1. i. Sea V el conjunto formado por todos los vectores de bits de longitud n. ¿ La función

$$\Delta(x, y) = \sum_{i=1}^{n} x_i \; XOR \; y_i$$

define una distancia en V?

ii. Considere dos vectores en R^4. ¿ Qué relación hay entre las métricas $\Delta(x, y)_1$, $\Delta(x, y)_2$ y $\Delta(x, y)_\infty$? ¿Puede probarlo en general?

iii. Se define la función

$$\Delta(x, y) = \Big(\sum_i |x_i - y_i|^{\frac{1}{2}}\Big)^2$$

¿Esta función define una métrica? Si no es así, ¿Qué propiedad no se cumple? (Sugerencia: considere los vectores (1, 0, 0) y (0, 1, 0) y la desigualdad triangular).

iv. En el plano se define una circunferencia con centro en el origen y radio r como el conjunto de puntos tales que $\Delta(x, y) = r$
¿Cuál es la forma geométrica de una circunferencia de radio 3 si se usan las distancias $\Delta(x, y)_1$ y $Delta(x, y)_\infty$

2. Con el algoritmo KNN (k=3) clasifique el dato (3, 4) con los datos de la figura 1 usando la distancia Manhattan $\Delta(x, y)_1$.

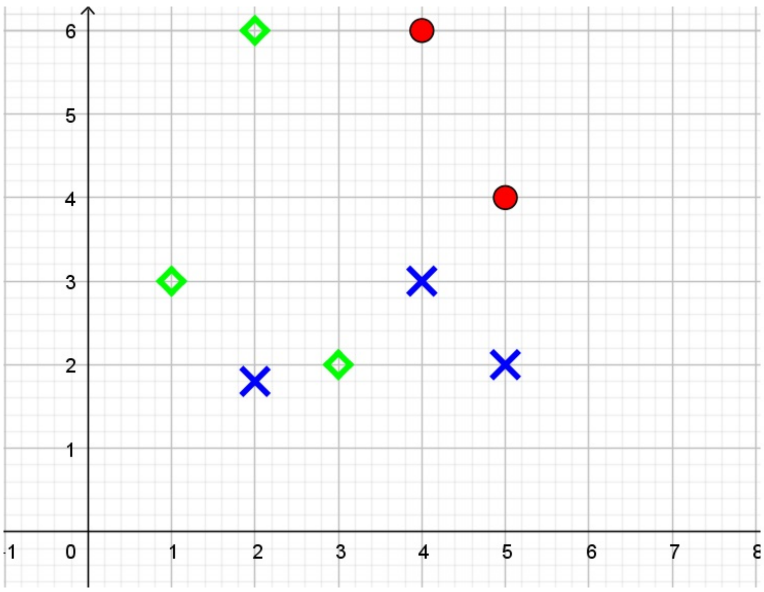

Figura 1 Para KNN.

3. Muestre que en cualquier dimensión se cumple el *teorema de Pitágoras*:
   Si $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ *son vectores ortogonales*

$$||\mathbf{u}+\mathbf{v}||^2 = ||\mathbf{u}||^2 + ||\mathbf{v}||^2$$