# T.P.N°7: Flexión Compuesta Recta y Oblicua

- 1. a) Dada una columna de esbeltez reducida, que se encuentra solicitada por un momento MD = 1,5 tnm, ML = 1 tnm, ND = 75 tn y NL = 45 tn, dimensionar su sección y hallar la armadura necesaria según CIRSOC 201-05 y CIRSOC 201-82. Considerar un hormigón H-25 según Reglamento CIRSOC 201-05 y H-21 según CIRSOC 201-82.
  - b) Dibujar a escala la sección, verificando recubrimientos y separación.
- 2. a) Diseñar la columna de sección rectangular indicada en la Figura 1 como C que pertenece a un edificio sometida a las siguientes cargas:

PD = 61 tn

PL = 25 tn

MxD = 0.7 tnm

MxL = 0.4 tnm

MyD = 1.2 tnm

MyL = 0.5 tnm

Sección tentativa

b = h = 30 cm

Efectuar los cálculos según CIRSOC 201-05 y CIRSOC 201-82. El hormigón es H-25 según CIRSOC 201-05, H-21 según CIRSOC 201-82 y el acero ADN 42/50.

b) Dibujar la sección de la viga a escala.

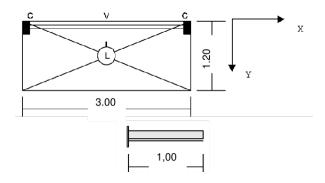


Figura 1: Planta de la columna correspondiente al ejercicio 2)

# Solución

#### 1. Diseñar una columna de esbeltez reducida según CIRSOC 201-05

#### Datos:

 $N_L = 45t$ 

Hormigón H-25 
$$\Rightarrow$$
  $f'c = 250 \frac{Kg}{cm^2} = 25MPa$   
Acero ADN  $42/50 \Rightarrow fy = 4200 \frac{Kg}{cm^2} = 420MPa$   
 $b = h = 35cm$   
Recubrimiento Cc = 2cm  
Estribos  $\phi$  8mm  
Diámetro de barra  $\phi$  20mm  
 $M_D = 1,5t.m$   
 $M_L = 1t.m$   
 $N_D = 75t$ 

#### Estado de cargas

$$M_{u1} = 1,2 \cdot M_D + 1,6 \cdot M_L = 1,2 \cdot 1,5t.m + 1,6 \cdot 1t.m = \boxed{3,4t.m}$$

$$M_{u2} = 1,4 \cdot M_D = 1,4 \cdot 1,5t.m = 2,1t.m$$

$$M_n = \frac{M_u}{\phi} = \frac{3,4t.m}{0,65} = \boxed{5,23t.m}$$

$$N_{u1} = 1,2 \cdot N_D + 1,6 \cdot N_L = 1,2 \cdot 75t + 1,6 \cdot 45t = \boxed{162t}$$

$$N_{u2} = 1,4 \cdot N_D = 1,4 \cdot 75t = 105t$$

$$N_n = \frac{N_u}{\phi} = \frac{162t}{0.65} = \boxed{249,23t}$$

#### Esfuerzos reducidos

$$m_n = \frac{M_n}{b \cdot h^2 \cdot f'c} = \frac{5,23t.m \cdot 1000 \frac{Kg}{t} \cdot 100 \frac{cm}{m}}{35cm \cdot (35cm)^2 \cdot 250 \frac{Kg}{cm^2}} = \boxed{0.0487}$$
$$n_n = \frac{N_n}{b \cdot h \cdot f'c} = \frac{249,23t \cdot 1000 \frac{Kg}{t}}{35cm \cdot 35cm \cdot 250 \frac{Kg}{cm^2}} = \boxed{0.81}$$

#### Gamma

$$\gamma = \frac{h - 2 \cdot Cc - 2 \cdot dbe - db}{h}$$

$$\gamma = \frac{35cm - 2 \cdot 2cm - 2 \cdot 0.8cm - 2cm}{35cm} = 0.78 \approx \boxed{0.8}$$

