Una lógica deóntica de “cumplir conscientemente”

Andrés R. Saravia

Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación,
Universidad Nacional de Córdoba

10/XI/2023

Una pequeña introducción

- Doctorando en Ciencias de la Computación (desde 2020)

Una pequeña introducción

- Doctorando en Ciencias de la Computación (desde 2020)
- Director: Raul Fervari

Una pequeña introducción

- Doctorando en Ciencias de la Computación (desde 2020)
- Director: Raul Fervari
- Lógicas Knowing How o “saber cómo” (perspectiva epistémica):

Una pequeña introducción

- Doctorando en Ciencias de la Computación (desde 2020)
- Director: Raul Fervari
- Lógicas Knowing How o "saber cómo" (perspectiva epistémica):

  describir el conocimiento de los agentes sobre sus habilidades.

Una pequeña introducción

- Doctorando en Ciencias de la Computación (desde 2020)
- Director: Raul Fervari
- Lógicas Knowing How o “saber cómo” (perspectiva epistémica):

  describir el conocimiento de los agentes sobre sus habilidades.
- Knowingly Complying (perspectiva deóntica):

Una pequeña introducción

- Doctorando en Ciencias de la Computación (desde 2020)
- Director: Raul Fervari
- Lógicas Knowing How o "saber cómo" (perspectiva epistémica):

  describir el conocimiento de los agentes sobre sus habilidades.
- Knowingly Complying (perspectiva deóntica):

  describir si el agente cumple conscientemente de acuerdo a las normas establecidas.

Una pequeña introducción

- Doctorando en Ciencias de la Computación (desde 2020)
- Director: Raul Fervari
- Lógicas Knowing How o "saber cómo" (perspectiva epistémica):

  describir el conocimiento de los agentes sobre sus habilidades.
- Knowingly Complying (perspectiva deóntica):

  describir si el agente cumple conscientemente de acuerdo a las normas establecidas.
- Resultado: Paper aceptado en AAMAS 2023

Motivación

Modelar un conjunto de cursos de acción normativos permitidos

Motivación

Modelar un conjunto de cursos de acción normativos permitidos y, dadas unas condiciones inicial y final,

Motivación

Modelar un conjunto de cursos de acción normativos permitidos y, dadas unas condiciones inicial y final, saber si los agentes cumplen conscientemente o no de acuerdo con estos cursos teniendo en cuenta su percepción.

Sistemas de transiciones etiquetadas (LTSs)

Sea $\mathfrak{L} = \langle S, \{R_a\}_{a \in \mathrm{Act}}, V \rangle$ donde

- S es un conjunto de estados,

Sistemas de transiciones etiquetadas (LTSs)

Sea $\mathfrak{L} = \langle S, \{R_a\}_{a \in \mathrm{Act}}, V \rangle$ donde

- S es un conjunto de estados,
- $R_a \subseteq S \times S$ para cada $a \in \mathrm{Act}$,

Sistemas de transiciones etiquetadas (LTSs)

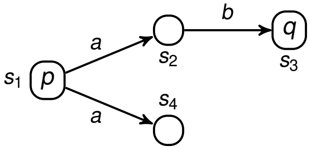
Sea $\mathfrak{L} = \langle S, \{R_a\}_{a \in \mathrm{Act}}, V \rangle$ donde

- S es un conjunto de estados,
- $R_a \subseteq S \times S$ para cada $a \in \mathrm{Act}$, y
- $V : \mathrm{Prop} \to 2^S$ es una función de valuación.

Sistemas de transiciones etiquetadas (LTSs)

Sea $\mathfrak{L} = \langle S, \{R_a\}_{a \in \mathrm{Act}}, V \rangle$ donde

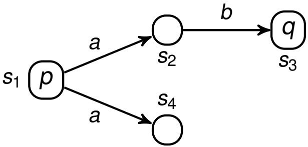
- S es un conjunto de estados,
- $R_a \subseteq S \times S$ para cada $a \in \mathrm{Act}$, y
- $V : \mathrm{Prop} \to 2^S$ es una función de valuación.



Sistemas de transiciones etiquetadas (LTSs)

Sea $\mathfrak{L} = \langle S, \{R_a\}_{a \in \mathrm{Act}}, V \rangle$ donde

- S es un conjunto de estados,
- $R_a \subseteq S \times S$ para cada $a \in \mathrm{Act}$, y
- $V : \mathrm{Prop} \to 2^S$ es una función de valuación.

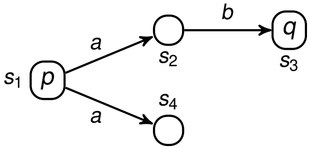


Representa las acciones que puede ejecutar el agente.

Sistemas de transiciones etiquetadas (LTSs)

Sea $\mathfrak{L} = \langle \mathsf{S}, \{\mathsf{R}_a\}_{a \in \mathrm{Act}}, \mathsf{V} \rangle$ donde

- S es un conjunto de estados,
- $\mathsf{R}_a \subseteq \mathsf{S} \times \mathsf{S}$ para cada $a \in \mathrm{Act}$, y
- $\mathsf{V} : \mathrm{Prop} \to 2^{\mathsf{S}}$ es una función de valuación.

