

Lógicas epistémicas basadas en habilidades

Doctorado en Ciencias de la Computación

Andrés R. Saravia

Grupo LIIS (Logics, Interaction and Intelligent Systems)
FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba

3/VI/2024

- 1 Motivación
- 2 Propuesta original: “Saber cómo” basado en LTSs
- 3 Agregando incertidumbre: “Saber cómo” basado en LTS^U_s
- 4 Explotando el framework: operadores dinámicos
- 5 Conclusiones

- Lógicas modales: modos de verdad sobre expresiones

- Lógicas modales: modos de verdad sobre expresiones
 - Necesidad, posibilidad, obligaciones, etcétera

- Lógicas modales: modos de verdad sobre expresiones
 - Necesidad, posibilidad, obligaciones, etcétera
 - *Hace frío en la ciudad*

- Lógicas modales: modos de verdad sobre expresiones
 - Necesidad, posibilidad, obligaciones, etcétera
 - *Es posible que haga frío en la ciudad*

- Lógicas modales: modos de verdad sobre expresiones
 - Necesidad, posibilidad, obligaciones, etcétera
 - *Es posible que haga frío en la ciudad*
 - *Los estudiantes asisten a la mañana*

- Lógicas modales: modos de verdad sobre expresiones
 - Necesidad, posibilidad, obligaciones, etcétera
 - *Es posible que haga frío en la ciudad*
 - *Es obligatorio que los estudiantes asistan a la mañana*

- Lógicas modales: modos de verdad sobre expresiones
 - Necesidad, posibilidad, obligaciones, etcétera
 - *Es posible que haga frío en la ciudad*
 - *Es obligatorio que los estudiantes asistan a la mañana*
- Lógicas epistémicas: lógicas modales que razonan sobre el conocimiento de los agentes

- Lógicas modales: modos de verdad sobre expresiones
 - Necesidad, posibilidad, obligaciones, etcétera
 - *Es posible que haga frío en la ciudad*
 - *Es obligatorio que los estudiantes asistan a la mañana*
- Lógicas epistémicas: lógicas modales que razonan sobre el conocimiento de los agentes
- Usualmente se describe el “saber que” (Hintikka, 1962)

- Lógicas modales: modos de verdad sobre expresiones
 - Necesidad, posibilidad, obligaciones, etcétera
 - *Es posible que haga frío en la ciudad*
 - *Es obligatorio que los estudiantes asistan a la mañana*
- Lógicas epistémicas: lógicas modales que razonan sobre el conocimiento de los agentes
- Usualmente se describe el “saber que” (Hintikka, 1962)
- Conocimiento de los agentes sobre hechos proposicionales

- Lógicas modales: modos de verdad sobre expresiones
 - Necesidad, posibilidad, obligaciones, etcétera
 - *Es posible que haga frío en la ciudad*
 - *Es obligatorio que los estudiantes asistan a la mañana*
- Lógicas epistémicas: lógicas modales que razonan sobre el conocimiento de los agentes
- Usualmente se describe el “saber que” (Hintikka, 1962)
- Conocimiento de los agentes sobre hechos proposicionales
 - $K_i\varphi$: “el agente i *sabe que* φ se cumple”

- Lógicas modales: modos de verdad sobre expresiones
 - Necesidad, posibilidad, obligaciones, etcétera
 - *Es posible que haga frío en la ciudad*
 - *Es obligatorio que los estudiantes asistan a la mañana*
- Lógicas epistémicas: lógicas modales que razonan sobre el conocimiento de los agentes
- Usualmente se describe el “saber que” (Hintikka, 1962)
- Conocimiento de los agentes sobre **hechos proposicionales**
 - $K_i\varphi$: “el agente i **sabe que** φ se cumple”
 - *Juan sabe que el día está nublado*

- Lógicas modales: modos de verdad sobre expresiones
 - Necesidad, posibilidad, obligaciones, etcétera
 - *Es posible que haga frío en la ciudad*
 - *Es obligatorio que los estudiantes asistan a la mañana*
- Lógicas epistémicas: lógicas modales que razonan sobre el conocimiento de los agentes
- Usualmente se describe el “saber que” (Hintikka, 1962)
- Conocimiento de los agentes sobre **hechos proposicionales**
 - $K_i\varphi$: “el agente i **sabe que** φ se cumple”
 - Juan **sabe que** el día está nublado
 - El robot **sabe que** se encuentra en la cocina

- Lógicas modales: modos de verdad sobre expresiones
 - Necesidad, posibilidad, obligaciones, etcétera
 - *Es posible que haga frío en la ciudad*
 - *Es obligatorio que los estudiantes asistan a la mañana*
- Lógicas epistémicas: lógicas modales que razonan sobre el conocimiento de los agentes
- Usualmente se describe el “saber que” (Hintikka, 1962)
- Conocimiento de los agentes sobre **hechos proposicionales**
 - $K_i\varphi$: “el agente i **sabe que** φ se cumple”
 - Juan **sabe que** el día está nublado
 - El robot **sabe que** se encuentra en la cocina
- Otros patrones de conocimiento

- Lógicas modales: modos de verdad sobre expresiones
 - Necesidad, posibilidad, obligaciones, etcétera
 - *Es posible que haga frío en la ciudad*
 - *Es obligatorio que los estudiantes asistan a la mañana*
- Lógicas epistémicas: lógicas modales que razonan sobre el conocimiento de los agentes
- Usualmente se describe el “saber que” (Hintikka, 1962)
- Conocimiento de los agentes sobre hechos proposicionales
 - $K_i\varphi$: “el agente i *sabe que* φ se cumple”
 - Juan *sabe que* el día está nublado
 - El robot *sabe que* se encuentra en la cocina
- Otros patrones de conocimiento
 - saber porqué, saber si, saber quién

- Lógicas modales: modos de verdad sobre expresiones
 - Necesidad, posibilidad, obligaciones, etcétera
 - *Es posible que haga frío en la ciudad*
 - *Es obligatorio que los estudiantes asistan a la mañana*
- Lógicas epistémicas: lógicas modales que razonan sobre el conocimiento de los agentes
- Usualmente se describe el “saber que” (Hintikka, 1962)
- Conocimiento de los agentes sobre hechos proposicionales
 - $K_i\varphi$: “el agente i *sabe que* φ se cumple”
 - Juan *sabe que* el día está nublado
 - El robot *sabe que* se encuentra en la cocina
- Otros patrones de conocimiento
 - saber porqué, saber si, saber quién, *saber cómo*

- Conocimiento del agente sobre sus propias *habilidades* para alcanzar objetivos

- Conocimiento del agente sobre sus propias *habilidades* para alcanzar objetivos
- Lógica de epistémica de saber cómo basada Sistemas de Transiciones Etiquetadas (**LTSs**) (Wang, 2015)

- Conocimiento del agente sobre sus propias *habilidades* para alcanzar objetivos
- Lógica de epistémica de saber cómo basada Sistemas de Transiciones Etiquetadas (**LTSs**) (Wang, 2015)
 - $Kh(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente **sabe cómo** cumplir φ ”

- Conocimiento del agente sobre sus propias *habilidades* para alcanzar objetivos
- Lógica de epistémica de saber cómo basada Sistemas de Transiciones Etiquetadas (**LTSs**) (Wang, 2015)
 - $\text{Kh}(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente **sabe cómo** cumplir φ ”
- Generalizamos este framework

- Conocimiento del agente sobre sus propias *habilidades* para alcanzar objetivos
- Lógica de epistémica de saber cómo basada Sistemas de Transiciones Etiquetadas (LTSs) (Wang, 2015)
 - $Kh(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente *sabe cómo* cumplir φ ”
- Generalizamos este framework
 - Incorporando una componente de incertidumbre entre planes

- Conocimiento del agente sobre sus propias *habilidades* para alcanzar objetivos
- Lógica de epistémica de saber cómo basada Sistemas de Transiciones Etiquetadas (**LTSs**) (Wang, 2015)
 - $Kh(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente **sabe cómo** cumplir φ ”
- Generalizamos este framework
 - Incorporando una componente de incertidumbre entre planes
 - Considerando múltiples agentes menos idealizados

Un ejemplo para motivar: Plan de evacuación

PROCEDIMIENTO DE EMERGENCIA

EN CASO DE INCENDIO

MANTENER LA CALMA

ACTIVAR LA ALARMA

DESDE UN LUGAR SEGURO

LLAMAR AL 100 (BOMBEROS)

Evacuación: usar únicamente las escaleras o las rampas, evitar ascensores.

Si no es seguro evacuar: cerrar puertas, cubrir aberturas y estar cerca de ventanas.

Un ejemplo para motivar: Plan de evacuación

PROCEDIMIENTO DE EMERGENCIA

EN CASO DE INCENDIO

MANTENER LA CALMA

ACTIVAR LA ALARMA

DESDE UN LUGAR SEGURO

LLAMAR AL 100 (BOMBEROS)

Evacuación: usar únicamente las escaleras o las rampas, evitar ascensores.

Si no es seguro evacuar: cerrar puertas, cubrir aberturas y estar cerca de ventanas.

Un ejemplo para motivar: Plan de evacuación

PROCEDIMIENTO DE EMERGENCIA

EN CASO DE INCENDIO

MANTENER LA CALMA

ACTIVAR LA ALARMA

DESDE UN LUGAR SEGURO

LLAMAR AL 100 (BOMBEROS)

Evacuación: usar únicamente las escaleras o las rampas, evitar ascensores.

Si no es seguro evacuar: cerrar puertas, cubrir aberturas y estar cerca de ventanas.

Un ejemplo para motivar: Plan de evacuación

PROCEDIMIENTO DE EMERGENCIA

EN CASO DE INCENDIO

MANTENER LA CALMA

ACTIVAR LA ALARMA

DESDE UN LUGAR SEGURO

LLAMAR AL 100 (BOMBEROS)

Evacuación: usar únicamente las escaleras o las rampas, evitar ascensores.

Si no es seguro evacuar: cerrar puertas, cubrir aberturas y estar cerca de ventanas.

Un ejemplo para motivar: Simplificando

Acciones básicas (Act)

Un ejemplo para motivar: Simplificando

Acciones básicas (Act)

- usar las escaleras (e)

Un ejemplo para motivar: Simplificando

Acciones básicas (Act)

- usar las escaleras (e)
- usar las rampas (r)

Un ejemplo para motivar: Simplificando

Acciones básicas (Act)

- usar las escaleras (e)
- usar las rampas (r)
- usar el ascensor (a)

Un ejemplo para motivar: Simplificando

Acciones básicas (Act)

- usar las escaleras (e)
- usar las rampas (r)
- usar el ascensor (a)
- llamar a 100 (1)

Un ejemplo para motivar: Simplificando

Acciones básicas (Act)

- usar las escaleras (e)
- usar las rampas (r)
- usar el ascensor (a)
- llamar a 100 (1)

Planes recomendados: e1, r1

Un ejemplo para motivar: Simplificando

Acciones básicas (Act)

- usar las escaleras (e)
- usar las rampas (r)
- usar el ascensor (a)
- llamar a 100 (1)

Planes recomendados: e1, r1

Plan no recomendado: a1

Un ejemplo para motivar: Simplificando

Acciones básicas (Act)

- usar las escaleras (e)
- usar las rampas (r)
- usar el ascensor (a)
- llamar a 100 (1)

Planes recomendados: e1, r1

Plan no recomendado: a1

Estados (S)

Un ejemplo para motivar: Simplificando

Acciones básicas (Act)

- usar las escaleras (e)
- usar las rampas (r)
- usar el ascensor (a)
- llamar a 100 (1)

Planes recomendados: e1, r1

Plan no recomendado: a1

Estados (S)

- w_1 : se está en el incendio (f) y se puede seguir el protocolo (c)

Un ejemplo para motivar: Simplificando

Acciones básicas (Act)

- usar las escaleras (e)
- usar las rampas (r)
- usar el ascensor (a)
- llamar a 100 (1)

Planes recomendados: e1, r1

Plan no recomendado: a1

Estados (S)

- w_1 : se está en el incendio (f) y se puede seguir el protocolo (c)
- w_2 : se está en un lugar seguro (s)

Un ejemplo para motivar: Simplificando

Acciones básicas (Act)

- usar las escaleras (e)
- usar las rampas (r)
- usar el ascensor (a)
- llamar a 100 (1)

Planes recomendados: e1, r1

Plan no recomendado: a1

Estados (S)

- w_1 : se está en el incendio (f) y se puede seguir el protocolo (c)
- w_2 : se está en un lugar seguro (s)
- w_3 : se está en el incendio (f), pero no se puede seguir el protocolo ($\neg c$)

Un ejemplo para motivar: Simplificando

Acciones básicas (Act)

- usar las escaleras (e)
- usar las rampas (r)
- usar el ascensor (a)
- llamar a 100 (l)

