Código de la mesa: [ ] Tres primeras letras del primer apellido: [ ] [ ] [ ]

Apellidos y nombre:

Análisis Matemático: Examen Parcial 1 (Temas 1, 2 y 3)

Fecha: 11-11-2021 Duración de esta prueba: 120 minutos.

A rellenar por los profesores

Test	Teoría	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4	Nota Total

Instrucciones

- No se permite el uso de ningún dispositivo electrónico.
- Las notas de este examen se publicarán antes del viernes 26 de noviembre; se confirmará la fecha, así como lugar y hora de la revisión mediante el foro de moodle de la asignatura.

Test (25%)

En cada pregunta de test, una y solo una de las afirmaciones (a), (b) y (c) es cierta.
Calificación: correcta = +1, errónea = −0.5, en blanco = 0.

La integral impropia $\displaystyle\int_1^\infty \frac{1}{(x+1)^2}\,dx$ vale:

a) $(\ln(2))^2$.
b) $\dfrac{1}{2}$.
c) $\dfrac{1}{24}$.

$\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$

a) Vale 0.
b) Vale $+\infty$.
c) No existe.

El gradiente de la función $f(x,y)=ye^{xy}$ es

a) $\nabla f(x,y)=(y^2e^{xy},\, e^{xy}(1+xy))$.
b) $\nabla f(x,y)=(y^2e^{xy},\, e^{xy}xy)$.
c) $\nabla f(x,y)=(e^{x},\, e^{y}(1+y))$.

Dada la sucesión $a_n=\begin{cases} n^2\log(n), & \text{si } n \text{ es par} \\ n^2, & \text{si } n \text{ es impar}\end{cases}$, se cumple que:

a) $a_n\in\Theta(n^2)$.
b) $a_n\in\Omega(n^2)$ pero $a_n\notin O(n^2)$.
c) $a_n\in O(n^2)$ pero $a_n\notin\Omega(n^2)$.

La sucesión $a_n = \dfrac{(3n^2+2)\sin(n!)}{\sqrt{n^4+2n^3}}$ verifica que:

a) es acotada pero no es convergente.

b) no es monótona pero es convergente a cero.

c) es monótona y divergente.

Sea $f(x)$ una función integrable en el intervalo $[1,3]$ entonces:

a) Si $f(x) \leq 5$ en $[1,3]$ se cumple que $\int_1^3 f(x)dx \leq 10$.

b) Si $f(x) \geq 2$ en $[1,3]$ se cumple que $\int_1^3 f(x)dx \geq 6$.

c) Si $2 \leq f(x) \leq 5$ en $[1,3]$ se cumple que $4 \leq \int_1^3 f(x)dx \leq 8$.

Las curvas de nivel de la función $f(x,y) = \dfrac{y}{x^2+1}$ son una familia de

a) Rectas.

b) Circunferencias.

c) Parábolas.

La solución del PVI $y' = \dfrac{y}{x}$, $y(1) = 5$ es:

a) $y = x + 4$.

b) $y = \dfrac{5}{x}$.

c) $y = 5x$.

El beneficio de una empresa láctea depende de la venta de sus dos productos estrella: el yogur y la cuajada. Si x es el número de miles de litros de yogur e y el número de miles de litros de cuajada que vende, el beneficio viene dado por la función $B(x,y) = x^2 + y^3$. Si en el momento en que se venden 10 mil litros de yogur y 3 mil litros de cuajada, la empresa quiere aumentar el beneficio a base de incrementar la venta de uno solo de sus productos ¿qué producto interesa promocionar?

a) El yogur.

b) La cuajada.

c) Cualquiera de ellos por igual.

Dada una sucesión a_n tal que $0 \leq a_n \leq \dfrac{n^2}{r^n}$, se puede asegurar que $\lim a_n = 0$ cuando:

a) $r = \dfrac{1}{2}$.

b) $r = 1$.

c) $r = 2$.

Código de la mesa: [ ] Tres primeras letras del primer apellido: [ ] [ ] [ ]

Apellidos y nombre:

Análisis Matemático: Examen Parcial 1 (Temas 1, 2 y 3)

Fecha: 11-11-2021 Duración de esta prueba: 120 minutos.

A rellenar por los profesores

Test	Teoría	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4	Nota Total

Instrucciones

- No se permite el uso de ningún dispositivo electrónico.
- Las notas de este examen se publicarán antes del viernes 26 de noviembre; se confirmará la fecha, así como lugar y hora de la revisión mediante el foro de moodle de la asignatura.

Test (25%)

En cada pregunta de test, una y solo una de las afirmaciones (a), (b) y (c) es cierta.
Calificación: correcta $= +1$, errónea $= -0.5$, en blanco $= 0$.

