phasendifferenz von $\pi/2$), desto höher wird die Amplitudenresonanz. Dieses Phänomen ist deutlich zu erkennen, wenn die Abbildungen 3.4 & 3.5 miteinander verglichen werden.

4 Fehlerrechnung

Da in den Auswertungen nie irgendwelche Konstanten (z. B. von systematischen Grössen) verwendet wurden, sind in dieser Fehlerrechnung nur die statistischen Werte miteinbezogen. Die Unsicherheiten der Messgeräte wurden vernachlässigt[1]. Alle hier benutzten Formeln sind aus den Arbeitsgrundlagen für das Grundlagenlabor 4 [**?**].

Als erstes soll der Fehler der Eigenfrequenzbestimmung berechnet werden:
Dafür wurde zuerst der ungewogene Fehler des Mittelwertes von ω für jede Messreihe berechnet. Deren Indizes sind nach der Startauslenkung angegeben.

$$s_{\bar{\omega}25} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10}[\omega_{i25} - 4.866651691]^2}{90}} = \pm\underline{5.594812E-3} \qquad s_{\bar{\omega}50} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10}[\omega_{i50} - 4.868005082]^2}{90}} = \pm\underline{4.922105E-3}$$

$$s_{\bar{\omega}75} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10}[\omega_{i75} - 4.856298548]^2}{90}} = \pm\underline{1.94677E-3} \qquad s_{\bar{\omega}100} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10}[\omega_{i100} - 4.82146558]^2}{90}} = \pm\underline{5.57849E-05}$$

Um dann einen möglichst genauen Wert zu erhalten, wurde der gewogene Mittelwert berechnet mit einem Fehler von:

$$s_{\bar{\omega}} = \frac{1}{\sqrt{(0.005594812)^{-2} + (0.004922105)^{-2} + (0.00194677)^{-2} + (5.57849E-05)^{-2}}} = \pm\underline{\underline{1.11511E-04}}\ rad/s$$

Bei der Messung des Amplitudenverlaufs wurde aus den fehlerbehafteten Grössen Γ und ω die Kreisfrequenz ω_0 berechnet. Nach dem *Gauss'schen Fehlerfortpflanzungsgesetz* wird hier nun für die Fehlerbalken in der Abbildung 3.3 die Berechnung gezeigt.
Dafür wurde zuerst die Gleichung 1.5 nach ω_0 umgeformt und nach den zwei fehlerbehafteten Grössen partiell differenziert. Die verwendeten Fehlergrössen wurden von der QTI-Plot Software berechnet und sind in den Abbildungen 3.2 & 7.4 & 7.5 & 7.6 aus der Legende herauszulesen.

$$s_{\omega_0} = \sqrt{\left(\frac{d\omega_0}{d\Gamma}\bigg|_{\bar{\omega_0}} * s_{\bar{\Gamma}}\right)^2 + \left(\frac{d\omega_0}{d\omega}\bigg|_{\bar{\omega_0}} * s_{\bar{\omega}}\right)^2}$$

Nun müssen nur noch für die vier verschiedenen Runs die Funktions-, sowie die Fehlerwerte aus den Abbildungen herausgelesen und in diese Gleichung eingefügt werden.

- **Run 1**: $s_{\omega_0} = \pm\underline{\underline{4.16884333E-04}}\ rad/s$
- **Run 2**: $s_{\omega_0} = \pm\underline{\underline{1.88903774E-04}}\ rad/s$
- **Run 3**: $s_{\omega_0} = \pm\underline{\underline{3.00180726E-04}}\ rad/s$
- **Run 4**: $s_{\omega_0} = \pm\underline{\underline{1.32542824E-04}}\ rad/s$