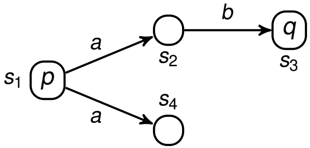


Representa las acciones que puede ejecutar el agente. Una transición a de w_1 a w_2 se interpreta como "luego de ejecutar la acción a en el estado w_1 el agente llega al estado w_2".

Sistemas de transiciones etiquetadas (LTSs)

Sea $\mathfrak{L} = \langle \mathsf{S}, \{\mathsf{R}_a\}_{a \in \mathrm{Act}}, \mathsf{V} \rangle$ donde

- S es un conjunto de estados,
- $\mathsf{R}_a \subseteq \mathsf{S} \times \mathsf{S}$ para cada $a \in \mathrm{Act}$, y
- $\mathsf{V} : \mathrm{Prop} \to 2^{\mathsf{S}}$ es una función de valuación.



Representa las acciones que puede ejecutar el agente. Una transición a de w_1 a w_2 se interpreta como "luego de ejecutar la acción a en el estado w_1 el agente llega al estado w_2". Dado un conjunto Act, un plan σ es un elemento de Act^* (a, ab y ϵ).

Ejecutabilidad fuerte

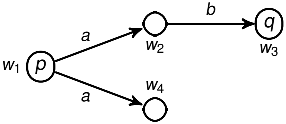
Un plan debe ser a prueba de fallos:

Ejecutabilidad fuerte

Un plan debe ser a prueba de fallos: Cada ejecución parcial debe ser completada.

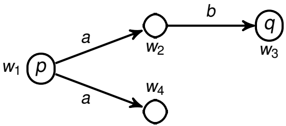
Ejecutabilidad fuerte

Un plan debe ser a prueba de fallos: Cada ejecución parcial debe ser completada. Ejemplo: el plan *ab*.



Ejecutabilidad fuerte

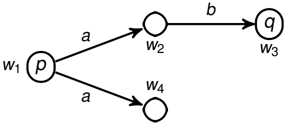
Un plan debe ser a prueba de fallos: Cada ejecución parcial debe ser completada. Ejemplo: el plan *ab*.



ab no es fuertemente ejecutable en w_1

Ejecutabilidad fuerte

Un plan debe ser a prueba de fallos: Cada ejecución parcial debe ser completada. Ejemplo: el plan *ab*.



ab no es fuertemente ejecutable en w_1

Definition (Ejecutabilidad fuerte de un plan)

Un plan σ es fuertemente ejecutable (FE) en un $u \in S$ sii para toda ejecución parcial de σ desde u se completa.

DLKc: Sintaxis y modelos

$$\varphi, \psi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \psi \mid \mathsf{N}(\psi, \varphi) \mid \mathsf{Kc}_i(\psi, \varphi)$$

DLKc: Sintaxis y modelos

$$\varphi, \psi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \psi \mid \mathsf{N}(\psi, \varphi) \mid \mathsf{Kc}_i(\psi, \varphi)$$

$\mathfrak{M} = \langle \mathfrak{L}, \{\mathsf{U}(i)\}_{i \in \mathrm{Agt}}, \mathsf{N} \rangle$ donde:

DLKc: Sintaxis y modelos

$$\varphi, \psi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \psi \mid \mathsf{N}(\psi, \varphi) \mid \mathsf{Kc}_i(\psi, \varphi)$$

$\mathfrak{M} = \langle \mathfrak{L}, \{\mathsf{U}(i)\}_{i \in \mathrm{Agt}}, \mathsf{N} \rangle$ donde:

- $\mathfrak{L} = \langle \mathsf{S}, \{\mathsf{R}_a\}_{a \in \mathrm{Act}}, \mathsf{V} \rangle$ es un LTS;

DLKc: Sintaxis y modelos

$$\varphi, \psi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \psi \mid \mathsf{N}(\psi, \varphi) \mid \mathsf{Kc}_i(\psi, \varphi)$$

$\mathfrak{M} = \langle \mathfrak{L}, \{\mathsf{U}(i)\}_{i \in \mathrm{Agt}}, \mathsf{N} \rangle$ donde:

- $\mathfrak{L} = \langle \mathsf{S}, \{\mathsf{R}_a\}_{a \in \mathrm{Act}}, \mathsf{V} \rangle$ es un LTS;
- N un conjunto de planes normativos; y

DLKc: Sintaxis y modelos

$$\varphi, \psi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \psi \mid \mathsf{N}(\psi, \varphi) \mid \mathsf{Kc}_i(\psi, \varphi)$$

$\mathfrak{M} = \langle \mathfrak{L}, \{\mathsf{U}(i)\}_{i \in \mathrm{Agt}}, \mathsf{N} \rangle$ donde:

- $\mathfrak{L} = \langle \mathsf{S}, \{\mathsf{R}_a\}_{a \in \mathrm{Act}}, \mathsf{V} \rangle$ es un LTS;
- N un conjunto de planes normativos; y
- U(i) una relación de indistinguibilidad para un agente i.

