Taller Interpolación

Pontificia Universidad Javeriana

Análisis Numérico

Docente: Eddy Herrera

Javier Esteban Flechas Barreto
Manuel Alejandro Rios Romero
Luis Felipe Ayala Urquiza
Andrés Felipe Otálora Jarro

2021 - 3

Punto Estudiantes

En este punto se nos entregó una tabla que nos mostraba las notas obtenidas por un grupo de estudiantes.

Rango de Notas	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
N^o Estudiantes	35	48	70	40	22

tuvimos que estimar la cantidad de estudiantes con una nota menor o igual a 55.

Decidimos que sería más fácil si la nota de los estudiantes estaba dada por una comparación de menor o igual en vez de una de rangos, de está manera:

x<=	40	50	60	70	80
y	35	83	153	193	215

La solución práctica para este problema era la interpolación, decidimos usar el algoritmo de lagrange ya que nos permite solucionar este problema, para esto adaptamos una implementación existente a nuestro ejercicio.

$$p_n(x) = \sum_{i=0}^{n} f_i \; L_i(x)$$

$$L_i(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

Nos dimos cuenta de que este método es más eficiente entre más puntos exista, el resultado que obtuvimos al aplicar este método fue igual a 120 pero si quitamos alguno de los puntos este resultado nunca llega a darse, los puntos fueron obtenidos de la tabla y lo comprobamos en symbolab con el número 55 de la siguiente manera:

$$P(55) = 35\frac{(55-50)(55-60)(55-70)(55-80)}{(40-50)(40-60)(40-70)(40-80)} + 83$$
$$\frac{(55-40)(55-60)(55-70)(55-80)}{(50-40)(50-60)(50-70)(50-80)} + 153$$
$$\frac{(55-50)(55-40)(55-70)(55-80)}{(60-50)(60-40)(60-70)(60-80)} + 193$$
$$\frac{(55-50)(55-60)(55-40)(55-80)}{(70-50)(70-60)(70-40)(70-80)} + 215$$
$$\frac{(55-50)(55-60)(55-70)(55-40)}{(80-50)(80-60)(80-70)(80-40)}$$

Anexo al código se encuentra una tabla que demuestra cómo este método se acerca al punto deseado basándose en los puntos anteriores.

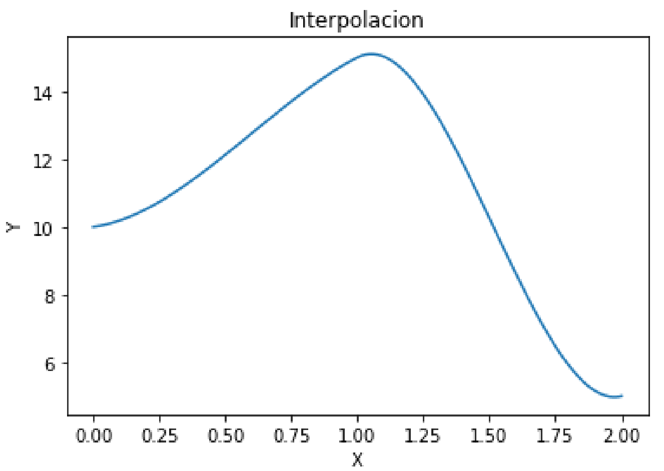
Queremos agregar que antes de resolver el punto de está manera decidimos hacerlo con nuestros conocimientos anteriores y nuestra lógica, de está forma obtuvimos resultados similares, lo que hicimos fue en resumidas cuentas sumas y divisiones de los posibles casos que se podían dar, al final obtuvimos 3 resultados haciendo diferentes pruebas, uno en especial se acerca bastante a la respuesta y este se obtuvo considerando una situación en la que todos los estudiantes en el rango de 50 a 60 sacaban una nota de 55 o menos y otra en la que ningún estudiante en este rango se acercaba a esta nota, posteriormente sumamos estos resultados y los dividimos en 2, lo acercamos a un número entero y el resultado fue 118, anexamos este código también pues nos parece curioso el resultado y sabemos que aunque no es tan efectivo como la interpolación si se trata de un método que podría servir en otras situaciones.

