Matemáticas III

Transformaciones Lineales

Semana 04

Hermes Pantoja Carhuavilca
(hpantoja@utec.edu.pe)
Brigida Molina Carabaño
(bmolina@utec.edu.pe)
Rosulo Perez Cupe
(rperezc@utec.edu.pe)
Asistente: Victor Anhuaman
(vanhuaman@utec.edu.pe)

UTEC
UNIVERSIDAD DE INGENIERÍA & TECNOLOGÍA

Índice

1 TRANSFORMACIONES LINEALES

Nucleo de una Transformación Lineal

P1

Determine el valor de verdad (V/F):

Si $T\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}$, entonces $\text{Ker}(T) = \text{Gen}\left\{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right\}$.

Solución:

$$\text{Ker}(T) = \left\{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \in \Re^2 \,/\, T\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right\}$$

$$\text{Ker}(T) = \left\{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \in \Re^2 \,/\, \begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right\}$$

$$\text{Ker}(T) = \left\{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \in \Re^2 \,/\, \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right\} \rightarrow \text{Gen}\left\{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right\}$$

Rpta: (Falso)

Continuación...

```
>> A=[1 0;0 0]
>> rank(A)
>> null(A,'r')
```

P2 (Ejercicio)

Determine el valor de verdad (V/F):

Si $T\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}$, entonces $\mathrm{Ker}(T) = \mathrm{Gen}\left\{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right\}$.

Continuación...

P3

Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ la aplicación definida por $T\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+2y \\ y-3z \end{bmatrix}$. Calcule el nucleo de la transformación T.

Solución:

Las ecuaciones $x = -6z$ $y = 3z$ si y sólo si $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6z \\ 3z \\ z \end{bmatrix} = z\begin{bmatrix} -6 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$. Por tanto, $Ker(T) = gen\left\{\begin{bmatrix} -6 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}\right\}$.

Continuación...

```
>> A=[1 2 0;0 1 -3]
>> rank(A)
>> null(A,'r')
```

P4 (Ejercicio)

Sean $A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$ y $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ definida por $T(v) = Av$.

Determine ker(T).

Solución:

Imagen de una Transformación Lineal

P5

Si $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ es una transformación lineal cuya matriz asociada es $\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & -9 & 6 \end{bmatrix}$. Halle la imagen de T

Solución:

Dado $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ asumimos que existe $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ tal que: T $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & -9 & 6 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & a \\ -3 & -9 & 6 & b \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & a \\ 0 & 0 & 0 & 3a+b \end{array}\right)$$

Continuación...

Se debe cumplir 3a+b=0.

Imagen(T) = $\left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} / \, 3a + b = 0 \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ -3a \end{pmatrix} / \, a \in \Re \right\}$

```
>> A=[1 3 -2;-3 -9 6]
>> colspace(sym(A))
```

P6 (Ejercicio)

Si $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ es otra transformación lineal cuya matriz asociada es $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 6 \end{bmatrix}$, halle la imagen de T

Solución:

Gráficos tridimensionales: Superficies

Si X, Y y Z son matrices del mismo tamaño, la función fill3 forma un vértice a partir de los elementos correspondientes de X, Y y Z (todos desde la misma ubicación de la matriz) y crea un polígono a partir de los datos de cada columna.

La función fill3 cierra los polígonos conectando el último vértice al primero cuando sea necesario. Los valores de X, Y y Z pueden ser numéricos, de fecha y hora, de duración o categóricos.

Ejemplo

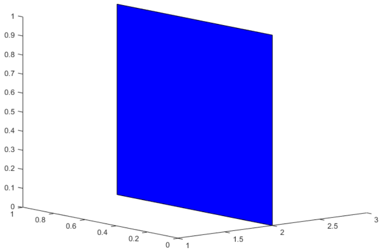
Example

Grafique la superficie de un prisma cuyos vertices son:

A=(2, 1, 1)
B=(2, 0 , 1)
C=(2, 0 , 0)
D=(2, 1 , 0)

Solución

```
% Se crean los siguientes vectores  que almacenan las posiciones x ..., y e z
x=[2 2 2 2 2];
y=[1 0 0 1 1];
z=[1 1 0 0 1];
fill3(x,y,z,'b') % el valor b nos brinda el color de la superficie.
```



Gráficos tridimensionales: Lineas

La función plot3 muestra un dibujo tridimensional de un conjunto de puntos de datos.
plot3(X1,Y1,Z1,...) , donde X1, Y1, Z1 son vectores o matrices, traza una o más líneas en un espacio tridimensional a través de los puntos cuyas coordenadas son los elementos de X1 , Y1 e Z1.

Ejemplo

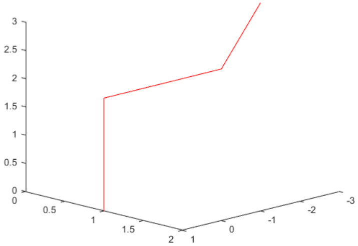
Example

Grafique un brazo robótico cuyos nodos de unión de sus brazos son las siguientes coordenadas:

A=(1, 1, 0)
B=(1, 1 , 2)
C=(-2, 1 , 2)
D=(-3, 1 , 3)

Solución

```
% Se crean los siguientes vectores  que almacenan las posiciones x ...
    , y e z
x=[1 1 -2 -3];
y=[1 1 1 1];
z=[0 2 2 3];
plot3(x,y,z,'r')% el valor r  nos brinda el color de la linea.
```



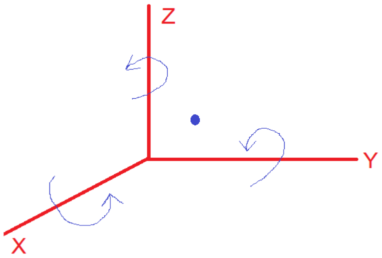
Rotación en ejes

La función rotación calcula la rotacion de xyz (que puede ser un vector o una matriz) alrededor de los angulos dados por m (dado en grados, debe contener 3 ángulos, uno por cada eje).
La rotación se realiza descomponiendo en rotaciones elementales alrededor de cada uno de los ejes.

```
function cord=rotacion(m,xyz)
angu=m/180*pi; % Angulo de rotacion
C=cos(angu);
S=sin(angu);
%Rotacion alrededor del eje X
Rx=[1 0 0;0 C(1)  -S(1); 0 S(1) C(1)];
%Rotacion alrededor del eje Y
Ry=[C(2) 0 S(2); 0 1 0; -S(2) 0 C(2)];
%Rotacion alrededor del eje Z
Rz=[C(3) -S(3) 0;S(3) C(3) 0; 0 0 1]
cord=Rx*Ry*Rz*xyz;
end
```

Ejemplo

Dado el siguiente gráfico:



Halle la transformación del vertice $A(1;2;3)$ del triángulo luego de rotar alrededor del eje X 30°, luego respecto del eje Y 60° y finalmente alrededor del eje Z 90°.
Nota: Todas las rotaciones se dan en sentido antihorario.

Gracias por su atención