

Descomposición en sesgo y varianza

Aprendizaje automático

Juan David Martínez

jdmartinev@eafit.edu.co

2023

Agenda

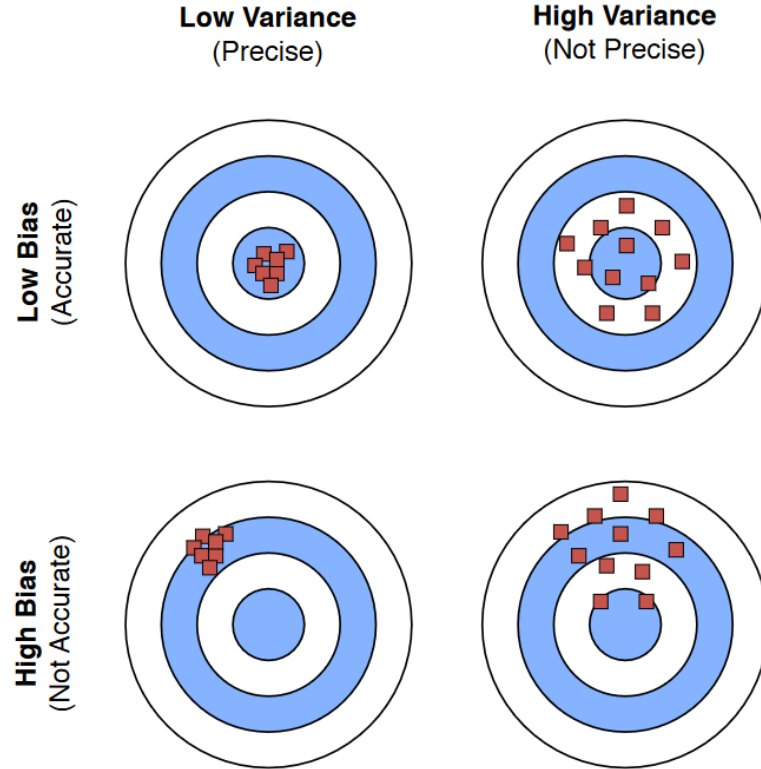
- Sobre-entrenamiento y sub-entrenamiento
- Introducción a la descomposición en sesgo y varianza
- Descomposición del error cuadrático medio
- Relación entre sesgo/varianza con sub/sobre entrenamiento
- Descomposición de sesgo y varianza de modelos de clasificación
- Otras formas de bias

Descompisición en sesgo/varianza

¿Qué significa que un modelo tenga un alto sesgo o una alta varianza?

- Descomponer la pérdida (error) en sesgo y varianza nos puede ayudar a entender mejor los algoritmos de aprendizaje, estos conceptos están relacionados con sobre y sub entrenamiento
- Ayuda a entender por qué los métodos de ensamble funcionan, en algunos casos, mejor que un solo modelo

