

Proyecto Aletas

Jose Manuel Pineda

Related papers

[Download a PDF Pack](#) of the best related papers ↗



[Fundamentos de transferencia de calor Frank Incropera](#)

Kate Fuentes

[Tranferencia de calor incropera](#)

Laura Tariba

[Fundamentos de transferencia de calor frank incropera 140224010112 phpapp](#)

Elvis Alfredo Alva Aparicio

Diseño de aletas de enfriamiento en un caso práctico usando método de resolución numérico de ecuaciones

José Manuel Pineda Nicolás, Edgar Cruz Olguín y Alex Reyes López

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de ingeniería

México DF. 3 de Octubre del 2013

Resumen

Hoy en día el diseño de aletas no puede imaginarse sin la ayuda de un software computacional. La complejidad que representa la solución del modelo que rige el comportamiento del fenómeno físico que en una aleta se presenta exige el conocimiento de métodos numéricos que brinden una solución aproximada a la solución que se obtendría, si fuera matemáticamente posible, de resolver la ecuación de forma analítica.

El presente trabajo desarrolla el diseño de una aleta de enfriamiento con especial énfasis a mostrar el método de resolución de la ecuación diferencial que modela el fenómeno de convección libre y conducción de calor.

Índice

I.	Nomenclatura	2
II.	Objetivo	2
III.	Introducción	2
IV.	Teoría y datos calculados	3
	4.1 Modelación del fenómeno	3
	4.2 Método de resolución	4
	4.3 Geometrías propuestas	9
V.	Discusión de resultados	11
	5.1 Selección del material	11
	5.2 Perfiles de temperatura obtenidos	13
	5.3 Resultados FEM 1D	15
VI.	Conclusiones	16
VII.	Recomendaciones técnicas	17
VIII.	Figuras y tablas	19
	8.1 Perfil de temperatura exacto	19
	8.2 Ensamblajes	19
	8.3 Tablas de propiedades	21
IX.	Referencia	21
X.	Apéndice	21

10.1 Calculo del espaciamento entre aletas	21
10.2 Programa en Mathematica	23

I. Nomenclatura

T_{∞} - Temperatura ambiente

A_c – Área de sección transversal

A_p – Área del perfil

b – Altura de la aleta

h – Constante de convección térmica

k – Constante de conductividad térmica

k_f – Conductividad térmica del fluido (aire)

L – Longitud de la aleta

q_x – Variable de conducción de calor

S – Espaciamiento entre aletas

$2\zeta, t$ - Grosor de la aleta

x – Variable de altura de la aleta

ζ - Variable Bar-Cohen

II. Objetivo

- El objetivo de este informe es brindar una solución sobre las dimensiones que se deben considerar así como también la selección de material a utilizar para la implementación de aletas de enfriamiento.
- Formar un criterio de selección de materiales con base en costos y métodos de manufactura.

III. Introducción

Se tiene una placa cuadrada de 1m x 1m con una temperatura constante de 120°C. A esta placa se le colocaran aletas para disipar su calor de manera eficiente, dicho proyecto cuenta además con las siguientes restricciones:

La altura máxima permitida de la aleta es de 5cm, el espacio de separación entre aletas no mayor a 2 cm y no menor a 1cm.

La selección de materiales se realiza entre: Acero, Aluminio y Cobre; esta comparación se basará entre costo y viabilidad de manufactura con la eficiencia de disipación, para una mejor elección de material.

Para lograr el objetivo dividiremos la solución en las siguientes partes:

- Programación de la solución a la ecuación diferencial de transferencia de calor con el software Mathematica utilizando el método de Galerkin para su solución.
- Propuesta del polinomio solución con base en tiempos de cálculo y efectividad en los resultados.
- Diferencias entre los tres materiales propuestos respecto a los métodos y capacidades de manufactura.

Con la información anterior se buscara interactuar para tener así un mejor criterio al momento de realizar la selección

- Dimensiones de la aleta
- Manufactura

Al concluir este informe se hará saber cuál es la solución para este problema en específico con base en el sistema propuesto de solución.

IV. Teoría y Datos Calculados

4.1 Modelación del Fenómeno

Consideramos una aleta longitudinal de perfil rectangular, por medio de la cual el calor es transferido al ambiente a temperatura " T_{∞} ", consideramos un área de sección transversal " A_c ", el área de la sección del perfil " A_p ", para lo cual consideramos

$$A_c = Lt \text{ y } A_p = bt$$

Consideramos un pequeño volumen de control (elemento diferencial) en una locación arbitraria " x " a lo largo de la aleta, la cantidad de calor transferido " q_x " entrará en el volumen de control a través del área de sección transversal " A_c ", mientras que reducirá un cambio diferencial " $(dq_x / dx)dx$ ".

Existirá también una convección diferencial dq_{conv} en las superficies circundantes al volumen de control. El área de convección es producto del perímetro " P " y dx .

Consideramos el balance de energía siguiente.

$$q_x - \left(q_x + \frac{dq_x}{dx} dx \right) - dq_{conv} = 0$$

Lo cual reducimos

$$-\frac{dq_x}{dx}dx - dq_{conv} = 0 \dots (1)$$

La ley de conducción de Fourier

$$q_x = -Ack \frac{dT}{dx} \dots (2)$$

Y la ley de enfriamiento de Newton para convección

$$dq_{conv} = hPdx(T - T_{\infty}) \dots (3)$$

Sustituimos la ecuación 2 y 3 en 1 y finalmente obtenemos:

$$-\frac{d}{dx} \left(-Ack \frac{dT}{dx} \right) dx - hPdx(T - T_{\infty}) = 0$$

4.2 Método de resolución

Afin de poder solucionar la ecuación diferencial que modela el fenómeno de conducción y convección que se presenta en una aleta de enfriamiento, se tuvo la opción de resolver la ecuación mediante el método de Galerkin o mediante el método Galerkin-Lagrange.

El método Galerkin-Lagrange se desechó debido a que los tiempos de cálculo son mayores que con el método de Galerkin y las ventajas que el método combinado Galerkin-Lagrange trae consigo se ven maximizadas cuando se trata de un problema en el que se tiene un amplio rango de análisis; es decir, en casos donde el rango de análisis es corto (recordando que en este caso X_1 y X_2 son 0 y 0.05) la solución que ambos métodos dan son muy semejantes y la implementación de Galerkin-Lagrange solo demoran la obtención del resultado. Se propone entonces el método numérico de resolución de ecuaciones Galerkin. Dicho método consta de los siguientes pasos:

- I) Construir la forma débil de la ED
- II) Construir una solución admisible.
- III) Establecer las ecuaciones y resolver los parámetros desconocidos.
- IV) Solución Aproximada

- Construcción de la forma débil (FD)

La construcción de la FD implica primeramente la construcción de una **función error**. Debido a que la solución que con este método se obtenga será siempre una aproximación a la solución exacta, necesariamente se tendrá un error. Este error se puede calcular partiendo de la ecuación diferencial igualada a cero. Como consecuencia de esa aproximación que da el método esta igualdad a cero no se cumplirá y se tendrá que el error está dado por la ecuación diferencial igualada al error.

