1 Conversiones entre sistemas de numeración

1.1 De base N a base 10

Para convertir un número expresado en una base cualquiera a base 10 se utiliza el **teorema fundamental de la numeración**, según el cual:

En un sistema de numeración posicional, el valor total del número será la suma de cada dígito multiplicado por la potencia de la base correspondiente elevada a la posición que ocupa dicho dígito dentro del número.

Recordatorio:

Todo número real se divide en dos partes: una entera y otra fraccionaria.

Nº real = parte entera , parte fraccionaria

El teorema fundamental de la numeración se representa mediante la fórmula:

$$\text{valor del número} = \sum_{\substack{\text{posición=}\\ \text{-nº de dígitos}\\ \text{fraccionarios}}}^{\substack{\text{nº de dígitos}\\ \text{enteros}-1}} \text{dígito}_{\text{posición}} \cdot \text{base}^{\text{posición}}$$

Aclaraciones:

La fórmula del teorema fundamenta del la numeración se expresa de forma simplificada:

$$v = \sum_{p=-f}^{e-1} d_p \cdot b^p$$

Donde:

v es el valor del número

p es la posición de los dígitos

f es el número de dígitos fraccionarios

e es el número de dígitos enteros

d_p es el dígito de la posición p

b es la base en la que está expresado el número

desarrollándose de forma genérica como:

$$v = d_{e-1} \cdot b^{e-1} + \ldots + d_2 \cdot b^2 + d_1 \cdot b^1 + d_0 \cdot b^0 + d_{-1} \cdot b^{-1} + d_{-2} \cdot b^{-2} + \ldots + d_{-f} \cdot b^{-f}$$

La posición de cada dígito se cuenta siempre a partir de la coma que separa la parte entera y la fraccionaria.

- → En la **parte entera**: se cuenta de la coma hacia la izquierda, empezando por cero.
- → En la **parte fraccionaria**: se cuenta de la coma hacia la derecha, empezando por menos uno.

Independientemente de la base en la que esté representado el número, el valor resultante que se obtenga estará expresado siempre en base 10.

Ejemplo:

Para convertir **364,75** de **base 8** a decimal, aplicamos el teorema:

$$3 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 + 7 \cdot 8^{-1} + 5 \cdot 8^{-2} = 244{,}953125$$

1.2 De base 10 a base N

Para convertir un número real representado en base 10 a una base cualquiera se utilizan los métodos de las divisiones sucesivas y las multiplicaciones sucesivas.

El **método las divisiones sucesivas**:

- → Se usa para convertir la parte entera del número,
- → Consiste en dividir dicha parte entera y los sucesivos cocientes que se obtengan por la base N a la que se quiere convertir el número, hasta llegar a una división cuyo cociente sea 0.

De esta manera se obtiene la parte entera del número, expresado en la nueva base. **El resultado** serán los **restos de cada una de las divisiones** realizadas, cogidos **en orden inverso** al que han ido apareciendo.

Ejemplo:

Para convertir el número decimal **1600,15625** de base 10 a **octal**, aplicamos el método de las divisiones sucesivas a la parte entera:

1600	**8**			
0	**200**	**8**		
	0	**25**	**8**	
		1	**3**	**8**
			3	**0**

Y cogemos los restos obtenidos en orden inverso, dando como resultado en **base 8** el número **3100** a falta de calcular su parte fraccionaria.

El **método las multiplicaciones sucesivas**:

- → Se usa para convertir la parte fraccionaria del número.
- → Consiste en multiplicar dicha parte fraccionaria y las sucesivas que se obtengan por la base N a la que se quiere convertir el número.

De esta manera se obtiene la parte fraccionaria del número expresado en la nueva base. **El resultado** serán las **partes enteras obtenidas en cada una de las multiplicaciones** realizadas, cogidos **en el orden** en que han ido apareciendo.

El proceso termina cuando desaparece la parte fraccionaria del resultado, cuando hemos obtenido el número de decimales requeridos o cuando dicha parte fraccionaria es inferior al error máximo que deseamos obtener.

Ejemplo (continuación):

Para convertir el número decimal **1600,15625** de base 10 a **octal**, aplicamos el método de las multiplicaciones sucesivas a la parte fraccionaria:

$$\mathbf{0{,}1562 \cdot 8 = \underline{1}{,}25}$$

$$\mathbf{0{,}25 \cdot 8 = \underline{2}}$$

Y cogemos las partes enteras obtenidos en el orden en el que han ido apareciendo, lo que anexándolo a la parte entera obtenida anteriormente, da como resultado en **base 8** el número **3100,12**.

1.3 Entre octal y binario

La conversión de números entre octal y binario es muy sencilla, ya que cada dígito octal se corresponde directamente con 3 bits. Solo hace falta utilizar la tabla de conversión que se muestra a continuación:

Octal	Binario
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

Ejemplo:

Para convertir el número **123,54** de **base 8** a binario se busca la equivalencia de cada dígito en la tabla:

1 2 3 , 5 4

001 010 011 , 101 100

El resultado es el número binario **1010011,1011**. Para la conversión inversa, de binario a octal, se agrupan los dígitos de tres en tres y se busca la equivalencia en la tabla.

Para convertir un número **de octal a binario**, se busca cada dígito en la tabla y se substituye por lo tres dígitos binarios que le corresponden.

Para convertir un número **de binario a octal**, se agrupan los dígitos de tres en tres, siempre a partir de la coma:

→ En la **parte entera**: se agrupan de la coma hacia la izquierda, añadiendo ceros por la izquierda cuando sea necesario.

→ En la **parte fraccionaria**: se agrupan de la coma hacia la derecha, añadiendo ceros por la derecha cuando sea necesario.

Para cada grupo de tres dígitos se busca la equivalencia en la tabla en la tabla y se sustituye por el dígito octal que les corresponde.

1.4 Entre hexadecimal y binario

La conversión de números entre hexadecimal y binario es muy sencilla, ya que cada dígito hexadecimal se corresponde directamente con 4 bits. Solo hace falta utilizar la tabla de conversión que se muestra a continuación:

Hexadecimal	**Binario**
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

Ejemplo:

Para convertir el número **10011,101** de base 2 a hexadecimal se agrupan los dígitos de cuatro en cuatro a partir de la coma, añadiendo ceros a la izquierda de la parte entera o a la derecha de la fraccionaria si es necesario:

$$\underbrace{0001}_{1}\quad\underbrace{0011}_{3}\quad,\quad\underbrace{1010}_{A}$$

El resultado es el número hexadecimal **13,A**. Para realizar la conversión inversa, de hexadecimal a binario, se busca la equivalencia de cada dígito en la tabla. Volviendo a convertir el mismo número:

$$\overbrace{0001}^{1}\quad\overbrace{0011}^{3}\quad,\quad\overbrace{1010}^{A}$$

El resultado es otra vez el número binario original 000**10011,101**0.

Para convertir un número **de hexadecimal a binario**, se busca cada dígito en la tabla y se substituye por lo cuatro dígitos binarios que le corresponden.

Para convertir un número **de binario a hexadecimal**, se agrupan los dígitos de cuatro en cuatro, siempre a partir de la coma:

- → En la **parte entera**: se agrupan de la coma hacia la izquierda, añadiendo ceros por la izquierda cuando sea necesario.
- → En la **parte fraccionaria**: se agrupan de la coma hacia la derecha, añadiendo ceros por la derecha cuando sea necesario.

Para cada grupo de cuatro dígitos se busca la equivalencia en la tabla en la tabla y se sustituye por el dígito hexadecimal que les corresponde.