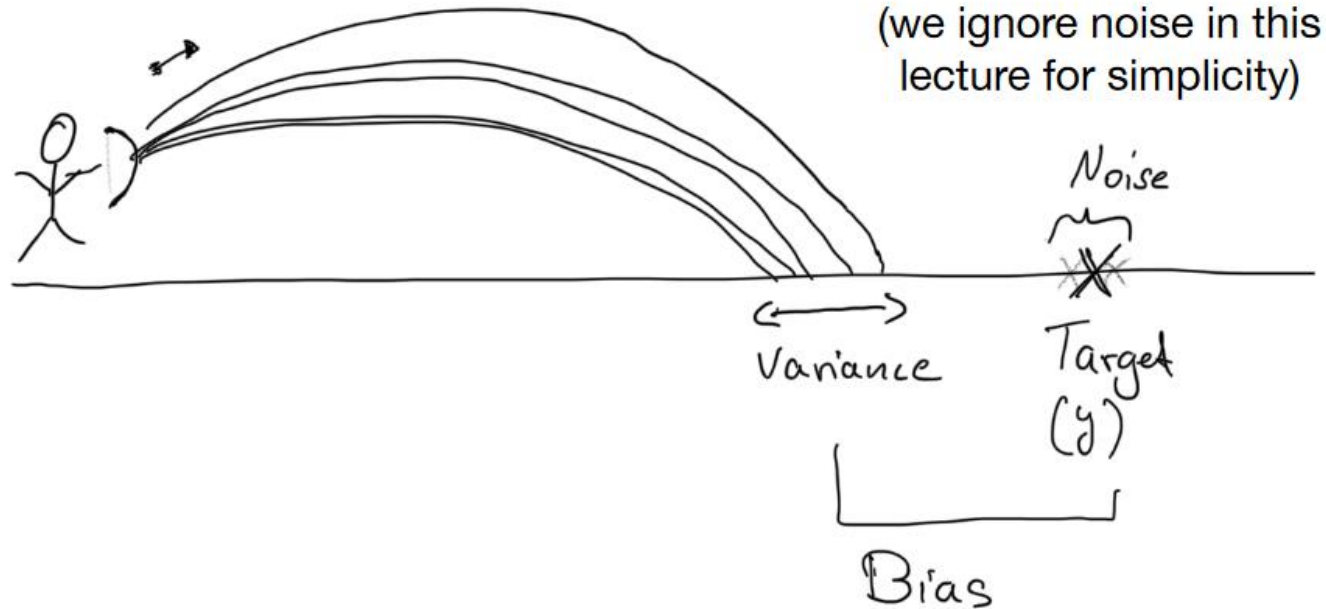
Intuición de la descomposición



Terminología

$$\text{Bias} = \mathbb{E}[\hat{\theta}] - \theta$$

$$\text{Var}[\hat{\theta}] = \mathbb{E} \left[(\mathbb{E}[\hat{\theta}] - \hat{\theta})^2 \right]$$



Terminología

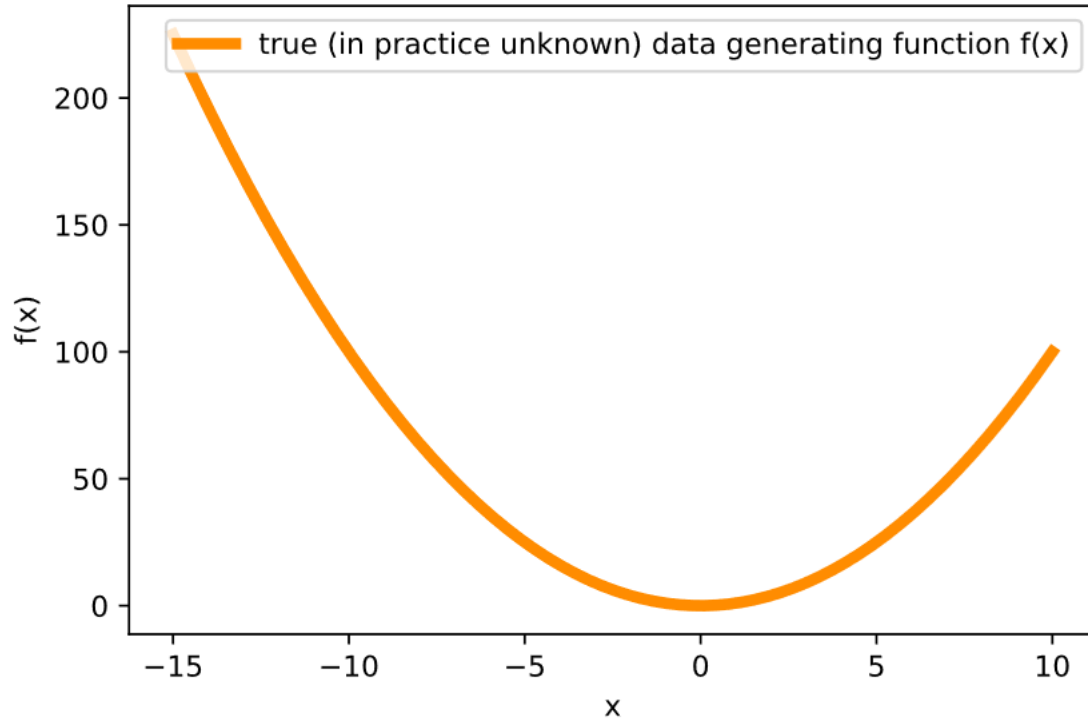
- $\hat{\theta}$: Estimador puntual de un parámetro
- $Bias = \mathbb{E}[\hat{\theta}] - \theta$
- $Var[\hat{\theta}] = \mathbb{E}[\hat{\theta}^2] - (\mathbb{E}[\hat{\theta}])^2$
- $Var[\hat{\theta}] = \mathbb{E} \left[(\mathbb{E}[\hat{\theta}] - \hat{\theta})^2 \right]$