[1] teils wegen fehlenden Angaben

Die Amplitudenresonanz enthält drei fehlerbehaftete Grössen. ω_0, Γ und $\hat{y}_e$. Mit QTI-Plot sind die Grössen gefittet worden und in der Abbildung 3.4 herauslesbar. Anhand der dort jeweils berechneten Grössen wird der Fehler der Aplitude wieder nach dem *Gauss'schen Fehlerfortpflanzungsgesetz* berechnet:

$$s_{\hat{y}} = \sqrt{(\frac{d\hat{y}}{d\Gamma}\bigg|_{\bar{\hat{y}}} * s_{\bar{\Gamma}})^2 + (\frac{d\hat{y}}{d\omega_0}\bigg|_{\bar{\hat{y}}} * s_{\bar{\omega_0}})^2 + (\frac{d\hat{y}}{d\hat{y}_e}\bigg|_{\bar{\hat{y}}} * s_{\bar{\hat{y_e}}})^2}$$

Wie die Gleichung 1.7 von Ω abhängig ist, ist jetzt auch dessen Fehler von Ω abhängig, da kein Mittelwert für die Amplitudenwerte berechnet werden konnte. Nach einsetzen der verwendeten Erregerkreisfrequenzen Ω ergibt sich:

$$\begin{aligned}
\Omega &= 3.769911184 &\rightarrow\quad s_{\hat{y}} &= \pm\underline{\underline{2.88297665E-06}}\ m\\
\Omega &= 4.71238898 &\rightarrow\quad s_{\hat{y}} &= \pm\underline{\underline{5.67110104E-05}}\ m\\
\Omega &= 5.026548246 &\rightarrow\quad s_{\hat{y}} &= \pm\underline{\underline{1.43365779E-05}}\ m\\
\Omega &= 5.654866776 &\rightarrow\quad s_{\hat{y}} &= \pm\underline{\underline{2.92953597E-06}}\ m
\end{aligned}$$

Dasselbe wurde mit den Messwerten für die Phasenresonanz gemacht. Hier sind zwei fehlerbehaftete Grössen vorhanden, nach denen die Gleichung 1.8 gefittet wurde. Γ und ω_0.

$$s_{\delta} = \sqrt{(\frac{d\delta}{d\Gamma}\bigg|_{\bar{\delta}} * s_{\bar{\Gamma}})^2 + (\frac{d\delta}{d\omega_0}\bigg|_{\bar{\delta}} * s_{\bar{\omega_0}})^2}$$

Nach einsetzen der Werte aus der Abbildung 3.5 ergibt sich daraus:

$$\begin{aligned}
\Omega &= 3.769911184 &\rightarrow\quad s_{\delta} &= \pm\underline{\underline{1.56228858E-02}}\ rad/s\\
\Omega &= 4.71238898 &\rightarrow\quad s_{\delta} &= \pm\underline{\underline{9.67339285E-02}}\ rad/s\\
\Omega &= 5.026548246 &\rightarrow\quad s_{\delta} &= \pm\underline{\underline{5.74452374E-02}}\ rad/s\\
\Omega &= 5.654866776 &\rightarrow\quad s_{\delta} &= \pm\underline{\underline{2.06653692E-02}}\ rad/s
\end{aligned}$$

Diese Werte entsprechen den Unsicherheiten für die einzelnen Messpunkte!

Zusätzlich muss noch der absolute Fehler von ω_0 von der Amplituden- und der Phasenresonanz eruiert werden:

$$s_{\omega_0} = \sqrt{s^2_{\omega_{0A}} + s^2_{\omega_{0P}}} \quad\rightarrow\quad s_{\omega_0} = \pm\underline{\underline{9.615603575E-03}}\ rad/s$$

Die berechneten Fehler sind alle nur <u>statistisch</u>!!

Können aber als absolut betrachtet werden wegen der Vernachlässigung systematischer Unsicherheiten.

