Pontificia Universidad JAVERIANA Bogotá

Facultad de Ciencias

Departamento de Matemáticas

eherrera@javeriana.edu.co

ANALISIS NUMERICO

TRABAJO FINAL

Estudiante 1: Fabian Olarte Vargas

Estudiante 2: Johan Mateo Rosero Quenguan

Estudiante 3 Andrés Felipe Vásquez Rendón

Cada grupo debe entregar este documento con los resultados y las implementaciones (R o Python) en archivos anexos, al correo herrera.eddy@gmail.com **y DEBEN SUBIR AL REPOSITORIO LA SOLUCIÓN Y LA IMPLEMENTACIÓN EN LA CARPETA TRABAJO FINAL INDICANDO EL ENLACE DE LOS RESPOSITORIOS DE CADA ESTUDIANTE**

TIEMPO LIMITE 9:30 am HORA LOCAL DEL 19 DE NOVIEMBRE DEL 2021

La estimación de la propagación de la pandemia por **Covid-19** en la ciudad de *Santa Marta* (Colombia) se hace a partir del modelo SIR con parámetros y condiciones iniciales dadas. El modelo SIR, aplicado en varios tipos de pandemias, objetiva estimar el número de individuos susceptibles a infectarse (S), el número de individuos infectados capaces de infectar (I) y el número de individuos recuperados (que se curaron o fallecieron) (R).

El número de individuos susceptibles a infectarse (dS) en el tiempo de observación (dt), viene dado por la **ecuación 1**: $\frac{dS}{dt} = -\beta C \frac{S}{N}$ con Donde β es la tasa temporal de probabilidad de un sujeto de llegar a infectarse, C es el número de contactos del sujeto, 1/N es la probabilidad de que algún contacto esté infectado, N es el universo de individuos y S el número total de individuos susceptibles de infectarse.

El número de individuos infectados dI en el tiempo de observación dt se expresa mediante la **ecuación 2**: $\frac{dI}{dt} = \beta C \frac{S}{N} - \frac{dR}{dt}$. Donde dR dt es la cantidad de personas que en el tiempo de observación se están recuperando. Como en el tiempo de observación, es posible que algunos de los individuos se hayan recuperado, por lo que estos dejarán de pertenecer al grupo I para engrosar el grupo R, lo que se traduce en una substracción a la cantidad de infectados.
El número de recuperados dR en el tiempo de observación se puede modelar, de manera simple, mediante la **ecuación 3**: $\frac{dR}{dt} = \gamma I$. Donde γ es la tasa temporal de recuperación de un sujeto infectado, o sea, γdt es la probabilidad de recuperación, en el tiempo dt, de un sujeto que estaba infectado

Productos:

1. Solucionar el sistema de ecuaciones utilizando el método de **Taylor de orden 3**, las condiciones iniciales se establecieron en I (0) =10/N, S (0) =N-I(0), R (0) =0 y N=4500, en consonancia con los datos reportados por el **Instituto Nacional de Salud (INS)** de Colombia para el periodo entre el 20 de marzo y el 20 de mayo de 2020. Los parámetros del modelo son β=0,06, C=4 y γ=0,021, fueron ajustados numéricamente hasta que los casos (infectados más recuperados) estimados se aproximaran a con error < 0.05 de los casos reportados.