Partiendo la ecuación diferencial igualada a cero

$$-\frac{d}{dx}\left(-A(x)ck\frac{dT}{dx}\right)dx - hP(x)dx(T - T_{\infty}) = 0$$

Se iguala esta ecuación a la función de error

$$e(x) = -\frac{d}{dx}\left(-A(x)ck\frac{dT}{dx}\right)dx - hP(x)dx(T - T_{\infty})$$

Una vez que se tiene la función error se debe construir una ecuación que brinde información acerca del error acumulado. Una forma de calcularlo es utilizando el concepto de la integral, sin embargo, con la integral no se obtiene una representación real de este error ya que esta calcula el área bajo dos curvas pero pueden haber puntos en los cuales las curvas se crucen y entonces lo que se está calculando en realidad es una resta de áreas y puede que los errores incluso se cancelen. Por esta razón el método de Galerkin calcula un **error total ponderado** que se trata de la misma integral multiplicada por una función de ponderación. El error total ponderado está dado por:

$$\int_{x_1}^{x_2} W_i(x) e(x) dx$$

Dónde:

$$W_i(x) = \frac{\partial T}{\partial a_i}$$

ai son coeficientes de la solución propuesta.

Posteriormente, se aplica una integración por partes de X_1 a X_2 al término de la ecuación diferencial de mayor orden de derivación, en este caso al término que contiene a T'' :

$$\int_{x_1}^{x_2} W_i(x) \frac{d}{dx}\left(A(x)k\frac{dT}{dx}\right) dx$$

Eligiendo los parámetros de la integral por partes, se tiene:

$$u = W_i(x)A(x)k$$

$$du = (W'_i(x)A(x)k + W_i(x)A'(x)k)dx$$

$$dv = T''dx$$

$$v = T'$$

Sustituyendo, la solución de esta integral está dada por:

$$\int_{x_1}^{x_2} W_i(x) \frac{d}{dx} \left(A(x) k \frac{dT}{dx} \right) dx$$

$$= W_i(x) A(x) k T' \Big|_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} -T' (W'_i(x) A(x) k + W_i(x) A'(x) k) dx$$

Llevando este término a la ecuación de error total ponderado:

$$\int_{x_1}^{x_2} W_i(x) e(x) dx$$

$$= W_i(x) A(x) k T' \Big|_{x_1}^{x_2} + \int_{x_1}^{x_2} -T' (W'_i(x) A(x) k + W_i(x) A'(x) k) + W_i(x) h P(x) [T^\infty - T] dx$$

Finalmente, aplicando los límites de integración y simplificando términos, se llega a la FD:

$$W_i(x_2) A(x_2) k T'(x_2) + \int_{x_1}^{x_2} -T' (W'_i(x) A(x) k + W_i(x) A'(x) k) + W_i(x) h P(x) [T^\infty - T] dx$$

Esta FD contiene el término $T'(x_2)$ que se trata de una condición de frontera natural:

$$T'(x_2) = -\frac{h}{k} (T(x_2) - T^\infty)$$

Por lo tanto:

$$FD = W_i(x_2) A(x_2) k \left(-\frac{h}{k} (T(x_2) - T^\infty) \right)$$

$$+ \int_{x_1}^{x_2} -T' (W'_i(x) A(x) k + W_i(x) A'(x) k) + W_i(x) h P(x) [T^\infty - T] dx$$

- Construir una solución admisible

Las soluciones que el método numérico propuesto admite son soluciones polinomiales por lo que la solución más simple a proponer es un polinomio grado 1. Sin embargo, conforme el grado del polinomio va aumentando la solución que se obtiene es cada vez más semejante a la solución exacta. El elevar el grado del polinomio implica también un mayor tiempo de cálculo y complejidad de programación.

La solución que se proponga debe ser un polinomio que se aproxime al modelo del fenómeno que representa de manera exacta la ecuación diferencial y que además sea el de menor grado posible a fin de reducir la complejidad y el tiempo de cálculo.

Inicialmente se propone una solución de polinomio grado 1:

$$T = a_0 + a_1x$$

- Establecer ecuaciones y parámetros desconocidos

En este punto, se encuentran todas las magnitudes desconocidas que la FD exige para su solución. Se deben determinar: $W_i(x_2)$, $W'_i(x)$ y T' . Además de ingresar al modelo la condición de frontera esencial: $T(x_1) = T(0) = 120$.

Con esta condición de frontera determinamos el valor de a_0 .

$$T(0) = 120 = a_0 + a_1(0)$$

$$a_0 = 120$$

Entonces el modelo queda de la siguiente forma:

$$T = 120 + a_1x$$

Para $W_i(x_2)$, se sabe:

$$W_i(x) = \frac{\partial T}{\partial a_i}$$

$$W_1(x) = \frac{\partial T}{\partial a_1} = x$$

Conociendo estos datos, es posible resolver la ecuación integro diferencial que representa la FD, obteniendo así un sistema de ecuaciones cuyas incógnitas serán los coeficientes del polinomio propuesto como solución. En este caso particular solo se tiene una ecuación y una incógnita, resolviendo la FD con asistencia del software Wolfram Mathematica 8.0 y tomando como geometría para la entrada de datos de sección transversal y perímetro, una aleta de sección transversal rectangular de 5 centímetros de largo, 2 centímetros de ancho y 1 metro de largo, se tiene:

$$-6.375 - 0.025(100 + 0.05a_1) - 0.211125a_1 = 0$$

Resolviendo para a_1 y sustituyendo su valor en la solución propuesta, se llega a la expresión del perfil de temperatura aproximado:

$$T = 120 - 41.789x$$

Con el propósito de determinar la exactitud de la solución propuesta se grafica el comportamiento del perfil de temperatura obtenido con las condiciones geométricas ya mencionadas, solución exacta y solución con polinomio grado 1.

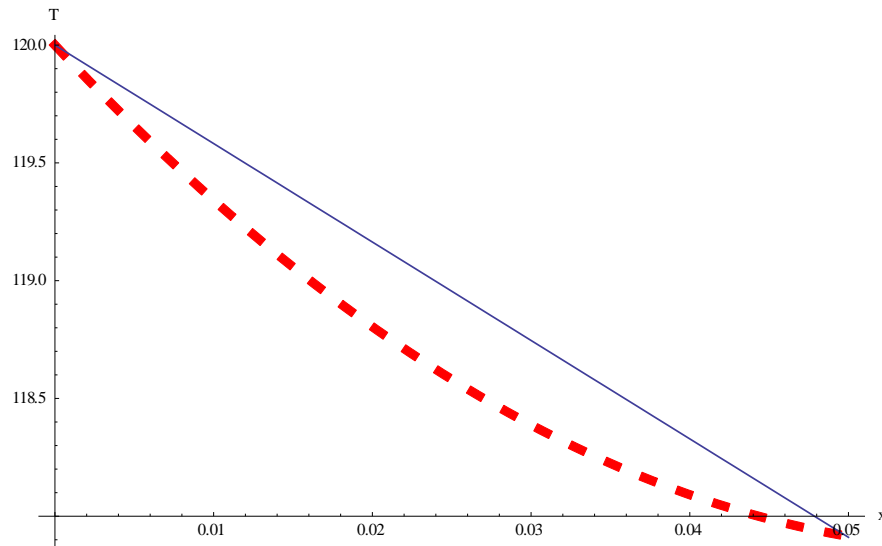


Fig. 1. Solución exacta (roja) y solución polinomio grado 1 (azul).