Planes recomendados: e1, r1

Plan no recomendado: a1

Estados (S)

- w_1 : se está en el incendio (f) y se puede seguir el protocolo (c)
- w_2 : se está en un lugar seguro (s)
- w_3 : se está en el incendio (f), pero no se puede seguir el protocolo ($\neg c$)

$\text{Act} = \{e, r, a, l\}$, $S = \{w_1, w_2, w_3\}$ y $\text{Prop} = \{f, c, s\}$

Sistemas de transiciones etiquetadas (LTSs)

Definición (LTS)

Dados Prop un conjunto de proposiciones y Act un conjunto de acciones básicas. Sea Act^* el conjunto de planes.

$$\mathcal{L} = \langle S, \{R_a\}_{a \in \text{Act}}, V \rangle$$

Sistemas de transiciones etiquetadas (LTSs)

Definición (LTS)

Dados Prop un conjunto de proposiciones y Act un conjunto de acciones básicas. Sea Act^* el conjunto de planes.

$$\mathcal{L} = \langle S, \{R_a\}_{a \in \text{Act}}, V \rangle$$

- S es un conjunto no vacío de estados

Sistemas de transiciones etiquetadas (LTSs)

Definición (LTS)

Dados Prop un conjunto de proposiciones y Act un conjunto de acciones básicas. Sea Act^* el conjunto de planes.

$$\mathcal{L} = \langle S, \{R_a\}_{a \in \text{Act}}, V \rangle$$

- S es un conjunto no vacío de estados
- R_a es una relación binaria sobre S

Sistemas de transiciones etiquetadas (LTSs)

Definición (LTS)

Dados Prop un conjunto de proposiciones y Act un conjunto de acciones básicas. Sea Act^* el conjunto de planes.

$$\mathcal{L} = \langle S, \{R_a\}_{a \in \text{Act}}, V \rangle$$

- S es un conjunto no vacío de estados
- R_a es una relación binaria sobre S
- $V : S \rightarrow \mathcal{P}(\text{Prop})$ es una función de valuación

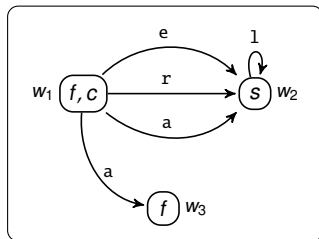
Sistemas de transiciones etiquetadas (LTSs)

Definición (LTS)

Dados Prop un conjunto de proposiciones y Act un conjunto de acciones básicas. Sea Act^* el conjunto de planes.

$$\mathcal{L} = \langle S, \{R_a\}_{a \in \text{Act}}, V \rangle$$

- S es un conjunto no vacío de estados
- R_a es una relación binaria sobre S
- $V : S \rightarrow \mathcal{P}(\text{Prop})$ es una función de valuación



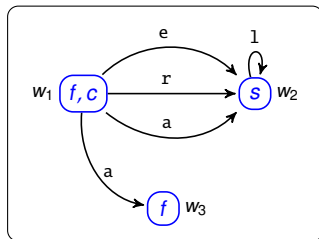
Sistemas de transiciones etiquetadas (LTSs)

Definición (LTS)

Dados Prop un conjunto de proposiciones y Act un conjunto de acciones básicas. Sea Act^* el conjunto de planes.

$$\mathcal{L} = \langle S, \{R_a\}_{a \in \text{Act}}, V \rangle$$

- S es un conjunto no vacío de estados
- R_a es una relación binaria sobre S
- $V : S \rightarrow \mathcal{P}(\text{Prop})$ es una función de valuación



- $S = \{w_1, w_2, w_3\}$

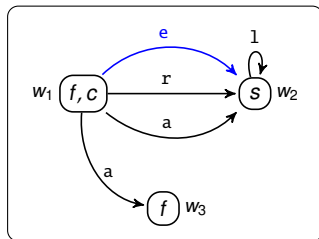
Sistemas de transiciones etiquetadas (LTSs)

Definición (LTS)

Dados Prop un conjunto de proposiciones y Act un conjunto de acciones básicas. Sea Act^* el conjunto de planes.

$$\mathcal{L} = \langle S, \{R_a\}_{a \in \text{Act}}, V \rangle$$

- S es un conjunto no vacío de estados
- R_a es una relación binaria sobre S
- $V : S \rightarrow \mathcal{P}(\text{Prop})$ es una función de valuación



- $S = \{w_1, w_2, w_3\}$
- $R_e = \{(w_1, w_2)\}$

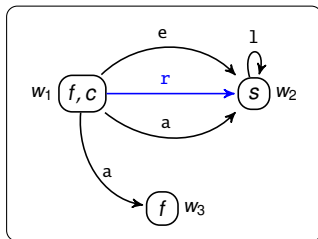
Sistemas de transiciones etiquetadas (LTSs)

Definición (LTS)

Dados Prop un conjunto de proposiciones y Act un conjunto de acciones básicas. Sea Act^* el conjunto de planes.

$$\mathcal{L} = \langle S, \{R_a\}_{a \in \text{Act}}, V \rangle$$

- S es un conjunto no vacío de estados
- R_a es una relación binaria sobre S
- $V : S \rightarrow \mathcal{P}(\text{Prop})$ es una función de valuación



- $S = \{w_1, w_2, w_3\}$
- $R_e = \{(w_1, w_2)\}$
- $R_r = \{(w_1, w_2)\}$

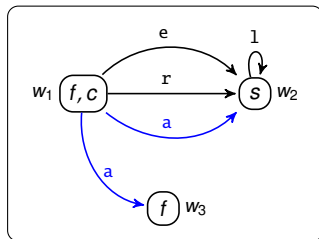
Sistemas de transiciones etiquetadas (LTSs)

Definición (LTS)

Dados Prop un conjunto de proposiciones y Act un conjunto de acciones básicas. Sea Act^* el conjunto de planes.

$$\mathcal{L} = \langle S, \{R_a\}_{a \in \text{Act}}, V \rangle$$

- S es un conjunto no vacío de estados
- R_a es una relación binaria sobre S
- $V : S \rightarrow \mathcal{P}(\text{Prop})$ es una función de valuación



- $S = \{w_1, w_2, w_3\}$
- $R_e = \{(w_1, w_2)\}$
- $R_r = \{(w_1, w_2)\}$
- $R_a = \{(w_1, w_2), (w_1, w_3)\}$

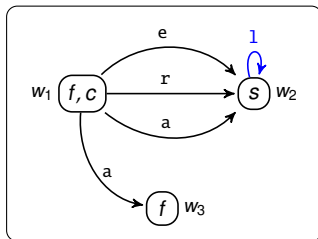
Sistemas de transiciones etiquetadas (LTSs)

Definición (LTS)

Dados Prop un conjunto de proposiciones y Act un conjunto de acciones básicas. Sea Act^* el conjunto de planes.

$$\mathcal{L} = \langle S, \{R_a\}_{a \in \text{Act}}, V \rangle$$

- S es un conjunto no vacío de estados
- R_a es una relación binaria sobre S
- $V : S \rightarrow \mathcal{P}(\text{Prop})$ es una función de valuación



- $S = \{w_1, w_2, w_3\}$
- $R_e = \{(w_1, w_2)\}$
- $R_r = \{(w_1, w_2)\}$
- $R_a = \{(w_1, w_2), (w_1, w_3)\}$
- $R_1 = \{(w_2, w_2)\}$

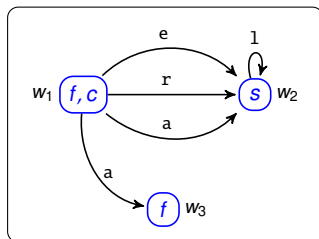
Sistemas de transiciones etiquetadas (LTSs)

Definición (LTS)

Dados Prop un conjunto de proposiciones y Act un conjunto de acciones básicas. Sea Act^* el conjunto de planes.

$$\mathcal{L} = \langle S, \{R_a\}_{a \in \text{Act}}, V \rangle$$

- S es un conjunto no vacío de estados
- R_a es una relación binaria sobre S
- $V : S \rightarrow \mathcal{P}(\text{Prop})$ es una función de valuación



- $S = \{w_1, w_2, w_3\}$
- $R_e = \{(w_1, w_2)\}$
- $R_r = \{(w_1, w_2)\}$
- $R_a = \{(w_1, w_2), (w_1, w_3)\}$
- $R_l = \{(w_2, w_2)\}$
- $V(w_1) = \{f, c\}, V(w_2) = \{s\}, V(w_3) = \{f\}$

Ejecutabilidad fuerte

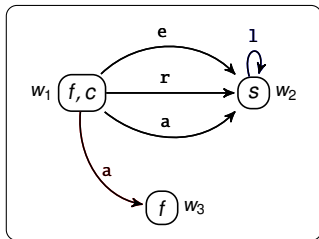
Planes a prueba de fallas:

Ejecutabilidad fuerte

Planes **a prueba de fallas**: Cada ejecución parcial debe completarse.

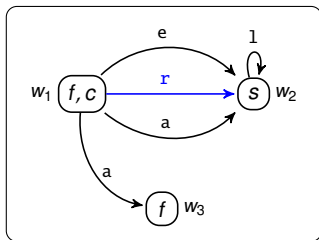
Ejecutabilidad fuerte

Planes **a prueba de fallas**: Cada ejecución parcial debe completarse.



Ejecutabilidad fuerte

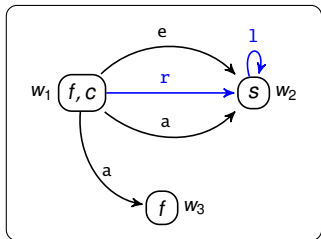
Planes **a prueba de fallas**: Cada ejecución parcial debe completarse.



r es fuertemente ejecutable en w_1

Ejecutabilidad fuerte

Planes **a prueba de fallas**: Cada ejecución parcial debe completarse.

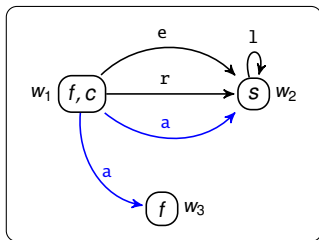


r es fuertemente ejecutable en w_1

rl es fuertemente ejecutable en w_1

Ejecutabilidad fuerte

Planes **a prueba de fallas**: Cada ejecución parcial debe completarse.



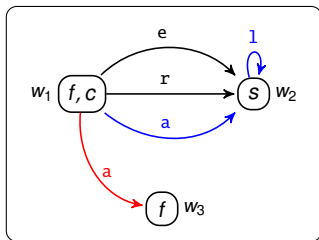
r es fuertemente ejecutable en w_1

rl es fuertemente ejecutable en w_1

a es fuertemente ejecutable en w_1

Ejecutabilidad fuerte

Planes **a prueba de fallas**: Cada ejecución parcial debe completarse.



r es fuertemente ejecutable en w_1

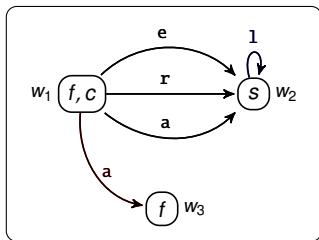
rl es fuertemente ejecutable en w_1

a es fuertemente ejecutable en w_1

al no es fuertemente ejecutable en w_1

Ejecutabilidad fuerte

Planes **a prueba de fallas**: Cada ejecución parcial debe completarse.



r es fuertemente ejecutable en w_1

rl es fuertemente ejecutable en w_1

a es fuertemente ejecutable en w_1

al no es fuertemente ejecutable en w_1

Definición (Ejecutabilidad fuerte de un plan)

$\sigma = b_1 \dots b_n \in \text{Act}^*$ es *fuertemente ejecutable* (FE) en $u \in S$ sii, para cada $k = 1, \dots, n-1$,

$$v \in R_{b_1 \dots b_k}(u) \quad \text{implica} \quad R_{b_{k+1}}(v) \neq \emptyset.$$

Definición

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh(\varphi, \varphi)$$

$Kh(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente sabe cómo cumplir φ ”.

Definición

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh(\varphi, \varphi)$$

$Kh(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente sabe cómo cumplir φ ”.

$$\mathcal{L}, w \models p \quad \text{sii} \quad p \in V(w)$$

Definición

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh(\varphi, \varphi)$$

$Kh(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente sabe cómo cumplir φ ”.

$$\begin{array}{ll} \mathcal{L}, w \models p & \text{sii } p \in V(w) \\ \mathcal{L}, w \models \neg\varphi & \text{sii } \mathcal{L}, w \not\models \varphi \end{array}$$

Definición

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh(\varphi, \varphi)$$

$Kh(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente sabe cómo cumplir φ ”.