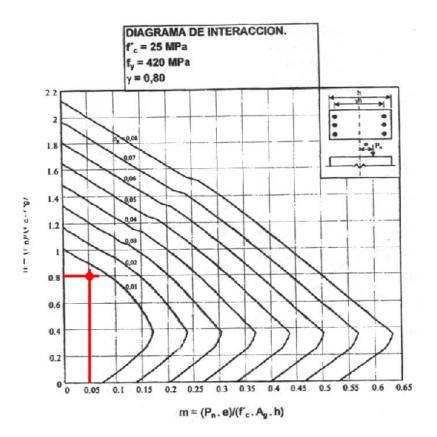


Figura 2: Diagrama de interacción  $\gamma = 0.8$ 

Ingresando al diagrama de interacción para 6 barras con  $m_n=0.0487,\ n_n=0.81$  y  $\gamma=0.8$  tenemos  $\rho\leq0.01\Rightarrow$  adopto  $\rho=0.01$ 

#### Armadura

$$As_{total} = \rho \cdot b \cdot h = 0.01 \cdot 35cm \cdot 35cm = \boxed{12.25cm^2}$$

Adopto 4 barras  $\phi$  20 mm con  $As_{total} = \boxed{12,56cm^2}$ Adopto estribos  $\phi$  8 mm cada 20cm.

#### Verificación de Separaciones

Adopto s = 20 cm.

$$s = 20cm \le \begin{cases} 12 \cdot db = 12 \cdot 2cm = 24cm & \checkmark \\ b = 35cm & \checkmark \end{cases}$$

### 2. Diseñar una columna de esbeltez reducida según CIRSOC 201-82

Hormigón H-21 
$$\Rightarrow \beta_R = 175 \frac{Kg}{cm^2}$$
  
Acero ADN 42/50  $\Rightarrow \beta_S = 4200 \frac{Kg}{cm^2}$   
b = h = 35cm  
Recubrimiento r = 2cm  
Estribos  $\phi$  8mm  
Diámetro de barra  $\phi$  20mm  
 $M_D = 1,5t.m$   
 $M_L = 1t.m$   
 $N_D = 75t$   
 $N_L = 45t$ 

#### • Estado de cargas

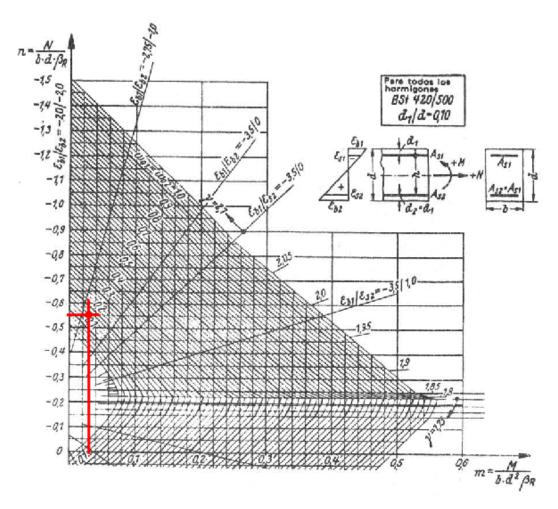
$$M_{servicio} = M_D + M_L = 1.5t.m + 1t.m = \boxed{2.5t.m}$$
  
 $N_{servicio} = N_D + N_L = 75t + 45t = \boxed{120t}$ 

#### Esfuerzos reducidos

$$m_n = \frac{M_{servicio}}{b \cdot d^2 \cdot \beta_R} = \frac{2.5t.m \cdot 1000 \frac{Kg}{t} \cdot 100 \frac{cm}{m}}{35cm \cdot (35cm)^2 \cdot 175 \frac{Kg}{cm^2}} = \boxed{0.033}$$
$$n_n = \frac{N_{servicio}}{b \cdot d \cdot \beta_R} = \frac{120t \cdot 1000 \frac{Kg}{t}}{35cm \cdot 35cm \cdot 175 \frac{Kg}{cm^2}} = \boxed{0.56}$$