Como se puede observar en la figura ## la solución propuesta dista mucho de la solución exacta. La ventaja de simplificar el programa en Mathematica y la rapidez de los cálculos tienen un costo significativo; es decir, se pierde mucha precisión. Es por eso que se propone una nueva solución, ahora un polinomio grado 2.

$$T = a_0 + a_1x + a_2x^2$$

Siguiendo el mismo procedimiento ahora usando esta nueva propuesta se llega al siguiente modelo:

$$T = 120 - 71.806x + 601.85x^2$$

Comparando la solución exacta con este nuevo modelo se tiene:

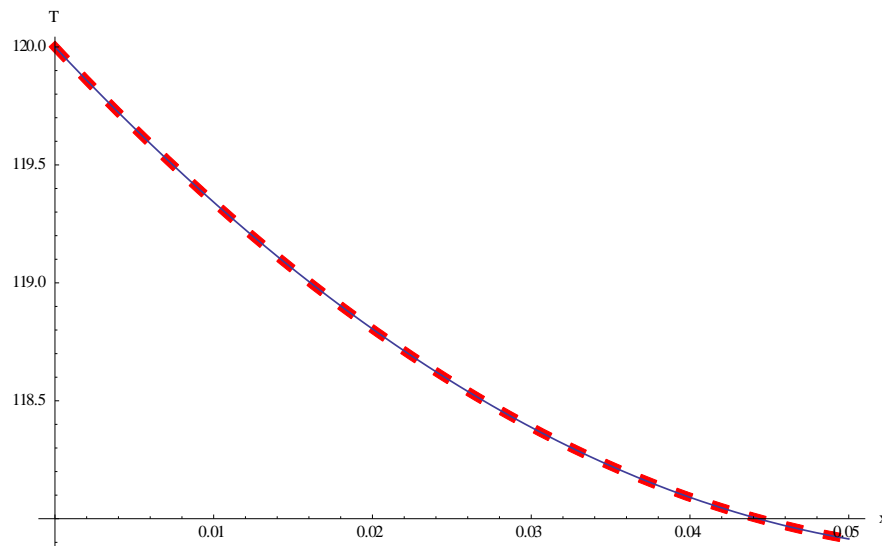


Fig. 2. Solución exacta (roja) y solución polinomio grado 2 (azul).

Como se ve en la imagen de la figura 2, el polinomio de grado 2 se asemeja en buena medida a la solución exacta por lo que es esta propuesta de solución la que mejor desempeño tiene: mayor exactitud con el menor costo computacional.

4.3 Geometrías propuestas

Se propusieron tres diseños:

1. Una aleta de sección trapezoidal de base mayor 2 centímetros, base menor 1 centímetro, 5 centímetros de altura y 1 metro de largo. Con esta geometría y un espaciamiento de 1.06 centímetros entre aletas, se logró un arreglo de 33 aletas. Véase la el apéndice para el espaciamiento entre aletas.

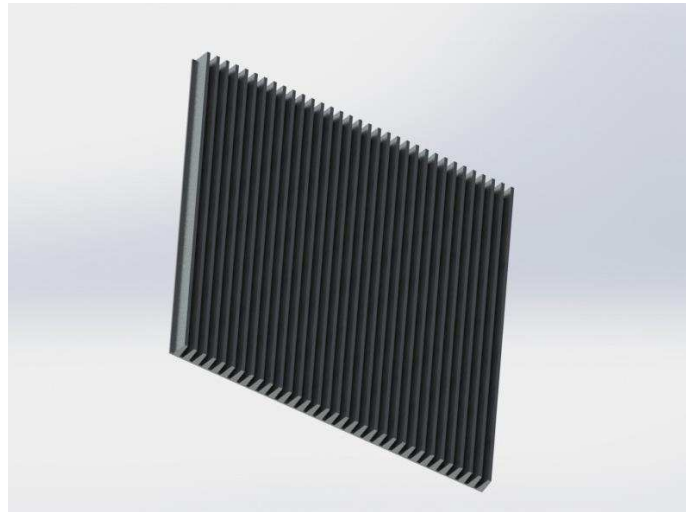


Fig. 3. Arreglo de aletas trapezoidal.

2. Una aleta de sección circular constante de 0.5 centímetros de radio y 5 centímetros de altura. Con esta geometría y un espaciamiento de 1 centímetros entre aletas, se logró un arreglo de 2500 aletas. Véase la el apéndice para el espaciamiento entre aletas.

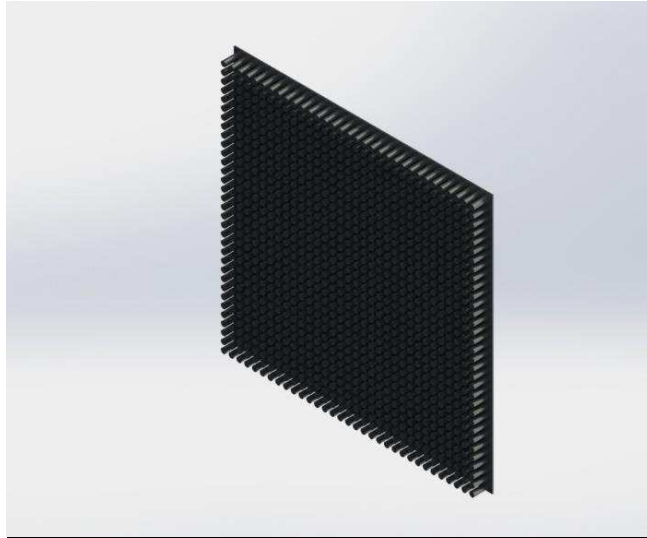


Fig. 4. Arreglo de aletas circulares

3. Una aleta de sección rectangular constante de 2 centímetros de espesor 1 metro de largo y 5 centímetros de altura. Con esta geometría y un espaciamiento de 1.06 centímetros entre aletas, se logró un arreglo de 48 aletas.

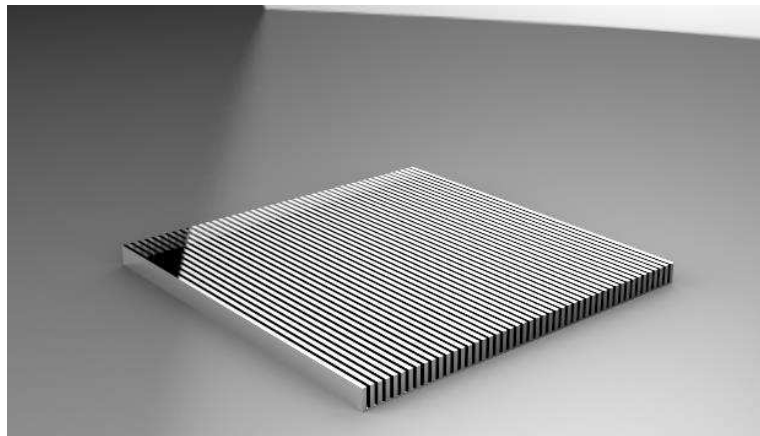


Fig. 5. Arreglo de aletas rectangulares

Para la visualización del ensamble de cada aleta véase la sección de figuras.