$\mathcal{L}, w \models p$	sii	$p \in V(w)$
$\mathcal{L}, w \models \neg\varphi$	sii	$\mathcal{L}, w \not\models \varphi$
$\mathcal{L}, w \models \varphi \vee \psi$	sii	$\mathcal{L}, w \models \varphi$ o $\mathcal{L}, w \models \psi$

Definición

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh(\varphi, \varphi)$$

$Kh(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente sabe cómo cumplir φ ”.

$\mathcal{L}, w \models p$	sii	$p \in V(w)$
$\mathcal{L}, w \models \neg\varphi$	sii	$\mathcal{L}, w \not\models \varphi$
$\mathcal{L}, w \models \varphi \vee \psi$	sii	$\mathcal{L}, w \models \varphi$ o $\mathcal{L}, w \models \psi$
$\mathcal{L}, w \models Kh(\psi, \varphi)$		

Definición

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh(\varphi, \varphi)$$

$Kh(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente sabe cómo cumplir φ ”.

- | | | |
|--|-----|--|
| $\mathcal{L}, w \models p$ | sii | $p \in V(w)$ |
| $\mathcal{L}, w \models \neg\varphi$ | sii | $\mathcal{L}, w \not\models \varphi$ |
| $\mathcal{L}, w \models \varphi \vee \psi$ | sii | $\mathcal{L}, w \models \varphi$ o $\mathcal{L}, w \models \psi$ |
| $\mathcal{L}, w \models Kh(\psi, \varphi)$ | sii | existe un plan σ ($\sigma \in Act^*$) tal que |

Definición

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh(\varphi, \varphi)$$

$Kh(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente sabe cómo cumplir φ ”.

- $\mathcal{L}, w \models p$ sii $p \in V(w)$
 $\mathcal{L}, w \models \neg\varphi$ sii $\mathcal{L}, w \not\models \varphi$
 $\mathcal{L}, w \models \varphi \vee \psi$ sii $\mathcal{L}, w \models \varphi$ o $\mathcal{L}, w \models \psi$
 $\mathcal{L}, w \models Kh(\psi, \varphi)$ sii existe **un plan** σ ($\sigma \in Act^*$) tal que
1. es **FE** en todos los estados ψ

Definición

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh(\varphi, \varphi)$$

$Kh(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente sabe cómo cumplir φ ”.

- $\mathcal{L}, w \models p$ sii $p \in V(w)$
 $\mathcal{L}, w \models \neg\varphi$ sii $\mathcal{L}, w \not\models \varphi$
 $\mathcal{L}, w \models \varphi \vee \psi$ sii $\mathcal{L}, w \models \varphi$ o $\mathcal{L}, w \models \psi$
 $\mathcal{L}, w \models Kh(\psi, \varphi)$ sii existe **un plan** σ ($\sigma \in Act^*$) tal que
1. es **FE** en todos los estados ψ
 2. y vía σ , **siempre terminan** en estados φ .

$\text{Kh}(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente sabe cómo cumplir φ ”.

$\mathcal{L}, w \models \text{Kh}(\psi, \varphi)$ sii existe un plan σ ($\sigma \in \text{Act}^*$) tal que

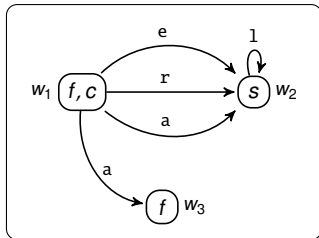
1. es FE en todos los estados ψ
2. y vía σ , siempre terminan en estados φ .

Kh sobre LTSs

$\text{Kh}(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente sabe cómo cumplir φ ”.

$\mathcal{L}, w \models \text{Kh}(\psi, \varphi)$ sii existe un plan σ ($\sigma \in \text{Act}^*$) tal que

1. es FE en todos los estados ψ
2. y vía σ , siempre terminan en estados φ .

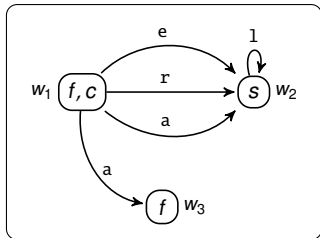


Kh sobre LTSs

$\text{Kh}(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente sabe cómo cumplir φ ”.

$\mathcal{L}, w \models \text{Kh}(\psi, \varphi)$ sii existe un plan σ ($\sigma \in \text{Act}^*$) tal que

1. es FE en todos los estados ψ
2. y vía σ , siempre terminan en estados φ .



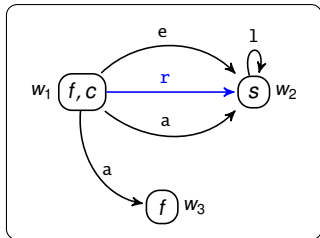
$\models \text{Kh}(f \wedge c, s)$

Kh sobre LTSs

$\text{Kh}(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente sabe cómo cumplir φ ”.

$\mathcal{L}, w \models \text{Kh}(\psi, \varphi)$ sii existe un plan σ ($\sigma \in \text{Act}^*$) tal que

1. es FE en todos los estados ψ
2. y vía σ , siempre terminan en estados φ .



$\models \text{Kh}(f \wedge c, s)$

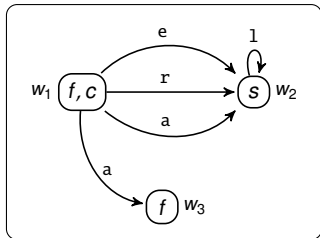
el plan r toma al agente desde cada estado $(f \wedge c)$ y alcanza sólo estados s

Kh sobre LTSs

$\text{Kh}(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente sabe cómo cumplir φ ”.

$\mathcal{L}, w \models \text{Kh}(\psi, \varphi)$ sii existe un plan σ ($\sigma \in \text{Act}^*$) tal que

1. es FE en todos los estados ψ
2. y vía σ , siempre terminan en estados φ .



$\models \text{Kh}(f \wedge c, s)$

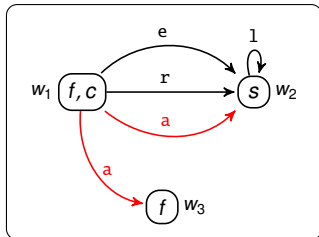
el plan r toma al agente desde cada estado $(f \wedge c)$ y alcanza sólo estados s

$\not\models \text{Kh}(f \wedge c, f \wedge \neg c)$

$\text{Kh}(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente sabe cómo cumplir φ ”.

$\mathcal{L}, w \models \text{Kh}(\psi, \varphi)$ sii existe un plan σ ($\sigma \in \text{Act}^*$) tal que

1. es FE en todos los estados ψ
2. y vía σ , siempre terminan en estados φ .



$\models \text{Kh}(f \wedge c, s)$

el plan r toma al agente desde cada estado $(f \wedge c)$ y alcanza sólo estados s

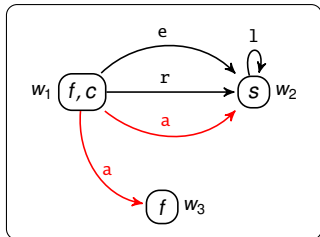
$\not\models \text{Kh}(f \wedge c, f \wedge \neg c)$

el plan a es el único FE en estados $(f \wedge c)$ que alcanza al menos un estado $(f \wedge \neg c)$

$\text{Kh}(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente sabe cómo cumplir φ ”.

$\mathcal{L}, w \models \text{Kh}(\psi, \varphi)$ sii existe un plan σ ($\sigma \in \text{Act}^*$) tal que

1. es FE en todos los estados ψ
2. y vía σ , siempre terminan en estados φ .



$\models \text{Kh}(f \wedge c, s)$

el plan r toma al agente desde cada estado $(f \wedge c)$ y alcanza sólo estados s

$\not\models \text{Kh}(f \wedge c, f \wedge \neg c)$

el plan a es el único FE en estados $(f \wedge c)$ que alcanza al menos un estado $(f \wedge \neg c)$, pero no alcanza sólo a estos

$A\varphi$: “en todos los estados se cumple φ ”.

$A\varphi$: “en todos los estados se cumple φ ”.

$\mathcal{L}, w \models A\varphi$ sii para todo $w \in S$, $\mathcal{L}, w \models \varphi$

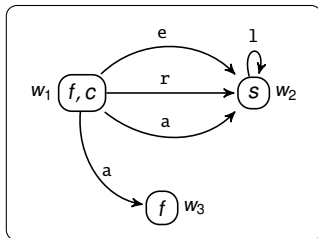
Modalidad universal A

$A\varphi$: “en todos los estados se cumple φ ”.

$\mathcal{L}, w \models A\varphi$ sii para todo $w \in S$, $\mathcal{L}, w \models \varphi$ ($A\varphi := \text{Kh}(\neg\varphi, \perp)$)

$A\varphi$: “en todos los estados se cumple φ ”.

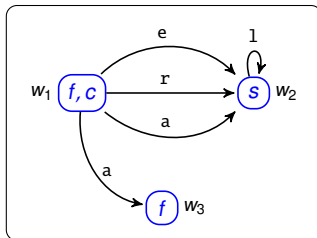
$\mathcal{L}, w \models A\varphi$ sii para todo $w \in S$, $\mathcal{L}, w \models \varphi$ ($A\varphi := \text{Kh}(\neg\varphi, \perp)$)



Modalidad universal A

$A\varphi$: “en todos los estados se cumple φ ”.

$\mathcal{L}, w \models A\varphi$ sii para todo $w \in S$, $\mathcal{L}, w \models \varphi$ ($A\varphi := \text{Kh}(\neg\varphi, \perp)$)

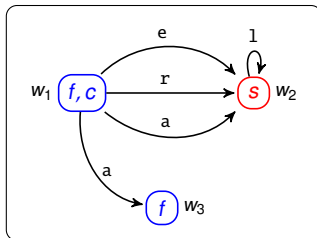


$\models A(f \vee s)$

Modalidad universal A

$A\varphi$: “en todos los estados se cumple φ ”.

$\mathcal{L}, w \models A\varphi$ sii para todo $w \in S$, $\mathcal{L}, w \models \varphi$ ($A\varphi := \text{Kh}(\neg\varphi, \perp)$)



$\models A(f \vee s)$

$\not\models A(f \vee c)$

Axiomatización \mathcal{L}_{Kh}^{LTS} de L_{Kh}

Caracterizan las propiedades que se cumplen en los modelos.

<u>\mathcal{L}:</u>	TAUT DISTA TA 4KhA 5KhA	$\vdash \varphi$ para tautologías proposicionales $\vdash A(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (A\varphi \rightarrow A\psi)$ $\vdash A\varphi \rightarrow \varphi$ $\vdash Kh(\psi, \varphi) \rightarrow AKh(\psi, \varphi)$ $\vdash \neg Kh(\psi, \varphi) \rightarrow A\neg Kh(\psi, \varphi)$
<u>\mathcal{L}_{LTS}:</u>	EMP COMPKh	$\vdash A(\psi \rightarrow \varphi) \rightarrow Kh(\psi, \varphi)$ $\vdash (Kh(\psi, \varphi) \wedge Kh(\varphi, \chi)) \rightarrow Kh(\psi, \chi)$
<u>Reglas:</u>	$\frac{\varphi \quad (\varphi \rightarrow \psi)}{\psi} \text{ MP}$	$\frac{\varphi}{A\varphi} \text{ NECA}$

Axiomatización \mathcal{L}_{Kh}^{LTS} de L_{Kh}

Caracterizan las propiedades que se cumplen en los modelos.

<u>\mathcal{L}:</u>	TAUT DISTA TA 4KhA 5KhA	$\vdash \varphi$ para tautologías proposicionales $\vdash A(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (A\varphi \rightarrow A\psi)$ $\vdash A\varphi \rightarrow \varphi$ $\vdash Kh(\psi, \varphi) \rightarrow AKh(\psi, \varphi)$ $\vdash \neg Kh(\psi, \varphi) \rightarrow A\neg Kh(\psi, \varphi)$
<u>\mathcal{L}_{LTS}:</u>	EMP COMPKh	$\vdash A(\psi \rightarrow \varphi) \rightarrow Kh(\psi, \varphi)$ $\vdash (Kh(\psi, \varphi) \wedge Kh(\varphi, \chi)) \rightarrow Kh(\psi, \chi)$
<u>Reglas:</u>	$\frac{\varphi \quad (\varphi \rightarrow \psi)}{\psi} \text{ MP}$	$\frac{\varphi}{A\varphi} \text{ NECA}$

Axiomatización \mathcal{L}_{Kh}^{LTS} de L_{Kh}

Caracterizan las propiedades que se cumplen en los modelos.