Terminología

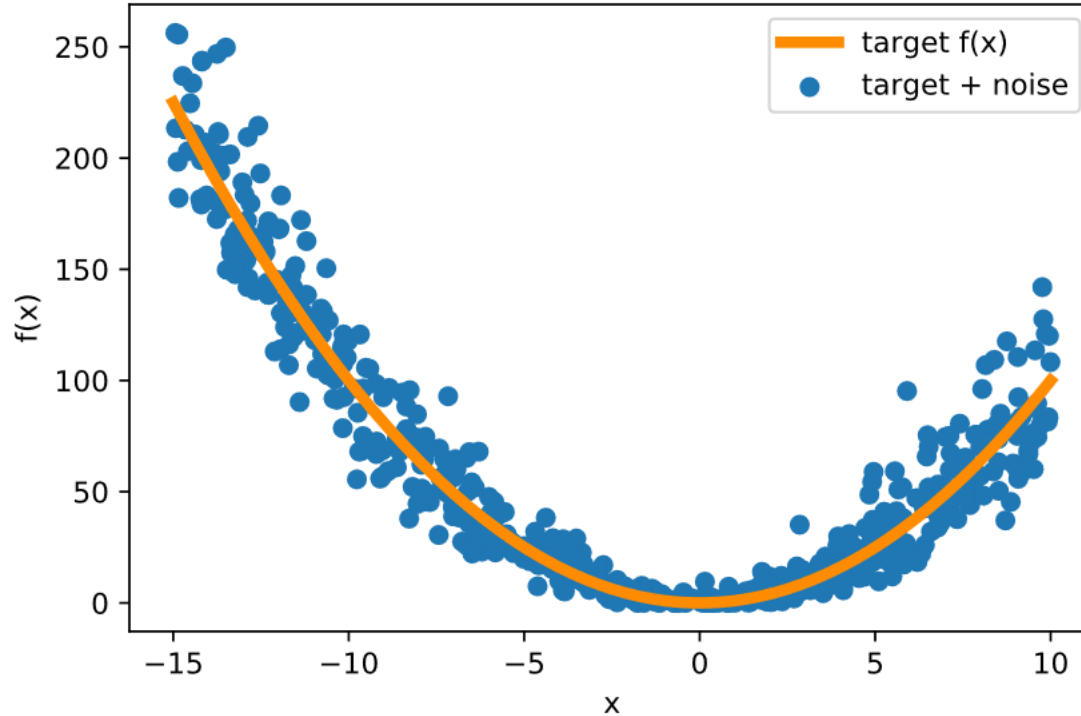
El sesgo (bias) es la diferencia entre el valor esperado del estimador obtenido de diferentes muestras de entrenamiento y el valor real. El valor esperado se calcula sobre los conjuntos de entrenamiento

La varianza da una estimación de cuanto varía la estimación a medida que variamos los datos de entrenamiento