DLKc: Sintaxis y modelos

$$\varphi, \psi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \psi \mid \mathsf{N}(\psi, \varphi) \mid \mathsf{Kc}_i(\psi, \varphi)$$

$\mathfrak{M} = \langle \mathfrak{L}, \{\mathsf{U}(i)\}_{i \in \mathrm{Agt}}, \mathsf{N} \rangle$ donde:

- $\mathfrak{L} = \langle \mathsf{S}, \{\mathsf{R}_a\}_{a \in \mathrm{Act}}, \mathsf{V} \rangle$ es un LTS;
- N un conjunto de planes normativos; y
- $\mathsf{U}(i)$ una relación de indistinguibilidad para un agente i.

Ejemplo: $\mathsf{U}(i) = \{\{a, ab\}, \{b\}\}$.

DLKc: Sintaxis y modelos

$$\varphi, \psi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \psi \mid \mathsf{N}(\psi, \varphi) \mid \mathsf{Kc}_i(\psi, \varphi)$$

$\mathfrak{M} = \langle \mathfrak{L}, \{\mathsf{U}(i)\}_{i \in \mathrm{Agt}}, \mathsf{N} \rangle$ donde:

- $\mathfrak{L} = \langle \mathsf{S}, \{\mathsf{R}_a\}_{a \in \mathrm{Act}}, \mathsf{V} \rangle$ es un LTS;
- N un conjunto de planes normativos; y
- $\mathsf{U}(i)$ una relación de indistinguibilidad para un agente i.

Ejemplo: $\mathsf{U}(i) = \{\{a, ab\}, \{b\}\}$.

- El agente es consciente de que los planes a, ab y b existen.

DLKc: Sintaxis y modelos

$$\varphi, \psi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \psi \mid \mathsf{N}(\psi, \varphi) \mid \mathsf{Kc}_i(\psi, \varphi)$$

$\mathfrak{M} = \langle \mathfrak{L}, \{\mathsf{U}(i)\}_{i \in \mathrm{Agt}}, \mathsf{N} \rangle$ donde:

- $\mathfrak{L} = \langle \mathsf{S}, \{\mathsf{R}_a\}_{a \in \mathrm{Act}}, \mathsf{V} \rangle$ es un LTS;
- N un conjunto de planes normativos; y
- $\mathsf{U}(i)$ una relación de indistinguibilidad para un agente i.

Ejemplo: $\mathsf{U}(i) = \{\{a, ab\}, \{b\}\}$.

- El agente es consciente de que los planes a, ab y b existen.
- Distingue b de los demás planes.

DLKc: Sintaxis y modelos

$$\varphi, \psi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \psi \mid \mathsf{N}(\psi, \varphi) \mid \mathsf{Kc}_i(\psi, \varphi)$$

$\mathfrak{M} = \langle \mathfrak{L}, \{\mathsf{U}(i)\}_{i \in \mathrm{Agt}}, \mathsf{N} \rangle$ donde:

- $\mathfrak{L} = \langle \mathsf{S}, \{\mathsf{R}_a\}_{a \in \mathrm{Act}}, \mathsf{V} \rangle$ es un LTS;
- N un conjunto de planes normativos; y
- $\mathsf{U}(i)$ una relación de indistinguibilidad para un agente *i*.

Ejemplo: $\mathsf{U}(i) = \{\{a, ab\}, \{b\}\}$.

- El agente es consciente de que los planes *a*, *ab* y *b* existen.
- Distingue *b* de los demás planes.
- No distingue *a* de *ab*.

DLKc: Semántica

$\mathfrak{M} \Vdash \mathsf{N}(\psi, \varphi)$ sii existe un plan σ tal que

DLKc: Semántica

$\mathfrak{M} \Vdash \mathsf{N}(\psi, \varphi)$ sii existe un plan σ tal que

1. *es normativo (es decir, $\in$ N),*

DLKc: Semántica

$\mathfrak{M} \Vdash \mathsf{N}(\psi, \varphi)$ sii existe un plan σ tal que

1. *es normativo (es decir, $\in$ N),*
2. *es FE en todos los estados donde se cumple ψ*

DLKc: Semántica

$\mathfrak{M} \Vdash \mathsf{N}(\psi, \varphi)$ sii existe un plan σ tal que

1. *es normativo (es decir, $\in \mathsf{N}$),*
2. *es FE en todos los estados donde se cumple ψ y*
3. *siempre termina, desde estados ψ, en estados φ.*

DLKc: Semántica

$\mathfrak{M} \Vdash \mathsf{Kh}_i(\psi, \varphi)$ sii existe $\pi \in \mathsf{U}(i)$ tal que para todo $\sigma \in \pi$

1. *es normativo (es decir,* $\in$ N*),*
2. *es FE en todos los estados donde se cumple* ψ *y*
3. *siempre termina, desde estados* ψ*, en estados* φ*.*

DLKc: Semántica

$\mathfrak{M} \Vdash \mathsf{Kh}_i(\psi, \varphi)$ sii existe $\pi \in \mathsf{U}(i)$ tal que para todo $\sigma \in \pi$

1. *es normativo (es decir, $\in$ N),*
2. *es FE en todos los estados donde se cumple ψ y*
3. *siempre termina, desde estados ψ, en estados φ.*

Notar que $\mathsf{A}\varphi = \mathsf{N}(\neg\varphi, \bot)$ y $\mathsf{E}\varphi = \neg\mathsf{A}\neg\varphi$.