<u>\mathcal{L}:</u>	TAUT DISTA TA 4KhA 5KhA	$\vdash \varphi$ para tautologías proposicionales $\vdash A(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (A\varphi \rightarrow A\psi)$ $\vdash A\varphi \rightarrow \varphi$ $\vdash Kh(\psi, \varphi) \rightarrow AKh(\psi, \varphi)$ $\vdash \neg Kh(\psi, \varphi) \rightarrow A\neg Kh(\psi, \varphi)$
<u>\mathcal{L}_{LTS}:</u>	EMP COMPKh	$\vdash A(\psi \rightarrow \varphi) \rightarrow Kh(\psi, \varphi)$ $\vdash (Kh(\psi, \varphi) \wedge Kh(\varphi, \chi)) \rightarrow Kh(\psi, \chi)$
<u>Reglas:</u>	$\frac{\varphi \quad (\varphi \rightarrow \psi)}{\psi}$ MP	$\frac{\varphi}{A\varphi}$ NECA

Teorema (Demri y Fervari, 2023)

El problema de model checking para L_{Kh} es PSpace-completo.

Teorema (Demri y Fervari, 2023)

El problema de model checking para L_{Kh} es PSpace-completo.

Teorema (Areces et al., 2023a)

El problema de satisfacibilidad para L_{Kh} está en NP^{NP} .

Pero, esta lógica, ¿representa el conocimiento?

- **Saber que:**

Pero, esta lógica, ¿representa el conocimiento?

■ Saber que:

- información **óntica**: hechos proposicionales en un mundo;

Pero, esta lógica, ¿representa el conocimiento?

■ Saber que:

- información **óntica**: hechos proposicionales en un mundo;
- información **epistémica**: incertidumbre o relación de indistinguibilidad, la percepción del agente.

Pero, esta lógica, ¿representa el conocimiento?

■ Saber que:

- información **óntica**: hechos proposicionales en un mundo;
- información **epistémica**: incertidumbre o relación de indistinguibilidad, la percepción del agente.

■ Saber cómo:

Pero, esta lógica, ¿representa el conocimiento?

■ Saber que:

- información **óntica**: hechos proposicionales en un mundo;
- información **epistémica**: incertidumbre o relación de indistinguibilidad, la percepción del agente.

■ Saber cómo:

- el agente tiene disponible **todos los planes** para elegir uno;

Pero, esta lógica, ¿representa el conocimiento?

■ Saber que:

- información **óntica**: hechos proposicionales en un mundo;
- información **epistémica**: incertidumbre o relación de indistinguibilidad, la percepción del agente.

■ Saber cómo:

- el agente tiene disponible **todos los planes** para elegir uno;
- para el agente, cada plan es **diferente** de cualquier otro;

Pero, esta lógica, ¿representa el conocimiento?

■ Saber que:

- información **óntica**: hechos proposicionales en un mundo;
- información **epistémica**: incertidumbre o relación de indistinguibilidad, la percepción del agente.

■ Saber cómo:

- el agente tiene disponible **todos los planes** para elegir uno;
- para el agente, cada plan es **diferente** de cualquier otro;
- **no hay una distinción** entre la información óntica y epistémica.

Pero, esta lógica, ¿representa el conocimiento?

■ Saber que:

- información **óntica**: hechos proposicionales en un mundo;
- información **epistémica**: incertidumbre o relación de indistinguibilidad, la percepción del agente.

■ Saber cómo:

- el agente tiene disponible **todos los planes** para elegir uno;
- para el agente, cada plan es **diferente** de cualquier otro;
- **no hay una distinción** entre la información óntica y epistémica.

Hay muchas razones de **no saber cómo**.

Pero, esta lógica, ¿representa el conocimiento?

■ Saber que:

- información **óntica**: hechos proposicionales en un mundo;
- información **epistémica**: incertidumbre o relación de indistinguibilidad, la percepción del agente.

■ Saber cómo:

- el agente tiene disponible **todos los planes** para elegir uno;
 - *¿y si el agente no es **consciente** de que ciertos planes existen?*
 - para el agente, cada plan es **diferente** de cualquier otro;
 - **no hay una distinción** entre la información óntica y epistémica.
- Hay muchas razones de **no saber cómo**.

Pero, esta lógica, ¿representa el conocimiento?

■ Saber que:

- información **óntica**: hechos proposicionales en un mundo;
- información **epistémica**: incertidumbre o relación de indistinguibilidad, la percepción del agente.

■ Saber cómo:

- el agente tiene disponible **todos los planes** para elegir uno;
 - *¿y si el agente no es **consciente** de que ciertos planes existen?*
 - tener la habilidad de \neq ser consciente de dicha habilidad
 - para el agente, cada plan es **diferente** de cualquier otro;
 - **no hay una distinción** entre la información óntica y epistémica.
- Hay muchas razones de **no saber cómo**.

Pero, esta lógica, ¿representa el conocimiento?

■ Saber que:

- información **óntica**: hechos proposicionales en un mundo;
- información **epistémica**: incertidumbre o relación de indistinguibilidad, la percepción del agente.

■ Saber cómo:

- el agente tiene disponible **todos los planes** para elegir uno;
 - *¿y si el agente no es **consciente** de que ciertos planes existen?*
 - tener la habilidad de \neq ser consciente de dicha habilidad
- para el agente, cada plan es **diferente** de cualquier otro;
 - *¿y si no es capaz de **distinguir** ciertos planes de otros?*
- **no hay una distinción** entre la información óntica y epistémica.

Hay muchas razones de **no saber cómo**.

Pero, esta lógica, ¿representa el conocimiento?

■ Saber que:

- información **óntica**: hechos proposicionales en un mundo;
- información **epistémica**: incertidumbre o relación de indistinguibilidad, la percepción del agente.

■ Saber cómo:

- el agente tiene disponible **todos los planes** para elegir uno;
 - *¿y si el agente no es **consciente** de que ciertos planes existen?*
 - tener la habilidad de \neq ser consciente de dicha habilidad
- para el agente, cada plan es **diferente** de cualquier otro;
 - *¿y si no es capaz de **distinguir** ciertos planes de otros?*
 - los **efectos** de dos planes pueden ser **indistintos** para un agente
- **no hay una distinción** entre la información óntica y epistémica.

Hay muchas razones de **no saber cómo**.

LTSs basado en incertidumbre (LTS^U s)

Definición (LTS^U)

Dado Agt un conjunto de agentes. $\mathcal{M} = \langle S, \{R_a\}_{a \in Agt}, \{U(i)\}_{i \in Agt}, V \rangle$:

LTSs basado en incertidumbre (LTS^U s)

Definición (LTS^U)

Dado Agt un conjunto de agentes. $\mathcal{M} = \langle S, \{R_a\}_{a \in \text{Act}}, \{U(i)\}_{i \in \text{Agt}}, V \rangle$:

- $\langle S, \{R_a\}_{a \in \text{Act}}, V \rangle$ es un LTS

LTSs basado en incertidumbre (LTS^U s)

Definición (LTS^U)

Dado Agt un conjunto de agentes. $\mathcal{M} = \langle S, \{R_a\}_{a \in \text{Act}}, \{U(i)\}_{i \in \text{Agt}}, V \rangle$:

- $\langle S, \{R_a\}_{a \in \text{Act}}, V \rangle$ es un LTS y
- $U(i) \subseteq \mathcal{P}(\text{Act}^*)$ tal que
 1. $U(i) \neq \emptyset, \emptyset \notin U(i)$,
 2. si $\pi_1, \pi_2 \in U(i)$ y $\pi_1 \neq \pi_2$, entonces $\pi_1 \cap \pi_2 = \emptyset$.

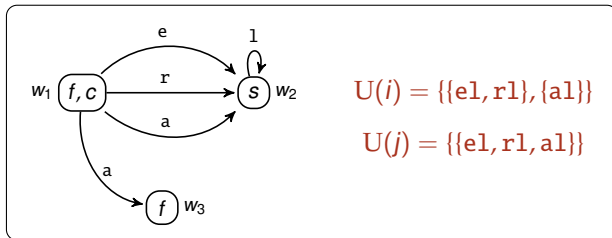
LTSs basado en incertidumbre (LTS^U s)

Definición (LTS^U)

Dado Agt un conjunto de agentes. $\mathcal{M} = \langle S, \{R_a\}_{a \in \text{Act}}, \{U(i)\}_{i \in \text{Agt}}, V \rangle$:

- $\langle S, \{R_a\}_{a \in \text{Act}}, V \rangle$ es un LTS y
- $U(i) \subseteq \mathcal{P}(\text{Act}^*)$ tal que
 1. $U(i) \neq \emptyset, \emptyset \notin U(i)$,
 2. si $\pi_1, \pi_2 \in U(i)$ y $\pi_1 \neq \pi_2$, entonces $\pi_1 \cap \pi_2 = \emptyset$.

$U(i)$: conjuntos de planes que *el agente i* no puede distinguir entre sí.



¿De qué nos sirve esto?

- Múltiples agentes pueden compartir un mismo LTS

¿De qué nos sirve esto?

- Múltiples agentes pueden compartir un mismo LTS
- Modelar agentes más imperfectos y menos idealizados

¿De qué nos sirve esto?

- Múltiples agentes pueden compartir un mismo LTS
- Modelar agentes más imperfectos y menos idealizados
- Complejidad computacional relativamente baja

¿De qué nos sirve esto?

- Múltiples agentes pueden compartir un mismo LTS
- Modelar agentes más imperfectos y menos idealizados
- Complejidad computacional relativamente baja
- Distinción entre
 - la información óntica (parte LTS), común a todos los agentes,

¿De qué nos sirve esto?

- Múltiples agentes pueden compartir un mismo LTS
- Modelar agentes más imperfectos y menos idealizados
- Complejidad computacional relativamente baja
- Distinción entre
 - la información óntica (parte LTS), común a todos los agentes, y
 - la información epistémica (U), que representa la percepción de cada agente.

¿De qué nos sirve esto?

- Múltiples agentes pueden compartir un mismo LTS
- Modelar agentes más imperfectos y menos idealizados
- Complejidad computacional relativamente baja
- Distinción entre
 - la información óntica (parte LTS), común a todos los agentes, y
 - la información epistémica (U), que representa la percepción de cada agente.
- Posibilidad de definir nuevos operadores

Definición

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh_i(\varphi, \varphi)$$

$Kh_i(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente i sabe cómo cumplir φ ”.

Definición

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid \text{Kh}_i(\varphi, \varphi)$$

$\text{Kh}_i(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente i sabe cómo cumplir φ ”.

$\mathcal{M} \models \text{Kh}_i(\psi, \varphi)$ sii existe un conjunto de planes π para el agente i tal que

Definición

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh_i(\varphi, \varphi)$$

$Kh_i(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente i sabe cómo cumplir φ ”.

$\mathcal{M} \models Kh_i(\psi, \varphi)$ sii existe un conjunto de planes π para el agente i tal que

1. cada plan en π es indistinguible de los otros ($\pi \in U(i)$),

Definición

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh_i(\varphi, \varphi)$$

$Kh_i(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente i sabe cómo cumplir φ ”.

$\mathcal{M} \models Kh_i(\psi, \varphi)$ sii existe un conjunto de planes π para el agente i tal que

1. cada plan en π es indistinguible de los otros ($\pi \in U(i)$),
2. cada plan en π es FE en todos los estados ψ

Definición

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh_i(\varphi, \varphi)$$

$Kh_i(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente i sabe cómo cumplir φ ”.

$\mathcal{M} \models Kh_i(\psi, \varphi)$ sii existe un conjunto de planes π para el agente i tal que

1. cada plan en π es indistinguible de los otros ($\pi \in U(i)$),
2. cada plan en π es FE en todos los estados ψ
3. y vía cada plan en π , siempre terminan en estados φ .

Sintaxis y semántica de L_{Kh_i} sobre LTS^U_s

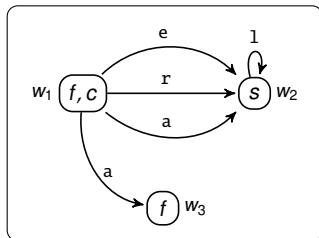
Definición

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid \text{Kh}_i(\varphi, \varphi)$$

$\text{Kh}_i(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente i sabe cómo cumplir φ ”.

$\mathcal{M} \models \text{Kh}_i(\psi, \varphi)$ sii existe un conjunto de planes π para el agente i tal que

1. cada plan en π es **indistinguible** de los otros ($\pi \in U(i)$),
2. cada plan en π es **FE** en todos los estados ψ
3. y vía cada plan en π , **siempre terminan** en estados φ .



Sintaxis y semántica de L_{Kh_i} sobre LTS^U_s

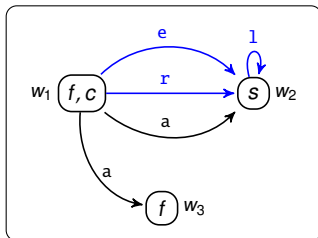
Definición

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid \text{Kh}_i(\varphi, \varphi)$$

$\text{Kh}_i(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente i sabe cómo cumplir φ ”.

