1 Conversiones entre sistemas de numeración

1.1 De base N a base 10

Para convertir un número expresado en una base cualquiera a base 10 se utiliza el **teorema fundamental de la numeració**n, según el cual:

En un sistema de numeración posicional, el valor total del número será la suma de cada dígito multiplicado por la potencia de la base correspondiente elevada a la posición que ocupa dicho dígito dentro del número.

Recordatorio:

Todo número real se divide en dos partes: una entera y otra fraccionaria.

No real = parte entera , parte fraccionaria

El teorema fundamental de la numeración se representa mediante la fórmula:

$$valor \, del \, n\'umero = \sum_{\substack{\text{posición} = \\ -n^{\circ} \, de \, d\'igitos \\ \text{fraccionarios}}}^{\text{n° de d\'igitos}} d\'igito_{\substack{\text{posición}}} \cdot base^{\substack{\text{posición}}}$$

Aclaraciones:

La fórmula del teorema fundamenta del la numeración se expresa de forma simplificada:

$$v = \sum_{p=-f}^{e-1} d_p \cdot b^p$$

Donde:

v es el valor del número
p es la posición de los dígitos
f es el número de dígitos fraccionarios
e es el número de dígitos enteros
d_p es el dígito de la posición p
b es la base en la que está expresado
el número

desarrollándose de forma genérica como:

$$v = d_{e^{\text{-}1}} \cdot b^{e^{\text{-}1}} + ... + d_2 \cdot b^2 + d_1 \cdot b^1 + d_0 \cdot b^0 + d_{-1} \cdot b^{-1} + d_{-2} \cdot b^{-2} + ... + d_{-f} \cdot b^{-f}$$

La posición de cada dígito se cuenta siempre a partir de la coma que separa la parte entera y la fraccionaria.

- → En la **parte entera**: se cuenta de la coma hacia la izquierda, empezando por cero.
- ightarrow En la parte fraccionaria: se cuenta de la coma hacia la derecha, empezando por menos uno.

Independientemente de la base en la que esté representado el número, el valor resultante que se obtenga estará expresado siempre en base 10.

Ejemplo:

Para convertir 364,75 de base 8 a decimal, aplicamos el teorema:

$$3.8^{2} + 6.8^{1} + 4.8^{0} + 7.8^{-1} + 5.8^{-2} = 244,953125$$

1.2 De base 10 a base N

Para convertir un número real representado en base 10 a una base cualquiera se utilizan los métodos de las divisiones sucesivas y las multiplicaciones sucesivas.

El método las divisiones sucesivas:

- → Se usa para convertir la parte entera del número,
- → Consiste en dividir dicha parte entera y los sucesivos cocientes que se obtengan por la base N a la que se quiere convertir el número, hasta llegar a una división cuyo cociente sea O.

De esta manera se obtiene la parte entera del número, expresado en la nueva base. El resultado serán los restos de cada una de las divisiones realizadas, cogidos en orden inverso al que han ido apareciendo.

Ejemplo:

Para convertir el número decimal 1600,15625 de base 10 a octal, aplicamos el método de las divisiones sucesivas a la parte entera:

Y cogemos los restos obtenidos en orden inverso, dando como resultado en **base 8** el número **3100** a falta de calcular su parte fraccionaria.

El método las multiplicaciones sucesivas:

- \rightarrow Se usa para convertir la parte fraccionaria del número.
- \rightarrow Consiste en multiplicar dicha parte fraccionaria y las sucesivas que se obtengan por la base N a la que se quiere convertir el número.

De esta manera se obtiene la parte fraccionaria del número expresado en la nueva base. El resultado serán las partes enteras obtenidas en cada una de las multiplicaciones realizadas, cogidos en el orden en que han ido apareciendo.

El proceso termina cuando desaparece la parte fraccionaria del resultado, cuando hemos obtenido el número de decimales requeridos o cuando dicha parte fraccionaria es inferior al error máximo que deseamos obtener.

Ejemplo (continuación):

Para convertir el número decimal **1600,15625** de base 10 a **octal**, aplicamos el método de las multiplicaciones sucesivas a la parte fraccionaria:

$$0,1562 \cdot 8 = 1,25$$

$$0.25 \cdot 8 = 2$$

Y cogemos las partes enteras obtenidos en el orden en el que han ido apareciendo, lo que anexándolo a la parte entera obtenida anteriormente, da como resultado en **base 8** el número 3100,12.

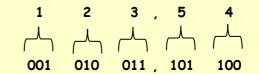
1.3 Entre octal y binario

La conversión de números entre octal y binario es muy sencilla, ya que cada dígito octal se corresponde directamente con 3 bits. Solo hace falta utilizar la tabla de conversión que se muestra a continuación:

000
001
010
011
100
101
110
111

Ejemplo:

Para convertir el número 123,54 de base 8 a binario se busca la equivalencia de cada dígito en la tabla:



El resultado es el número binario 1010011,1011. Para la conversión inversa, de binario a octal, se agrupan los dígitos de tres en tres y se busca la equivalencia en la tabla.

Para convertir un número **de octal a binario**, se busca cada dígito en la tabla y se substituye por lo tres dígitos binarios que le corresponden.

Para convertir un número **de binario a octal**, se agrupan los dígitos de tres en tres, siempre a partir de la coma:

- → En la **parte entera**: se agrupan de la coma hacia la izquierda, añadiendo ceros por la izquierda cuando sea necesario.
- → En la parte fraccionaria: se agrupan de la coma hacia la derecha, añadiendo ceros por la derecha cuando sea necesario.

Para cada grupo de tres dígitos se busca la equivalencia en la tabla en la tabla y se sustituye por el dígito octal que les corresponde.

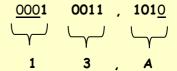
1.4 Entre hexadecimal y binario

La conversión de números entre hexadecimal y binario es muy sencilla, ya que cada dígito hexadecimal se corresponde directamente con 4 bits. Solo hace falta utilizar la tabla de conversión que se muestra a continuación:

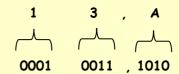
Hexadecimal	Binario
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
Α	1010
В	1011
С	1100
D	1101
Е	1110
F	1111

Ejemplo:

Para convertir el número 10011,101 de base 2 a hexadecimal se agrupan los dígitos de cuatro en cuatro a partir de la coma, añadiendo ceros a la izquierda de la parte entera o a la derecha de la fraccionaria si es necesario:



El resultado es el número hexadecimal 13, A. Para realizar la conversión inversa, de hexadecimal a binario, se busca la equivalencia de cada dígito en la tabla. Volviendo a convertir el mismo número:



El resultado es otra vez el número binario original 00010011,1010.

Para convertir un número **de hexadecimal a binario**, se busca cada dígito en la tabla y se substituye por lo cuatro dígitos binarios que le corresponden.

Para convertir un número **de binario a hexadecimal**, se agrupan los dígitos de cuatro en cuatro, siempre a partir de la coma:

- ightarrow En la **parte entera**: se agrupan de la coma hacia la izquierda, añadiendo ceros por la izquierda cuando sea necesario.
- ightarrow En la **parte fraccionaria**: se agrupan de la coma hacia la derecha, añadiendo ceros por la derecha cuando sea necesario.

Para cada grupo de cuatro dígitos se busca la equivalencia en la tabla en la tabla y se sustituye por el dígito hexadecimal que les corresponde.