

### Algoritmo de Backpropagation

1. **Input  $x$ :** Seleccionar la arquitectura de la red, definiendo el número de neuronas por capa  $j$  y el número de capa  $L$ , tipo de funciones de activación por capa de neuronas  $\sigma^l$ . Donde  $1 \leq l \leq L$ .
2. **Feedforward:** Para cada capa de neuronas propague la entrada desde la entrada hasta la salida (capa de salida).  $z^l = w^l a^{l-1} + b^l$  teniendo en cuenta que  $a^l = \sigma(z^l)$ .
3. **Error en la salida  $\delta^L$ :** Calcule el error en la salida utilizando el producto Hadamard entre el gradiente de la función de costo respecto a las salidas (si el sistema es multi-output) y la derivada de la función de activación respecto a  $z^l$ , matemáticamente esto es

$$\delta^L = \frac{\partial C}{\partial a_j^L} \sigma(z_j^L)$$

$$\delta^L = \nabla_a C \odot \sigma'(z^L)$$

4. **Backpropagate del Error:** Para cada capa de neurona calcule el vector de error computando:

$$\delta^l = ((w^{l+1})^T \delta^{l+1}) \odot \sigma'(z^l)$$

5. **Calcule los gradientes respecto a los pesos y los bias:**

$$\frac{\partial C}{\partial w_{jk}^l} = a_k^{l-1} \delta_j^l$$

$$\frac{\partial C}{\partial b_j^l} = \delta_j^l$$

6. **Aplique step-descent estocástico para actualizar los pesos y los bias del modelo:**

$$w^l \leftarrow w^l - \frac{\mu}{m} \sum_{\forall x} \frac{\partial C}{\partial w_{jk}^{l,x}}$$

$$b^l \leftarrow b^l - \frac{\mu}{m} \sum_{\forall x} \delta_j^{l,x}$$

7. **Evalúe la función de costo o de error actualizados  $w^l$  y  $b^l$ :**

$$C = \frac{1}{2} \sum_{\forall x} (y_x - y^*(w^l, b^l, x))^2 \text{ // Regresión}$$

$$C = \sum_{\forall x} \left\{ y_x \ln \left( y^*(w^l, b^l, x) \right) + (1 - y_x) \ln \left( 1 - y^*(w^l, b^l, x) \right) \right\} //$$

Clasificación

8. Volver al paso 2 en caso de que el algoritmo no converja (Número de iteraciones, se estabiliza  $C$  o  $C$  es muy pequeño)