# Descomposición en sesgo y varianza

# Aprendizaje Automático

Juan David Martínez jdmartinev@eafit.edu.co

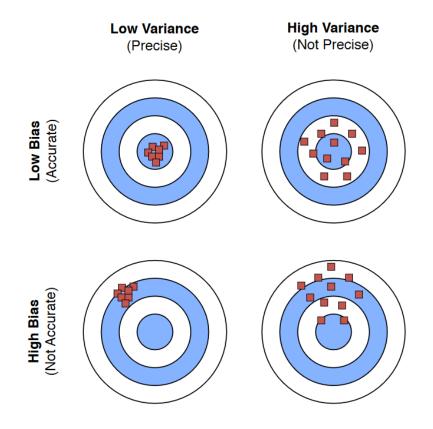
#### **Agenda**

- Sobre-entrenamiento y sub-entrenamiento
- Introducción a la descomposición en sesgo y varianza
- Descomposición del error cuadrático medio
- Relación entre sesgo/varianza con sub/sobre entrenamiento
- Descomposición de sesgo y varianza de modelos de clasificación
- Otras formas de bias

#### Descompisición en sesgo/varianza

¿Qué significa que un modelo tenga un alto sesgo o una alta varianza?

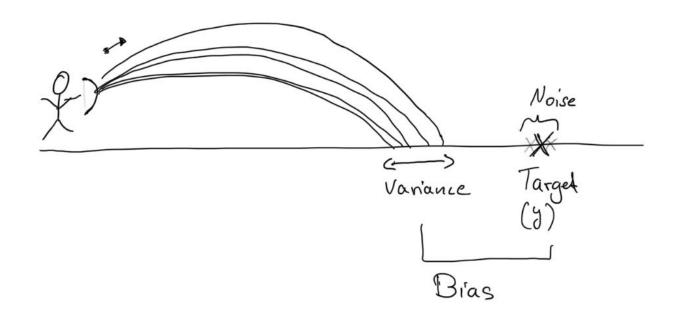
- Descomponer la pérdida (error) en sesgo y varianza nos puede ayudar a entender mejor los algoritmos de aprendizaje, estos conceptos están relacionados con sobre y sub entrenamiento
- Ayuda a entender por qué los métodos de ensamble funcionan, en algunos casos, mejor que un solo modelo



# Terminología

$$Bias = \mathbb{E}[\hat{\theta}] - \theta$$

$$Var[\hat{\theta}] = \mathbb{E}\left[ (\mathbb{E}[\hat{\theta}] - \hat{\theta})^2 \right]$$