# ■ Calculamos $\frac{d_1}{d}$

$$d_1 = r + dbe + \frac{db}{2} = 2cm + 0.8cm + \frac{2cm}{2} = \boxed{3.8cm}$$
$$\frac{d_1}{d} = \frac{3.8cm}{35cm} = 0.11 \Rightarrow \boxed{0.10}$$



**Figura 3:** Diagrama de interacción  $\frac{d_1}{d} = 0,10$ 

Ingresando al diagrama de interacción con  $m_n=0.033,\ n_n=0.56$  y  $\frac{d_1}{d}=0.10$  tenemos  $\omega_{01}=\omega_{02}=0.18$ 

# Cuantía mecánica

$$\mu_{01} \text{ por cara} = \omega_{01} \cdot \frac{\beta_R}{\beta_S} = 0.18 \cdot \frac{175 \frac{Kg}{cm^2}}{4200 \frac{Kg}{cm^2}} = \boxed{0.0075} \text{ por cara}$$

#### ■ <u>Armadura</u>

$$As_{\text{por cara}} = \mu_{01} \cdot b \cdot d = 0.0075 \cdot 35cm \cdot 35cm = \boxed{9.19cm^2}$$
 por cara

Adopto 3 barras  $\phi$  20 mm con  $As_{\text{por cara}} = 9,42cm^2$ Adopto estribos  $\phi$  8 mm cada 20cm.

#### Verificación de Separaciones

Adopto s = 20 cm.

$$s = 20cm \le \begin{cases} 12 \cdot db = 12 \cdot 2cm = 24cm \quad \sqrt{b} = 35cm \quad \sqrt{c} \end{cases}$$

# $\blacksquare$ Cuantía total $\mu$

$$\mu = \frac{A_s}{A_g} = \frac{2 \cdot 9,42cm^2}{35cm \cdot 35cm} = \boxed{0.015}$$
 
$$\mu > \text{Cuantía mínima}$$
 
$$0,015 > 0,008 \quad \sqrt{\text{Verifica}}$$

### 3. Diseñar la columna de sección rectangular indicada en la Figura 1 según CIRSOC 201-05

#### Datos

Hormigón H-25 
$$\Rightarrow$$
  $f'c = 250 \frac{Kg}{cm^2} = 25MPa$   
Acero ADN  $42/50 \Rightarrow fy = 4200 \frac{Kg}{cm^2} = 420MPa$   
 $b = h = 35cm$   
Recubrimiento Cc = 2cm  
Estribos  $\phi$  6mm  
Diámetro de barra  $\phi$  16mm  
 $P_D = 61t$   
 $P_L = 25t$   
 $M_{xD} = 0,7t.m$   
 $M_{xL} = 0,4t.m$   
 $M_{yD} = 1,2t.m$   
 $M_{yL} = 0,5t.m$   
 $\rho = 0,01$ 

#### ■ Estado de cargas

$$\begin{split} M_{ux1} &= 1,2 \cdot M_{xD} + 1,6 \cdot M_{xL} = 1,2 \cdot 0,7t.m + 1,6 \cdot 0,4t.m = \boxed{1,48t.m} \\ M_{ux2} &= 1,4 \cdot M_{xD} = 1,4 \cdot 0,7t.m = 0,98t.m \\ M_{uy1} &= 1,2 \cdot M_{yD} + 1,6 \cdot M_{yL} = 1,2 \cdot 1,2t.m + 1,6 \cdot 0,5t.m = \boxed{2,24t.m} \\ M_{uy2} &= 1,4 \cdot M_{yD} = 1,4 \cdot 1,2t.m = 1,68t.m \\ P_{u1} &= 1,2 \cdot P_D + 1,6 \cdot P_L = 1,2 \cdot 61t + 1,6 \cdot 25t = \boxed{113,2t} \\ P_{u2} &= 1,4 \cdot P_D = 1,4 \cdot 61t = 85,4t \end{split}$$

