Matemáticas III

Integración Numérica

Semana 12

Hermes Pantoja Carhuavilca
(hpantoja@utec.edu.pe)
Brigida Molina Carabaño
(bmolina@utec.edu.pe)
Rosulo Perez Cupe
(rperezc@utec.edu.pe)
Asistente: Victor Anhuaman
(vanhuaman@utec.edu.pe)

UTEC UNIVERSIDAD DE INGENIERÍA & TECNOLOGÍA

Índice

1 PARTE TEÓRICA

Integración Numérica

Método del Trapecio

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x)dx = \frac{h}{2}\left[f\left(x_0\right) + f\left(x_1\right)\right] - \frac{h^3}{12} f''(\xi).$$

Donde: $h = x_2 - x_1$

Método de Simpson

$$\int_{x_0}^{x_2} f(x)dx = \frac{h}{3}\left[f\left(x_0\right) + 4f\left(x_1\right) + f\left(x_2\right)\right] - \frac{h^5}{90} f^{(4)}(\xi)$$

Donde: $h = x_2 - x_1 = x_1 - x_0$

Continuación...

Método del Trapecio Compuesto

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2}\left[f(a) + 2\sum_{j=1}^{n-1} f\left(x_j\right) + f(b)\right] - \frac{b-a}{12}h^2 f''(\mu).$$

Donde: $h = (b-a)/n, \;\; x_j = a + jh$, para cada $j = 0, 1, \ldots, n$

Método de Simpson Compuesto

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left[f(a) + 2\sum_{j=1}^{(n/2)-1} f\left(x_{2j}\right) + 4\sum_{j=1}^{n/2} f\left(x_{2j-1}\right) + f(b)\right] - \frac{b-a}{180}h^4 f^{(4)}(\mu)$$

Donde: $h = (b-a)/n, \;\; x_j = a + jh$, para cada $j = 0, 1, \ldots, n$

Ejemplo

Aproximar la siguiente integral $\int_1^3 x^2 dx$

- Utilizando el método del Trapecio. Hallar el error.

```
f=@(x)(x^2)
%f=inline('x^2')
syms x
Vexacto=int(f(x),1,3)
Vex=vpa(Vexacto,4) % redoneda a 4 decimales
a=1; b=3; h=b-a;
Itrap=(h/2)*(f(a)+f(b))
Error=vpa(abs(Vex-Itrap),4)
```

Continuación...

- Utilizando el método de Simpson. Hallar el error.

```
f=@(x)(x^3)
syms x
Vexacto=int(f(x),1,3)
Vex=vpa(Vexacto,4) % redoneda a 4 decimales
a=1; b=3; h=(b-a)/2;
Isimp=(h/3)*(f(a)+4*f(a+h)+f(b))
Error=vpa(abs(Vex-Isimp),4)
```

Continuación...

- Utilizando el método del Trapecio Compuesto. Considere 4 subintervalos. Hallar el error.

```
f=@(x)(x^2)
f1=@(x)(x.^2)
syms x
Vexacto=int(f(x),1,3)
Vex=vpa(Vexacto,4) % redondea a 4 decimales
a=1; b=3; N=4;
h=(b-a)/N; %N es el numero de subintervalos
x=[a:h:b];
Itrapcomp=(h/2)*(f1(a)+2*sum(f1(x(2:length(x)-1)))+f1(b))
Error=vpa(abs(Vex-Itrapcomp),4)
```

Continuación...

- Utilizando el método de Simpson Compuesto. Considere 4 subintervalos. Hallar el error.

```
f=@(x)(x^2)
f1=@(x)(x.^2)
syms x
Vexacto=int(f(x),1,3)
Vex=vpa(Vexacto,4) % redondea a 4 decimales
a=1; b=3; N=4;
h=(b-a)/N; %N es el numero de subintervalos
x=[a:h:b];
xpar=x(2:2:length(x)-1);
ximpar=x(3:2:length(x)-2);
Isimpcomp=(h/3)*(f1(a)+4*sum(f1(xpar))+2*sum(f1(ximpar))+f1(b))
Error=vpa(abs(Vex-Isimpcomp),4)
```

Funciones en Matlab

Ejercicio 1

Implementar la función Trapecio Compuesto, con la siguiente cabecera

```
function I=trapecomp(f,a,b,h)
```

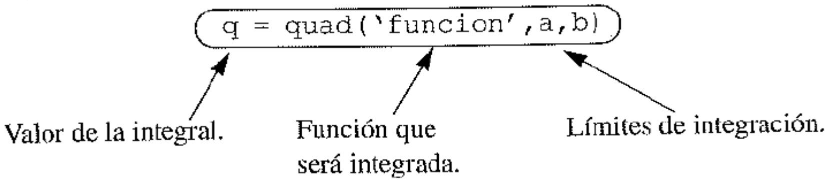
Ejercicio 2

Implementar la función Simpson Compuesto, con la siguiente cabecera

```
function I=simpcomp(f,a,b,h)
```

El comando quad de Matlab

La sintaxis del comando **quad**, basado en el método adaptativo de integración de Simpson, es la siguiente:



Ejemplo

Utilizar integración numérica para calcular la siguiente integral

$$\int_0^8 (xe^{-x^{0.8}} + 0.2)dx$$

Solución:

```
f=@(x)(x.*exp(-x.^(0.8))+0.2)
I=quad(f,0,8)
```

También:

```
I=quad('x.*exp(-x.^(0.8))+0.2',0,8)
```

El comando trapz de Matlab

Este comando se puede utilizar para integrar una función que se da en forma de dayos o puntos. Este método utiliza integración por el método de los trapecios. La sintaxis de este comando es:

q=trapz(X,Y)

donde X e Y son vectores con las coordenadas x e y de los puntos que se van a integrar. Los dos vectores deben tener el mismo tamaño.

Ejemplo

Halle el área bajo la curva formada por los siguientes datos tabulados

X	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
Y	1	7	4	3	5	2

Solución:

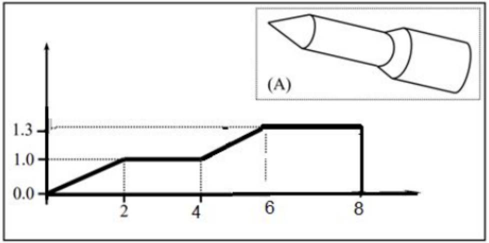
```
x=[0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5]
y=[1 7 4 3 5 2]
%Utilizando el comando trapz de Matlab
I=trapz(x,y)
```

¿Cuál sería el valor del área si se utiliza el método de Simpson Compuesto?

2 PARTE PRÁCTICA

Aplicación de Integración Numérica

La rotación alrededor del eje X del perfil representado en la gráfica adjunta genera un sólido de revolución similar al mostrado en la figura (A). El volumen del sólido de revolución engendrado por rotación alrededor del eje X del perfil representado en la gráfica viene dado por la expresión:



Aproxime el volumen de dicho sólido empleando el método del trapecio y de Simpson 1/3 compuesto.

Gracias por su atención