$\mathcal{M} \models \text{Kh}_i(\psi, \varphi)$ sii existe un conjunto de planes π para el agente i tal que

1. cada plan en π es **indistinguible** de los otros ($\pi \in U(i)$),
2. cada plan en π es **FE** en todos los estados ψ
3. y vía cada plan en π , **siempre terminan** en estados φ .



$$\models \text{Kh}_i(f \wedge c, s) \quad (U(i) = \{\{e1, r1\}, \{a1\}\})$$

Sintaxis y semántica de L_{Kh_i} sobre LTS^U_s

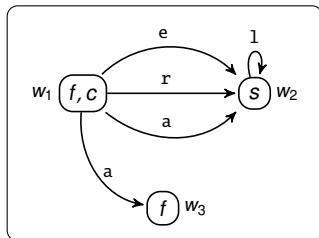
Definición

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid \mathbf{Kh}_i(\varphi, \varphi)$$

$\mathbf{Kh}_i(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente i sabe cómo cumplir φ ”.

$\mathcal{M} \models \mathbf{Kh}_i(\psi, \varphi)$ sii existe un conjunto de planes π para el agente i tal que

1. cada plan en π es **indistinguible** de los otros ($\pi \in U(i)$),
2. cada plan en π es **FE** en todos los estados ψ
3. y vía cada plan en π , **siempre terminan** en estados φ .



$$\models \mathbf{Kh}_i(f \wedge c, s) \quad (U(i) = \{\{e1, r1\}, \{a1\}\})$$

$$\not\models \mathbf{Kh}_j(f \wedge c, s) \quad (U(j) = \{\{e1, r1, a1\}\})$$

Sintaxis y semántica de L_{Kh_i} sobre LTS^U_s

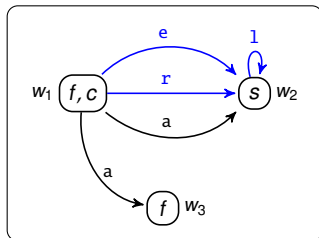
Definición

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid \mathbf{Kh}_i(\varphi, \varphi)$$

$\mathbf{Kh}_i(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente i sabe cómo cumplir φ ”.

$\mathcal{M} \models \mathbf{Kh}_i(\psi, \varphi)$ sii existe un conjunto de planes π para el agente i tal que

1. cada plan en π es **indistinguible** de los otros ($\pi \in U(i)$),
2. cada plan en π es **FE** en todos los estados ψ
3. y vía cada plan en π , **siempre terminan** en estados φ .



$$\models \mathbf{Kh}_i(f \wedge c, s) \quad (U(i) = \{\{e1, r1\}, \{a1\}\})$$

$$\not\models \mathbf{Kh}_j(f \wedge c, s) \quad (U(j) = \{\{e1, r1, a1\}\})$$

- **e1** y **r1** llevan el agente desde todo estado $(f \wedge c)$ y alcanza sólo estados **s**;

Sintaxis y semántica de L_{Kh_i} sobre LTS^U_s

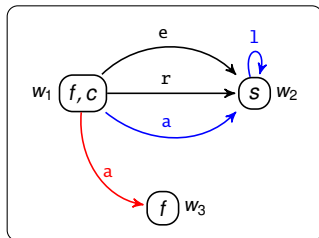
Definición

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid \mathbf{Kh}_i(\varphi, \varphi)$$

$\mathbf{Kh}_i(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente i sabe cómo cumplir φ ”.

$\mathcal{M} \models \mathbf{Kh}_i(\psi, \varphi)$ sii existe un conjunto de planes π para el agente i tal que

1. cada plan en π es **indistinguible** de los otros ($\pi \in U(i)$),
2. cada plan en π es **FE** en todos los estados ψ
3. y vía cada plan en π , **siempre terminan** en estados φ .



$$\models \mathbf{Kh}_i(f \wedge c, s) \quad (U(i) = \{\{e1, r1\}, \{a1\}\})$$

$$\not\models \mathbf{Kh}_j(f \wedge c, s) \quad (U(j) = \{\{e1, r1, a1\}\})$$

- **e1** y **r1** llevan el agente desde todo estado $(f \wedge c)$ y alcanza sólo estados **s**;
- el plan **a1** no se completa en w_3 ;

Sintaxis y semántica de L_{Kh_i} sobre LTS^U_s

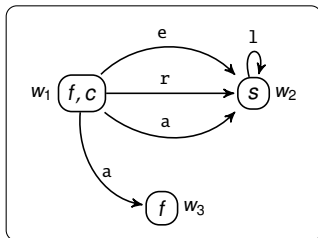
Definición

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh_i(\varphi, \varphi)$$

$Kh_i(\psi, \varphi)$: “cuando ψ se cumple, el agente i sabe cómo cumplir φ ”.

$\mathcal{M} \models Kh_i(\psi, \varphi)$ sii existe un conjunto de planes π para el agente i tal que

1. cada plan en π es **indistinguible** de los otros ($\pi \in U(i)$),
2. cada plan en π es **FE** en todos los estados ψ
3. y vía cada plan en π , **siempre terminan** en estados φ .



$$\models Kh_i(f \wedge c, s) \quad (U(i) = \{\{e1, r1\}, \{a1\}\})$$

$$\not\models Kh_j(f \wedge c, s) \quad (U(j) = \{\{e1, r1, a1\}\})$$

- **e1** y **r1** llevan el agente desde todo estado $(f \wedge c)$ y alcanza sólo estados **s**;
- el plan **a1** no se completa en w_3 ;
 $\{e1, r1, a1\}$ no es FE en w_1

Axiomatización $\mathcal{L}_{Kh_i}^{LTS^U}$ de L_{Kh_i}

<u>\mathcal{L}:</u>	TAUT	$\vdash \varphi$ para tautologías proposicionales
	DISTA	$\vdash A(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (A\varphi \rightarrow A\psi)$
	TA	$\vdash A\varphi \rightarrow \varphi$
	4KhA	$\vdash Kh_i(\psi, \varphi) \rightarrow AKh_i(\psi, \varphi)$
	5KhA	$\vdash \neg Kh_i(\psi, \varphi) \rightarrow A\neg Kh_i(\psi, \varphi)$

\mathcal{L}_{LTS^U} : KhA $\vdash (A(\chi \rightarrow \psi) \wedge Kh_i(\psi, \varphi) \wedge A(\varphi \rightarrow \theta)) \rightarrow Kh_i(\chi, \theta)$

Reglas: $\frac{\varphi \quad (\varphi \rightarrow \psi)}{\psi}$ MP $\frac{\varphi}{A\varphi}$ NECA

Proposición (Areces et al., 2023c)

Los axiomas

- *EMP*: $A(\psi \rightarrow \varphi) \rightarrow Kh(\psi, \varphi)$, y
- *COMPKh*: $(Kh(\psi, \varphi) \wedge Kh(\varphi, \chi)) \rightarrow Kh(\psi, \chi)$

no son válidos en la semántica basada en LTS^U s.

Comparando L_{Kh} con L_{Kh_i}

Proposición (Areces et al., 2023c)

Los axiomas

- *EMP*: $A(\psi \rightarrow \varphi) \rightarrow Kh(\psi, \varphi)$, y
- *COMPKh*: $(Kh(\psi, \varphi) \wedge Kh(\varphi, \chi)) \rightarrow Kh(\psi, \chi)$

no son válidos en la semántica basada en LTS^U s.

Teorema (Areces et al., 2023c)

$\mathcal{L}_{Kh_i}^{LTS^U}$ *generaliza* \mathcal{L}_{Kh}^{LTS} . *Para todo LTS, existe un LTS^U equivalente.*

Teorema (Areces et al., 2021)

El problema de model checking para L_{Kh_i} está en P, y el problema de satisfacibilidad para L_{Kh_i} es NP-completo.

Teorema (Areces et al., 2021)

El problema de model checking para L_{Kh_i} está en P, y el problema de satisfacibilidad para L_{Kh_i} es NP-completo.

- Dada una fórmula φ satisfacible y su modelo canónico correspondiente, se seleccionan partes del mismo.

Teorema (Areces et al., 2021)

El problema de model checking para L_{Kh_i} está en P, y el problema de satisfacibilidad para L_{Kh_i} es NP-completo.

- Dada una fórmula φ satisfacible y su modelo canónico correspondiente, se seleccionan partes del mismo.
- Este “submodelo” es de tamaño polinomial

Ventajas:

- Múltiples agentes pueden compartir un mismo LTS o entorno
- Modelar agentes más imperfectos y menos idealizados
- Complejidad computacional relativamente baja
- Distinción entre
 - la información óntica (parte LTS), común a todos los agentes, y
 - la información epistémica (U), que representa la percepción de cada agente.

Explotando el framework

Ventajas:

- Múltiples agentes pueden compartir un mismo LTS o entorno
- Modelar agentes más imperfectos y menos idealizados
- Complejidad computacional relativamente baja
- Distinción entre
 - la información óntica (parte LTS), común a todos los agentes, y
 - la información epistémica (U), que representa la percepción de cada agente.

Con esto se pueden definir operadores dinámicos ónticos y epistémicos que modifiquen cada tipo de información.

- Operador de la lógica de “saber qué” (Ditmarsch et al., 2007)

- Operador de la lógica de “saber qué” (Ditmarsch et al., 2007)
 - $[!\chi]\varphi$: “después de *anunciar* χ , φ se cumple”

- Operador de la lógica de “saber qué” (Ditmarsch et al., 2007)
 - $[!\chi]\varphi$: “después de *anunciar* χ , φ se cumple”
- Elimina estados (S) y las relaciones entre estos (R)

- Operador de la lógica de “saber qué” (Ditmarsch et al., 2007)
 - $[!\chi]\varphi$: “después de *anunciar* χ , φ se cumple”
- Elimina estados (S) y las relaciones entre estos (R)
- Más expresiva que L_{Kh_i} sobre LTS^U s arbitrarios

- Operador de la lógica de “saber qué” (Ditmarsch et al., 2007)
 - $[!\chi]\varphi$: “después de *anunciar* χ , φ se cumple”
- Elimina estados (S) y las relaciones entre estos (R)
- Más expresiva que L_{Kh_i} sobre LTS^U s arbitrarios
- Satisfacibilidad: Decidible sobre una clase de modelos restringida

- ¿Cómo modificamos U ?

- Eliminar incertidumbre entre planes

Epistémicos - Refinamiento ($L_{Ref} = L_{Kh_i} + \langle \sigma_1 \neq \sigma_2 \rangle$)

- Eliminar incertidumbre entre planes
- Dado un conjunto de planes, **dividirlo en dos**

Epistémicos - Refinamiento ($L_{Ref} = L_{Kh_i} + \langle \sigma_1 \not\sim \sigma_2 \rangle$)

- Eliminar incertidumbre entre planes
- Dado un conjunto de planes, **dividirlo en dos**
 - $\langle \sigma_1 \not\sim \sigma_2 \rangle \varphi$: “luego de **distinguir** σ_1 y σ_2 , φ cumple”

Epistémicos - Refinamiento ($L_{\text{Ref}} = L_{\text{Kh}_i} + \langle \sigma_1 \not\sim \sigma_2 \rangle$)

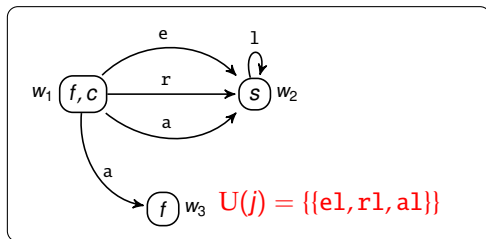
- Eliminar incertidumbre entre planes
- Dado un conjunto de planes, **dividirlo en dos**
 - $\langle \sigma_1 \not\sim \sigma_2 \rangle \varphi$: “**existe una forma de separar** σ_1 y σ_2 tal que φ cumple”

Epistémicos - Refinamiento ($L_{Ref} = L_{Kh_i} + \langle \sigma_1 \not\sim \sigma_2 \rangle$)

- Eliminar incertidumbre entre planes
- Dado un conjunto de planes, **dividirlo en dos**
 - $\langle \sigma_1 \not\sim \sigma_2 \rangle \varphi$: “**existe una forma de separar** σ_1 y σ_2 tal que φ cumple”
 - $[\sigma_1 \not\sim \sigma_2] \varphi$: “**para cada forma de separar** σ_1 y σ_2 , φ cumple”

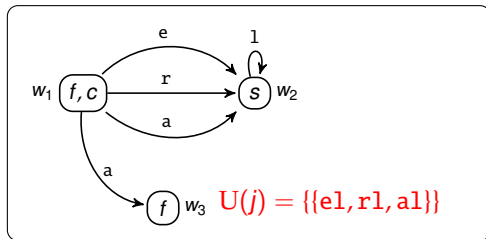
Epistémicos - Refinamiento ($L_{Ref} = L_{Kh_i} + \langle \sigma_1 \not\sim \sigma_2 \rangle$)