#### Esfuerzos nominales

$$P_n = \frac{P_u}{\phi} = \frac{113,2t}{0,65} = \boxed{174,15t} \Rightarrow 1741,5KN$$

$$M_{nx} = \frac{M_u x}{\phi} = \frac{1,48t.m}{0,65} = \boxed{2,27t.m}$$

$$M_{ny} = \frac{M_u y}{\phi} = \frac{2,24t.m}{0,65} = \boxed{3,44t.m}$$

### • Verificación para $P_n$

$$P_n \ge 0.1 \cdot f'c \cdot A_g$$
  
 $P_n \ge 0.1 \cdot 25000 \frac{KN}{m^2} \cdot 0.35m \cdot 0.35m$   
 $1741.5KN \ge 306.25KN$  Verifica  $\sqrt{\phantom{0}}$ 

• <u>Área de acero</u> Se adopta  $\rho = 0.01$ 

$$A_{st} = \rho \cdot A_g$$

$$A_{st} = 0.01 \cdot 35cm \cdot 35cm$$

$$A_{st} = 12.25cm^2 \Rightarrow 0.001225m^2$$

Adopto 8 barras  $\phi = 16mm$ 

# lacktriangle Calculamos $P_0$

$$P_0 = 0.85 \cdot f'c \cdot (A_g - A_{st}) + fy \cdot A_{st}$$

$$P_0 = 0.85 \cdot 25000 \frac{KN}{m^2} \cdot ([0.35m \cdot 0.35m] - 0.001225m^2) + 420000 \frac{KN}{m^2} \cdot 0.001225m^2$$

$$P_0 = \boxed{3091KN}$$

# ■ Calculamos $P_{nx0}$

$$e_y = \frac{M_{nx}}{P_n} = \frac{2,27t.m}{174,15t} = \boxed{0,013m}$$

$$tg\alpha = \frac{h_y}{e_y} = \frac{0,35m}{0,013m} = 26,85 = \frac{n}{m}$$
Adopto m = 0.05 para graficar pendiente
$$\Rightarrow n = 26,85 \cdot m$$

$$n = 26,85 \cdot 0,05 = 1,34$$
Con  $m = 0,05$  y  $n = 1,34$  trazamos la recta en el diagrama de interacción
$$\gamma = \frac{h - 2 \cdot Cc - 2 \cdot dbe - db}{h}$$

$$\gamma = \frac{35cm - 2 \cdot 2cm - 2 \cdot 0,6cm - 1,6cm}{35cm} = \boxed{0.8}$$

