

1) Para la función $f(x,y) = x^2 - y^2 + 2x$ en el punto $\vec{a}(1,1)$

Sabemos $f(\vec{a}) = 2 = z_0$

$$\vec{\nabla} f(x,y) = (2x+2, -2y), \quad \vec{\nabla} f(\vec{a}) = (4, -2)$$

Entonces, el plano estará dado por:

$$z - z_0 = \vec{\nabla} f(\vec{a}) \cdot (\vec{x} - \vec{a})$$

$$\rightarrow z - 2 = \left\langle \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \end{pmatrix} \right\rangle = 4x - 4 - 2y + 2$$

$$z = 4x - 2y \rightarrow \boxed{0 = 4x - 2y - z} \rightarrow \text{Plano tangente al Punto } \vec{a}$$