5 Resultate und Diskussion

5.1 Eigenfrequenz

Die verschiedenen Messpunkte wurden gewichtet, um **eine** Zahl mit einer Unsicherheit angeben zu können. Daraus ergab sich für die Eigenfrequenz:

$$\bar{\omega} = \underline{\underline{(4.8 \pm 1.1E - 04)\ rad/s}}$$

Für eine graphische Ansicht dieser Resultate dient Abbildung 3.1. Es ist deutlich erkennbar, dass je höher die Startauslenkung gewählt wurde, umso kleiner der Fehler wurde. Bei der Gewichtung wurde deshalb die kleinste Unsicherheit ausschlaggebend, was erklärt, wieso das gewogene Mittel von ω nahezu gleich dem Wert mit der höchsten Startauslenkung ist.

5.2 Amplitudenverlauf

Im Kapitel 3.1.2 in der Abbildung 3.3 wurden die Daten bereits graphisch Dargstellt. Nach den Berechnungen für ω_0, sowie auch deren Unsicherheiten für die vier Runs können als Endresultate festgehalten werden:

Run 1: $\omega_0 = \underline{\underline{4.89 \pm 4.2E - 04}}\ rad/s$
Run 2: $\omega_0 = \underline{\underline{4.89 \pm 1.9E - 04}}\ rad/s$
Run 3: $\omega_0 = \underline{\underline{4.91 \pm 3.0E - 04}}\ rad/s$
Run 4: $\omega_0 = \underline{\underline{4.91 \pm 1.3E - 04}}\ rad/s$

Bei Betrachtung der Abbildung 3.3 fällt auf, dass die ersten zwei Runs kleinere Kreisfrequenzen aufweisen. Grund dafür ist die geschwindigkeitsproportionale Reibkraft. Bei den ersten zwei Runs wurden vier Magnete, und bei den zweiten zwei Runs vier Magnete verwendet. Die Unterschiede sind nicht sehr gross, doch sie zeigen auf, dass die Magnete einen Einfluss haben. Bei ganz genauer Betrachtung der vier Messpunkte ist die Kreisfrequenz beim ersten und dritten Run leicht erhöht. Erklärbar ist dies mit der Startauslenkung. Nach Abbildung 7.2 waren diese kleiner.

5.3 Resonanz

Die beiden Abbildungen 3.4 & 3.5 werden nun gegenübergestellt und auf einer Abbildung visualisiert. Um die Verknüpfung der beiden aufzuzeigen wurde der Mittelwert von ω_0 mit dessen Fehler berechnet und in der Abbildung 5.1 graphisch dargestellt. Die in der Fehlerrechnung berechneten Fehler der einzelnen Messpunkten werden hier nicht gezeigt, da diese irrelevant sind und die Quintessenz der Auswertung mittels der Abbildung 5.1 deutlich genug beschrieben wird.