V. Discusión de resultados

5.1 Selección del material

Parte importante del diseño de aletas es la selección del material y el problema nos plantea tres limitantes en este aspecto:

- 1.-Costo
- 2.-Facilidad de manufactura
- 3.-Coeficiente conductivo

Analizando únicamente el costo, se tiene la información del precio

Material	Costo tubo ½". En pesos mexicanos
Acero	119
Aluminio	125
Cobre	164

*Lista de precios a septiembre 2013

Analizando únicamente la facilidad de manufactura:

	Acero	Aluminio	Cobre
Torneado	<p>La maquinabilidad del acero es distinta según los elementos de cada aleación, el tratamiento térmico y el proceso de fabricación (forja, fundición, etc.).</p> <p>Para las recomendaciones de mecanizado con herramientas para torneado, el acero se puede clasificar en no aleado, acero de aleación baja y acero de alta aleación</p>	<p>El aluminio tiene unas excelentes características de <u>conductividad térmica</u>, lo cual es una importante ventaja, dado que permite que el calor generado en el mecanizado se disipe con rapidez. Su baja <u>densidad</u> hace que las fuerzas de inercia en la piezas de aluminio giratorio (torneados) sean así mismo mucho menores que en otros materiales</p>	<p>Bajas revoluciones debido a que es un material más dúctil</p>
Fresado	<p>En los aceros blandos, de bajo contenido en carbono, los principales problemas son el filo de aportación y la formación de rebabas en la pieza.</p> <p>En los aceros más duros, la colocación de la fresa</p>	<p>Durante el arranque de viruta, las fuerzas de corte que tienen lugar son considerablemente menores que en el caso de las generadas con el acero (la fuerza necesaria para el mecanizado del aluminio</p>	<p>Requiere mayor ángulo de incidencia que el acero y aluminio; este ángulo es el que evita q la herramienta roce con el material</p>

	resulta más importante para evitar el astillamiento del filo.	es aproximadamente un 30% de la necesaria para mecanizar acero)	
Laminado	Las dimensiones de las secciones conseguidas de esta forma no se ajustan a las tolerancias requeridas y por eso muchas veces los productos laminados hay que someterlos a fases de mecanizado para ajustar sus dimensiones a la tolerancia requerida.	Suele tener una gran y fácil deformación plástica debido a su conductividad térmica	Una de las propiedades fundamentales del cobre es su <u>maleabilidad</u> que permite producir todo tipo de láminas desde grosores muy pequeños, tanto en forma de rollo continuo como en planchas de diversas dimensiones, mediante las instalaciones de laminación adecuadas
Soldadura	La <u>soldabilidad</u> de aceros es inversamente proporcional a una propiedad conocida como la <u>templabilidad</u> del acero, que mide la probabilidad de formar la martensita durante el tratamiento de soldadura o calor	Los procedimientos de soldeo en aluminio pueden ser <u>al arco eléctrico</u> , bajo <u>atmósfera inerte</u> que puede ser <u>argón</u> , <u>helio</u> , por <u>puntos</u> o por <u>fricción</u> .	Para soldar uniones de cobre o de sus aleaciones se utilizan dos tipos de soldadura diferentes: <u>soldadura blanda</u> y <u>soldadura fuerte</u> .

Analizando por separado el coeficiente conductivo.

Material	K (W/mK)
Acero	58
Aluminio	209
Cobre	389

Una manera de determinar la influencia de este factor en el problema es proponiendo una solución lineal $T = 120 + a_1x$ y variar el valor de K para posteriormente graficar esos puntos. Con esto se consigue un valor del coeficiente a_1 que representa la pendiente, rapidez con que la temperatura a lo largo de la aleta cae. Lo que se quiere es que la temperatura sea lo más constante que se pueda por lo que se desea que a_1 sea un número pequeño en magnitud. Como se observa en la figura 6, el punto rojo de la derecha, que representa al Cobre, es óptimo ya que con este valor de K, la temperatura a lo largo de la aleta tiende a conservarse más que con las otras dos opciones. Como también vemos en la figura 6, el punto más a la izquierda, que representa al Acero es la opción menos deseable.

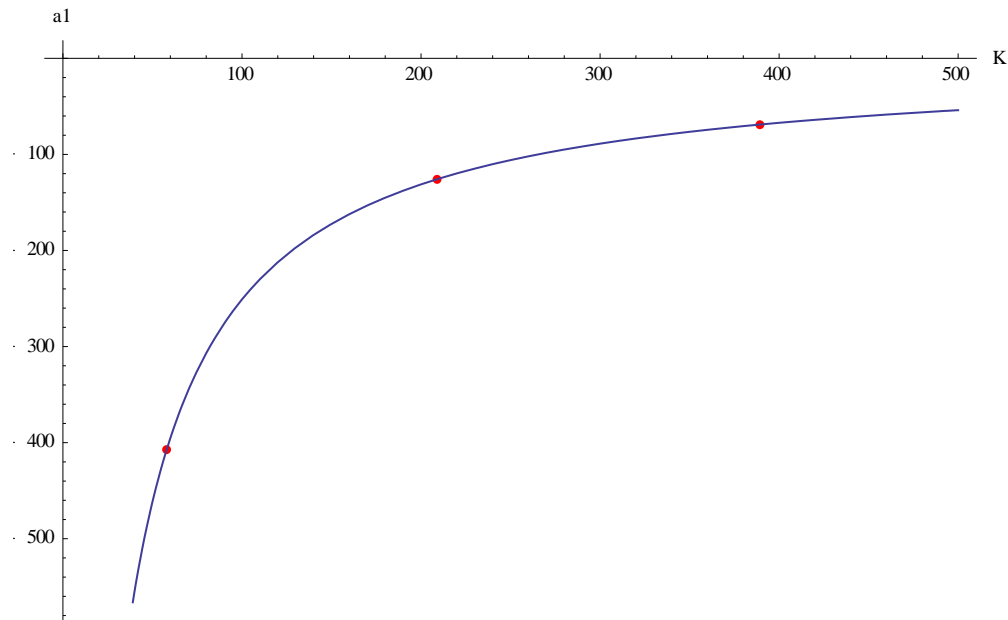


Fig. 6. Influencia de la K en el modelo

Tomando en cuenta los tres aspectos que restringen la elección del material, **se elige el Aluminio** porque aunque no sea el material que mejor conduce el calor, no tiene un mal desempeño en conducción de calor, tiene un costo menor a los otros dos materiales además tiene una gran facilidad para la deformación plástica lo que lo hace un material muy fácil de manufacturar.