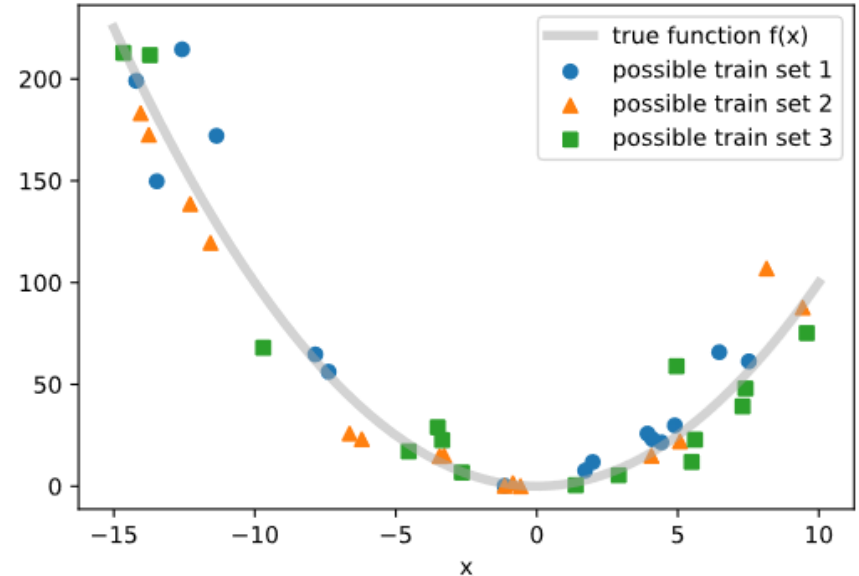
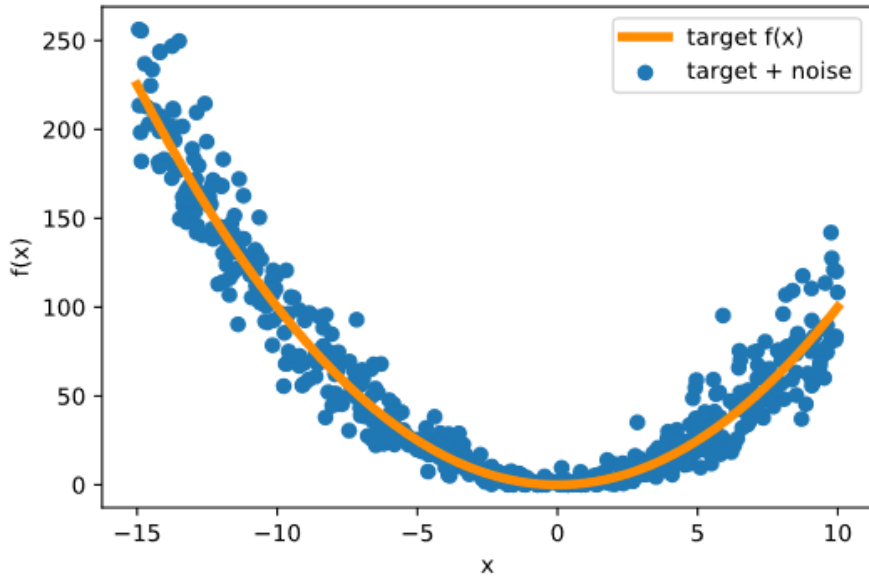
Intuición de la descomposición



