Primer punto

Ejemplo 3.3 libro ogata

Considerando el sistema masa-resorte, montado en un carro sin masa, obtengamos modelos matemáticos suponiendo que el carro está parado para $t<0$ y que el sistema masa resorte del carro también está parado para $t<0$,

$u(t)$ = Desplazamiento del carro y entrada del sistema

$t=0$ el carro se mueve a velocidad constante $\dot{u}$ = constante

$y(t)$ = Desplazamiento de la masa y salida del sistema

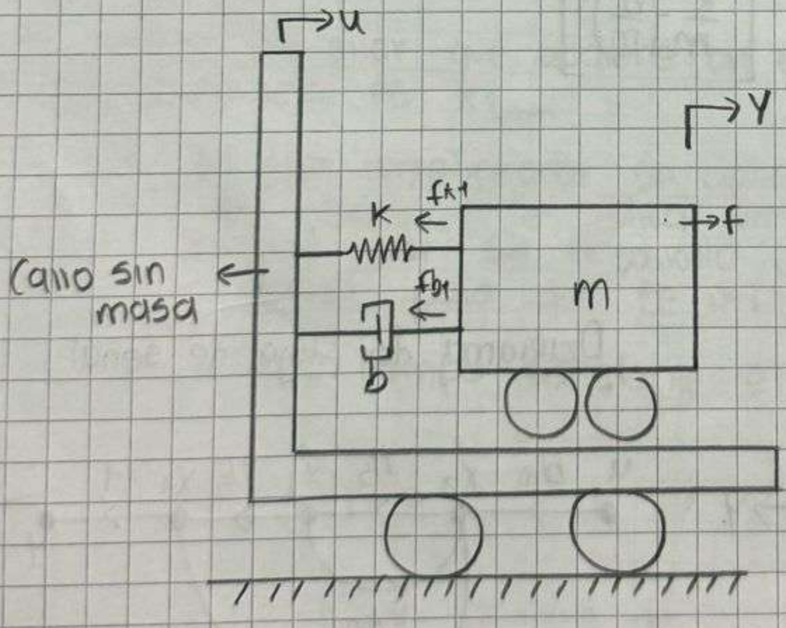
m = masa

b = coeficiente de fricción viscosa

k = constante del resorte

Asumiendo que la fuerza de fricción del amortiguador es proporcional a $\dot{y}-\dot{u}$ y el resorte es lineal, la fuerza del resorte es proporcional a $y-u$

$$ma = \sum F$$



$$\sum f_{m1} = m_1 \dddot{x}_1$$

$$\frac{m d^2 y}{dt^2} = -b\left(\frac{dy}{dt} - \frac{du}{dt}\right) - k(y-u)$$

$$\sum f_{m1} = \frac{m d2 y}{dt} + b\frac{dy}{dt} + ky = b\frac{du}{dt} + ku$$

$$\mathcal{L}^{-1} \downarrow$$

$$(ms^2 + bs + k)\, Y(s) = (bs+k)\, U(s)$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{bs+k}{ms^2+bs+k}$$

función de transferencia

$x_1 = y$

$x_2 = \dot{x}_1 = \dot{y}$

$x_3 = \dot{x}_2 = \ddot{y}$

$a_1 = \frac{b}{m} \quad a_2 = \frac{k}{m} \quad b_0 = 0 \quad b_1 = \frac{b}{m} \quad b_2 = \frac{k}{m}$

$\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_2 y = b_0\ddot{u} + b_1\dot{u} + b_2 u$

$y = x_1$

$\beta_0 = b_0 = 0$

$\beta_1 = b_1 - a_1\beta_0 = \frac{b}{m}$

$\beta_2 = b_2 - a_1\beta_1 - a_2\beta_0 = \frac{k}{m} - \left(\frac{b}{m}\right)^2$

$x_1 = y - \beta_0 u = y$

$x_2 = \dot{x}_1 - \beta_1 u = \dot{y}$

$\dot{x}_1 = x_2 + \beta_1 u$

$\dot{x}_1 = x_2 + \frac{b}{m}u$

$\dot{x}_2 = -a_2 x_1 - a_1 x_2 + \beta_2 u$

$\dot{x}_2 = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{b}{m}x_2 + \left[\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{m}\right)^2\right]u$

Pasando a espacio de estados

$\dot{x} = Ax + Bu$

$y = Cx + Du$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{b}{m} \\ \frac{k}{m} - \left(\frac{b}{m}\right)^2 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Diagrama de bloques

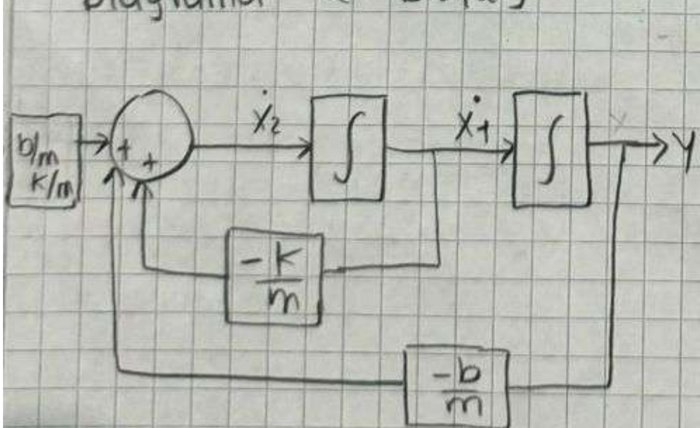
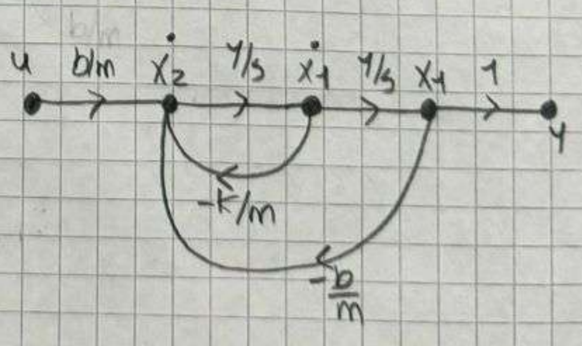


Diagrama de flujo de señal



Segundo punto:

ejercicio A-39, Ogata

Considere el sistema servo. Un motor diseñado para ser utilizado en control.