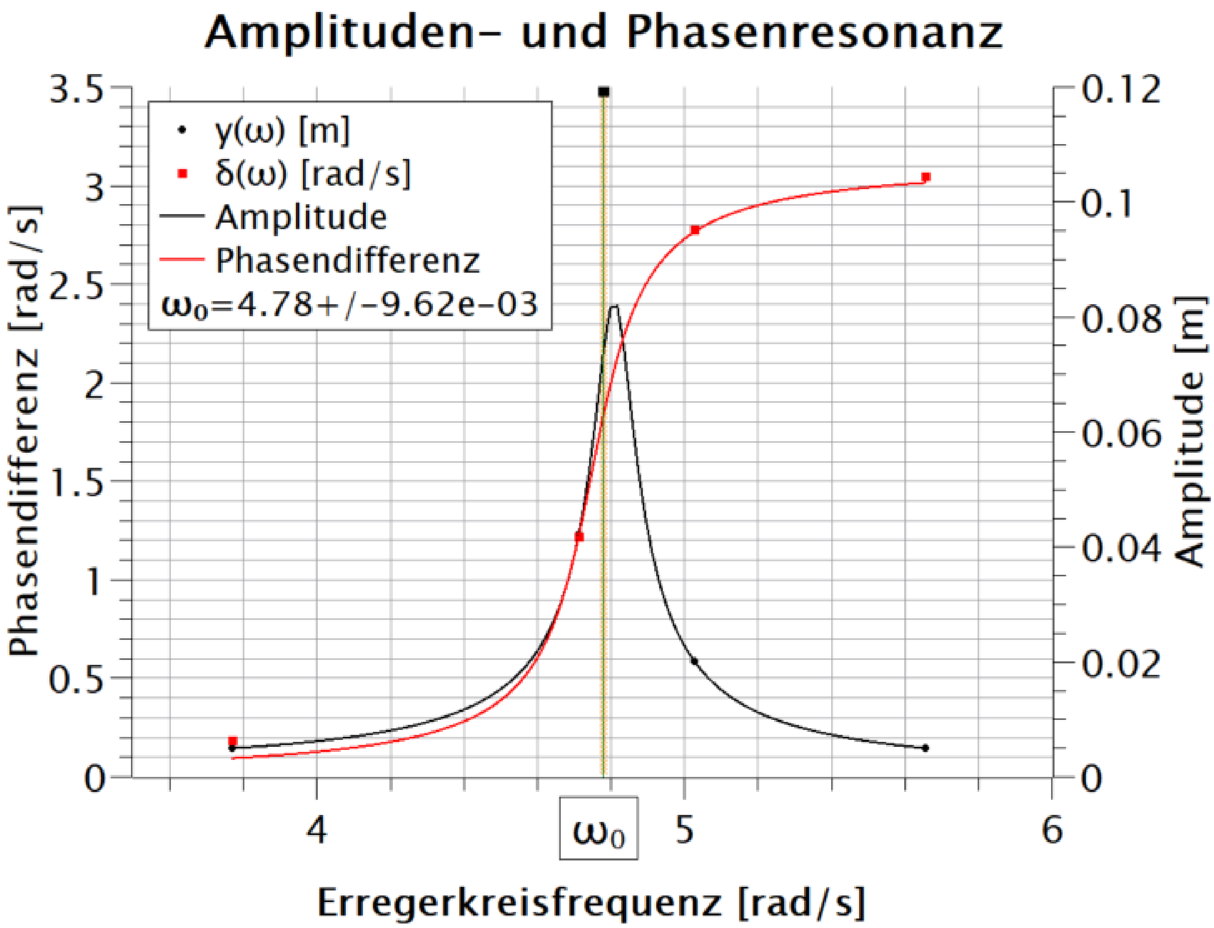

Abbildung 5.1: graphische Gegenüberstellung bei der die grüne Linie in der Mitte den Mittelwert von ω_0 mit dessen Unsicherheit (orange Fläche) zeigt. Grundsätzlich wird vom Erreger die meiste Energie übertragen, wenn er mit der Eigenfrequenz des Systems schwingt. Dies ist hier gut ersichtlich. Wenn also die Erregerkreisfrequenz bei einer Phasenverschiebung von $\pi/2$ liegt ($\omega = \omega_0$), wird die höchste Amplitude (und somit die stärkste Verstärkung der Schwingung) erreicht. Die Werte sind leider etwas ungenau, könnten aber mit mehr Messpunkten verbessert werden.

6 Begriffsexplikation

Resonanz

„Schwingende Körper (Schwinger) können durch Energiezufuhr von außen zu erzwungenen Schwingungen angeregt werden. Ist die Erregerfrequenz gleich der Eigenfrequenz des Schwingers, so erreicht die Amplitude der Schwingung ein Maximum.“ [**?**]
Ist aber die Anregung grösser als die vorhandene Dämpfung, kann es das System wahrlich zerbersten. Dieses Phänomen wird **Resonanzkatastrophe** genannt.
Dafür ein kleines Videobeispiel in diesem Link: `https://www.youtube.com/watch?v=lXyG68_caV4`

Eigenfrequenz

„Die Eigenfrequenz ist die Frequenz, mit der technische Schwingsysteme mit einer bewegten Masse und einem Freiheitsgrad der Bewegung nach einer einmaligen Anregung schwingen. Dabei schwingt das System immer in charakteristischen Eigenfrequenzen erster und höherer Ordnung.“ [**?**]
Als Beispiel dafür kann eine Kinderschaukel betrachtet werden. Die Eigenfrequenz bleibt immer gleich, solange die gleichen Bedingungen gelten (z. B. Gewicht des Kindes und/oder der Schaukel). Egal wie hoch das Kind schaukelt, die Frequenz mit der das Kind durch die Ruhelage hindurch schaukelt, bleibt die gleiche.