El gradiente de la función $f(x, y) = ye^{xy}$ es

a) $\nabla f(x, y) = (y^2e^{xy},\, e^{xy}(1 + xy))$.
b) $\nabla f(x, y) = (y^2e^{xy},\, e^{xy}xy)$.
c) $\nabla f(x, y) = (e^x,\, e^y(1 + y))$.

Dada la sucesión $a_n = \begin{cases} n^2 \log(n), & \text{si } n \text{ es par} \\ n^2, & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$, se cumple que:

a) $a_n \in \Theta(n^2)$.
b) $a_n \in \Omega(n^2)$ pero $a_n \notin O(n^2)$.
c) $a_n \in O(n^2)$ pero $a_n \notin \Omega(n^2)$.

Sea $f(x)$ una función integrable en el intervalo $[1, 3]$ entonces:

a) Si $f(x) \leq 5$ en $[1, 3]$ se cumple que $\int_1^3 f(x)dx \leq 10$.
b) Si $f(x) \geq 2$ en $[1, 3]$ se cumple que $\int_1^3 f(x)dx \geq 6$.
c) Si $2 \leq f(x) \leq 5$ en $[1, 3]$ se cumple que $4 \leq \int_1^3 f(x)dx \leq 8$.

La sucesión $a_n = \dfrac{(3n^2 + 2)\sin(n!)}{\sqrt{n^4 + 2n^3}}$ verifica que:

a) es acotada pero no es convergente.
b) no es monótona pero es convergente a cero.
c) es monótona y divergente.

Las curvas de nivel de la función $f(x,y) = \dfrac{y}{x^2+1}$ son una familia de

a) Rectas.

b) Circunferencias.

c) Parábolas.

La integral impropia $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{1}{(x+1)^2}\,dx$ vale:

a) $(\ln(2))^2$.

b) $\dfrac{1}{2}$.

c) $\dfrac{1}{24}$.

$\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2+1} - x\right)$

a) Vale 0.

b) Vale $+\infty$.

c) No existe.

El beneficio de una empresa láctea depende de la venta de sus dos productos estrella: el yogur y la cuajada. Si x es el número de miles de litros de yogur e y el número de miles de litros de cuajada que vende, el beneficio viene dado por la función $B(x,y) = x^2 + y^3$. Si en el momento en que se venden 10 mil litros de yogur y 3 mil litros de cuajada, la empresa quiere aumentar el beneficio a base de incrementar la venta de uno solo de sus productos ¿qué producto interesa promocionar?

a) El yogur.

b) La cuajada.

c) Cualquiera de ellos por igual.

Dada una sucesión a_n tal que $0 \le a_n \le \dfrac{n^2}{r^n}$, se puede asegurar que $\lim a_n = 0$ cuando:

a) $r = \dfrac{1}{2}$.

b) $r = 1$.

c) $r = 2$.

La solución del PVI $y' = \dfrac{y}{x}$, $y(1) = 5$ es:

a) $y = x + 4$.

b) $y = \dfrac{5}{x}$.

c) $y = 5x$.

Código de la mesa: | | Tres primeras letras del primer apellido: | | | |

Apellidos y nombre:

Análisis Matemático: Examen Parcial 1 (Temas 1, 2 y 3)

Fecha: 11-11-2021 Duración de esta prueba: 120 minutos.

A rellenar por los profesores

Test	Teoría	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4	Nota Total

Instrucciones

- No se permite el uso de ningún dispositivo electrónico.
- Las notas de este examen se publicarán antes del viernes 26 de noviembre; se confirmará la fecha, así como lugar y hora de la revisión mediante el foro de moodle de la asignatura.

Test (25%)

En cada pregunta de test, una y solo una de las afirmaciones (a), (b) y (c) es cierta.
Calificación: correcta $= +1$, errónea $= -0.5$, en blanco $= 0$.

El beneficio de una empresa láctea depende de la venta de sus dos productos estrella: el yogur y la cuajada. Si x es el número de miles de litros de yogur e y el número de miles de litros de cuajada que vende, el beneficio viene dado por la función $B(x,y) = x^2 + y^3$. Si en el momento en que se venden 10 mil litros de yogur y 3 mil litros de cuajada, la empresa quiere aumentar el beneficio a base de incrementar la venta de uno solo de sus productos ¿qué producto interesa promocionar?

a) El yogur.
b) La cuajada.
c) Cualquiera de ellos por igual.

Dada una sucesión a_n tal que $0 \leq a_n \leq \dfrac{n^2}{r^n}$, se puede asegurar que $\lim a_n = 0$ cuando:

a) $r = \dfrac{1}{2}$.
b) $r = 1$.
c) $r = 2$.