5.2 Perfiles de temperatura obtenidos

Una forma de saber el desempeño de las aletas es sabiendo el calor que disipa que como se ve en la siguiente ecuación depende en gran medida del perfil de temperatura que muestra. Es más conveniente tener un perfil de temperatura alto.

$$Q_{dis} = \int_{x_1}^{x_2} h * (T[x] - T_{inf}) * P[x] dx$$

A continuación se muestran los perfiles de temperatura obtenidos para cada diseño propuesto:

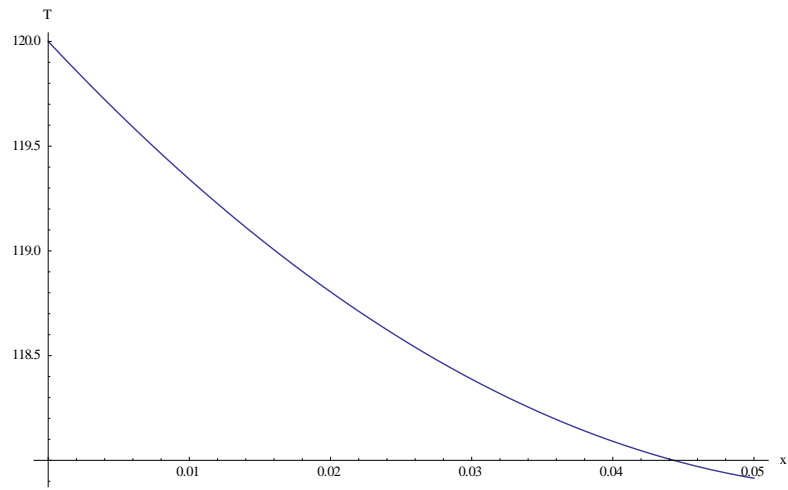


Fig. 7. Perfil de temperatura aleta sección trapezoidal

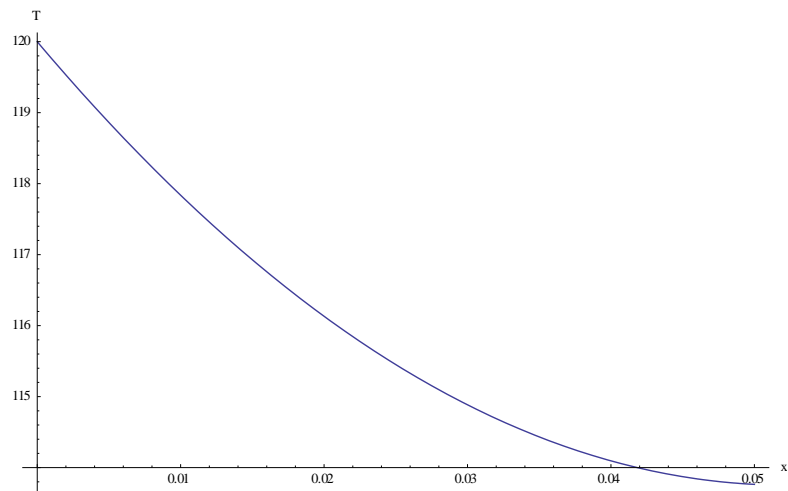


Fig. 8. Perfil de temperatura aleta sección circular

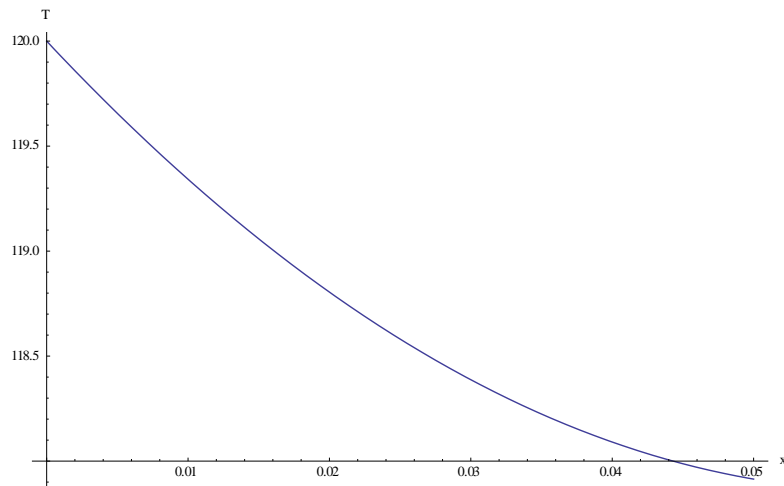


Fig. 9. Perfil de temperatura aleta sección rectangular

5.3 Resultados FEM 1D Obtenidos

Es posible comparar los resultados obtenidos con el método de FEM, con el cual logramos obtener resultados para 3 elementos finitos, 2 de segundo grado y uno más de primer grado, este método contempla interpoladores de langrange así como también una solución generada por el ensamble de las correspondientes matrices a cada uno de los elementos finitos propuestos.

Nodos propuestos (m)	Perfil de Temperaturas
0	120
0.01	119.341
0.02	118.804
0.03	118.387
0.04	118.091
0.05	117.914

Se contemplaron 5 nodos para la aleta propuesta, cada uno de los nodos con una separación de 1cm entre ellos, con lo cual se obtuvo el siguiente perfil de temperaturas.

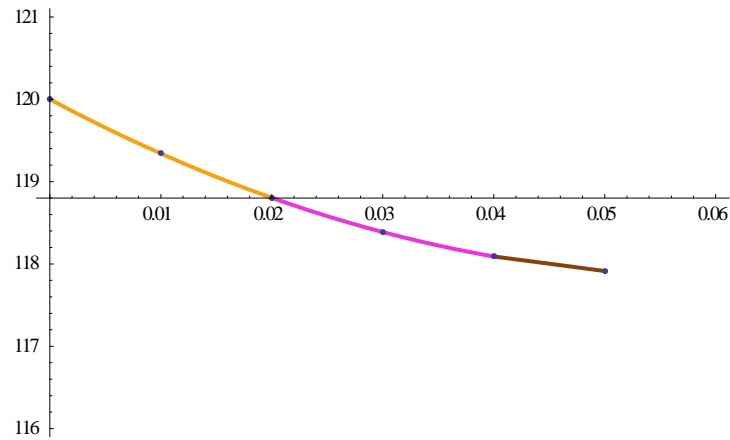


Fig. 10. Perfil de temperatura 3 elementos finitos, FEM 1D

Así como también el calor disipado por aleta de:

$$\text{Calor Disipado} = 251.706 \text{ W}$$

Mismo que comparado con el resultado antes obtenido con el método de Galerkin obtenemos:

$$\frac{FEM \ 251.706 \text{ W}}{Galerkin \ 251.701 \text{ W}} = 1.0000198$$

Resultado que se aproxima al 0.001 % de error, lo cual es bastante aceptable para la utilizar únicamente el método de Galerkin que para este diseño contempla un menor tiempo y recursos de cómputo.