7 Plagiatserklärung

Ich, Andres Minder, der Versuchsleiter in diesem Versuch versichere, dass dieses Laborjournal selbstständig erarbeitet wurde. Alle Quellen und Hilfsmittel aus anderen Werken, die dem Wortlaut oder dem Sinne nach entnommen wurden und zu dieser Arbeit beigetragen haben, sind jeweils kenntlich referenziert.

Ort, Datum: **Unterschrift des Versuchsleiters:**

16. April 2018

Anhang

Messresultate „Bestimmen der Eigenfrequenz“

			Auslenkung 1:	Auslenkung 2:	Auslenkung 3:	Auslenkung 4:	Anzahl Magnete: 6
	[mm]		100	50	25	75	
			Periodendauer				
		1	1.30361221	1.29815394	1.29285691	1.29910563	
		2	1.30293928	1.29528701	1.29034999	1.29967801	
		3	1.30302108	1.29315275	1.28576653	1.29819845	
		4	1.30318357	1.29041897	1.27767022	1.29705202	
		5	1.30317034	1.28657958	1.24793606	1.29543877	
		6	1.30315373	1.28007344	1.30238371	1.29330834	
		7	1.30314099	1.25247538	1.30206047	1.29056908	
		8	1.30308751	1.30222639	1.30295498	1.28700808	
		9	1.30318429	1.30467846	1.30334066	1.28051747	
		10	1.30319872	1.30405915	1.30537494	1.29734293	
ungew	Mittelwerte T		1.303169172	1.290710507	1.291069447	1.293821878	
ungew	Fehler		5.57849E-05	0.004922105	0.005594812	0.00194677	
ungew	Mittelwerte w		4.82146558	4.868005082	4.866651691	4.856298548	
gew	Mittelwert w		4.821504611				
gew	Fehler		0.000111511				

Abbildung 7.1: Messresultate mit den gewichteten und ungewichteten Mittelwerten und Fehlern

Messresultate „Amplitudenverlauf“

Run	Magnete	A [mm]	w	Fehler w	gamma	Fehler
1	6	50	4.889414827	4.17E-04	7.65E-02	4.16E-04
2	6	100	4.888898323	1.89E-04	7.71E-02	1.89E-04
3	4	50	4.910359551	3.00E-04	5.90E-02	3.01E-04
4	4	100	4.909763597	1.33E-04	5.92E-02	1.32E-04
Kalib. Faktor:	0.937058757					

Abbildung 7.2: Amplitudenverlauf mit dem Kalibrierungsfaktor um die Zeitdaten anzupassen wegen des schlechten Clocks des Laser Distanzmessgeräts

Messresultate „Amplituden- und Phasenresonanz“

Run	M	Erreger Freq.	Erregerkreisfrequ.	Phdiff. [s]	Phdiff. [rad]	Amplitude
1	10	0.6	3.769911184	1.716	0.18598229	0.005
2	10	0.75	4.71238898	2.58E-01	1.21794403	0.0421
3	10	0.8	5.026548246	5.52E-01	2.77666525	0.0201
4	10	0.9	5.654866776	1.6499	3.04677939	0.005

Abbildung 7.3: Messresultate für die Bestimmung der Amplituden- und Phasenresonanz