- Eliminar incertidumbre entre planes
- Dado un conjunto de planes, **dividirlo en dos**
 - $\langle \sigma_1 \not\sim \sigma_2 \rangle \varphi$: “**existe una forma de separar** σ_1 y σ_2 tal que φ cumple”
 - $[\sigma_1 \not\sim \sigma_2] \varphi$: “**para cada forma de separar** σ_1 y σ_2 , φ cumple”



Epistémicos - Refinamiento ($L_{Ref} = L_{Kh_i} + \langle \sigma_1 \neq \sigma_2 \rangle$)

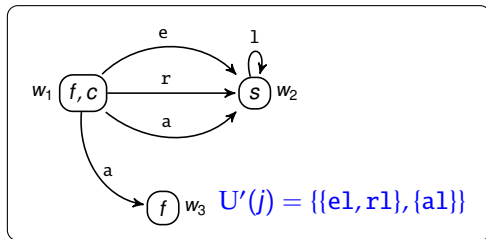
- Eliminar incertidumbre entre planes
- Dado un conjunto de planes, **dividirlo en dos**
 - $\langle \sigma_1 \neq \sigma_2 \rangle \varphi$: “**existe una forma de separar** σ_1 y σ_2 tal que φ cumple”
 - $[\sigma_1 \neq \sigma_2] \varphi$: “**para cada forma de separar** σ_1 y σ_2 , φ cumple”



$\not\models Kh_j(f \wedge c, s)$

Epistémicos - Refinamiento ($L_{Ref} = L_{Kh_i} + \langle \sigma_1 \not\sim \sigma_2 \rangle$)

- Eliminar incertidumbre entre planes
- Dado un conjunto de planes, **dividirlo en dos**
 - $\langle \sigma_1 \not\sim \sigma_2 \rangle \varphi$: “**existe una forma de separar** σ_1 y σ_2 tal que φ cumple”
 - $[\sigma_1 \not\sim \sigma_2] \varphi$: “**para cada forma de separar** σ_1 y σ_2 , φ cumple”



$$\begin{aligned} &\not\models Kh_j(f \wedge c, s) \\ &\models \langle e, l \not\sim a, l \rangle Kh_j(f \wedge c, s) \\ &U(j) \sim_{a, l}^{e, l} U'(j) \end{aligned}$$

Proposición (Areces et al., 2023b)

1. $[\sigma_1 \neq \sigma_2]$ es una modalidad normal y serial

Proposición (Areces et al., 2023b)

1. $[\sigma_1 \preceq \sigma_2]$ es una modalidad normal y serial
2. $\models \text{Kh}_i(\psi, \varphi) \rightarrow [\sigma_1 \preceq \sigma_2] \text{Kh}_i(\psi, \varphi)$ (ψ, φ proposicionales)

Proposición (Areces et al., 2023b)

1. $[\sigma_1 \preceq \sigma_2]$ es una modalidad normal y serial
2. $\models \text{Kh}_i(\psi, \varphi) \rightarrow [\sigma_1 \preceq \sigma_2] \text{Kh}_i(\psi, \varphi)$ (ψ, φ proposicionales)
3. L_{Ref} es más expresiva que L_{Kh_i} sobre LTS^U s arbitrarios

Proposición (Areces et al., 2023b)

1. $[\sigma_1 \preceq \sigma_2]$ es una modalidad normal y serial
2. $\models \text{Kh}_i(\psi, \varphi) \rightarrow [\sigma_1 \preceq \sigma_2] \text{Kh}_i(\psi, \varphi)$ (ψ, φ proposicionales)
3. L_{Ref} es más expresiva que L_{Kh_i} sobre LTS^U s arbitrarios
4. Sustitución uniforme no se cumple en L_{Ref}

Proposición (Areces et al., 2023b)

1. $[\sigma_1 \preceq \sigma_2]$ es una modalidad normal y serial
 2. $\models \text{Kh}_i(\psi, \varphi) \rightarrow [\sigma_1 \preceq \sigma_2] \text{Kh}_i(\psi, \varphi)$ (ψ, φ proposicionales)
 3. L_{Ref} es más expresiva que L_{Kh_i} sobre LTS^U s arbitrarios
 4. Sustitución uniforme no se cumple en L_{Ref}
- Kh_i no puede hablar explícitamente sobre planes

Proposición (Areces et al., 2023b)

1. $[\sigma_1 \preceq \sigma_2]$ es una modalidad normal y serial
2. $\models \text{Kh}_i(\psi, \varphi) \rightarrow [\sigma_1 \preceq \sigma_2] \text{Kh}_i(\psi, \varphi)$ (ψ, φ proposicionales)
3. L_{Ref} es más expresiva que L_{Kh_i} sobre LTS^U s arbitrarios
4. Sustitución uniforme no se cumple en L_{Ref}

- Kh_i no puede hablar explícitamente sobre planes
- Dificultades al definir axiomatizaciones

Complicaciones con estos operadores

- Resultados de axiomatizaciones y decidibilidad limitados a clases de modelos específicas

Complicaciones con estos operadores

- Resultados de axiomatizaciones y decidibilidad limitados a clases de modelos específicas
- L_{Kh_i} no es lo suficiente expresiva para capturar el efecto de estas modalidades (Kh_i no puede describir planes explícitamente)

Complicaciones con estos operadores

- Resultados de axiomatizaciones y decidibilidad limitados a clases de modelos específicas
- L_{Kh_i} no es lo suficiente expresiva para capturar el efecto de estas modalidades (Kh_i no puede describir planes explícitamente)

Propuesta: Extender la lógica L_{Kh_i} para hablar sobre los planes que los agentes pueden ejecutar en determinados estados.

Complicaciones con estos operadores

- Resultados de axiomatizaciones y decidibilidad limitados a clases de modelos específicas
- L_{Kh_i} no es lo suficiente expresiva para capturar el efecto de estas modalidades (Kh_i no puede describir planes explícitamente)

Propuesta: Extender la lógica L_{Kh_i} para hablar sobre los planes que los agentes pueden ejecutar en determinados estados.

Operadores básicos de logica modal (para cada $b \in \text{Act}$):

Complicaciones con estos operadores

- Resultados de axiomatizaciones y decidibilidad limitados a clases de modelos específicas
- L_{Kh_i} no es lo suficiente expresiva para capturar el efecto de estas modalidades (Kh_i no puede describir planes explícitamente)

Propuesta: Extender la lógica L_{Kh_i} para hablar sobre los planes que los agentes pueden ejecutar en determinados estados.

Operadores básicos de logica modal (para cada $b \in \text{Act}$):

- $[b]\varphi$: “desde este estado, *cada ejecución de b* lleva a estados φ ”

Complicaciones con estos operadores

- Resultados de axiomatizaciones y decidibilidad limitados a clases de modelos específicas
- L_{Kh_i} no es lo suficiente expresiva para capturar el efecto de estas modalidades (Kh_i no puede describir planes explícitamente)

Propuesta: Extender la lógica L_{Kh_i} para hablar sobre los planes que los agentes pueden ejecutar en determinados estados.

Operadores básicos de logica modal (para cada $b \in \text{Act}$):

- $[b]\varphi$: “desde este estado, *cada ejecución de b* lleva a estados φ ”
- $\langle b \rangle \varphi$: “desde este estado, *existe una ejecución de b* que lleva a un estado φ ”

Una extensión razonable

Definición ($L_{Kh_i, \Box} = L_{Kh_i} + [b]$)

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh_i(\varphi, \varphi) \mid [b]\varphi$$

$[b]\varphi$: “cada ejecución de b lleva a estados φ ”

$\langle b \rangle\varphi$: “existe una ejecución de b que lleva a un estado φ ”

Una extensión razonable

Definición ($L_{Kh_i, \Box} = L_{Kh_i} + [b]$)

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh_i(\varphi, \varphi) \mid [b]\varphi$$

$[b]\varphi$: “cada ejecución de b lleva a estados φ ”

$\langle b \rangle\varphi$: “existe una ejecución de b que lleva a un estado φ ”

$\mathcal{M}, w \models [b]\varphi$ sii $\mathcal{M}, u \models \varphi$ para todo $(w, u) \in R_b$

$\mathcal{M}, w \models \langle b \rangle\varphi$ sii $\mathcal{M}, u \models \varphi$ existe $(w, u) \in R_b$

Una extensión razonable

Definición ($L_{Kh_i, \square} = L_{Kh_i} + [b]$)

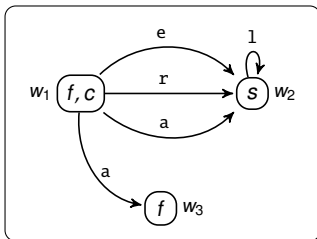
$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid \text{Kh}_i(\varphi, \varphi) \mid [b]\varphi$$

$[b]\varphi$: “cada ejecución de b lleva a estados φ ”

$\langle b \rangle_\varphi$: “existe una ejecución de b que lleva a un estado φ ”

$$\mathcal{M}, w \models [b]\varphi \quad \text{sii} \quad \mathcal{M}, u \models \varphi \text{ para todo } (w, u) \in R_b$$

$$\mathcal{M}, w \models \langle b \rangle \varphi \quad \text{sii} \quad \mathcal{M}, u \models \varphi \text{ existe } (w, u) \in R_b$$



Una extensión razonable

Definición ($L_{Kh_i, \square} = L_{Kh_i} + [b]$)

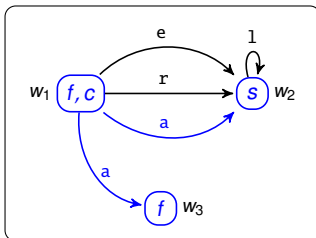
$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid \text{Kh}_i(\varphi, \varphi) \mid [b]\varphi$$

$[b]\varphi$: “cada ejecución de b lleva a estados φ ”

$\langle b \rangle_\varphi$: “existe una ejecución de b que lleva a un estado φ ”

$$\mathcal{M}, w \models [b]\varphi \quad \text{sii} \quad \mathcal{M}, u \models \varphi \text{ para todo } (w, u) \in R_b$$

$$\mathcal{M}, w \models \langle b \rangle \varphi \quad \text{sii} \quad \mathcal{M}, u \models \varphi \text{ existe } (w, u) \in R_b$$



$$w_1 \models [a](f \vee s)$$

Una extensión razonable

Definición ($L_{Kh_i, \square} = L_{Kh_i} + [b]$)

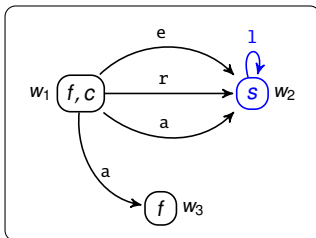
$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh_i(\varphi, \varphi) \mid [b]\varphi$$

$[b]\varphi$: “cada ejecución de b lleva a estados φ ”

$\langle b \rangle\varphi$: “existe una ejecución de b que lleva a un estado φ ”

$\mathcal{M}, w \models [b]\varphi$ sii $\mathcal{M}, u \models \varphi$ para todo $(w, u) \in R_b$

$\mathcal{M}, w \models \langle b \rangle\varphi$ sii $\mathcal{M}, u \models \varphi$ existe $(w, u) \in R_b$



$$w_1 \models [a](f \vee s)$$

$$w_2 \models \langle 1 \rangle s$$

Una extensión razonable

Definición ($L_{Kh_i, \square} = L_{Kh_i} + [b]$)

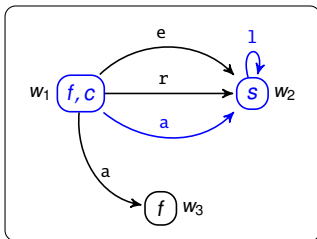
$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid \text{Kh}_i(\varphi, \varphi) \mid [b]\varphi$$

$[b]\varphi$: “cada ejecución de b lleva a estados φ ”

$\langle b \rangle_\varphi$: “existe una ejecución de b que lleva a un estado φ ”

$$\mathcal{M}, w \models [b]\varphi \quad \text{sii} \quad \mathcal{M}, u \models \varphi \text{ para todo } (w, u) \in R_b$$

$$\mathcal{M}, w \models \langle b \rangle \varphi \quad \text{sii} \quad \mathcal{M}, u \models \varphi \text{ existe } (w, u) \in R_b$$



$$w_1 \models [a](f \vee s)$$

$$w_2 \models \langle 1 \rangle s$$

$$w_1 \models \langle a \rangle \langle 1 \rangle s$$

Una extensión razonable

Definición ($L_{Kh_i, \square} = L_{Kh_i} + [b]$)

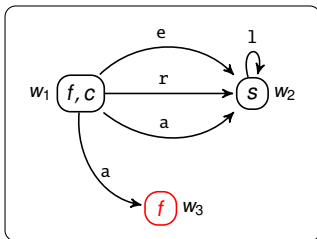
$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid \text{Kh}_i(\varphi, \varphi) \mid [b]\varphi$$

