Matemáticas III

TAP-3

Hermes Pantoja Carhuavilca
(hpantoja@utec.edu.pe)
Brigida Molina Carabaño
(bmolina@utec.edu.pe)
Rósulo Pérez Cupe
(rperezc@utec.edu.pe)
Asistente: Victor Anhuaman
(vanhuaman@utec.edu.pe)

UTEC
UNIVERSIDAD DE INGENIERÍA & TECNOLOGÍA

Test Aplicación 3 (Aproximación de funciones, Polinomios Interpolantes)

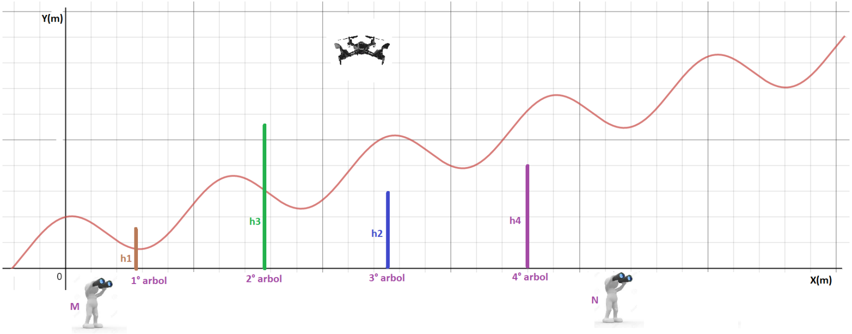
Dos Alumnos M y N observan el movimiento de dos Drones A y B que describen trayectorias extrañas en el cielo en cierto intervalos de tiempo. Luego de ver tantas veces el movimiento de los Drones A y B, se determina que aproximadamente la trayectoria de vuelo del Drone A está dado por la función: $f(x) = \frac{x}{4} + \cos(x) + 1$; donde las abscisas representa la distancia recorrida (en metros) respecto de la posición del alumno. Por otro lado respecto al movimiento del Drone B solo se conoce algunas coordenas como se presenta en la siguiente tabla:

x	-1	6.8	11.2	14.4	17.3	27.3
y	1.587	1.794	2.424	4.057	6.007	14.344

Table: Coordenadas del Drone B

Test Aplicación 3 (Aproximación de funciones, Polinomios Interpolantes)

Los Alumnos M y N se encuentran ubicados en los puntos (0,0) y (20,0) respectivamente. Además, durante el trayecto de vuelo, el Drone A pasa por 4 arboles cercanos de alturas(m) : h_1=1.7m ; h_2=2.7m; h_3=5.3m y h_4=4.2m. (ver figura 1)



Test Aplicación 3 (Aproximación de funciones, Polinomios Interpolantes)

(A) Utilice el método de ajustes por mínimos cuadrados para determinar una trayectoria polinómica aproximada de forma cuadrática: $P(x) = ax^2 + bx + c$,que realiza el Drone B. Determine a que altura pasa sobre el alumno M. Formule un sistema rectangular y luego resuelva por ecuaciones normales y por factorizacion QR de la matriz de coeficientes del sistema planteado.

Test Aplicación 3 (Aproximación de funciones, Polinomios Interpolantes)

(B) Si un Drone C presenta una trayectoria polinómica que se forma al construir una tabla de diferencias divididas de forma ordenada con las 6 coordenadas del Drone B. Halle la trayectoria de dicho Drone, luego de construir el polinomio interpolante de Newton.

(C) Si un Drone D presenta una trayectoria polinómica que se forma al evaluar en la función que describe el Drone B en los puntos $x_0 = -1$, $x_1 = 0.5$, $x_2 = 1.5$, $x_3 = \pi$, $x_4 = 5.5$, $x_5 = 1.9\pi$, $x_6 = 10.5$ y $x_7 = 15.5$. Halle la trayectoria de dicho Drone, luego de construir el polinomio interpolante de Lagrange.

Test Aplicación 3 (Aproximación de funciones, integración numérica y ecuaciones diferenciales.)

La velocidad de una partícula que está siendo analizada dentro de un laboratorio de máquinas térmicas está dado por la expresión

$$v(t) = \begin{cases} 2t + 42 & ; \quad 0 \leq t \leq 3 \\ 5t^2 + 3 & ; \quad 3 < t \leq 15 \end{cases}$$

donde t está dado en s (segundos) y la velocidad en $\frac{m}{s}$ (metros por segundo)

Test Aplicación 3 (Aproximación de funciones, integración numérica y ecuaciones diferenciales.)

(A) Discretize la función velocidad en 9 puntos de partición, es decir, 8 subintervalos de la misma longitud y elabore una tabla discreta de t vs, $v(t)$.

(B) Halle la distancia que ha recorrido la partícula desde el reposo $t = 0$ hasta $t = 15$, utilizando el método compuesto del trapecio.

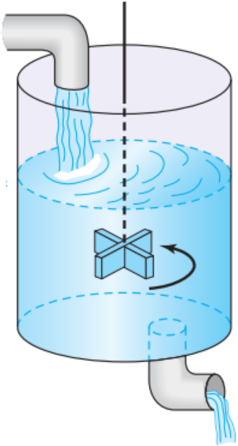
(C) Halle la distancia que ha recorrido la partícula desde el reposo $t = 0$ hasta $t = 15$, utilizando el método compuesto de simpson 1/3.

(D) Halle la distancia recorrida analíticamente y luego compare los resultados obtenidos analíticamente y los resultados numéricos obtenidos mediante los métodos compuestos trapeziodal y el de simpson.

Test Aplicación 3 (Aproximación de funciones, integración numérica y ecuaciones diferenciales.)

Suponga que un tanque grande de mezclado contiene inicialmente 1000L de agua en los que se ha disuelto 25 kg de sal. Otra salmuera es introducida al tanque a razón de 10 litros por minuto y cuando la solución está bien mezclada sale a una razón de 7.5 litros por minuto, si la concentración de la mezcla que entra es 0.25 kg por minuto. Si $Q(t)$ es la cantidad de sal que queda a los t minutos $t > 0$ determine la expresion $Q(t)$

Test Aplicación 3 (Aproximación de funciones, integración numérica y ecuaciones diferenciales.)



Test Aplicación 3 (Aproximación de funciones, integración numérica y ecuaciones diferenciales.)

(E) Deduzca un modelo matemático (PVI) para el fenómeno, luego de describir las variables del modelo. Resuelva analíticamente el modelo planteado.

(F) Determine la solucion numérica del problema de valor inicial para intervalos de 1/2 minuto, desde el tiempo $t = 0$ minutos hasta $t = 3$ minutos

(G) Compare las soluciones analitica y numerica realizando un grafico con la ayuda de Matlab.