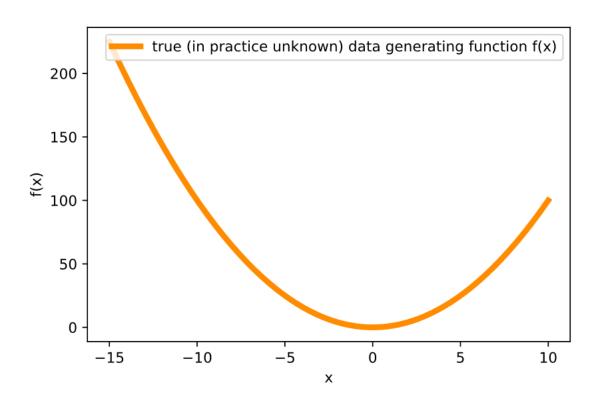
## **Terminología**

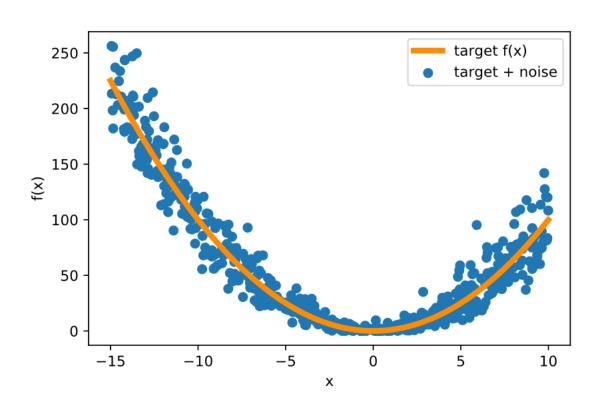
- $\hat{\theta}$ : Estimador puntual de un parámetro
- $Bias = \mathbb{E}[\hat{\theta}] \theta$
- $Var[\hat{\theta}] = \mathbb{E}[\hat{\theta}^2] (\mathbb{E}[\hat{\theta}])^2$
- $Var[\hat{\theta}] = \mathbb{E}\left[ (\mathbb{E}[\hat{\theta}] \hat{\theta})^2 \right]$

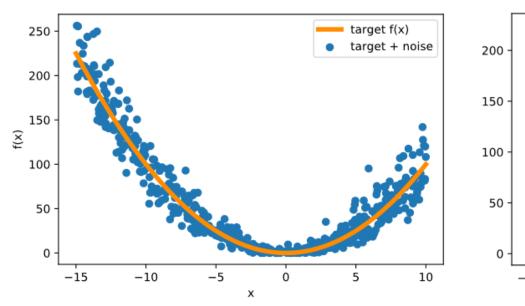
#### **Terminología**

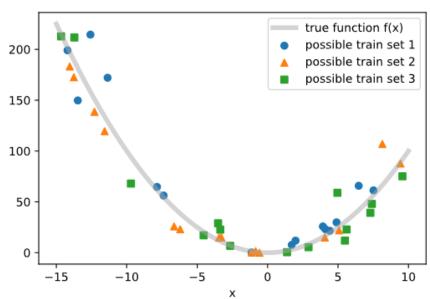
El sesgo (bias) es la diferencia entre el valor esperado del estimador obtenido de diferentes muestras de entrenamiento y el valor real. El valor esperado se calcula sobre los conjuntos de entrenamiento

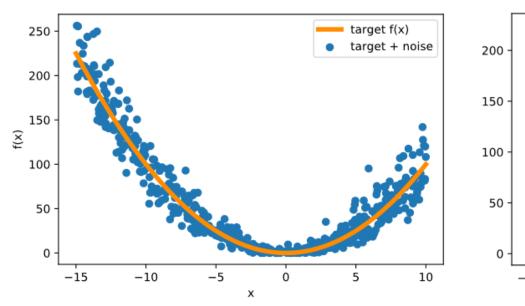
La varianza da una estimación de cuanto varía la estimación a medida que variamos los datos de entrenamiento