An example: Fire Emergency Evacuation Plan

PROCEDIMIENTO DE EMERGENCIA

– INCENDIO – HUMO – EXPLOSIÓN	MANTENER LA CALMA ACTIVAR LA ALARMA, DESDE UN LUGAR SEGURO LLAMAR AL 100 (BOMBEROS)

Evacuación: usar únicamente las esacaleras o las rampas.

Si no es seguro evacuar: cerrar puertas, cubrir aberturas y estar cerca de ventanas.

An example: Fire Emergency Evacuation Plan

PROCEDIMIENTO DE EMERGENCIA

– INCENDIO – HUMO – EXPLOSIÓN	MANTENER LA CALMA ACTIVAR LA ALARMA, DESDE UN LUGAR SEGURO LLAMAR AL 100 (BOMBEROS)

Evacuación: usar únicamente las esacaleras o las rampas.

Si no es seguro evacuar: cerrar puertas, cubrir aberturas y estar cerca de ventanas.

An example: Fire Emergency Evacuation Plan

PROCEDIMIENTO DE EMERGENCIA

– INCENDIO – HUMO – EXPLOSIÓN	MANTENER LA CALMA ACTIVAR LA ALARMA, DESDE UN LUGAR SEGURO LLAMAR AL 100 (BOMBEROS)

Evacuación: usar únicamente las esacaleras o las rampas.

Si no es seguro evacuar: cerrar puertas, cubrir aberturas y estar cerca de ventanas.

An example: Fire Emergency Evacuation Plan

PROCEDIMIENTO DE EMERGENCIA

– INCENDIO – HUMO – EXPLOSIÓN	MANTENER LA CALMA ACTIVAR LA ALARMA, DESDE UN LUGAR SEGURO LLAMAR AL 100 (BOMBEROS)

Evacuación: usar únicamente las esacaleras o las rampas.

Si no es seguro evacuar: cerrar puertas, cubrir aberturas y estar cerca de ventanas.

An example: Fire Emergency Evacuation Plan

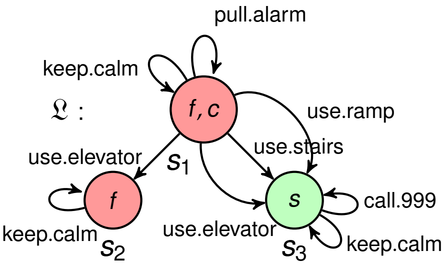
Procedimiento de emergencia

– Incendio – Humo – Explosión	mantener la calma Activar la alarma, desde un lugar seguro Llamar al 100 (Bomberos)

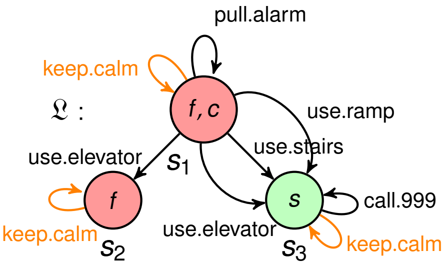
Evacuación: usar únicamente las esacaleras o las rampas.

Si no es seguro evacuar: cerrar puertas, cubrir aberturas y estar cerca de ventanas.

An example: An U-NLTS

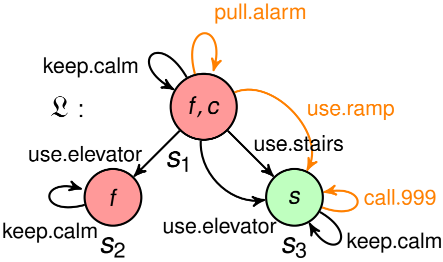


An example: An U-NLTS



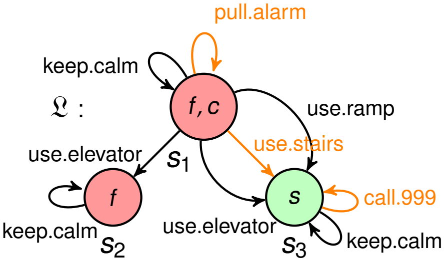
$\sigma_0 = \text{keep.calm}$

An example: An U-NLTS



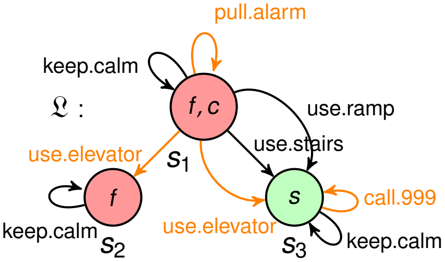
σ_0 = keep.calm
σ_r = pull.alarm; use.ramp; call.999

An example: An U-NLTS



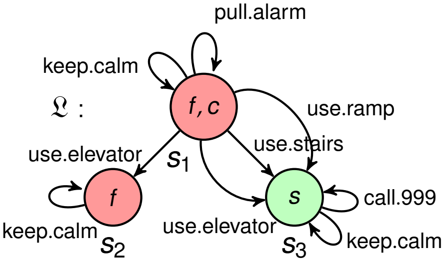
σ_0 = keep.calm
σ_r = pull.alarm; use.ramp; call.999
σ_s = pull.alarm; use.stairs; call.999