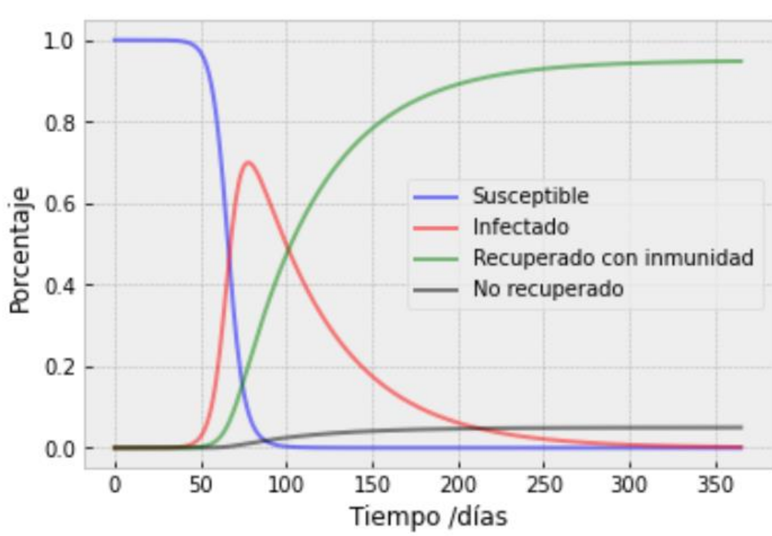
Tabla de solución del mes de marzo 20 – marzo 30

```
Suceptibles
 [4499.99777778 4499.99717997 4499.99643541 4499.99550809 4499.99435314
 4499.99291467 4499.99112311 4499.98889177 4499.9861127  4499.98265144]
infectados
 [0.00222222 0.00276772 0.00344714 0.00429331 0.00534721 0.00665981
 0.0082946  0.0103307  0.01286661 0.016025  ]
Recuperados
 [0.00000000e+00 5.23083473e-05 1.17457678e-04 1.98597690e-04
 2.99656395e-04 4.25522298e-04 5.82284057e-04 7.77526651e-04
 1.02069633e-03 1.32355745e-03]
```

Como podemos observar en la tabla no existe un cambio significante entre los primeros 10 días, ya que, en los susceptibles aproximadamente da un número aproximado a 4499, en los infectados y en los recuperados da números menores a 0 ya que en el comienzo de la pandemia existieron muy pocos casos positivos de COVID-19.

2. Con base en la solución anterior, realice una gráfica de la proyección del porcentaje de susceptibles, infectados y recuperados de un año de pandemia

GRAFICA



Pontificia Universidad JAVERIANA Bogotá

Facultad de Ciencias

Departamento de Matemáticas

eherrera@javeriana.edu.co

En la gráfica se puede notar que la gráfica de los susceptibles es inversamente proporcional ya que mientras más van pasando los días menos porcentaje hay de contraer el virus, de modo contrario, los recuperados empiezan a tener tendencia proporcional y aumenta el porcentaje cuando aumentan los días. Por otro lado, existe un pico entre la función de los infectados,

3. Determine la cantidad máxima aproximada de infectados en relación con la población total y en qué fecha aproximadamente se espera esto y compare esta solución con la solución exacta (analítica).

SOLUCION

```
Cantidad maxima: 3146.356040070368
Dia cantidad maxima: 78
```

La cantidad máxima de infectado durante el tiempo estudiado fue de 3146 personas. Este pico se dio en el día 78.

4. Determine el porcentaje de la población que llegaría a infectarse y el porcentaje de recuperación y compare esta solución con la solución exacta (analítica).

SOLUCION

```
Porcentaje maximo infectados: 69.91902311267485%
Porcentaje maximo recuperados: 99.8060943110578%
```

El porcentaje de la población que se llega a infectar fue de 69.919023%. Por otro lado un 99.806943% de la población infectada llega a recuperarse de la enfermedad.

5. Se dice que una situación epidémica controlada será cuando: $\frac{\gamma}{\beta C} > \frac{S}{N}$ determine en que instantes del tiempo la situación está controlada si el número de contactos del sujeto va aumentando de [2-20] de cinco en cinco.

SOLUCION

```
dias controlados 287
primer dia 78.0
```

R/ La situación estuvo controlada durante 287; el primer día en el cual estuvo controlado fue el día 78.