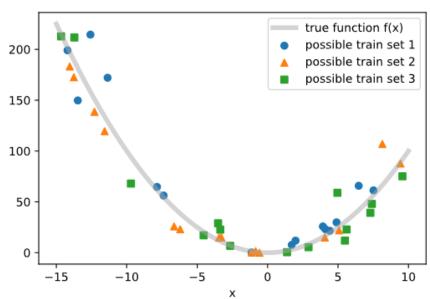


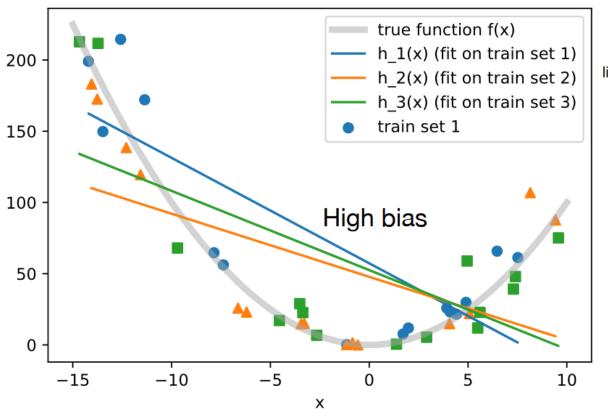




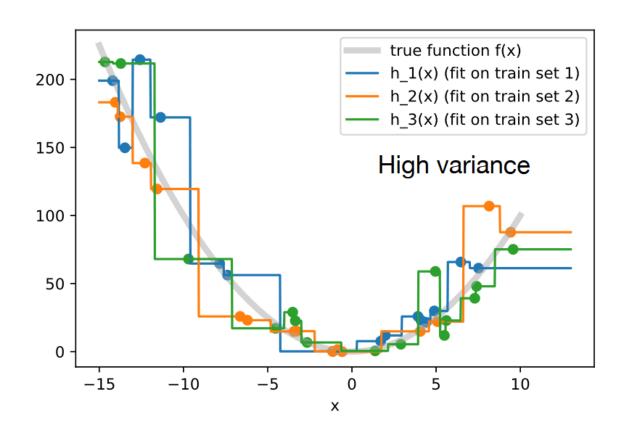


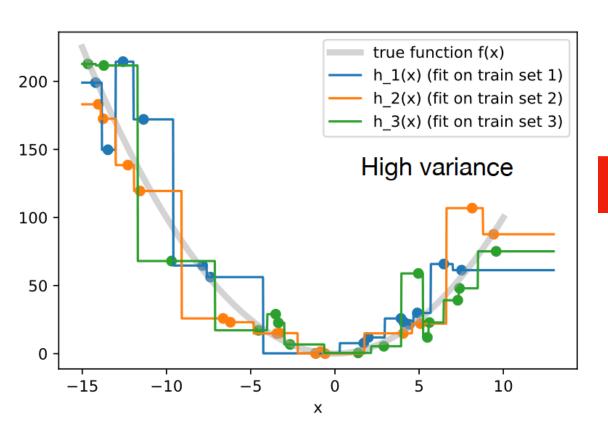




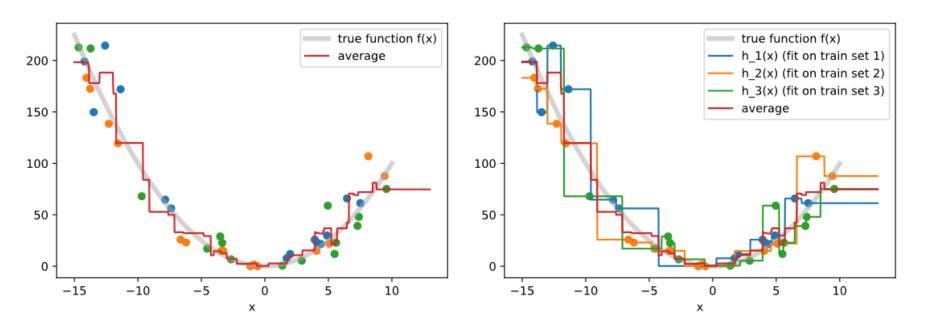


linear regression models





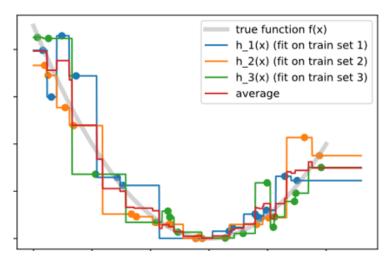
What happens if we take the average? Does this remind you of something?



#### Descomposición en sesgo y varianza

$$error(\mathbf{x}) = bias(\mathbf{x})^2 + Var\left[\hat{f}_{\mathcal{D}}(\mathbf{x})\right] + noise(\mathbf{x})$$

$$\mathbb{E}_{\mathcal{D},\mathbf{y}}\left[(y-\hat{f}_{\mathcal{D}}(\mathbf{x}))^{2}\right] = \left(f(\mathbf{x})-\bar{f}(\mathbf{x})\right)^{2} + \mathbb{E}_{\mathcal{D}}\left[\left(\bar{f}(\mathbf{x})-\hat{f}_{\mathcal{D}}(\mathbf{x})\right)^{2}\right] + \mathbb{E}_{\epsilon}\left[\epsilon(\mathbf{x})^{2}\right]$$



https://medium.com/snu-ai/the-bias-variance-trade-off-a-mathematical-view-14ff9dfe5a3c

#### Relación con sub/sobre entrenamiento

