

SESIÓN 3: Espectros de señales periódicas y no periódicas. Integral de Fourier.

Ejercicio 1:

Se considera una señal temporal compuesta por un **tren de pulsos rectangulares** con periodo $T=5$, amplitud de los pulsos $V=5$, ancho de pulsos $\tau=0.5$ y centrada en $t=0$.

- Representarla gráficamente desde $t_{min}=-30$ hasta $t_{max}=30$ segundos utilizando la función *rectangular_c.m* proporcionada en esta práctica, y considerando que se suman 50 armónicos.
- Calcular los valores de los coeficientes de la serie de Fourier utilizando la función **espectro** proporcionada en esta práctica y comprobar que son aproximadamente los mismos que se obtienen en el vector *coef* que proporciona *rectangular_c.m* (ver práctica anterior) Para ello representar gráficamente los espectros mediante *plot(w,F1)* y *stem(w,coef)* y comprobarlo superponiéndolos. ¿Se observan algunas diferencias? ¿cuáles?

La función **espectro** es de uso general, sirve para calcular los coeficientes de la serie de Fourier si la señal **y** que se le suministra es periódica, o los valores de la Integral de Fourier si se le suministra una señal **y** no periódica. Tiene la siguiente sintaxis, donde **t** es el vector de tiempos, **y** es un vector con los valores de la señal temporal de la que quiero calcular los coeficientes (o la integral de Fourier) y **T** es el periodo de la señal (si la señal es no periódica este es un parámetro ajustable). La función devuelve un vector de frecuencias **w** y los correspondientes valores de los coeficientes o de la integral de Fourier **F**.

$$[w, F1]=espectro(t, y, T)$$

- Superponer a los espectros del apartado anterior la representación gráfica de la siguiente función, que es la integral de Fourier de un **único pulso rectangular (no periódico)**. Utilizar como vector de frecuencias el proporcionado por la función *espectro* en el apartado anterior.

$$F_2(\omega) = 5 \cdot 0.5 \frac{\sin\left(\frac{0.5\omega}{2}\right)}{\frac{0.5\omega}{2}}$$

¿Por qué este último espectro es continuo y los del apartado anterior son discretos?

¿Por qué se corresponde con la envolvente de los otros espectros? Razonarlo con las señales temporales de las que proceden.

¿Cuál es el ancho de banda de la señal del tren de pulsos rectangulares y del pulso rectangular único (no periódico)? Obtener su valor directamente de los espectros.

¿Cuál es la componente de continua (valor del coeficiente c_0) de cada una de las señales?

- d) Considerar ahora la señal periódica del tren de pulsos rectangulares con las mismas características que en a) pero **retrasada en el tiempo** una cantidad $t_0=2$. Utilizar la función *rectangular_c.m* para crearla y calcular los valores de los coeficientes de la serie de Fourier utilizando la función **espectro**. Representar el espectro en amplitud y comprobar y explicar por qué no es posible representar el espectro en frecuencia.

Ejercicio 2:

Obtener las señales en el tiempo cuyas integrales de Fourier son las del ejercicio anterior, $F_1(\omega)$ y $F_2(\omega)$, utilizando la función proporcionada en esta sesión **inv_espectro** para el cálculo de la transformada de Fourier inversa, y representarlas gráficamente. Comprobar que como es lógico, la transformada de Fourier inversa de $F_1(\omega)$ es la señal temporal del tren de pulsos original que se utilizó para calcular $F_1(\omega)$, y la transformada inversa de $F_2(\omega)$ es un único pulso rectangular no periódico.

Comprobar en ambas representaciones gráficas que las amplitudes y anchuras de los pulsos rectangulares son coherentes con los valores numéricos que aparecen en las integrales de Fourier.

NOTA: En la función *inv_espectro* utilizar como vector de frecuencias el proporcionado por la función *espectro* en el apartado b) del ejercicio anterior.

NOTA: Cuando se aplica la función *inv_espectro* a la integral de Fourier $F_2(\omega)$, puesto que se trata de una señal temporal no periódica, utilizar el valor de $T=60$ en argumento de la función correspondiente al periodo, para una mejor visualización de los resultados.

Ejercicio 3:

Representar gráficamente el **espectro en amplitud de un pulso triangular (no periódico)** utilizando la función espectro proporcionada en la práctica.

Para ello, en primer lugar hay que generar la señal temporal modificando la función *rectangular_c.m* introduciendo el coeficiente de Fourier para la señal triangular, y utilizar un periodo T grande para que únicamente se genere un pulso. Concretamente, considerar para la señal temporal: $T=60$, amplitud de los pulsos $V=5$, ancho de pulsos $\tau=0.5$, dominio de representación desde $t_{min}=-30$ hasta $t_{max}=30$, centrada en $t=0$ y sumar 400 armónicos.

Una vez generada la señal temporal, a continuación hay que llamar a la función espectro, y finalmente hacer *plot(w,abs(F))* para representar gráficamente el espectro en amplitud.

¿El espectro en amplitud es discreto o continuo? ¿Por qué?

¿El espectro en amplitud es par o impar? ¿Por qué?

Manteniendo el resto de parámetros constantes, variar el τ (hacer dos variaciones) y comentar su influencia en el ancho de banda de la señal.