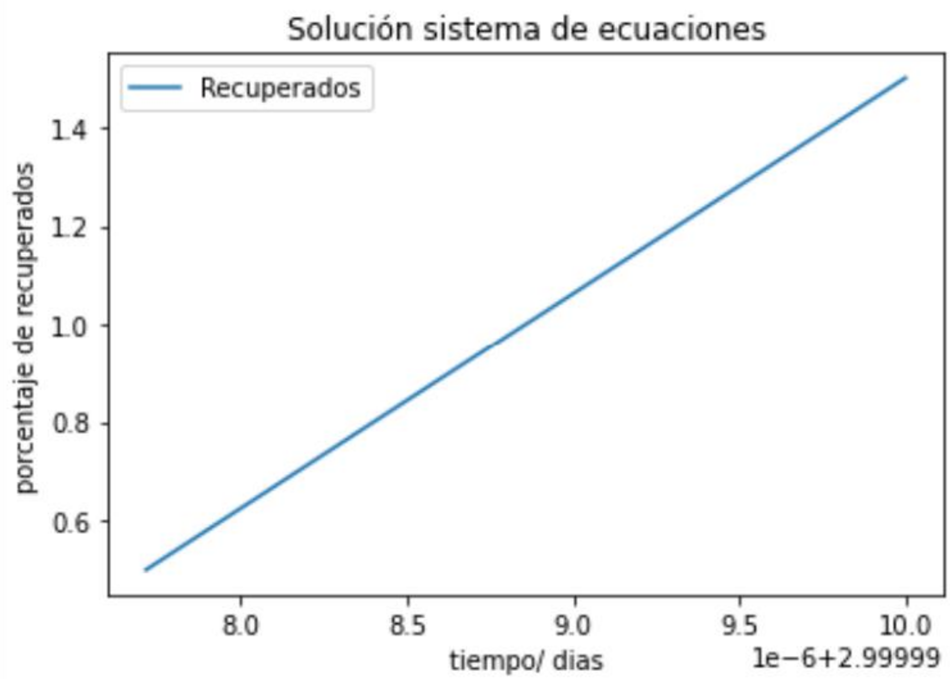
6. El número básico de reproducción $R_0 = \frac{\beta}{\gamma}$ es un indicador relevante en salud pública porque expresa la potencia de contagio. Encuentre la solución para cuando β=γ como para cuando $\beta > \gamma$ e interprete la solución a la luz de los valores de R_0 para los casos (asigne valores a los parámetros).

SOLUCION

7. El número efectivo de reproducción $R_e(t) = \frac{\beta CS(t)}{\gamma N}$ se define como la cantidad de individuos susceptibles que pueden llegar a ser infectados por un individuo en un momento específico cuando toda la población no es susceptible. Con base en la solución numérica de $S(t)$ interpole, estime el valor total para los primeros 90 días y grafique $R_e(t)$ para los primeros 90 días

SOLUCION Y GRAFICA

8. Encuentre la solución del sistema de ecuaciones (iniciales) y las mismas condiciones iniciales para $R_e(t) = secuencia[1.5 - 3]\ con\ pasos\ de\ 0.5$; grafique e interprete la solución



Logramos observar que, en la ecuación de recuperados, hay una correlación de la cantidad de recuperados junto con el porcentaje comparado con los datos reales.

SOLUCION Y GRAFICA

9. Simular el progreso de la pandemia en Santa Marta (para el periodo entre el 20 de marzo y el 30 de mayo de 2020) suponiendo un margen de error al inicio de la pandemia tal que el número de infectados y recuperados en ese momento fuera I (0) =14, R (0) =0 y considere esta solución exacta.

TABLA DE LOS PRIMEROS 30 DIAS Y GRAFICA DE SOLUCION PARA EL PERIODO PARA EL PERIODO ENTRE EL 20 DE MARZO Y EL 30 DE MAYO DE 2020