La solución del PVI $y' = \dfrac{y}{x}$, $y(1) = 5$ es:

a) $y = x + 4$.
b) $y = \dfrac{5}{x}$.
c) $y = 5x$.

La sucesión $a_n = \dfrac{(3n^2+2)\sin(n!)}{\sqrt{n^4+2n^3}}$ verifica que:

a) es acotada pero no es convergente.

b) no es monótona pero es convergente a cero.

c) es monótona y divergente.

Sea $f(x)$ una función integrable en el intervalo $[1,3]$ entonces:

a) Si $f(x) \leq 5$ en $[1,3]$ se cumple que $\int_1^3 f(x)dx \leq 10$.

b) Si $f(x) \geq 2$ en $[1,3]$ se cumple que $\int_1^3 f(x)dx \geq 6$.

c) Si $2 \leq f(x) \leq 5$ en $[1,3]$ se cumple que $4 \leq \int_1^3 f(x)dx \leq 8$.

El gradiente de la función $f(x,y) = ye^{xy}$ es

a) $\nabla f(x,y) = (y^2e^{xy},\, e^{xy}(1+xy))$.

b) $\nabla f(x,y) = (y^2e^{xy},\, e^{xy}xy)$.

c) $\nabla f(x,y) = (e^{x},\, e^{y}(1+y))$.

Dada la sucesión $a_n = \begin{cases} n^2\log(n), & \text{si } n \text{ es par} \\ n^2, & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$, se cumple que:

a) $a_n \in \Theta(n^2)$.

b) $a_n \in \Omega(n^2)$ pero $a_n \notin O(n^2)$.

c) $a_n \in O(n^2)$ pero $a_n \notin \Omega(n^2)$.

Las curvas de nivel de la función $f(x,y) = \dfrac{y}{x^2+1}$ son una familia de

a) Rectas.

b) Circunferencias.

c) Parábolas.

La integral impropia $\displaystyle\int_1^\infty \frac{1}{(x+1)^2}\,dx$ vale:

a) $(\ln(2))^2$.

b) $\dfrac{1}{2}$.

c) $\dfrac{1}{24}$.

$\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2+1} - x\right)$

a) Vale 0.

b) Vale $+\infty$.

c) No existe.

Código de la mesa: [ ] Tres primeras letras del primer apellido: [ ] [ ] [ ]

Apellidos y nombre:

Análisis Matemático: Examen Parcial 1 (Temas 1, 2 y 3)

Fecha: 11-11-2021 Duración de esta prueba: 120 minutos.

A rellenar por los profesores

Test	Teoría	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4	Nota Total

Instrucciones

- No se permite el uso de ningún dispositivo electrónico.
- Las notas de este examen se publicarán antes del viernes 26 de noviembre; se confirmará la fecha, así como lugar y hora de la revisión mediante el foro de moodle de la asignatura.

Test (25%)

En cada pregunta de test, una y solo una de las afirmaciones (a), (b) y (c) es cierta.
Calificación: correcta $= +1$, errónea $= -0.5$, en blanco $= 0$.

La sucesión $a_n = \dfrac{(3n^2+2)\sin(n!)}{\sqrt{n^4+2n^3}}$ verifica que:

a) es acotada pero no es convergente.

b) no es monótona pero es convergente a cero.

c) es monótona y divergente.

Sea $f(x)$ una función integrable en el intervalo $[1,3]$ entonces:

a) Si $f(x) \leq 5$ en $[1,3]$ se cumple que $\int_1^3 f(x)dx \leq 10$.

b) Si $f(x) \geq 2$ en $[1,3]$ se cumple que $\int_1^3 f(x)dx \geq 6$.

c) Si $2 \leq f(x) \leq 5$ en $[1,3]$ se cumple que $4 \leq \int_1^3 f(x)dx \leq 8$.

El beneficio de una empresa láctea depende de la venta de sus dos productos estrella: el yogur y la cuajada. Si x es el número de miles de litros de yogur e y el número de miles de litros de cuajada que vende, el beneficio viene dado por la función $B(x,y) = x^2 + y^3$. Si en el momento en que se venden 10 mil litros de yogur y 3 mil litros de cuajada, la empresa quiere aumentar el beneficio a base de incrementar la venta de uno solo de sus productos ¿qué producto interesa promocionar?

a) El yogur.

b) La cuajada.

c) Cualquiera de ellos por igual.

$\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$

a) Vale 0.
b) Vale $+\infty$.
c) No existe.

La integral impropia $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{1}{(x+1)^2}\,dx$ vale:

a) $(\ln(2))^2$.
b) $\dfrac{1}{2}$.
c) $\dfrac{1}{24}$.

Las curvas de nivel de la función $f(x,y) = \dfrac{y}{x^2+1}$ son una familia de

a) Rectas.
b) Circunferencias.
c) Parábolas.

