Matemáticas III

Ajuste de Curvas

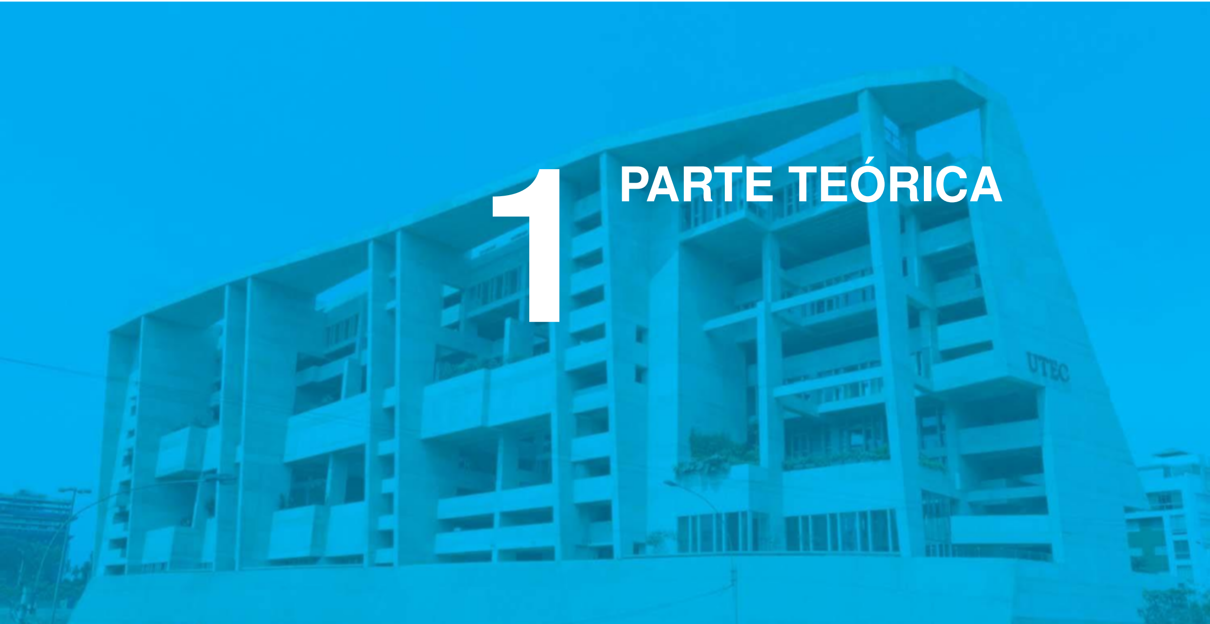
Semana 09

Hermes Pantoja Carhuavilca
(hpantoja@utec.edu.pe)
Brigida Molina Carabaño
(bmolina@utec.edu.pe)
Rosulo Perez Cupe
(rperezc@utec.edu.pe)
Asistente: Victor Anhuaman
(vanhuaman@utec.edu.pe)

UTEC
UNIVERSIDAD DE INGENIERÍA & TECNOLOGÍA

Índice

1 PARTE TEÓRICA



Ajuste Lineal

Definición (Ajuste Lineal)

Dado $(x_1; y_1), (x_2; y_2), \ldots, (x_n; y_n)$ *se obtiene* $g(x) = a_0 + a_1 x$*, como una función ajuste lineal.*

Ejemplo

Dado los puntos $(1; 4), (3; 7), (10; 12), (16; 8)$*, halle la función ajuste lineal* $g_1(x) = a_0 + a_1 x$

Solución

```
x=[1 3 10 16]'
y=[4 7 12 8]'
g1=polyfit(x,y,1)
% Graficando
xx=[1:0.01:16];
yy1=polyval(g1,xx);
plot(xx,yy1,'r',x,y,'ob')
grid on
title('Ajuste lineal')
```

Continuación...

Otra forma de hallar el ajuste lineal es formando un sistema sobredeterminado.