Amplitudenverläufe

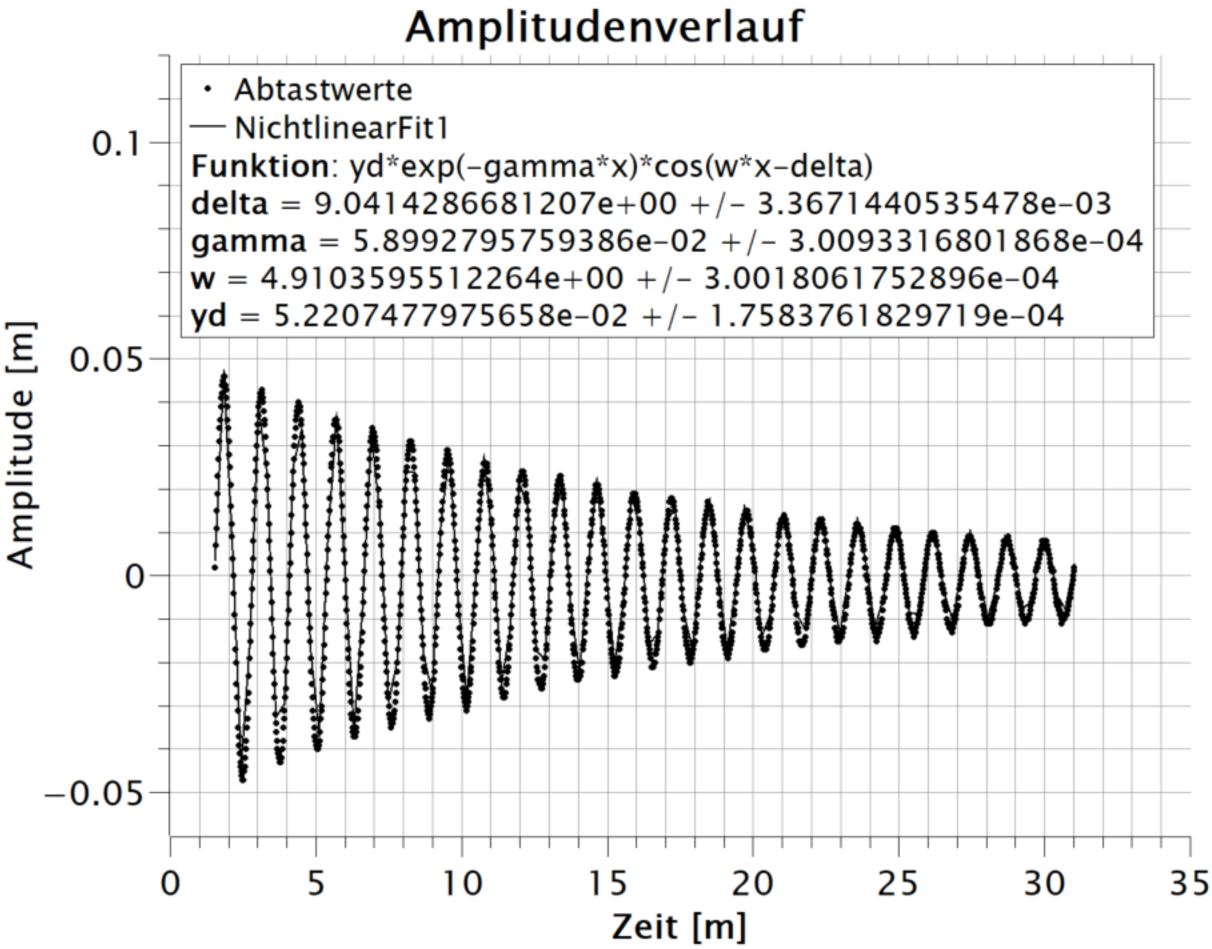

Abbildung 7.4: Amplitudenverlauf; Startauslenkung: $0.05m$, Anzahl Magnete: 4