An example: An U-NLTS



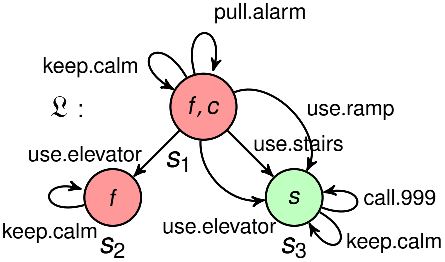
$$\sigma_0 = \text{keep.calm}$$
$$\sigma_r = \text{pull.alarm; use.ramp; call.999}$$
$$\sigma_s = \text{pull.alarm; use.stairs; call.999}$$
$$\sigma_e = \text{pull.alarm; use.elevator; call.999}$$

An example: An U-NLTS



$\sigma_0 =$ keep.calm
$\sigma_r =$ pull.alarm; use.ramp; call.999
$\sigma_s =$ pull.alarm; use.stairs; call.999
$\sigma_e =$ pull.alarm; use.elevator; call.999
$N = \{\sigma_0, \sigma_r, \sigma_s\}$

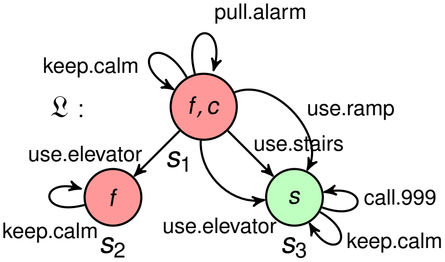
An example: An U-NLTS



$\sigma_0 = \text{keep.calm}$
$\sigma_r = \text{pull.alarm; use.ramp; call.999}$
$\sigma_s = \text{pull.alarm; use.stairs; call.999}$
$\sigma_e = \text{pull.alarm; use.elevator; call.999}$
$N = \{\sigma_0, \sigma_r, \sigma_s\}$

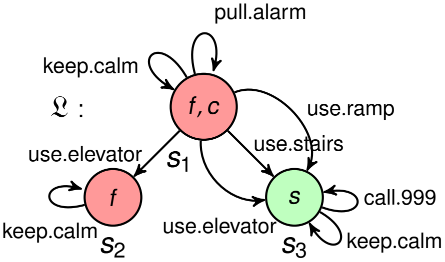
An example: An U-NLTS

$\mathfrak{L}$:



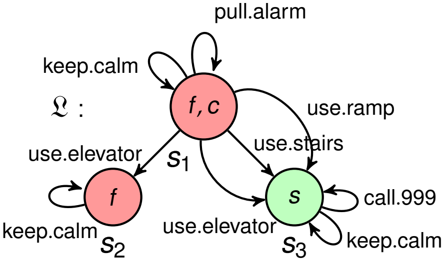
$$\sigma_0 = \text{keep.calm}$$
$$\sigma_r = \text{pull.alarm; use.ramp; call.999}$$
$$\sigma_s = \text{pull.alarm; use.stairs; call.999}$$
$$\sigma_e = \text{pull.alarm; use.elevator; call.999}$$
$$\mathsf{N} = \{\sigma_0, \sigma_r, \sigma_s\}$$
$$\mathsf{U}(i) = \{\{\sigma_e\}, \{\sigma_r, \sigma_s\}\}$$

An example: An U-NLTS



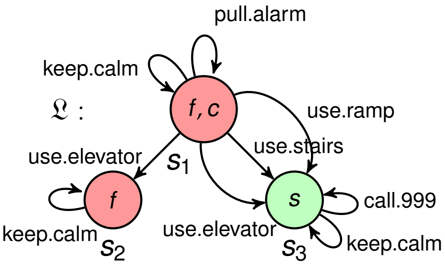
$$\sigma_0 = \text{keep.calm}$$
$$\sigma_r = \text{pull.alarm; use.ramp; call.999}$$
$$\sigma_s = \text{pull.alarm; use.stairs; call.999}$$
$$\sigma_e = \text{pull.alarm; use.elevator; call.999}$$
$$\mathrm{N} = \{\sigma_0, \sigma_r, \sigma_s\}$$
$$\mathrm{U}(i) = \{\{\sigma_e\}, \{\sigma_r, \sigma_s\}\}$$
$$\mathrm{U}(j) = \{\{\sigma_e, \sigma_r, \sigma_s\}\}$$

An example: An U-NLTS



$\sigma_0 = \text{keep.calm}$
$\sigma_r = \text{pull.alarm; use.ramp; call.999}$
$\sigma_s = \text{pull.alarm; use.stairs; call.999}$
$\sigma_e = \text{pull.alarm; use.elevator; call.999}$
$\mathsf{N} = \{\sigma_0, \sigma_r, \sigma_s\}$
$\mathsf{U}(i) = \{\{\sigma_e\}, \{\sigma_r, \sigma_s\}\}$
$\mathsf{U}(j) = \{\{\sigma_e, \sigma_r, \sigma_s\}\}$
$\Vdash \mathsf{N}(f \wedge c, s)$

An example: An U-NLTS



$\sigma_0 =$ keep.calm

$\sigma_r =$ pull.alarm; use.ramp; call.999

$\sigma_s =$ pull.alarm; use.stairs; call.999

$\sigma_e =$ pull.alarm; use.elevator; call.999

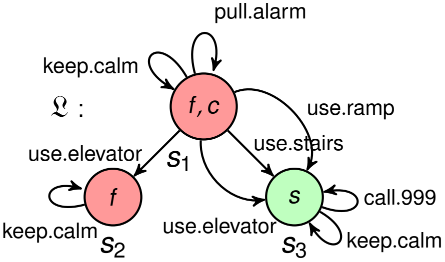
$\mathrm{N} = \{\sigma_0, \sigma_r, \sigma_s\}$