Punto 2

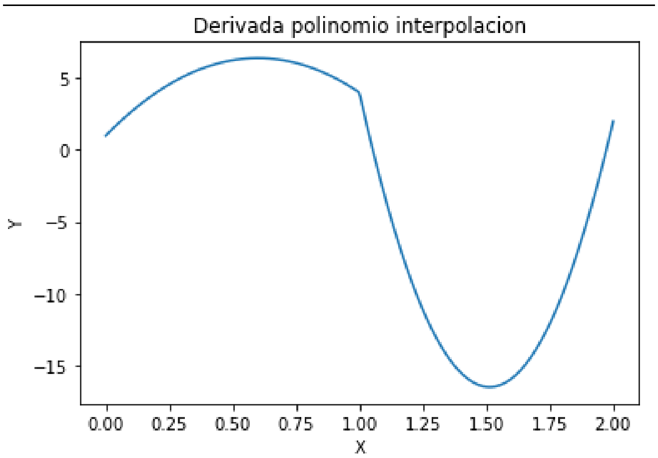
Para realizar interpolaciones de tercer grado se trabaja con ecuaciones de tercer grado de tipo $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Se generan arreglos con la información pertinente con la librería de numpy.

```
x = np.array([0, 1, 2])
y = np.array([10,15,5])
dx = np.array([1,4,2])
```

Se utiliza la librería de scipy.interpolate para generar la interpolación de tercer grado y se imprime la gráfica de la interpolación resultante. Para este caso se usó una interpolación de spline cúbica de Hermite.



Además se obtiene la derivada y se grafica los resultados. Se encuentra que la derivada en 0 es igual a 1.




```
el valor de la derivada en 0 es:  1.0
```

Punto 13

Para el desarrollo de este punto se hizo uso de la interpolación de lagrange gracias a la posibilidad de relacionar el polinomio por los datos recibidos en el problema. A través del uso de librerías tales como numpy (para manejar los arreglos de datos), scipy.interpolate (para utilizar métodos de interpolación) y matplotlib.pyplot (para graficar los resultados) se procuró solucionar el problema.

Datos Base:

Base imponible	Cuota íntegra	Tipo
4.410.000	1.165.978	38,86%
4.830.000	1.329.190	41,02%
5.250.000	1.501.474	43,18%
5.670.000	1.682.830	

Interpolación lineal:

```
Lineal = 1398924.000
```

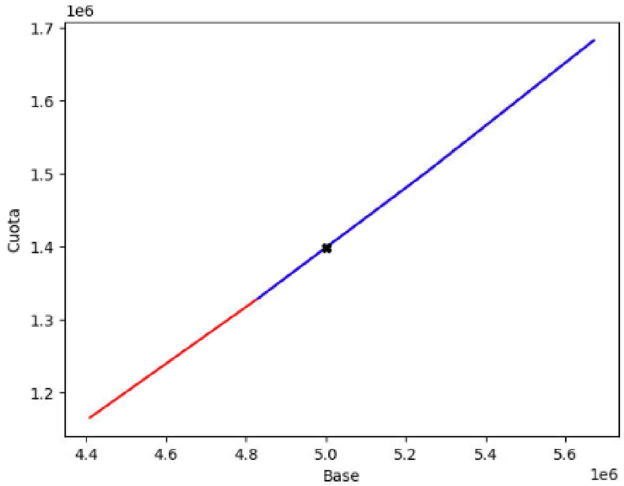
Segundo Grado:

```
Grado 1 = 1397831.143
```

Tercer Grado:

```
Grado 2 = 1397831.143
```

Gráfica:



Para concluir, existe una diferencia considerable entre una interpolación lineal a una de segundo o tercer grado, pero entre una interpolación de segundo grado y una interpolación de tercer grado no es tanta. Únicamente al trabajar ya con decimales extremadamente precisos es notable la diferencia, pero para la mayoría de casos esto es insignificante.