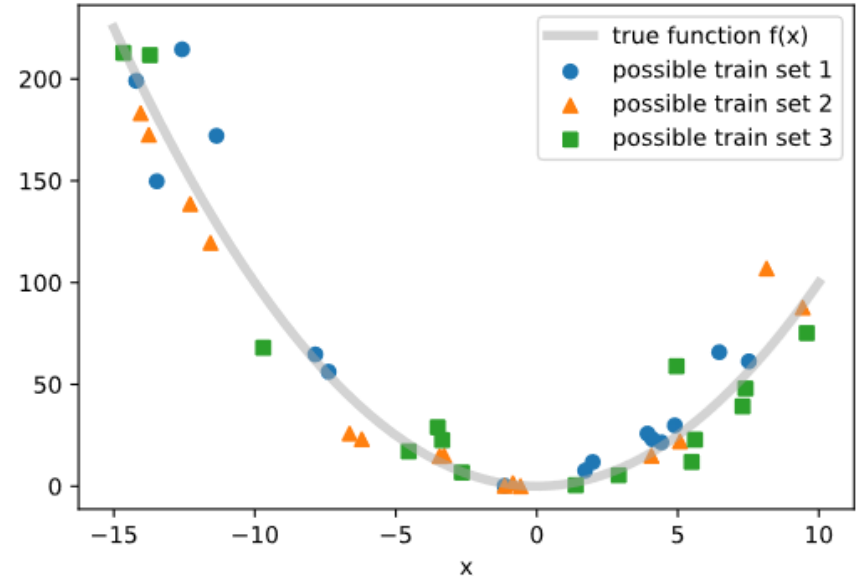
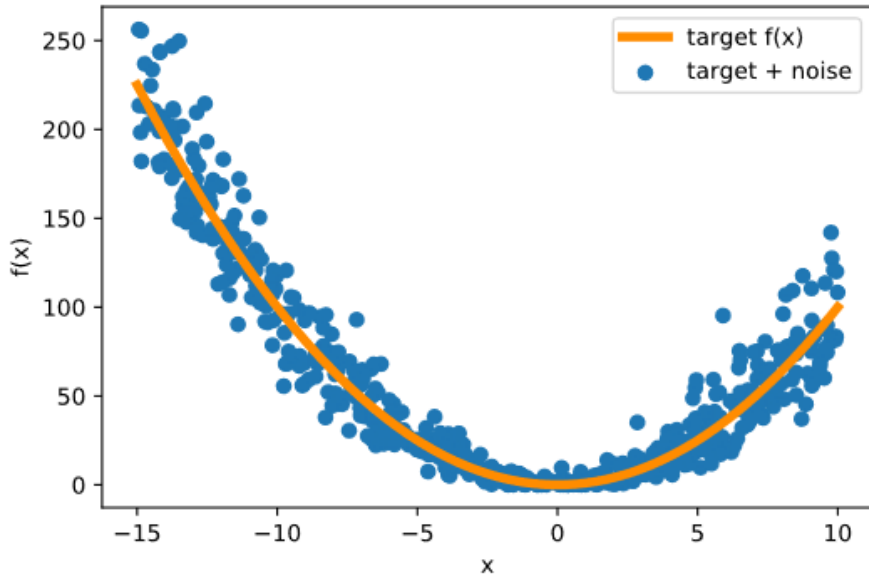
Intuición de la descomposición