$\mathrm{U}(i) = \{\{\sigma_e\}, \{\sigma_r, \sigma_s\}\}$

$\mathrm{U}(j) = \{\{\sigma_e, \sigma_r, \sigma_s\}\}$

$\Vdash \mathrm{N}(f \wedge c, s)$

An example: An U-NLTS



$\sigma_0 =$ keep.calm

$\sigma_r =$ pull.alarm; use.ramp; call.999

$\sigma_s =$ pull.alarm; use.stairs; call.999

$\sigma_e =$ pull.alarm; use.elevator; call.999

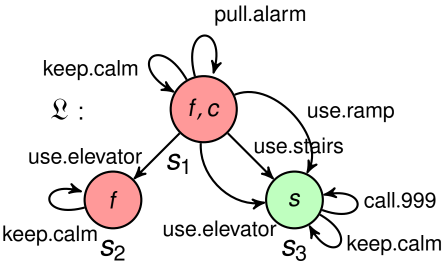
$\mathrm{N} = \{\sigma_0, \sigma_r, \sigma_s\}$

$\mathrm{U}(i) = \{\{\sigma_e\}, \{\sigma_r, \sigma_s\}\}$

$\mathrm{U}(j) = \{\{\sigma_e, \sigma_r, \sigma_s\}\}$

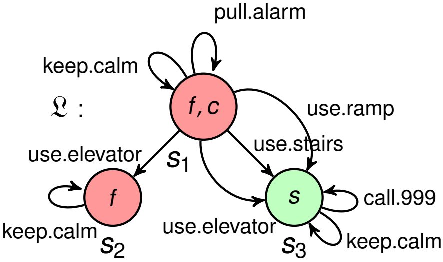
$\Vdash \mathrm{Kc}_i(f \wedge c, s)$

An example: An U-NLTS



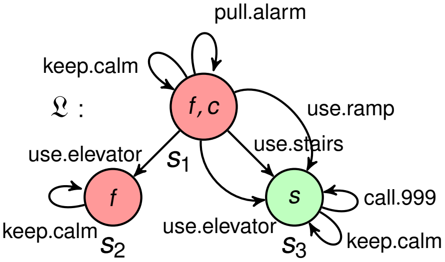
$$\sigma_0 = \text{keep.calm}$$
$$\sigma_r = \text{pull.alarm; use.ramp; call.999}$$
$$\sigma_s = \text{pull.alarm; use.stairs; call.999}$$
$$\sigma_e = \text{pull.alarm; use.elevator; call.999}$$
$$\mathrm{N} = \{\sigma_0, \sigma_r, \sigma_s\}$$
$$\mathrm{U}(i) = \{\{\sigma_e\}, \{\sigma_r, \sigma_s\}\}$$
$$\mathrm{U}(j) = \{\{\sigma_e, \sigma_r, \sigma_s\}\}$$
$$\Vdash \mathrm{Kc}_i(f \wedge c, s)$$

An example: An U-NLTS



$\sigma_0 = \text{keep.calm}$
$\sigma_r = \text{pull.alarm; use.ramp; call.999}$
$\sigma_s = \text{pull.alarm; use.stairs; call.999}$
$\sigma_e = \text{pull.alarm; use.elevator; call.999}$
$\mathsf{N} = \{\sigma_0, \sigma_r, \sigma_s\}$
$\mathsf{U}(i) = \{\{\sigma_e\}, \{\sigma_r, \sigma_s\}\}$
$\mathsf{U}(j) = \{\{\sigma_e, \sigma_r, \sigma_s\}\}$
$\Vdash \neg \mathsf{Kc}_j(f \wedge c, s)$

An example: An U-NLTS



$\sigma_0 = \text{keep.calm}$
$\sigma_r = \text{pull.alarm; use.ramp; call.999}$
$\sigma_s = \text{pull.alarm; use.stairs; call.999}$
$\sigma_e = \text{pull.alarm; use.elevator; call.999}$
$\mathrm{N} = \{\sigma_0, \sigma_r, \sigma_s\}$
$\mathrm{U}(i) = \{\{\sigma_e\}, \{\sigma_r, \sigma_s\}\}$
$\mathrm{U}(j) = \{\{\sigma_e, \sigma_r, \sigma_s\}\}$
$\Vdash \neg \mathrm{Kc}_j(f \wedge c, s)$