$[b]\varphi$: “cada ejecución de b lleva a estados φ ”

$\langle b \rangle_\varphi$: “existe una ejecución de b que lleva a un estado φ ”

$$\mathcal{M}, w \models [b]\varphi \quad \text{sii} \quad \mathcal{M}, u \models \varphi \text{ para todo } (w, u) \in R_b$$

$$\mathcal{M}, w \models \langle b \rangle \varphi \quad \text{sii} \quad \mathcal{M}, u \models \varphi \text{ existe } (w, u) \in R_b$$



$$w_1 \models [a](f \vee s)$$

$$w_2 \models \langle 1 \rangle s$$

$$w_1 \models \langle a \rangle \langle 1 \rangle s$$

$$w_3 \neq \langle 1 \rangle_S$$

Axiomatización $\mathcal{L}_{Kh_i, \Box}$ de $L_{Kh_i, \Box}$

<u>\mathcal{L}:</u>	TAUT	$\vdash \varphi$ para φ una tautología proposicional
	DISTA	$\vdash A(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (A\varphi \rightarrow A\psi)$
	TA	$\vdash A\varphi \rightarrow \varphi$
	4KhA	$\vdash Kh_i(\psi, \varphi) \rightarrow AKh_i(\psi, \varphi)$
	5KhA	$\vdash \neg Kh_i(\psi, \varphi) \rightarrow A\neg Kh_i(\psi, \varphi)$

<u>\mathcal{L}_{LTS^U}:</u>	KhA	$\vdash (A(\chi \rightarrow \psi) \wedge Kh_i(\psi, \varphi) \wedge A(\varphi \rightarrow \theta)) \rightarrow Kh_i(\chi, \theta)$
--	-----	--

<u>\mathcal{L}_{\Box}:</u>	DIST \Box	$\vdash [b](\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow ([b]\varphi \rightarrow [b]\psi)$
	A \Box	$\vdash A\varphi \rightarrow [b]\varphi$

<u>Reglas:</u>	$\frac{\varphi \quad (\varphi \rightarrow \psi)}{\psi} \text{ MP}$	$\frac{\varphi}{A\varphi} \text{ NECA}$
----------------	--	---

Refinamiento de acciones

Definición ($L_{Kh_i, \square, [!b]} = L_{Kh_i, \square} + [!b]$)

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh_i(\varphi, \varphi) \mid [b]\varphi \mid [!b]\varphi$$

$[!b]\varphi$: “tras anunciar que *b es distinguible* de todo plan, φ se cumple”.

Refinamiento de acciones

Definición ($L_{Kh_i, \square, [!b]} = L_{Kh_i, \square} + [!b]$)

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh_i(\varphi, \varphi) \mid [b]\varphi \mid [!b]\varphi$$

$[!b]\varphi$: “tras anunciar que *b es distinguible* de todo plan, φ se cumple”.

$$\mathcal{M}, w \models [!b]\varphi \quad \text{sii}$$

Refinamiento de acciones

Definición ($L_{Kh_i, \square, [!b]} = L_{Kh_i, \square} + [!b]$)

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh_i(\varphi, \varphi) \mid [b]\varphi \mid [!b]\varphi$$

$[!b]\varphi$: “tras anunciar que *b es distinguible* de todo plan, φ se cumple”.

$\mathcal{M}, w \models [!b]\varphi$ sii $\mathcal{M}^b, u \models \varphi$ donde $\mathcal{M}^b = \langle S, R, \{U^b(i)\}_{i \in \text{Agt}}, V \rangle$

Refinamiento de acciones

Definición ($L_{Kh_i, \square, [!b]} = L_{Kh_i, \square} + [!b]$)

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh_i(\varphi, \varphi) \mid [b]\varphi \mid [!b]\varphi$$

$[!b]\varphi$: “tras anunciar que b es *distinguible* de todo plan, φ se cumple”.

$$\mathcal{M}, w \models [!b]\varphi \quad \text{sii} \quad \mathcal{M}^b, u \models \varphi \quad \text{donde} \quad \mathcal{M}^b = \langle S, R, \{U^b(i)\}_{i \in \text{Agt}}, V \rangle$$
$$U^b(i) = \left\{ \begin{array}{l} \end{array} \right.$$

Refinamiento de acciones

Definición ($L_{Kh_i, \square, [!b]} = L_{Kh_i, \square} + [!b]$)

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh_i(\varphi, \varphi) \mid [b]\varphi \mid [!b]\varphi$$

$[!b]\varphi$: “tras anunciar que b es *distinguible* de todo plan, φ se cumple”.

$$\mathcal{M}, w \models [!b]\varphi \quad \text{sii} \quad \mathcal{M}^b, u \models \varphi \text{ donde } \mathcal{M}^b = \langle S, R, \{U^b(i)\}_{i \in \text{Agt}}, V \rangle$$
$$U^b(i) = \begin{cases} (U(i) \setminus \{\pi\}) \cup \{\{b\}\} & \exists \pi \in U(i) \text{ con } b \in \pi \end{cases}$$

Refinamiento de acciones

Definición ($L_{Kh_i, \square, [!b]} = L_{Kh_i, \square} + [!b]$)

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh_i(\varphi, \varphi) \mid [b]\varphi \mid [!b]\varphi$$

$[!b]\varphi$: “tras anunciar que b es *distinguible* de todo plan, φ se cumple”.

$$\mathcal{M}, w \models [!b]\varphi \quad \text{sii} \quad \mathcal{M}^b, u \models \varphi \text{ donde } \mathcal{M}^b = \langle S, R, \{U^b(i)\}_{i \in \text{Agt}}, V \rangle$$
$$U^b(i) = \begin{cases} (U(i) \setminus \{\pi\}) \cup \{\{b\}\} & \exists \pi \in U(i) \text{ con } b \in \pi \\ U(i) \cup \{\{b\}\} & \text{caso contrario} \end{cases}$$

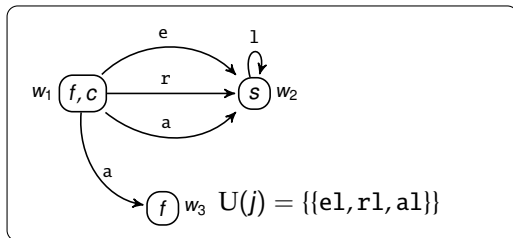
Refinamiento de acciones

Definición ($L_{Kh_i, \square, [!b]} = L_{Kh_i, \square} + [!b]$)

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh_i(\varphi, \varphi) \mid [b]\varphi \mid [!b]\varphi$$

$[!b]\varphi$: “tras anunciar que b es *distinguible* de todo plan, φ se cumple”.

$\mathcal{M}, w \models [!b]\varphi$ sii $\mathcal{M}^b, u \models \varphi$ donde $\mathcal{M}^b = \langle S, R, \{U^b(i)\}_{i \in \text{Agt}}, V \rangle$

$$U^b(i) = \begin{cases} (U(i) \setminus \{\pi\}) \cup \{\{b\}\} & \exists \pi \in U(i) \text{ con } b \in \pi \\ U(i) \cup \{\{b\}\} & \text{caso contrario} \end{cases}$$


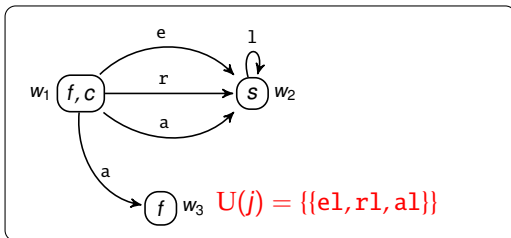
Refinamiento de acciones

Definición ($L_{Kh_i, \square, [!b]} = L_{Kh_i, \square} + [!b]$)

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh_i(\varphi, \varphi) \mid [b]\varphi \mid [!b]\varphi$$

$[!b]\varphi$: “tras anunciar que b es *distinguishible* de todo plan, φ se cumple”.

$\mathcal{M}, w \models [!b]\varphi$ sii $\mathcal{M}^b, u \models \varphi$ donde $\mathcal{M}^b = \langle S, R, \{U^b(i)\}_{i \in \text{Agt}}, V \rangle$

$$U^b(i) = \begin{cases} (U(i) \setminus \{\pi\}) \cup \{\{b\}\} & \exists \pi \in U(i) \text{ con } b \in \pi \\ U(i) \cup \{\{b\}\} & \text{caso contrario} \end{cases}$$


$\not\models Kh_j(f \wedge c, s)$

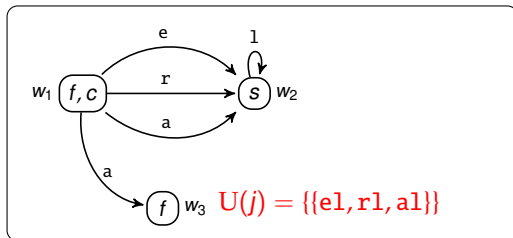
Refinamiento de acciones

Definición ($L_{Kh_i, \square, [!b]} = L_{Kh_i, \square} + [!b]$)

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh_i(\varphi, \varphi) \mid [b]\varphi \mid [!b]\varphi$$

$[!b]\varphi$: “tras anunciar que b es *distinguishible* de todo plan, φ se cumple”.

$\mathcal{M}, w \models [!b]\varphi$ sii $\mathcal{M}^b, u \models \varphi$ donde $\mathcal{M}^b = \langle S, R, \{U^b(i)\}_{i \in \text{Agt}}, V \rangle$

$$U^b(i) = \begin{cases} (U(i) \setminus \{\pi\}) \cup \{\{b\}\} & \exists \pi \in U(i) \text{ con } b \in \pi \\ U(i) \cup \{\{b\}\} & \text{caso contrario} \end{cases}$$


$$\not\models Kh_j(f \wedge c, s)$$

$$\models [!e]Kh_j(f \wedge c, s)$$

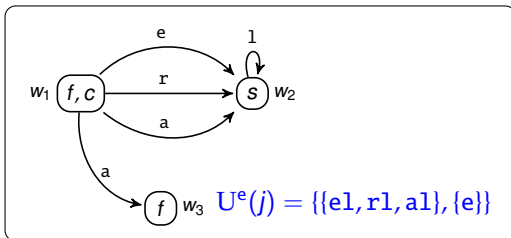
Refinamiento de acciones

Definición ($L_{Kh_i, \square, [!b]} = L_{Kh_i, \square} + [!b]$)

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid Kh_i(\varphi, \varphi) \mid [b]\varphi \mid [!b]\varphi$$

$[!b]\varphi$: “tras anunciar que b es *distinguishible* de todo plan, φ se cumple”.

$\mathcal{M}, w \models [!b]\varphi$ sii $\mathcal{M}^b, u \models \varphi$ donde $\mathcal{M}^b = \langle S, R, \{U^b(i)\}_{i \in \text{Agt}}, V \rangle$

$$U^b(i) = \begin{cases} (U(i) \setminus \{\pi\}) \cup \{\{b\}\} & \exists \pi \in U(i) \text{ con } b \in \pi \\ U(i) \cup \{\{b\}\} & \text{caso contrario} \end{cases}$$


$$\begin{aligned} &\not\models Kh_j(f \wedge c, s) \\ &\models [!e]Kh_j(f \wedge c, s) \\ &\quad U(j) \rightarrow U^e(j) \end{aligned}$$

Equivalencias que eliminan ocurrencias de $[!b]$.

Axiomas de reducción $\mathcal{L}_{[!b]}$

Equivalencias que eliminan ocurrencias de $[!b]$.