6 Conclusiones

Los resultados del desempeño de cada diseño propuesto se calcularon con base en estas ecuaciones:

Calor disipado:

$$Q_{dis} = \int_{x_1}^{x_2} h * (T[x] - T_{inf}) * P[x] dx ;$$

Calor total disipado:

$$Q_{disipadoTotal} = N_{aletas} * Q_{dis}$$

Efectividad:

$$\epsilon = Q_{dis} / (h * (A[x_1]) * (120 - T_{inf}))$$

Eficiencia de la aleta:

$$Q_{max} = h * A_{max} * (120 - T_{inf})$$

$$\mu_{fin} = Q_{dis}/Q_{max}$$

Y se reportan los siguientes resultados:

Diseño	Calor disipado (W)	No. De aletas	Calor total disipado(W)	Eficiencia	Efectividad
Trapezoidal	188.99	33	6 236	3.779	0.675
Circular	3.767	2500	9 417	19.18	0.916
Rectangular	251.7	48	12 170.5	5.07	0.845

El parámetro que más peso tiene es el calor total que disipa la aleta. Por lo que, el diseño que más éxito tiene en este aspecto es el diseño de sección rectangular. Sin embargo, no solo es suficiente con que la aleta disipe la mayor cantidad de calor posible, es necesario que tenga una buena efectividad (mayor de 1) dado que este número mide si la aleta realmente ayuda o no a la disipación de calor y claramente, la eficiencia de la aleta es un parámetro igualmente importante ya que mide que tan rápido la aleta se deshace del calor que le llega, este valor es bueno mayor de 0.6. La aleta de sección rectangular cumple con todos los parámetros y es la que mejor se desempeña.

Características del diseño final

Sección transversal	Rectangular
Largo	100 cm
Ancho	1 cm
Alto	5 cm
Espaciamiento entre aletas	1.06 cm
Material	Aluminio
No. De aletas	48

7 Recomendaciones técnicas

Debido al costo del cobre, es interesante analizar alguna otra opción, como la de colocar un ventilador para ayudar a disipar el calor mediante convección forzada.

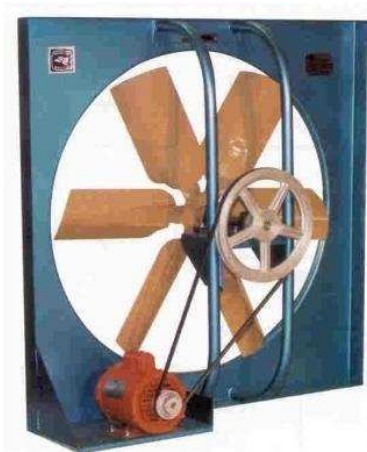
Para comenzar parece cosa sencilla, pues al colocar el ventilador se necesitara tener en cuenta:}

- Conocer condiciones del ambiente
- Colocar la placa dentro de un ducto de tal manera que solo tenga una entrada y una salida de aire
- La eficiencia de la transferencia de calor dependerá de cuanto aire entra; es decir es directamente proporcional al área del recipiente contenedor.

- El coeficiente convectivo no varía mucho si es convección forzada o natural
- Se necesitara contar con una fuente eléctrica que proporcione energía al motor
- El mantenimiento será mayor y más costoso.
- El área de transferencia de calor no se aumentara.
- Se debe de considerar el cambio de presiones en la entrada como en la salida

El considerar todo esto, es recomendable no utilizar el ventilador, pues en el problema que se tiene, no es una cantidad muy grande de calor a disipar al ambiente, por el contrario, si lo fuera, lo más recomendable seria utilizar aletas y un ventilador, así se tendría mayor área de contacto.

En nuestro problema concreto, no necesitamos un ventilador grande, basta con uno como el siguiente:



Ventilador Axial con Transmisión de poleas y bandas, de funcionamiento suave y silencioso, para manejar grandes volúmenes de aire a descarga libre o con presiones moderadas.

- Capacidad para manejar 12,624 PCM, a descarga libre
- 440 rpm
- transmisión de poleas y banda a motor de 1/2 HP
- 4 polos, 3 fases
- 220/440 volts
- COSTO \$ 10 978.00 MXN
- Proveedor Nakomsa

Fig. 11. Ventilador

8 Figuras y tablas

8.1 Perfil de temperatura exacto

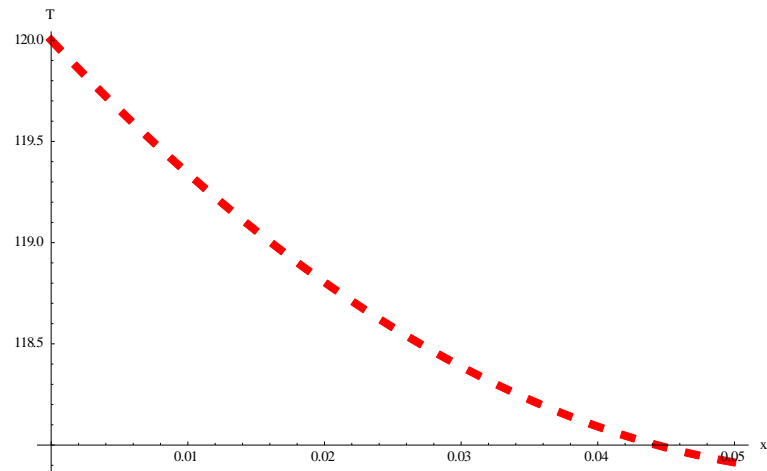


Fig. 12. Perfil de temperatura solución exacta.

8.2 Ensamblajes

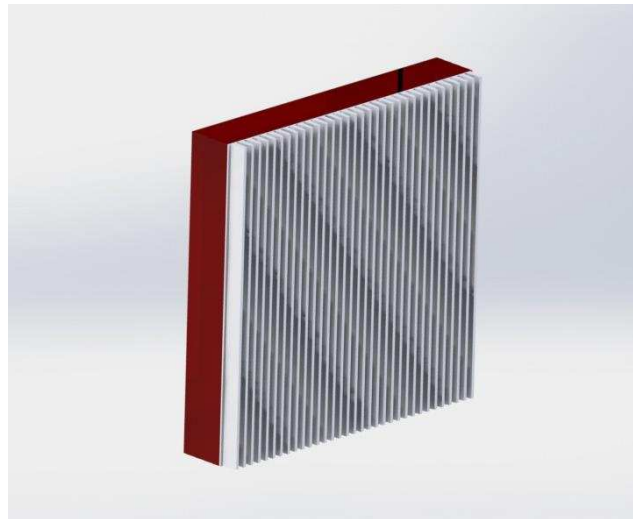


Fig. 13. Ensamble placa y arreglo aletas trapecoidales



Fig. 14. Ensamble placa y arreglo aletas circulares

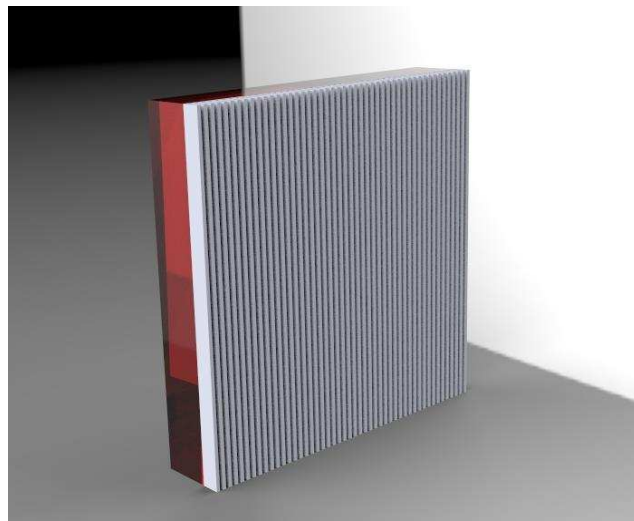


Fig. 15. Ensamble placa y arreglo aletas rectangulares

8.3 Tablas de propiedades

	Conductividad Térmica, k		Difusividad, a	
	W/m K	BTU/hr ft °R	m ² /s x10 ⁶	ft ² /s x10 ³
Aluminio	236	136	97.5	1.05
Cobre	399	231	116.6	1.26
Acero	31.1	18	22.8	0.245
Propiedades térmicas de elementos metálicos a 293 K (20°C) o 528°R (65°F)				