Axiom system for DLKc

Axioms:	
Taut	$\vdash \varphi$ para φ una tautología proposicional
DistA	$\vdash \mathsf{A}(\psi \to \varphi) \to (\mathsf{A}\psi \to \mathsf{A}\varphi)$
TA	$\vdash \mathsf{A}\varphi \to \varphi$
4KcA	$\vdash \mathsf{Kc}_i(\psi,\varphi) \to \mathsf{A}\mathsf{Kc}_i(\psi,\varphi)$
5KcA	$\vdash \neg\mathsf{Kc}_i(\psi,\varphi) \to \mathsf{A}\neg\mathsf{Kc}_i(\psi,\varphi)$
4NA	$\vdash \mathsf{N}(\psi,\varphi) \to \mathsf{A}\,\mathsf{N}(\psi,\varphi)$
5NA	$\vdash \neg\,\mathsf{N}(\psi,\varphi) \to \mathsf{A}\neg\,\mathsf{N}(\psi,\varphi)$
KcN	$\vdash \mathsf{Kc}_i(\psi,\varphi) \to \mathsf{N}(\psi,\varphi)$
DN	$\vdash \mathsf{N}(\varphi,\top)$
KcA	$\vdash (\mathsf{A}(\psi \to \chi) \wedge \mathsf{Kc}_i(\chi,\rho) \wedge \mathsf{A}(\rho \to \varphi)) \to \mathsf{Kc}_i(\psi,\varphi)$
NA	$\vdash (\mathsf{A}(\psi \to \chi) \wedge \mathsf{N}(\chi,\rho) \wedge \mathsf{A}(\rho \to \varphi)) \to \mathsf{N}(\psi,\varphi)$
Kc⊥	$\vdash \mathsf{Kc}_i(\bot,\bot)$
Rules:	
	$\dfrac{\vdash \psi \quad \vdash (\psi \to \varphi)}{\vdash \varphi}$ (MP) $\qquad \dfrac{\vdash \varphi}{\vdash \mathsf{A}\varphi}$ (Nec)

Axiom system for DLKc

Axioms:	
Taut	$\vdash \varphi$ para φ una tautología proposicional
DistA	$\vdash \mathsf{A}(\psi \to \varphi) \to (\mathsf{A}\psi \to \mathsf{A}\varphi)$
TA	$\vdash \mathsf{A}\varphi \to \varphi$
4KcA	$\vdash \mathsf{Kc}_i(\psi, \varphi) \to \mathsf{A}\mathsf{Kc}_i(\psi, \varphi)$
5KcA	$\vdash \neg\mathsf{Kc}_i(\psi, \varphi) \to \mathsf{A}\neg\mathsf{Kc}_i(\psi, \varphi)$
4NA	$\vdash \mathsf{N}(\psi, \varphi) \to \mathsf{A}\,\mathsf{N}(\psi, \varphi)$
5NA	$\vdash \neg\,\mathsf{N}(\psi, \varphi) \to \mathsf{A}\neg\,\mathsf{N}(\psi, \varphi)$
KcN	$\vdash \mathsf{Kc}_i(\psi, \varphi) \to \mathsf{N}(\psi, \varphi)$
DN	$\vdash \mathsf{N}(\varphi, \top)$
KcA	$\vdash (\mathsf{A}(\psi \to \chi) \wedge \mathsf{Kc}_i(\chi, \rho) \wedge \mathsf{A}(\rho \to \varphi)) \to \mathsf{Kc}_i(\psi, \varphi)$
NA	$\vdash (\mathsf{A}(\psi \to \chi) \wedge \mathsf{N}(\chi, \rho) \wedge \mathsf{A}(\rho \to \varphi)) \to \mathsf{N}(\psi, \varphi)$
Kc⊥	$\vdash \mathsf{Kc}_i(\bot, \bot)$

Rules:

$$\frac{\vdash \psi \quad \vdash (\psi \to \varphi)}{\vdash \varphi}\ \text{(MP)} \qquad \frac{\vdash \varphi}{\vdash \mathsf{A}\varphi}\ \text{(Nec)}$$

Axiom system for DLKc

Axioms:	
Taut	$\vdash \varphi$ para φ una tautología proposicional
DistA	$\vdash \mathsf{A}(\psi \to \varphi) \to (\mathsf{A}\psi \to \mathsf{A}\varphi)$
TA	$\vdash \mathsf{A}\varphi \to \varphi$
4KcA	$\vdash \mathsf{Kc}_i(\psi,\varphi) \to \mathsf{A}\mathsf{Kc}_i(\psi,\varphi)$
5KcA	$\vdash \neg\mathsf{Kc}_i(\psi,\varphi) \to \mathsf{A}\neg\mathsf{Kc}_i(\psi,\varphi)$
4NA	$\vdash \mathsf{N}(\psi,\varphi) \to \mathsf{A}\,\mathsf{N}(\psi,\varphi)$
5NA	$\vdash \neg\,\mathsf{N}(\psi,\varphi) \to \mathsf{A}\neg\,\mathsf{N}(\psi,\varphi)$
KcN	$\vdash \mathsf{Kc}_i(\psi,\varphi) \to \mathsf{N}(\psi,\varphi)$
DN	$\vdash \mathsf{N}(\varphi,\top)$
KcA	$\vdash (\mathsf{A}(\psi \to \chi) \wedge \mathsf{Kc}_i(\chi,\rho) \wedge \mathsf{A}(\rho \to \varphi)) \to \mathsf{Kc}_i(\psi,\varphi)$
NA	$\vdash (\mathsf{A}(\psi \to \chi) \wedge \mathsf{N}(\chi,\rho) \wedge \mathsf{A}(\rho \to \varphi)) \to \mathsf{N}(\psi,\varphi)$
Kc⊥	$\vdash \mathsf{Kc}_i(\bot,\bot)$