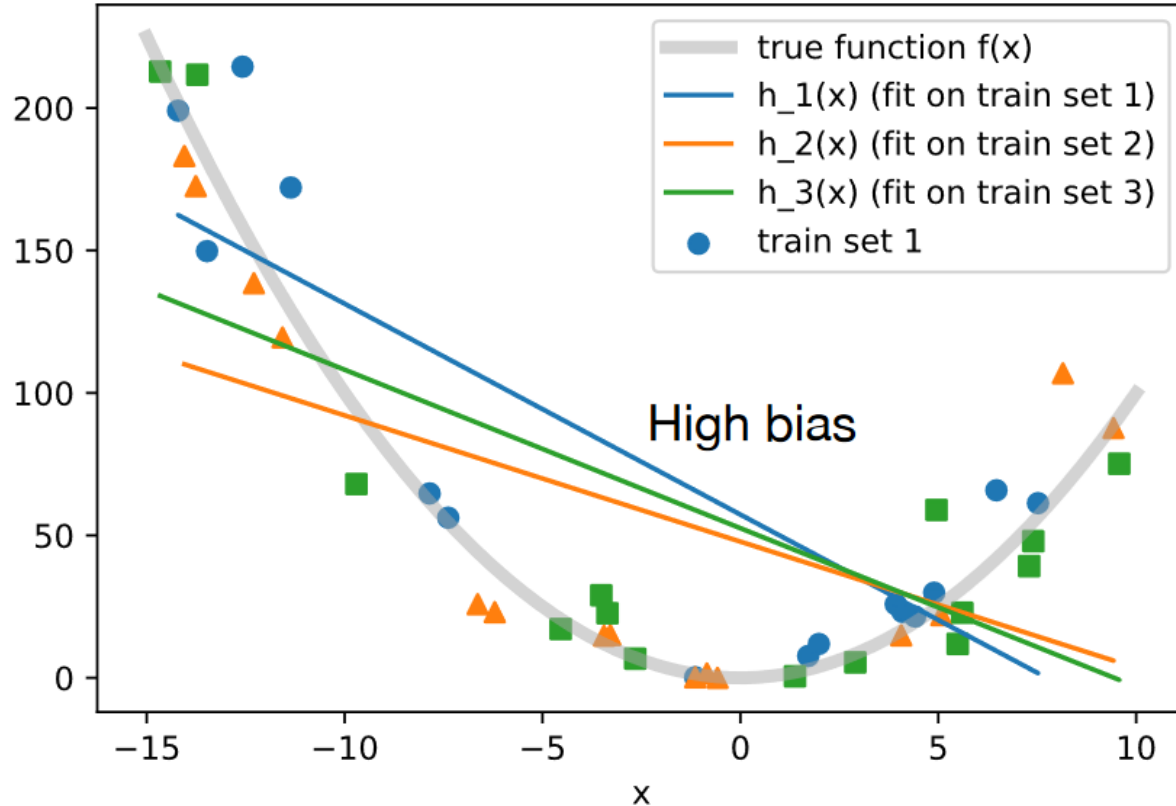
Intuición de la descomposición



Intuición de la descomposición

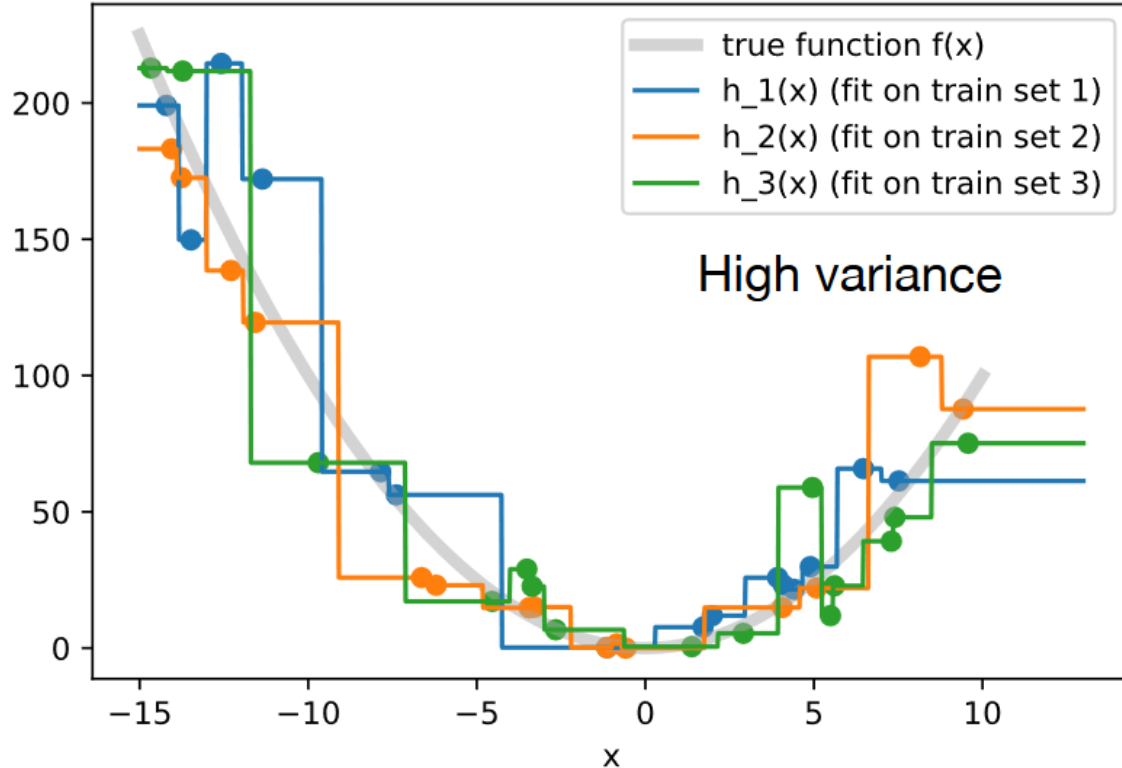


Intuición de la descomposición

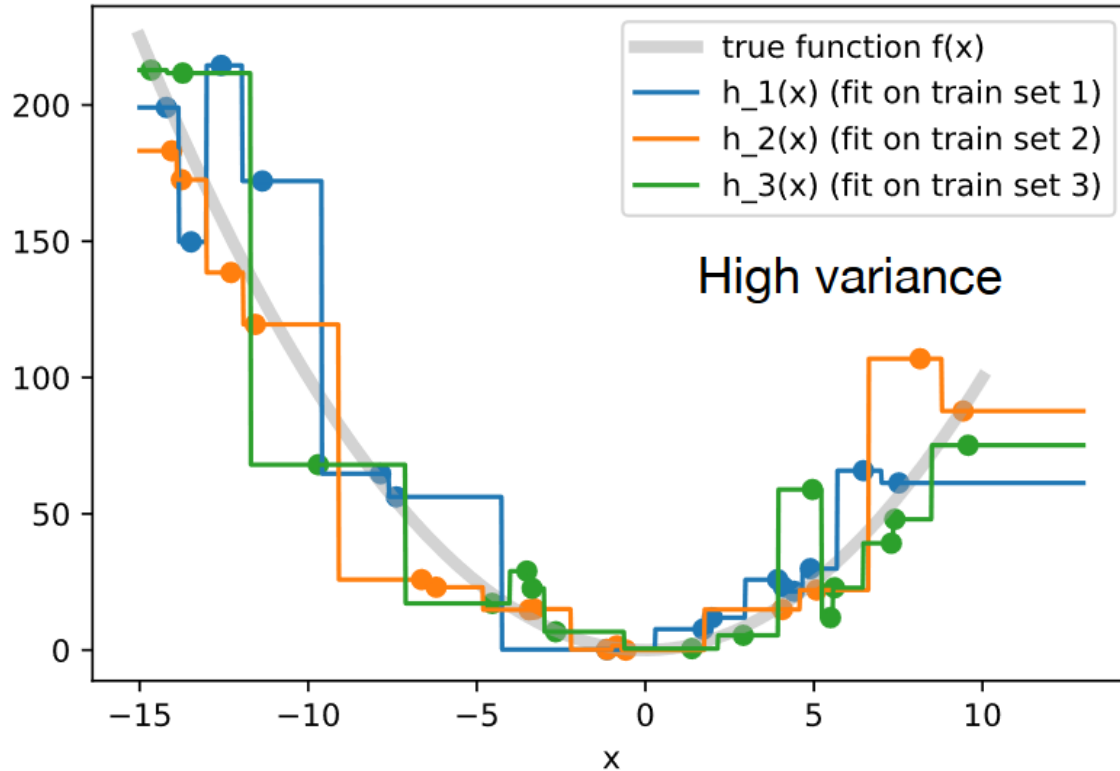


linear regression models

Intuición de la descomposición

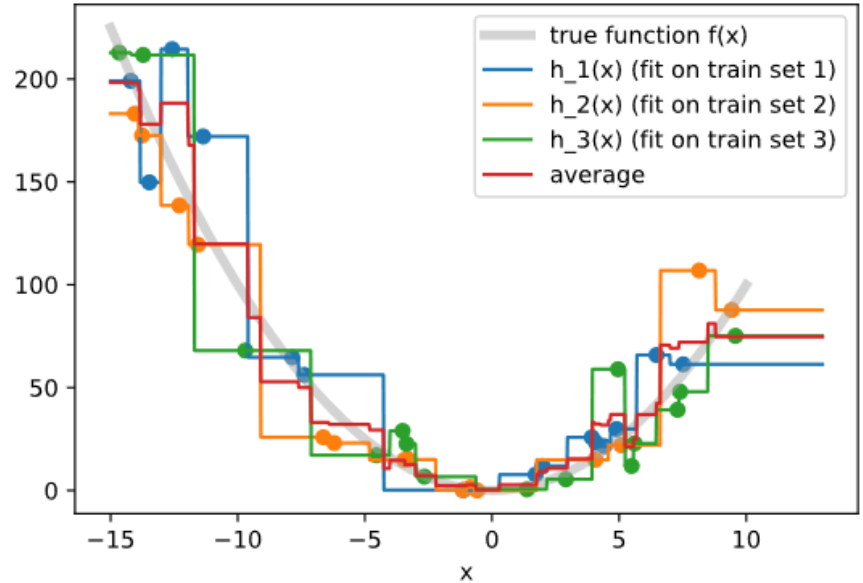
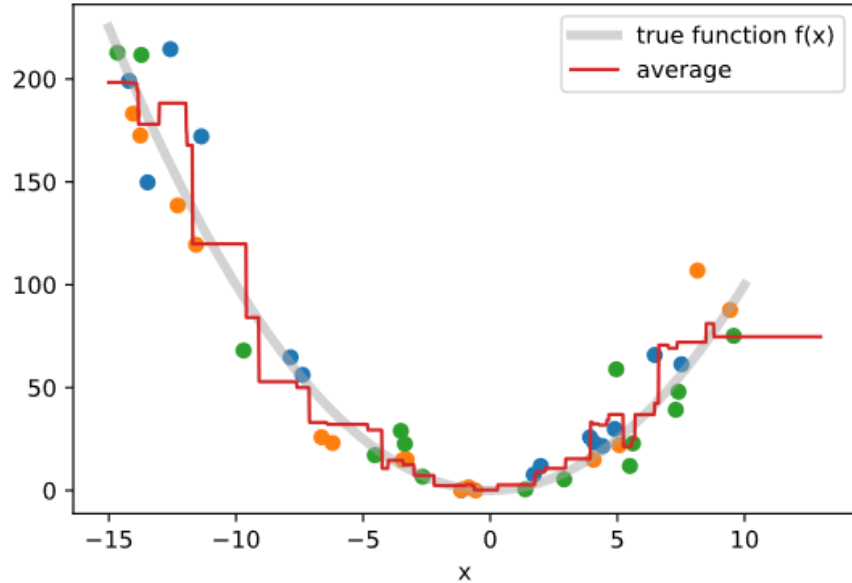