Dada una sucesión a_n tal que $0 \le a_n \le \dfrac{n^2}{r^n}$, se puede asegurar que $\lim a_n = 0$ cuando:

a) $r = \dfrac{1}{2}$.
b) $r = 1$.
c) $r = 2$.

La solución del PVI $y' = \dfrac{y}{x}$, $y(1) = 5$ es:

a) $y = x + 4$.
b) $y = \dfrac{5}{x}$.
c) $y = 5x$.

El gradiente de la función $f(x,y) = ye^{xy}$ es

a) $\nabla f(x,y) = (y^2e^{xy},\, e^{xy}(1+xy))$.
b) $\nabla f(x,y) = (y^2e^{xy},\, e^{xy}xy)$.
c) $\nabla f(x,y) = (e^x,\, e^y(1+y))$.

Dada la sucesión $a_n = \begin{cases} n^2\log(n), & \text{si } n \text{ es par} \\ n^2, & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$, se cumple que:

a) $a_n \in \Theta(n^2)$.
b) $a_n \in \Omega(n^2)$ pero $a_n \notin O(n^2)$.
c) $a_n \in O(n^2)$ pero $a_n \notin \Omega(n^2)$.

Teoría (10%)

a) *(6 puntos)* Dados los conceptos de sucesión acotada, monótona y convergente, determinar en qué casos uno o dos de ellos implican el tercero.

b) *(4 puntos)* Si alguno de los conceptos no se puede deducir a partir de alguno/s de los otros, justificarlo con algún contraejemplo.

Problema 1 (10 %)

Encontrar los extremos locales y/o puntos de silla de $f(x, y) = x^2 + y^3 - 4xy$.

Problema 2 (20 %)

Dada la función $f(x) = \begin{cases} x^2 e^{1-x^3} & \text{si } x \leq 1 \\ \dfrac{4}{(x+1)^3} & \text{si } x > 1, \end{cases}$ se define $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ para $x \in \mathbb{R}$.

a) *(2 puntos)* Estudiar la continuidad de $f(x)$.

b) *(2 puntos)* Estudiar la continuidad y derivabilidad de $F(x)$. Hallar $F'(x)$ donde exista.

c) *(2 puntos)* Estudiar el crecimiento de $F(x)$.

d) *(4 puntos)* Hallar $F(1)$ y $F(2)$.

(Continuación problema 2)

Problema 3 (15 %)

La función $T(x)$ representa la temperatura de un determinado cuerpo en el instante x. Según la ley de Newton, la velocidad de cambio de la temperatura de un cuerpo en un entorno con temperatura constante T_0 es directamente proporcional a la diferencia entre la temperatura $T(x)$ del cuerpo y la temperatura T_0 de dicho entorno. Es decir: $T'(x) = K(T(x) - T_0)$.

Se plantea la siguiente situación: Un congelador está a una temperatura constante de -10^oC y se sabe que, en ese contexto, la constante de proporcionalidad es $K = -1$. Se mete en dicho congelador una cubitera de hielos con agua a 20^oC. Si $T(x)$ es la temperatura del agua de la cubitera en el instante x (en horas), se pide:

a) *(4.5 puntos)* Plantear la EDO que verifica en esa situación la función $T(x)$ y hallar su solución general.

b) *(2.5 puntos)* Hallar la solución particular que verifica las condiciones iniciales dadas.

c) *(1.5 puntos)* Hallar la temperatura del agua de la cubitera al cabo de 30 minutos.

d) *(1.5 puntos)* ¿En cuánto tiempo tendremos ya cubitos de hielo en la cubitera? (El agua se hiela a 0^oC.)

Nota: Para interpretar mejor los resultados numéricos, se dan algunos valores aproximados:

$$e^{-1} \approx 0.4; \quad e^{-1/2} \approx 0.6; \quad e^{-1/3} \approx 0.7; \quad \ln(2) = -\ln(1/2) \approx 0.7; \quad \ln(3) = -\ln(1/3) \approx 1.1.$$

(Continuación problema 3)

Problema 4 (20 %)

Dadas las siguientes sucesiones:

$$a_n = n3^n + 3^{2n}\,, \qquad b_n = \frac{n^2 + 10^n}{\sqrt{n^2+6}}\,, \qquad c_n = \frac{\operatorname{sen}(n) + (n+1)!}{n^2 + \ln(n^6+n)}\,,$$

se pide responder a los siguientes apartados justificando los resultados obtenidos:

a) *(6 puntos)* Hallar el orden de magnitud de las tres sucesiones.

b) *(2.5 puntos)* Ordenarlas según dicho orden.

c) *(1.5 puntos)* Justificar cuáles de ellas están en $O(10^n)$ y cuáles en $\Omega(10^n)$.