Propiedades de gases a presión atmosférica 101.3 kPa						
Temp, T	Densidad	Calor Esp, cp	Viscosidad cinemática	Conductividad Térmica, k (W/m K)	Difusividad Térmica (m ² /s)	Numero de Prandtl, Pr
	kg/m ³	J/Kg K	(m ² /s)			
350 K	0.998	1009	20.76	0.03003	0.2983	0.697

9 Referencias

William S. Janna. Engineering head transfer. Third edition. USA, 2009

HoSung Lee. Thermal Design. Ed John Wiley. USA, 2010

<http://www.deriego.com/Listas%20de%20Precios/LISTA%20DE%20PRECIOS.pdf>

<http://ferreterialagranvia.tripod.com/id29.html>

10 Apéndice

10.1 Calculo espaciamento entre aletas

Para obtener el espaciamento “S = 2ξ_{max}” para “ξ” como el grosor de la aleta, para una convección natural, tenemos las ecuaciones de Bar-Cohen.

$$\epsilon^4 = \frac{W v^2}{g_x \beta (T_w - T_\infty) Pr}$$

$$L = 1.54 \left(\frac{k}{k_f} \right)^{1/2} * \zeta$$

$$S = 2\zeta = 2.89\zeta$$

$$\frac{q}{bW(T_w - T_\infty)} = \frac{1.3(kk_f)^{1/2}}{6\zeta}$$

Para nuestro caso tenemos.

Las propiedades del aire son constantes y evaluadas a $(100 + 20)/2 = 60^\circ\text{C}$ que es aproximado a 350 K.

Las propiedades del Aluminio son constantes

La transferencia de calor se realiza por las aletas únicamente por convección

De la Tabla D.1 para el aire a 350 K obtenemos:

$$P = 0.998 \text{ kg/m}^3$$

$$C_p = 1009.0 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$$

$$\nu = 20.76 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k_f = 0.03003 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$$

$$\alpha = 0.2983 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$Pr = 0.697$$

Y

$$\beta = 1/(20+273) = 0.0034129$$

De la Tabla B.1 para el Aluminio tenemos:

$$P = 2702 \text{ kg/m}^3$$

$$C_p = 896 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$$

$$k = 236 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$$

$$\alpha = 97.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

Refiriéndonos a nuestros valores de dimensión de la placa principal, tenemos $b = 100 \text{ cm}$ y $W = 100\text{cm}$. Finalmente aplicamos las ecuaciones Bar-Cohen y obtenemos:

$$\epsilon^4 = \frac{Wv^2}{g_x \beta (T_w - T_\infty) Pr} = \frac{1(20.76 \times 10^{-6})^2}{9.81(0.0034129)(100 - 20)(0.697)} = 2.308 \times 10^{-10}$$

$$\epsilon = 3.8979 \times 10^{-3} m$$

La Altura de la aleta será

$$L = 1.54 \left(\frac{k}{k_f} \right)^{1/2} * \epsilon = 1.54 \left(\frac{236}{0.03003} \right)^{\frac{1}{2}} (3.8979 \times 10^{-3}) = 0.532 m$$

$$L = 53.2 cm$$

La longitud obtenida por medio de Bar-Cohen representa la longitud más eficiente y con el mayor rango de disipación de calor para este diseño de aleta, sin embargo al tener en este proyecto una restricción de altura de no más de 5 cm, es necesario reducir hasta este rango; lo cual aumentará nuestra eficiencia en la aleta, sin embargo reducirá el rango en la transferencia de calor.

El espacio entre aletas y el grosor de las mismas

$$S = 2\xi = 2.89\epsilon = 2.89(3.8979 \times 10^{-3}) = 0.01126 m$$

$$S = 2\xi = 1.06 cm$$

10.3 Programa en Mathematica

Aleta seccion rectangular constante

■ Datos generales

```
x1 = 0;
x2 = 0.05;
Tinf = 20;
```

■ Datos especificos

```
(*Una aleta de seccion constante de
 1 metro por 2 cm y 5 cm de alto de Aluminio*)
A[x] = 0.02;
P[x] = 2.04;
h = 25;
W1[x] = x;
Q = 0; (*Que valor poner aquí?*)
```


■ Solución propuesta

```
(*Solución lineal*)
T[x] = 120 + a1 * x;
```

■ Modelado general

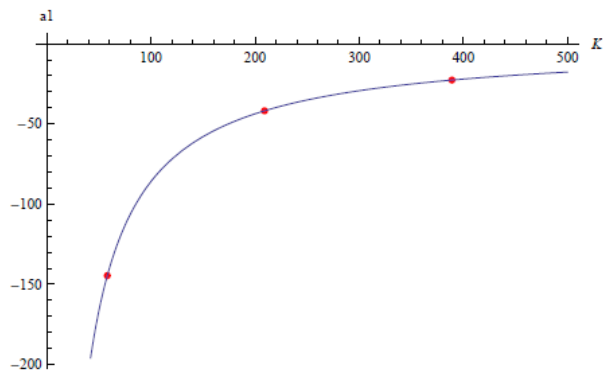
```
T'[x] = D[T[x], x];
A'[x] = D[A[x], x];
W1'[x] = D[W1[x], x];

ec1 = (W1[x] /. x -> x2) * K * (A[x] /. x -> x2) * ((-h / K) * ((T[x] /. x -> x2) - Tinf)) +
      Integrate[(-T'[x] (W1'[x] * K * A[x] + K * A'[x] * W1[x]) +
      W1[x] (-h * P[x] * T[x] + Q * A[x] + h * P[x] * Tinf)) dx, {x, x1, x2}] == 0

-6.375 - 0.025 (100 + 0.05 a1) - 0.002125 a1 - 0.001 a1 K == 0
```

Influencia del valor de K en el análisis- Material

```
(*Nos conviene que a1 sea negativa pequeña*)
Clear[K];
temp = Solve[ec1, a1];
aa = temp[[1, 1, 2]] /. K -> 58;
aal = temp[[1, 1, 2]] /. K -> 209;
acu = temp[[1, 1, 2]] /. K -> 389;
P1 = {58, aa}; P2 = {209, aal}; P3 = {389, acu};
G1 = ListPlot[{P1, P2, P3}, PlotStyle -> Directive[PointSize[Medium], Red]];
G2 = Plot[temp[[1, 1, 2]], {K, 10, 500}];
Show[{G1, G2}, AxesOrigin -> {0, 0}, AxesLabel -> {K, a1}]
```