Intuición de la descomposición



What happens if we take the average?
Does this remind you of something?

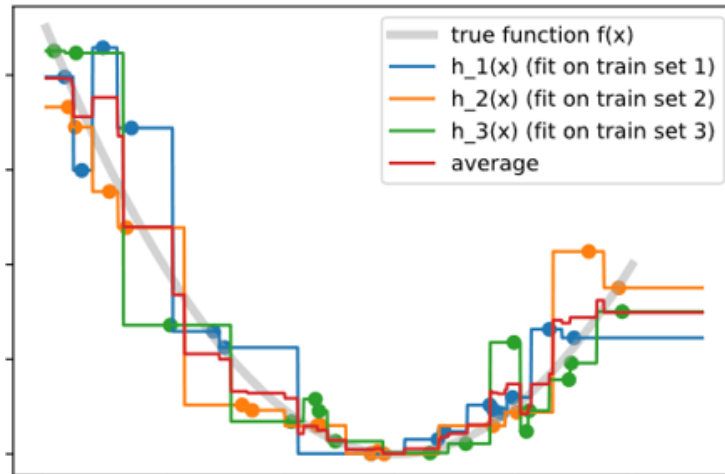
Intuición de la descomposición



Descomposición en sesgo y varianza

$$error(\mathbf{x}) = bias(\mathbf{x})^2 + Var \left[\hat{f}_{\mathcal{D}}(\mathbf{x}) \right] + noise(\mathbf{x})$$

$$\mathbb{E}_{\mathcal{D}, y} \left[(y - \hat{f}_{\mathcal{D}}(\mathbf{x}))^2 \right] = (f(\mathbf{x}) - \bar{f}(\mathbf{x}))^2 + \mathbb{E}_{\mathcal{D}} \left[\left(\bar{f}(\mathbf{x}) - \hat{f}_{\mathcal{D}}(\mathbf{x}) \right)^2 \right] + \mathbb{E}_{\epsilon} \left[\epsilon(\mathbf{x})^2 \right]$$



Relación con sub/sobre entrenamiento