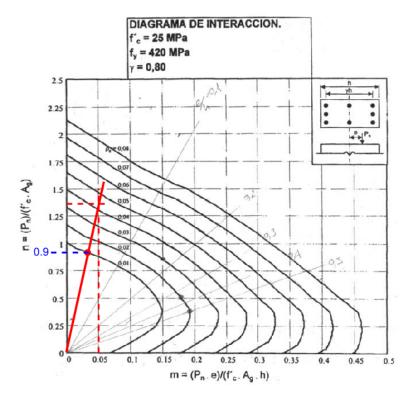


Figura 4: Diagrama de interacción  $\gamma = 0.8$ 

Del diagrama de interacción para 8 barras obtenemos  $\boxed{n=0,9}$  . Figura 4

$$P_{nx0} = n \cdot f'c \cdot A_g$$

$$P_{nx0} = 0.9 \cdot 25000 \frac{KN}{m^2} \cdot 0.35m \cdot 0.35m$$

$$P_{nx0} = \boxed{2756KN}$$

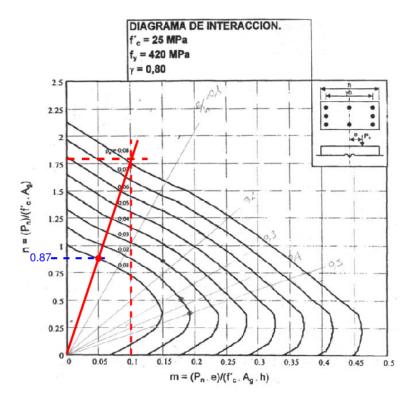
# • Calculamos $P_{ny0}$

$$e_x = \frac{M_{ny}}{P_n} = \frac{3,44t.m}{174,15t} = \boxed{0,0195m}$$

$$tg\alpha = \frac{h_x}{e_x} = \frac{0,35m}{0,0195m} = 17,72 = \frac{n}{m}$$
Adopto m = 0.1 para graficar pendiente
$$\Rightarrow n = 17,72 \cdot m$$

$$n = 17,72 \cdot 0,1 = 1,77$$
Con  $m = 0,1$  y  $n = 1,77$  trazamos la recta en el diagrama de interacción
$$\gamma = \frac{h - 2 \cdot Cc - 2 \cdot dbe - db}{h}$$

$$\gamma = \frac{35cm - 2 \cdot 2cm - 2 \cdot 0,6cm - 1,6cm}{35cm} = \boxed{0.8}$$



**Figura 5:** Diagrama de interacción  $\gamma = 0.8$ 

Del diagrama de interacción para 8 barras obtenemos n=0.87 . Figura 5

$$P_{ny0} = n \cdot f'c \cdot A_g$$

$$P_{ny0} = 0.87 \cdot 25000 \frac{KN}{m^2} \cdot 0.35m \cdot 0.35m$$

$$P_{ny0} = 2664.4KN$$

# • Calculamos $P_n$

$$P_n \le \frac{1}{\frac{1}{P_{nx0}} + \frac{1}{P_{ny0}} - \frac{1}{P_0}}$$

$$1741.5KN \le \frac{1}{\frac{1}{2756KN} + \frac{1}{2664.4KN} - \frac{1}{3091KN}}$$

$$1741.5KN \le 2411KN \quad \text{Verifica} \quad \sqrt{}$$

Se adopta 8 barras  $\phi 16mm$  con estribos  $\phi 6mm$  cada 12cm

#### Verificación de separaciones

$$S_{adoptada} = 12cm \leq \left\{ \begin{array}{l} 12 \cdot db = 12 \cdot 1,6cm = 19,2cm \\ b = 35cm \end{array} \right.$$

### 4. Diseñar la columna de sección rectangular indicada en la Figura 1 según CIRSOC 201-82

#### Datos:

Hormigón H-21 
$$\Rightarrow \beta_R = 175 \frac{Kg}{cm^2}$$
  
Acero ADN  $42/50 \Rightarrow \beta_S = 4200 \frac{Kg}{cm^2}$   
b = h = 35cm

Recubrimiento r = 2cm

Estribos  $\phi$  8mm

Diámetro de barra  $\phi$  16mm

$$\begin{aligned} P_D &= 61t \\ P_L &= 25t \\ M_{xD} &= 0,7t.m \\ M_{xL} &= 0,4t.m \\ M_{yD} &= 1,2t.m \\ M_{yL} &= 0,5t.m \end{aligned}$$

#### ■ Estado de cargas

$$M_{servicioX} = M_{xD} + M_{xL} = 0.7t.m + 0.4t.m = \boxed{1.1t.m}$$
  
 $M_{servicioY} = M_{yD} + M_{yL} = 1.2t.m + 0.5t.m = \boxed{1.7t.m}$   
 $P_{servicio} = P_D + P_L = 61t + 25t = \boxed{86t}$ 