Reemplazando en $g_1(x) = a_! x + a_0$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \\ 10 & 1 \\ 16 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \\ 12 \\ 8 \end{bmatrix}$$

```
M=[x ones(4,1)]
```

$Mu = y$

$M^T M u = M^T y$; Ecuaciones Normales

$u = (M^T M)^{-1} M^T y$, donde: $u = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_0 \end{pmatrix}$

```
u=inv(M'*M)*M'*y
```

Ajuste Cuadrático

Ejemplo

Dado los puntos $(1;4),(3;7),(10;12),(16;8)$*, halle la función de ajuste cuadrático* $g_2(x)=a_2x^2+a_1x+a_0$.

```
x=[1 3 10 16]'
y=[4 7 12 8]'
g2=polyfit(x,y,2)
%Otra forma
M=[x.^2 x ones(4,1)]
u=inv(M'*M)*M'*y
```

Bondad de Ajuste Lineal

Factor de regresión

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_i - y_m)^2}{\sum_{i=1}^{n} (y_i - y_m)^2}$$

donde:
$\hat{y}_i$ de la función ajuste
y_i de la data.

$$y_m = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$$

Función FactorR2.m

```
function d=FactorR2(x,y)
n=length(x);
g1=polyfit(x,y,1);
yis=polyval(g1,x)
ym=sum(y)/n;
d=sum((yis-ym).^2)/sum((y-ym).^2);
end
```

Ejemplo

Dado los siguientes puntos:

X	0	3	4	7	9
Y	0	30	60	90	120

Determinar la calidad del ajuste lineal.

Solución:

```
x=[0 3 4 7 9]'
y=[0 30 60 90 120]'
R2=FactorR2(x,y)
```

Nota: El coeficiente R^2 determina la calidad de ajuste, algunos sugieren que debe ser mayor a 0.7. Por lo tanto el ajuste lineal del problema anterior es bueno.

Linealización

Ejemplo

Dado los puntos $(1;4),(3;7),(10;12),(16;8)$. *Halle un ajuste de la forma*

$$g(x) = Ae^{Bx}$$

Solución:

$\ln(g(x)) = \ln(A) + Bx$

$X = x$

$Y = \ln(g(x))$

Continuación...

```
x=[1 3 10 16]'
y=[4 7 12 8]'
X=x;
Y=log(y);
g1=polyfit(X,Y,1)
B=g1(1)
A=exp(g1(2))
syms x
g=inline(subs(A*exp(B*x)),'x')
xx=[1:0.01:16];
yy2=g(xx);
plot(xx,yy2,'r')
grid on
```

Ejemplo de Ajuste Lineal

Halle la recta que mejor se ajusta a los siguientes datos (mostrados en la tabla), determinando asimismo la calidad del ajuste

Tiempo (s)	0	3	4	7	9
Distancia (m)	0	30	60	90	120

Consideremos $x_i = Tiempo$ e $y_i = Distancia$

Solución

```
x=[0 3 4 7 9]'
y=[0 30 60 90 120]'
p=polyfit(x,y,1) % 1, es por ser ajuste lineal
% Sistema sobredeterminado
M=[x ones(5,1)]
% Sistema sobredeterminado
% M'*M*p=M'*y
p=inv(M'*M)*M'*y
```

Factorización QR

Halle la recta que mejor se ajusta a los siguientes datos (mostrados en la tabla), determinando asimismo la calidad del ajuste