- **Grafica del periodo del 20 de marzo al 30 de mayo.**

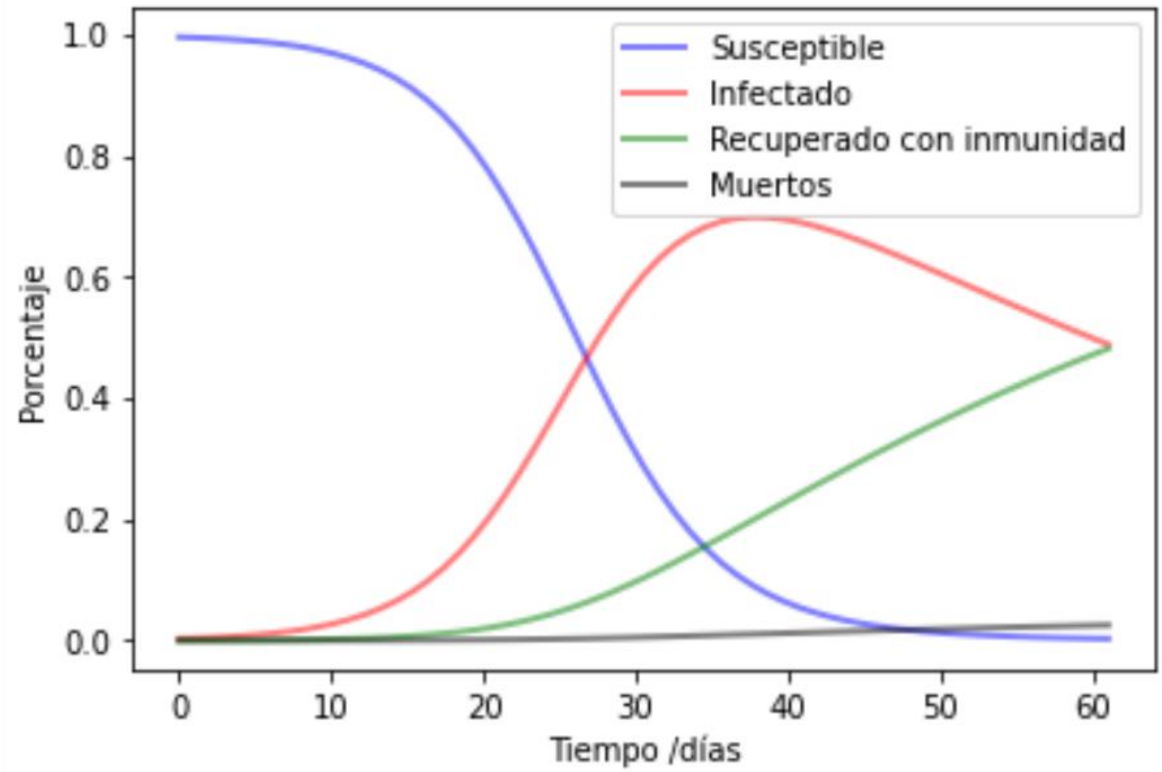


Tabla de los primeros 30 DIAS.

```
Infectados:
 [  14.           17.47635281   21.81087803   27.21261697   33.93997161
   42.31150044   52.71858742   65.64004233   81.6584856   101.47805258
  125.94244171  156.05155582  192.9739012   238.0504547   292.78395746
  358.80572422  437.81059864  531.4504904   641.17934356  768.0489895
  912.46717393 1073.94596891 1250.88699061 1440.46290138 1638.65270192
 1840.46484347 2040.33847134 2232.66162353 2412.30780421 2575.08505057]
```

```
Suceptibles:
 [4486.         4482.18900203 4477.4367839  4471.51383    4464.13629182
 4454.95402594 4443.53650922 4429.35653101 4411.77176982 4390.00468527
 4363.12168241 4330.01330844 4289.3783754  4239.71643233 4179.334871
 4106.37896948 4018.8948204  3914.93549287 3792.71854562 3650.83649785
 3488.50992233 3305.85548821 3104.12227589 2885.83547283 2654.78726
 2415.83714317 2174.52742638 1936.57176513 1707.31388939 1491.2631419 ]
```

```
Recuperados:
 [0.00000000e+00 3.34645165e-01 7.52338071e-01 1.27355303e+00
 1.92373657e+00 2.73447363e+00 3.74490336e+00 5.00342666e+00
 6.56974458e+00 8.51726214e+00 1.09358759e+01 1.39351357e+01
 1.76477234e+01 2.22331130e+01 2.78811715e+01 3.48153063e+01
 4.32945810e+01 5.36140167e+01 6.61021108e+01 8.11145126e+01
 9.90229037e+01 1.20198543e+02 1.44990734e+02 1.73701626e+02
 2.06560038e+02 2.43698013e+02 2.85134102e+02 3.30766611e+02
 3.80378306e+02 4.33651808e+02]
```

10. Con base de la solución aproximada (ejercicio 1), determine los errores para cuando $R_e(t) = 1.001; 1.5; 1.9; 2.5;$ el error relativo en los primeros 10 días, el error absoluto medio (EAM) y la estabilidad numérica de la solución asumiendo que la solución exacta (ejercicio 9)

Errorrelativol	ErrorAbsolutol
0	0.002666667
0	0.000000000
0	0.000000000
0	0.000000000
0	0.000000000
0	0.000000000
0	0.000000000
0	0.000000000
0	0.000000000
0	0.000000000

TABLA DE ERRORES, ESTABILIDAD NUMÉRICA Y GRAFICA DE LOS ERRORES PARA CUANDO