- Par de potenciometros (e_r) y (e_c) actua como medición de errores

  convierten las posiciones de entrada y salida en señales electricas proporcionales

la señal de entrada determina la posición angular r del brazo limpiaparabrisas.

la posición angular r es la entrada de referencia al sistema y el potencial electrico del brazo es proporcional a la posición angular del brazo

la posición del eje de salida determina la posición angular c del brazo del limpiaparabrisas del pot de la salida.

la diferencia entre la posición angular r y la posición angular c es la señal de error e

$$e = r - c$$

la diferencia de potencial $e_r - e_c = e_v$ → voltage de error

e_r proporcional $r = k_0 r$

e_c proporcional $c = k_0 c$

El voltaje de error que aparece en el pot, es amplificado y su ganancia es k_1

El Vout de este amplificador se aplica al circuito de armadura del motor. Se aplica un voltaje fijo al devanado de campo. Si hay error se desarrolla un torque para girar la carga de salida para que se reduzca el error a cero.

Para la corriente campo constante: el Torque es:

$$T = \underbrace{k_2}_{\text{constante Motor}} \underbrace{i_a}_{\text{Corriente de armadura}}$$

voltaje inducido por el giro de la armadura:

$$e_b = k_3 \frac{d\theta}{dt}$$ → Directamente proporcional a la velocidad angular $d\theta/dt$

Transfer function

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{Ev(s)} = \frac{k_1 k_2}{s(Las + Ra)(Jo\,s + bo) + k_2 k_3 s}$$

Asumiendo que la relación de engranajes es

$$c(s) = n\theta(s) \qquad Ev(s) = ko\,E(s)$$

$$G(s) = \frac{C(s)}{\theta(s)} \cdot \frac{\theta(s)}{Ev(s)} \cdot \frac{Ev(s)}{E(s)} = \frac{ko\,k_1 k_2 n}{s[Las + Ra](Jo\,s + bo) + k_2 k_3]}$$

Despreciendo el termino La y referenciando las demas magnitudes respecto al eje de la salida:

$$J = \frac{Jo}{n^2} \qquad B = \frac{bo + \frac{k_2 k_3}{Ra}}{n^2} \qquad k = \frac{ko\,k_1 k_2}{n Ra}$$

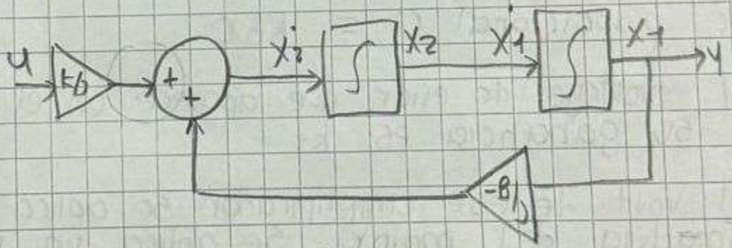
$$G(s) = \frac{K}{Js^2 + Bs} = \frac{C(s)}{E(s)}$$

$$E(s)\,k = C(s)\,[Js^2 + Bs]$$

$$ke = J\ddot{c} + B\dot{c}$$

$$\ddot{C} = \frac{ke}{J} - \frac{B}{J}\dot{c}$$

Block Diagram



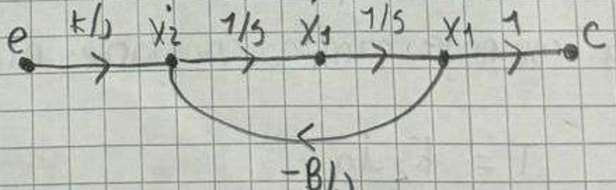
Variables de estado:

$$x_1 = c$$

$$x_2 = \dot{x}_1 = \dot{C}$$

$$x_3 = \dot{x}_2 = \ddot{C}$$

Signal Flow Diagram



Space states

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -B/J & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ k/J \end{bmatrix} e$$

$$y = Cx + Du$$

$$c = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [0]e$$

Profesor | Materia

Institución | Curso | Nota

3. ejemplo 2.23 Norman Nise:

Transfer function:

$$\frac{\theta_2(s)}{Ea(s)} = \frac{0{,}0417}{s(s+1{,}667)}$$

$$\ddot{\theta} + 1{,}667\dot{\theta} = 0{,}0417\,Ea$$

$$\ddot{\theta} = 0{,}0417ea - 1{,}667\dot{\theta}$$

Variables de estado

$$x_1 = \theta$$

$$x_2 = \dot{x}_1 = \dot{\theta}$$

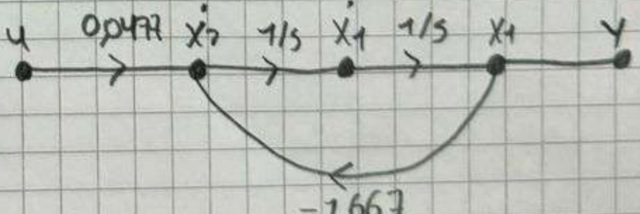
$$x_3 = \dot{x}_2 = \ddot{\theta}$$

States space

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1{,}667 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0{,}0477 \end{bmatrix} u$$

Signal Flow Diagram



$$y = Cx + Du$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u$$

Block Diagram