■ Elegido Material : Aluminio

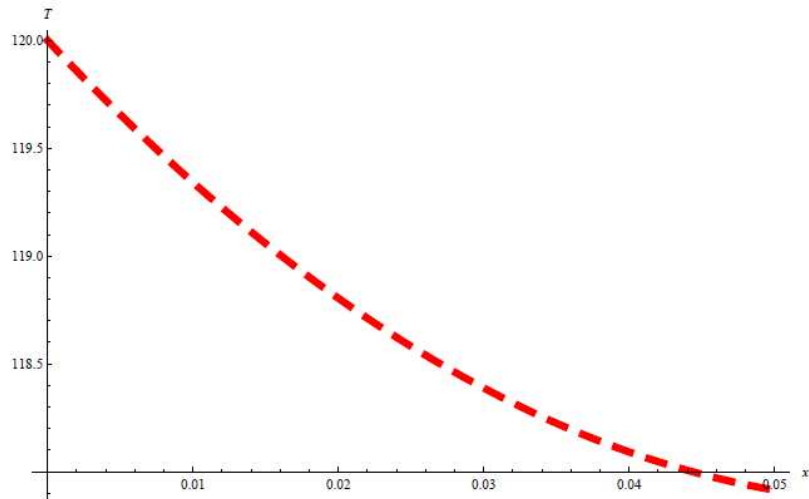
$k = 209;$

$Naletas = 48;$

Perfil de temperatura

■ Solución exacta

```
ecd = k * A[x] * t''[x] - h * P[x] * t[x] + Tinf * h * P[x] == 0;
SolE = DSolve[{ecd, t[x1] == 120, t'[x2] == -(h/k) * (t[x2] - Tinf)}, t[x], x];
SolE[[1, 1, 2]] /. x -> x2;
D1 = Plot[SolE[[1, 1, 2]], {x, x1, x2}, PlotStyle ->
  {Red, Dashing[Tiny], Dashing[Large], Thickness[0.01]}, AxesLabel -> {x, T}]
```



Propuesta de una nueva solución

■ Solución cuadrática

$TC[x] = 120 + a1 * x + a2 * x^2;$

$W2[x] = x^2;$

$W2'[x] = D[W2[x], x];$

$TC'[x] = D[TC[x], x];$

$ecc1 =$

$$(W1[x] /. x \rightarrow x2) * K * (A[x] /. x \rightarrow x2) * ((-h/k) * ((TC[x] /. x \rightarrow x2) - Tinf)) + \int_{x1}^{x2} (-TC'[x] (W1'[x] * K * A[x] + K * A'[x] * W1[x]) +$$

$$W1[x] (-h * P[x] * TC[x] + Q * A[x] + h * P[x] * Tinf)) dx == 0 /. K \rightarrow k;$$

$ecc2 = (W2[x] /. x \rightarrow x2) * K * (A[x] /. x \rightarrow x2) * ((-h/k) * ((TC[x] /. x \rightarrow x2) - Tinf)) +$

$$\int_{x1}^{x2} (-TC'[x] (W2'[x] * K * A[x] + K * A'[x] * W2[x]) +$$

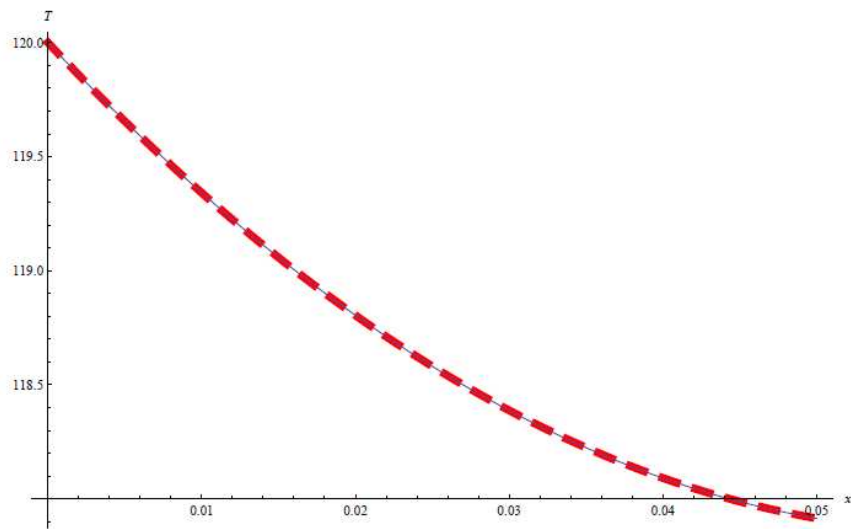
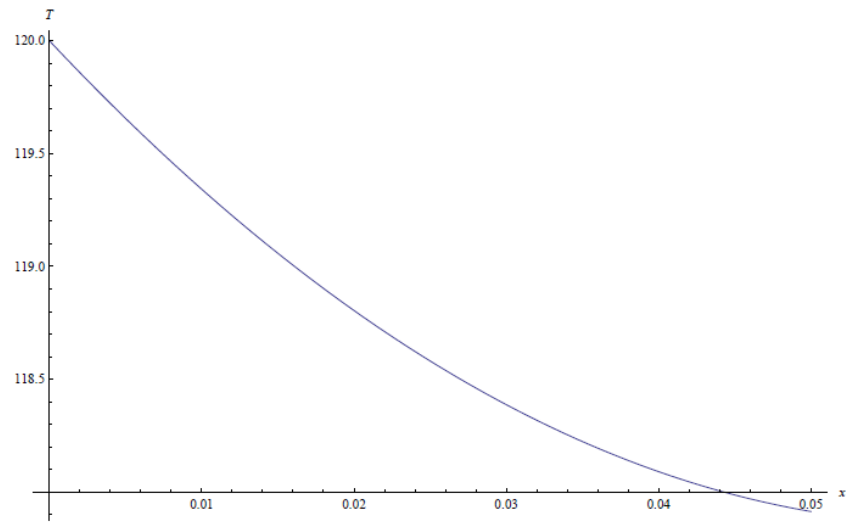
$$W2[x] (-h * P[x] * TC[x] + Q * A[x] + h * P[x] * Tinf)) dx == 0 /. K \rightarrow k;$$

```

tempc = Solve[{ecc1, ecc2}, {a1, a2}];
Perfc = TC[x] /. tempc[[1, 1]] /. tempc[[1, 2]]
D3 = Plot[Perfc, {x, x1, x2}, AxesLabel → {x, T}]
Show[{D1, D3}]

```

$$120 - 71.8065x + 601.85x^2$$



Calor disipado

```
Qdis = ∫x1x2 h * (TC[x] - Tinf) * P[x] dx;  
Qdis /. tempc[[1, 1]] /. K → k /. tempc[[1, 2]]  
QdisipadoTotal = Naletas * Qdis /. temp[[1, 1]] /. K → k /. tempc[[1, 2]]  
251.701  
12173.5
```

Efectividad

```
ε = Qdis / (h * (A[x] /. x → x1) * (120 - Tinf)) /. temp[[1, 1]] /. K → k /. tempc[[1, 2]]  
Amax = 2 * (0.05) + A[x] /. x → x2;  
Qmax = h * Amax * (120 - Tinf);  
μfin = Qdis / Qmax /. temp[[1, 1]] /. K → k /. tempc[[1, 2]]  
5.0723  
0.845383
```