Tiempo (s)	0	3	4	7	9
Distancia (m)	0	30	60	90	120

Consideremos $x_i = \mathit{Tiempo}$ e $y_i = \mathit{Distancia}$

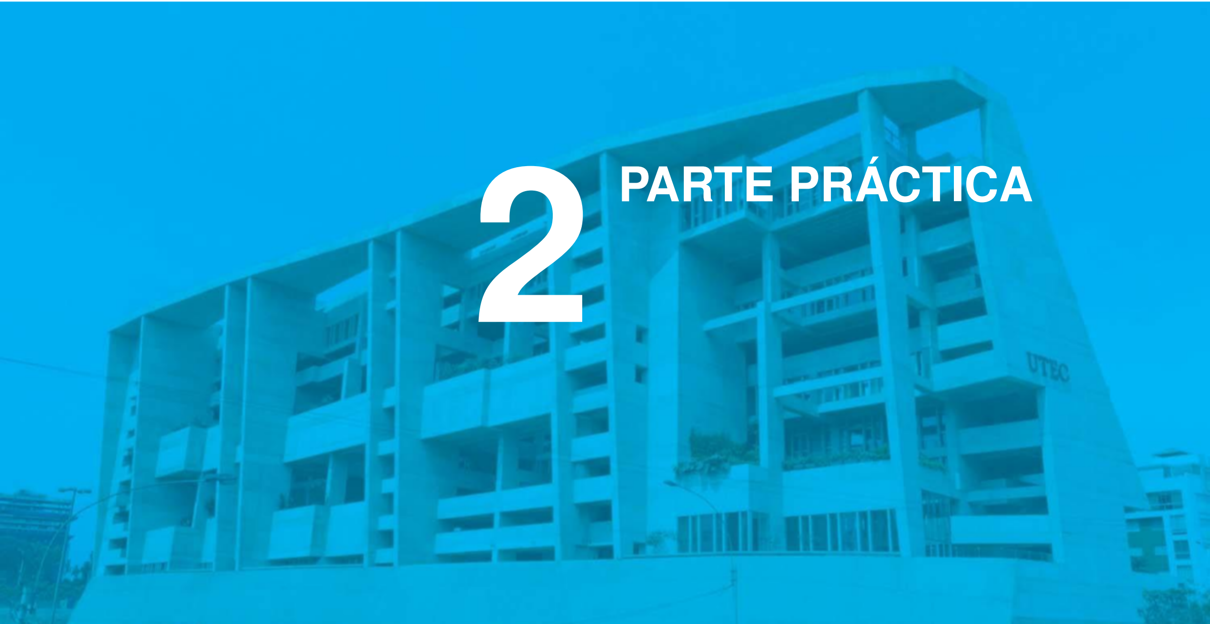
Continuación...

```
x=[0 3 4 7 9]'
y=[0 30 60 90 120]'
M=[x ones(5,1)]
% Factorizando la matriz M utilzando QR
a1=M(:,1)
a2=M(:,2)
% Hallando u1, q1
u1=a1
q1=u1/norm(u1)
% Hallando u2,q2
u2=a2-dot(a2,q1)*q1
q2=u2/norm(u2)
% Hallando la matriz Q
Q=[q1 q2]
% Hallando la matriz R
R=[dot(a1,q1) dot(a2,q1);0 dot(a2,q2)]
```

Continuación...

```
% Utilzando la funcion qr de Matlab
[Q,R]=qr(M)
Q=Q(:,1:2)
R=R(1:2,:)
```

2 PARTE PRÁCTICA



VELOCIDAD DE FLUIDO Y CAIDA DE PRESIÓN

Para calibrar un medidor de orificio se miden la velocidad v de un fluido y la caída de presión P. Los datos experimentales se muestran en la siguiente tabla:

v	$3,83$	$4,17$	$4,97$	$6,06$	$6,71$	$7,17$	$7,51$	$7,98$
P	30	$35,5$	$50,5$	75	92	105	115	130

buscando una función que mejor se aproxime a los puntos dados en el sentido de mínimos cuadrados se plantea la funcion aproximante $P(v) = a + bv + cv^2$, donde a, b y c son parámetros del modelo matemático a ser determinados por la aproximación mínimos cuadrados.

Continuación...

1. Luego de plantear el sistema "sobredeterminado" de la forma $Mu = y$ donde M es una matríz de orden 8×3, $u = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ e y vector de segundas componentes. Halle la suma de elementos de M.
2. Resolviendo el sistema sobredeterminado halle la función $P(v)$.
3. Halle la factorización de la matriz M utilizando el método QR. Luego resuleve el siguiente sistema $QRu = y$ para hallar los coeficientes del polnomio $P(v)$.
4. Utilizando la función ajuste, estime el valor de la presión correspondiente a la velocidad de 4..

Gracias por su atención