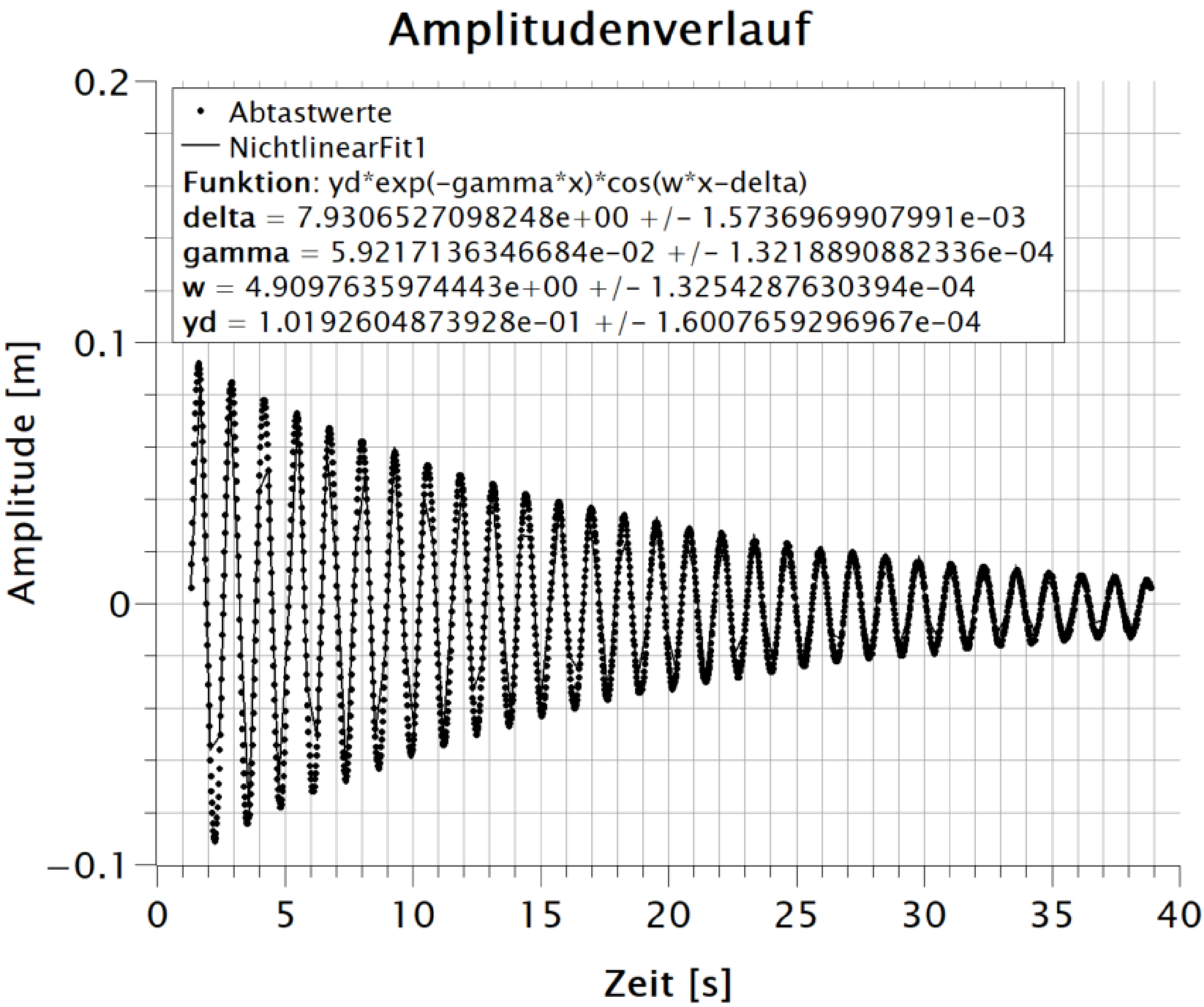

Abbildung 7.5: Amplitudenverlauf; Startauslenkung: $0.1m$, Anzahl Magnete: 4

