Punto 1:

a) $x_{n+1} = x_n(4 - x_n)$, $x_0 = 4\text{Sen}^2\theta$

Probemos para los primeros x_0, x_1 y x_2

$$x_{0+1} = 4\text{Sen}^2\theta(4 - 4\text{Sen}^2\theta)$$

⇒ Usaremos para todos los generados las identidades:

i) $\text{Sen}^2x + \text{Cos}^2x = 1$, ii) $2\text{Sen}(x)\text{Cos}(x) = \text{Sen}(2x)$

$$x_{0+1} = 16\text{Sen}^2\theta\,\text{Cos}^2\theta = (2(2\text{Sen}\theta\,\text{Cos}\theta))^2 = 4\text{Sen}^2(2\theta) = x_1$$

Vemos que $x_1 = 4\text{Sen}^2(2^{0+1}\theta)$

$$x_{1+1} = 4\text{Sen}^2(2\theta)(4 - 4\text{Sen}^2(2\theta)) \Rightarrow \text{Haciendo } u = 2\theta$$

$$x_{1+1} = 16\text{Sen}^2(u)\text{Cos}^2(u) = (2(2\text{Sen}(u)\text{Cos}(u)))^2$$

$$= 4\text{Sen}^2(2u) \longrightarrow 4\text{Sen}^2(4\theta) = x_{1+1}$$

Vemos que $x_2 = 4\text{Sen}^2(2^{1+1}\theta)$

Por último:

$$x_{2+1} = 4\text{Sen}^2(4\theta)(4 - 4\text{Sen}^2(4\theta)) \rightarrow \text{Haciendo } u = 4\theta$$

$$x_{2+1} = 4\text{Sen}^2(u)4\text{Cos}^2(u) = (2(2\text{Sen}(u)\text{Cos}(u)))^2$$

$$= 4\text{Sen}^2(2u) \longrightarrow 4\text{Sen}^2(8\theta) = x_{2+1}$$

Vemos que $x_3 = 4\text{Sen}^2(2^{2+1}\theta)$

De lo anterior, podemos decir que para el n-ésimo +1 término

$$\boxed{x_{n+1} = 4\text{Sen}^2(2^{n+1}\theta)}$$

b) $X_{n+1} = 4X_n(1-X_n)$, $X_0 = \sin^2\theta$

Probemos para X_0, X_1 y X_2

$X_1 = 4\operatorname{Sen}^2\theta(1-\operatorname{Sen}^2\theta) = 4\operatorname{Sen}^2\theta\cos^2\theta$

$X_1 = (2\operatorname{Sen}\theta\cos\theta)^2 = \operatorname{Sen}^2(2\theta) = X_{0+1}$

$$X_{0+1} = \operatorname{Sen}^2(2^{0+1}\theta)$$

$X_{1+1} = 4\operatorname{Sen}^2(2\theta)(1-\operatorname{Sen}^2(2\theta)) \Rightarrow$ Haciendo $u = 2\theta$

$X_{1+1} = 4\operatorname{Sen}^2(u)\cos^2(u) = (2\operatorname{Sen}(u)\cos(u))^2 = 4\operatorname{Sen}(2u)$

$X_{1+1} = \operatorname{Sen}^2(4\theta) = \operatorname{Sen}^2(2^{1+1}\theta)$

Por último:

$X_3 = X_{2+1} = 4\operatorname{Sen}^2(4\theta)(1-\operatorname{Sen}(4\theta)) \Rightarrow$ Haciendo $u = 4\theta$

$X_{2+1} = (2\operatorname{Sen}(u)\cos(u))^2 = \operatorname{Sen}^2(2u) = \operatorname{Sen}^2(8\theta)$

$$X_{2+1} = \operatorname{Sen}^2(2^{2+1}\theta)$$

Podemos ver que, para el n-ésimo +1 término;

$$X_{n+1} = \operatorname{Sen}^2(2^{n+1}\theta)$$

Para el Literal (a) y (b), la expresión bajo

$$\theta \in [0, \pi/2]$$