#### Esfuerzos reducidos

$$m_{nx} = \frac{M_{servicioX}}{b \cdot d^2 \cdot \beta_R} = \frac{1,1t.m \cdot 1000 \frac{Kg}{t} \cdot 100 \frac{cm}{m}}{35cm \cdot (35cm)^2 \cdot 175 \frac{Kg}{cm^2}} = m_2 = \boxed{0.0146}$$

$$m_{ny} = \frac{M_{servicioY}}{b \cdot d^2 \cdot \beta_R} = \frac{1,7t.m \cdot 1000 \frac{Kg}{t} \cdot 100 \frac{cm}{m}}{35cm \cdot (35cm)^2 \cdot 175 \frac{Kg}{cm^2}} = m_1 = \boxed{0.0226}$$

$$m_1 > m_2$$

$$0,0226 > 0,0146$$

$$n_n = \frac{N_{servicio}}{b \cdot d \cdot \beta_R} = \frac{86t \cdot 1000 \frac{Kg}{t}}{35cm \cdot 35cm \cdot 175 \frac{Kg}{2}} = \boxed{0.40}$$

#### Armadura Mínima

$$As_{minima} = 0.008 \cdot b \cdot d$$
$$As_{minima} = 0.008 \cdot 35cm \cdot 35cm = \boxed{9.8cm^2}$$

# • Calculamos $\frac{d_1}{d}$

$$d_{1} = r + dbe + \frac{db}{2}$$

$$d_{1} = 2cm + 0.6cm + \frac{1.6cm}{2} = \boxed{3.4cm}$$

$$\frac{d_{1}}{d} = \frac{3.4cm}{35cm} \approx \boxed{0.1}$$

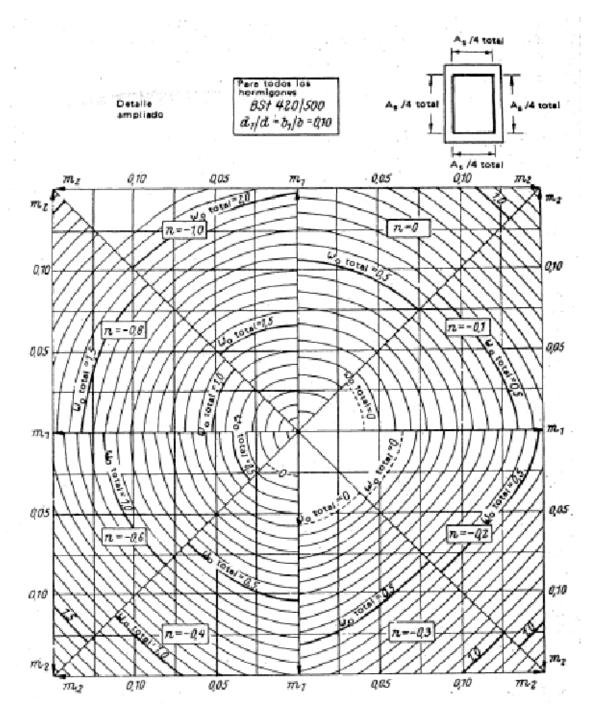


Figura 6: Diagrama de interacción  $\frac{d_1}{d}=0{,}10$ 

Ingresando al diagrama de interacción CIRSOC 201-82 con  $m_1=0,\!0226,\,m_2=0,\!0146$  y  $\frac{d_1}{d}=0,\!10$  tenemos  $\omega=0,\!02$ 

#### Armadura

$$As_{total} = \omega \cdot \frac{\beta_R}{\beta_S} \cdot b \cdot d$$

$$As_{total} = 0.02 \cdot \frac{175 \frac{Kg}{cm^2}}{4200 \frac{Kg}{cm^2}} \cdot 35cm \cdot 35cm = \boxed{1.02cm^2}$$

$$As_{total} < As_{minima}$$

$$1.02cm^2 < 9.8cm^2$$

Se adoptan  $4\phi 16mm + 4\phi 12mm$  con  $As_{total} = \boxed{12,56cm^2}$ Se adoptan estribos  $\phi 6mm$  c/12cm

# Verificación de separaciones

$$S_{adoptada} = 12cm \leq \left\{ \begin{array}{l} 12 \cdot db = 12 \cdot 1,2cm = 14,4cm \\ b = 35cm \end{array} \right.$$