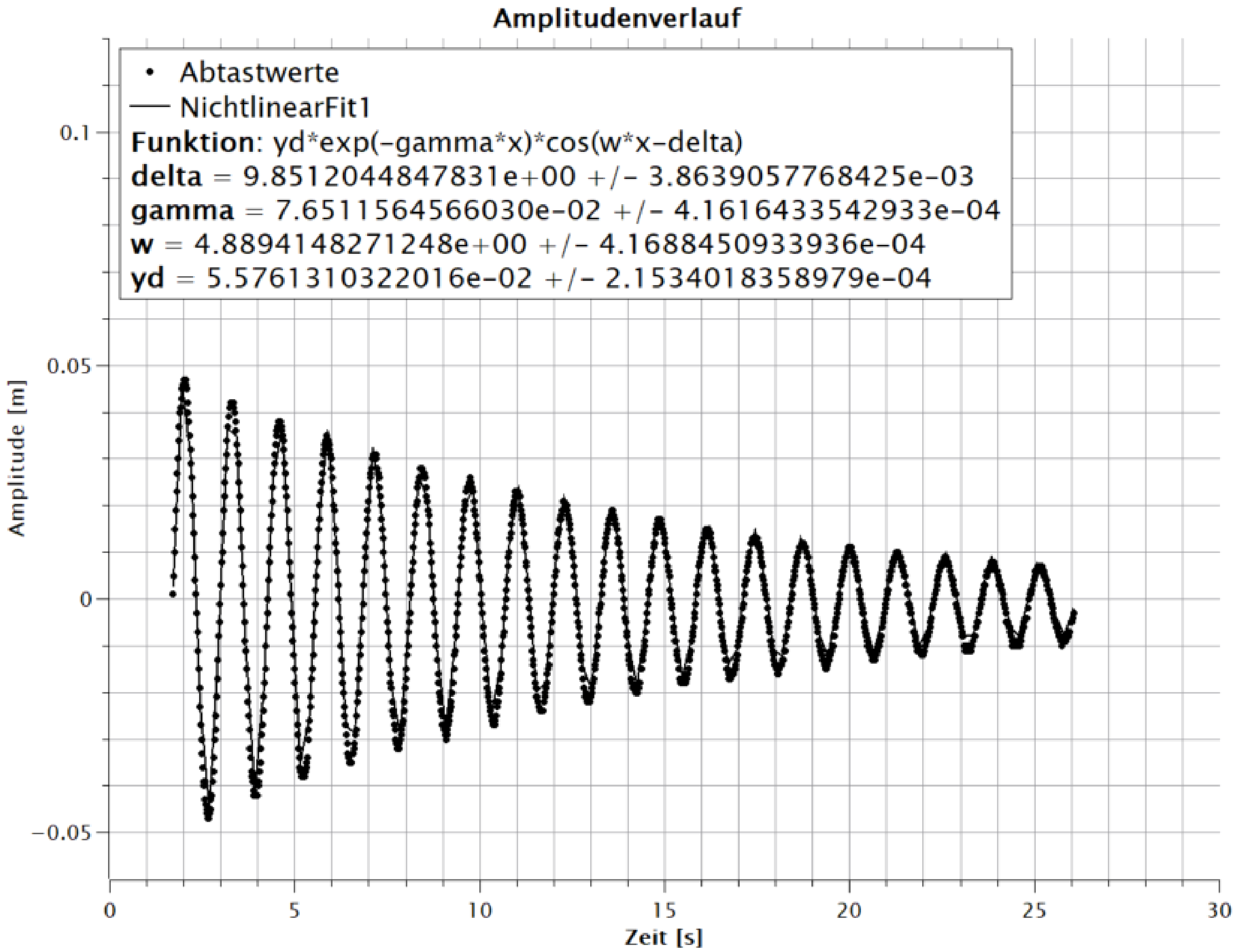

Abbildung 7.6: Amplitudenverlauf; Startauslenkung: 0.05m, Anzahl Magnete: 6