- (1) $[!b]p \leftrightarrow p$
- (2) $[!b]\neg\varphi_1 \leftrightarrow \neg[!b]\varphi_1$
- (3) $[!b](\varphi_1 \vee \varphi_2) \leftrightarrow ([!b]\varphi_1 \vee [!b]\varphi_2)$
- (4) $[!b][b]\varphi_1 \leftrightarrow [b][!b]\varphi_1$

Axiomas de reducción $\mathcal{L}_{[!b]}$

Equivalencias que eliminan ocurrencias de $[!b]$.

$$(1) \quad [!b]p \leftrightarrow p$$

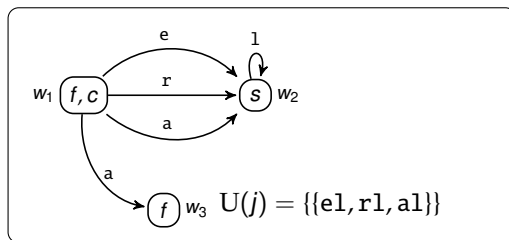
$$(2) \quad [!b]\neg\varphi_1 \leftrightarrow \neg[!b]\varphi_1$$

$$(3) \quad [!b](\varphi_1 \vee \varphi_2) \leftrightarrow ([!b]\varphi_1 \vee [!b]\varphi_2)$$

$$(4) \quad [!b][b]\varphi_1 \leftrightarrow [b][!b]\varphi_1$$

$$(5) \quad [!b]\text{Kh}_i(\varphi_1, \varphi_2) \leftrightarrow (\text{Kh}_i([!b]\varphi_1, [!b]\varphi_2) \vee \\ A([!b]\varphi_1 \rightarrow (\langle b \rangle \top \wedge [b][!b]\varphi_2)))$$

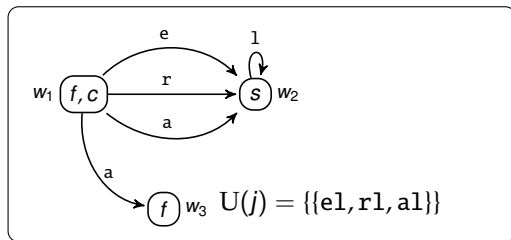
Un ejemplo de reducción



$$\mathcal{M}, w \models [!e]Kh_j(f \wedge c, s)$$

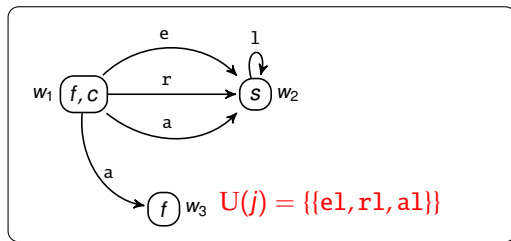
(5)

Un ejemplo de reducción



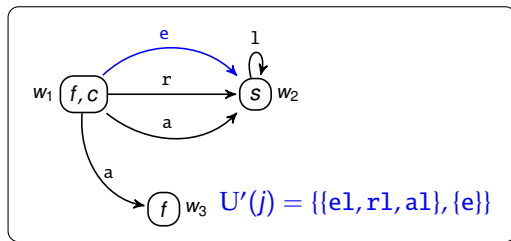
$$\begin{aligned} \mathcal{M}, w &\models [!e]Kh_j(f \wedge c, s) & (5) \\ \mathcal{M}, w &\models Kh_j([!e](f \wedge c), [!e]s) \vee A([!e](f \wedge c) \rightarrow (\langle b \rangle \top \wedge [b][!e]s)) & (1)-(3) \end{aligned}$$

Un ejemplo de reducción



$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}, w &\models [!e]Kh_j(f \wedge c, s) & (5) \\
 \mathcal{M}, w &\models Kh_j([!e](f \wedge c), [!e]s) \vee A([!e](f \wedge c) \rightarrow (\langle b \rangle \top \wedge [b][!e]s)) & (1)-(3) \\
 \mathcal{M}, w &\models Kh_j(f \wedge c, s) \vee A((f \wedge c) \rightarrow (\langle b \rangle \top \wedge [b]s))
 \end{aligned}$$

Un ejemplo de reducción



$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}, w &\models [!e]Kh_j(f \wedge c, s) & (5) \\
 \mathcal{M}, w &\models Kh_j([!e](f \wedge c), [!e]s) \vee A([!e](f \wedge c) \rightarrow (\langle b \rangle \top \wedge [b][!e]s)) & (1)-(3) \\
 \mathcal{M}, w &\models Kh_j(f \wedge c, s) \vee A((f \wedge c) \rightarrow (\langle b \rangle \top \wedge [b]s)) \\
 \mathcal{M}, w &\models A((f \wedge c) \rightarrow (\langle b \rangle \top \wedge [b]s))
 \end{aligned}$$

Corolario

$L_{Kh_i, \Box}$ y $L_{Kh_i, \Box, [!b]}$ son igualmente expresivas para modelos LTS^U s arbitrarios.

Corolario

$L_{Kh_i, \square}$ y $L_{Kh_i, \square, [!b]}$ son igualmente expresivas para modelos LTS^U s arbitrarios.

Teorema

El problema de satisfacibilidad para $L_{Kh_i, \square}$ es decidable.

Corolario

$L_{Kh_i, \Box}$ y $L_{Kh_i, \Box, [!b]}$ son igualmente expresivas para modelos LTS^U s arbitrarios.

Teorema

El problema de satisfacibilidad para $L_{Kh_i, \Box}$ es decidable.

Corolario

El problema de satisfacibilidad para $L_{Kh_i, \Box, [!b]}$ también es decidable.

Corolario

$L_{Kh_i, \square}$ y $L_{Kh_i, \square, [!b]}$ son igualmente expresivas para modelos LTS^U s arbitrarios.

Teorema

El problema de satisfacibilidad para $L_{Kh_i, \square}$ es decidable.

Corolario

El problema de satisfacibilidad para $L_{Kh_i, \square, [!b]}$ también es decidable.

Resultados análogos para operadores de refinamiento de un plan ($[!\sigma]$) y semi privados ($[!\sigma, i]$).

Lógica L_{Kh_i} [Cap. 4]

Lógica L_{Kh_i} [Cap. 4]

- Distinción entre la información óptica y epistémica

Lógica L_{Kh_i} [Cap. 4]

- Distinción entre la información óptica y epistémica
- Representa más razones de no saber cómo

Lógica L_{Kh_i} [Cap. 4]

- Distinción entre la información óntica y epistémica
- Representa más razones de no saber cómo
- Axiomatización correcta y fuertemente completa [Cap. 5]

Lógica L_{Kh_i} [Cap. 4]

- Distinción entre la información óptica y epistémica
- Representa más razones de no saber cómo
- Axiomatización correcta y fuertemente completa [Cap. 5]
- Resultados de bisimulaciones y equivalencia de fórmulas [Cap. 6]

Lógica L_{Kh_i} [Cap. 4]

- Distinción entre la información óntica y epistémica
- Representa más razones de no saber cómo
- Axiomatización correcta y fuertemente completa [Cap. 5]
- Resultados de bisimulaciones y equivalencia de fórmulas [Cap. 6]
- Generaliza la semántica basada en LTSs [Cap. 6]

Lógica L_{Kh_i} [Cap. 4]

- Distinción entre la información óntica y epistémica
- Representa más razones de no saber cómo
- Axiomatización correcta y fuertemente completa [Cap. 5]
- Resultados de bisimulaciones y equivalencia de fórmulas [Cap. 6]
- Generaliza la semántica basada en LTSs [Cap. 6]
- Complejidad computacional relativamente baja [Cap. 7]

Lógica L_{Kh_i} [Cap. 4]

- Distinción entre la información óntica y epistémica
- Representa más razones de no saber cómo
- Axiomatización correcta y fuertemente completa [Cap. 5]
- Resultados de bisimulaciones y equivalencia de fórmulas [Cap. 6]
- Generaliza la semántica basada en LTSs [Cap. 6]
- Complejidad computacional relativamente baja [Cap. 7]

Operadores dinámicos [Cap. 8]

Lógica L_{Kh_i} [Cap. 4]

- Distinción entre la información óntica y epistémica
- Representa más razones de no saber cómo
- Axiomatización correcta y fuertemente completa [Cap. 5]
- Resultados de bisimulaciones y equivalencia de fórmulas [Cap. 6]
- Generaliza la semántica basada en LTSs [Cap. 6]
- Complejidad computacional relativamente baja [Cap. 7]

Operadores dinámicos [Cap. 8]

- Anuncios públicos ($[!\chi]$) y actualización de relaciones ($[E]$) [Cap. 8.1]

Lógica L_{Kh_i} [Cap. 4]

- Distinción entre la información óptica y epistémica
- Representa más razones de no saber cómo
- Axiomatización correcta y fuertemente completa [Cap. 5]
- Resultados de bisimulaciones y equivalencia de fórmulas [Cap. 6]
- Generaliza la semántica basada en LTSs [Cap. 6]
- Complejidad computacional relativamente baja [Cap. 7]

Operadores dinámicos [Cap. 8]

- Anuncios públicos $[!\chi]$ y actualización de relaciones $[E]$ [Cap. 8.1]
- Refinamientos específico $\langle \sigma_1 \rightsquigarrow \sigma_2 \rangle$ y arbitrario de planes $\langle \rightsquigarrow \rangle$, y refinamiento de un plan público $[!\sigma]$ y privado $[!\sigma, i]$ [Cap. 8.2 y 9]

Lógica L_{Kh_i} [Cap. 4]

- Distinción entre la información óptica y epistémica
- Representa más razones de no saber cómo
- Axiomatización correcta y fuertemente completa [Cap. 5]
- Resultados de bisimulaciones y equivalencia de fórmulas [Cap. 6]
- Generaliza la semántica basada en LTSs [Cap. 6]
- Complejidad computacional relativamente baja [Cap. 7]

Operadores dinámicos [Cap. 8]

- Anuncios públicos ($[!\chi]$) y actualización de relaciones ($[E]$) [Cap. 8.1]
- Refinamientos específico $\langle \sigma_1 \rightsquigarrow \sigma_2 \rangle$ y arbitrario de planes $\langle \rightsquigarrow \rangle$, y refinamiento de un plan público $[!\sigma]$ y privado $[!\sigma, i]$ [Cap. 8.2 y 9]

Operadores deónticos (habilidades, normas y cumplimiento) [Cap. 10]

Lógica L_{Kh_i} [Cap. 4]

- Distinción entre la información óptica y epistémica
- Representa más razones de no saber cómo
- Axiomatización correcta y fuertemente completa [Cap. 5]
- Resultados de bisimulaciones y equivalencia de fórmulas [Cap. 6]
- Generaliza la semántica basada en LTSs [Cap. 6]
- Complejidad computacional relativamente baja [Cap. 7]

Operadores dinámicos [Cap. 8]

- Anuncios públicos ($[!\chi]$) y actualización de relaciones ($[E]$) [Cap. 8.1]
- Refinamientos específico $\langle \sigma_1 \rightsquigarrow \sigma_2 \rangle$ y arbitrario de planes $\langle \rightsquigarrow \rangle$, y refinamiento de un plan público $[!\sigma]$ y privado $[!\sigma, i]$ [Cap. 8.2 y 9]

Operadores deónticos (habilidades, normas y cumplimiento) [Cap. 10]

- Considerar alternativas a la ejecutabilidad fuerte (ejecutabilidad débil, trazas de ejecuciones parciales, etcétera)






- Considerar alternativas a la ejecutabilidad fuerte (ejecutabilidad débil, trazas de ejecuciones parciales, etcétera)
- Encontrar la cota inferior del problema de satisfacibilidad para L_{Kh}

- Considerar alternativas a la ejecutabilidad fuerte (ejecutabilidad débil, trazas de ejecuciones parciales, etcétera)
- Encontrar la cota inferior del problema de satisfacibilidad para L_{Kh}
- Caracterizar la clase de complejidad exacta de las lógicas dinámicas y deónticas

- Considerar alternativas a la ejecutabilidad fuerte (ejecutabilidad débil, trazas de ejecuciones parciales, etcétera)
- Encontrar la cota inferior del problema de satisfacibilidad para L_{Kh}
- Caracterizar la clase de complejidad exacta de las lógicas dinámicas y deónticas
- Análisis sobre posibles clases de modelos, resultados de expresividad, axiomatizaciones y extensiones del lenguaje base

- Considerar alternativas a la ejecutabilidad fuerte (ejecutabilidad débil, trazas de ejecuciones parciales, etcétera)
- Encontrar la cota inferior del problema de satisfacibilidad para L_{Kh}
- Caracterizar la clase de complejidad exacta de las lógicas dinámicas y deónticas
- Análisis sobre posibles clases de modelos, resultados de expresividad, axiomatizaciones y extensiones del lenguaje base
- Considerar otros operadores dinámicos, como “aprender cómo” y “olvidar cómo”

Referencias

-  Areces, C., V. Cassano, P. F. Castro et al. (2023a). “How Easy it is to Know How: An Upper Bound for the Satisfiability Problem”. En: *18th Edition of the European Conference on Logics in Artificial Intelligence (JELIA 2023)*.
-  Areces, C., R. Fervari, A. R. Saravia et al. (2021). “Uncertainty-Based Semantics for Multi-Agent Knowing How Logics”. En: *18th Conference on Theoretical Aspects of Rationality and Knowledge (TARK 2021)*. Vol. 335. EPTCS. Open Publishing Association, págs. 23-37.
-  — (2023b). “First Steps in Updating Knowing How”. En: *Dynamic Logic. New Trends and Applications*. Ed. por C. Areces y D. Costa. Springer International Publishing, págs. 1-16.
-  — (2023c). “Uncertainty-Based Knowing How Logic”. En: *Journal of Logic and Computation*, exad056. doi: 10.1093/logcom/exad056.
-  Demri, S. y R. Fervari (2023). “Model-Checking for Ability-Based Logics with Constrained Plans”. En: *37th AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI 2023)*. AAAI Press, págs. 6305-6312. 🔍🔗🔄