Rules:

$$\frac{\vdash \psi \quad \vdash (\psi \to \varphi)}{\vdash \varphi}\ (\mathrm{MP}) \qquad \frac{\vdash \varphi}{\vdash \mathsf{A}\varphi}\ (\mathrm{Nec})$$

Axiom system for DLKc

Axioms:	
Taut	$\vdash \varphi$ para φ una tautología proposicional
DistA	$\vdash \mathsf{A}(\psi \to \varphi) \to (\mathsf{A}\psi \to \mathsf{A}\varphi)$
TA	$\vdash \mathsf{A}\varphi \to \varphi$
4KcA	$\vdash \mathsf{Kc}_i(\psi, \varphi) \to \mathsf{A}\mathsf{Kc}_i(\psi, \varphi)$
5KcA	$\vdash \neg\mathsf{Kc}_i(\psi, \varphi) \to \mathsf{A}\neg\mathsf{Kc}_i(\psi, \varphi)$
4NA	$\vdash \mathsf{N}(\psi, \varphi) \to \mathsf{A}\,\mathsf{N}(\psi, \varphi)$
5NA	$\vdash \neg\,\mathsf{N}(\psi, \varphi) \to \mathsf{A}\neg\,\mathsf{N}(\psi, \varphi)$
KcN	$\vdash \mathsf{Kc}_i(\psi, \varphi) \to \mathsf{N}(\psi, \varphi)$
DN	$\vdash \mathsf{N}(\varphi, \top)$
KcA	$\vdash (\mathsf{A}(\psi \to \chi) \wedge \mathsf{Kc}_i(\chi, \rho) \wedge \mathsf{A}(\rho \to \varphi)) \to \mathsf{Kc}_i(\psi, \varphi)$
NA	$\vdash (\mathsf{A}(\psi \to \chi) \wedge \mathsf{N}(\chi, \rho) \wedge \mathsf{A}(\rho \to \varphi)) \to \mathsf{N}(\psi, \varphi)$
Kc⊥	$\vdash \mathsf{Kc}_i(\bot, \bot)$

Rules:

$$\frac{\vdash \psi \qquad \vdash (\psi \to \varphi)}{\vdash \varphi}\ (\mathrm{MP}) \qquad\qquad \frac{\vdash \varphi}{\vdash \mathsf{A}\varphi}\ (\mathrm{Nec})$$

Properties:

- Axiomatización correcta y fuertemente completa.

Properties:

- Axiomatización correcta y fuertemente completa.
- Model checking está en P.

Properties:

- Axiomatización correcta y fuertemente completa.
- Model checking está en P.
- Problema de satisfacibilidad es NP-complete.

Properties:

- Axiomatización correcta y fuertemente completa.
- Model checking está en P.
- Problema de satisfacibilidad es NP-complete.
- Una tercera modalidad (S(ψ, φ)):

Properties:

- Axiomatización correcta y fuertemente completa.
- Model checking está en P.
- Problema de satisfacibilidad es NP-complete.
- Una tercera modalidad (S(ψ, φ)):
    - *Habilidades* generaes de los agentes.

Properties:

- Axiomatización correcta y fuertemente completa.
- Model checking está en P.
- Problema de satisfacibilidad es NP-complete.
- Una tercera modalidad (S(ψ, φ)):
  - *Habilidades* generaes de los agentes.
  - *'lo que los agentes pueden hacer'* / *'lo que los agentes hacen de acuerdo '*.

Properties:

- Axiomatización correcta y fuertemente completa.
- Model checking está en P.
- Problema de satisfacibilidad es NP-complete.
- Una tercera modalidad (S(ψ, φ)):
  - *Habilidades* generaes de los agentes.
  - *'lo que los agentes pueden hacer'* / *'lo que los agentes hacen de acuerdo '*.
  - Axiomatización correcta y fuertemente completa con los tres.

Properties:

- Axiomatización correcta y fuertemente completa.
- Model checking está en P.
- Problema de satisfacibilidad es NP-complete.
- Una tercera modalidad (S(ψ, φ)):
  - *Habilidades* generaes de los agentes.
  - *'lo que los agentes pueden hacer'* / *'lo que los agentes hacen de acuerdo '*.
  - Axiomatización correcta y fuertemente completa con los tres.

Trabajo futuro:

Properties:

- Axiomatización correcta y fuertemente completa.
- Model checking está en P.
- Problema de satisfacibilidad es NP-complete.
- Una tercera modalidad (S(ψ, φ)):
  - *Habilidades* generaes de los agentes.
  - *'lo que los agentes pueden hacer'* / *'lo que los agentes hacen de acuerdo '*.
  - Axiomatización correcta y fuertemente completa con los tres.

Trabajo futuro:

- Estudiar la complejidad con los tres operadores (SAT para S sólo es a lo más NP).

Properties:

- Axiomatización correcta y fuertemente completa.
- Model checking está en P.
- Problema de satisfacibilidad es NP-complete.
- Una tercera modalidad (S(ψ, φ)):
  - *Habilidades* generaes de los agentes.
  - *'lo que los agentes pueden hacer'* / *'lo que los agentes hacen de acuerdo '*.
  - Axiomatización correcta y fuertemente completa con los tres.

Trabajo futuro:

- Estudiar la complejidad con los tres operadores (SAT para S sólo es a lo más NP).
- Imponer más restricciones a los componentes del modelo.