Matemáticas III

TRANSFORMACIONES EN EL MOVIMIENTO DE BRAZO ROBOTICO

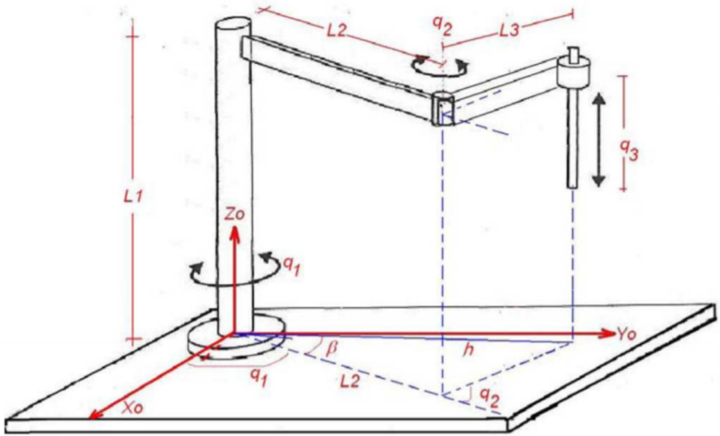
Semana 04

Hermes Pantoja Carhuavilca
(hpantoja@utec.edu.pe)
Brigida Molina Carabaño
(bmolina@utec.edu.pe)
Rosulo Perez Cupe
(rperezc@utec.edu.pe)
Asistente: Victor Anhuaman
(vanhuaman@utec.edu.pe)

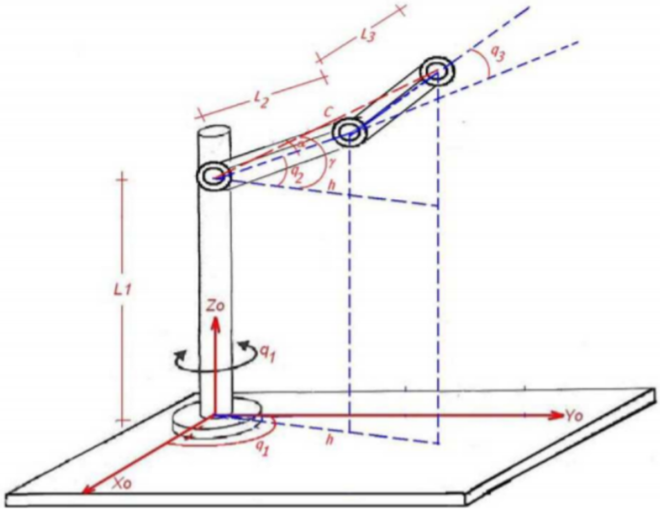
Índice

1 MODELOS MATEMÁTICOS EN EL MOVIMIENTO DEL BRAZO ROBÓTICO

Robot Scara



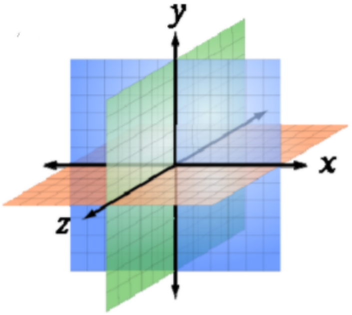
Robot Antropomórfico

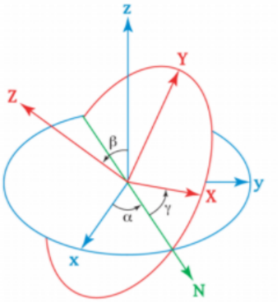


Introducción

Existe una teoría general para la localización de objetos en el espacio que puede aplicarse a otras áreas, estas son:

- Sistema de coordenadas: Cartesiano, cilindrico, esférico.
- Matrices de transformaciones: Traslación y rotación.

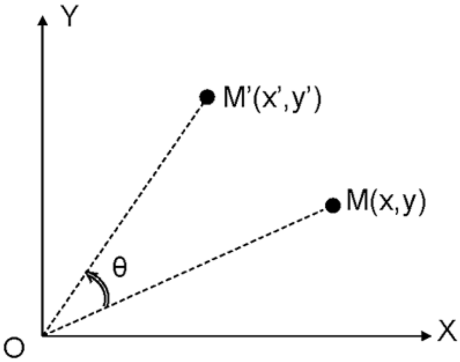




Matriz de rotación: 2D

La matriz de rotación está dado por:

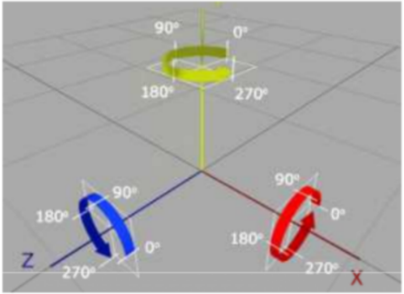
$$\begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

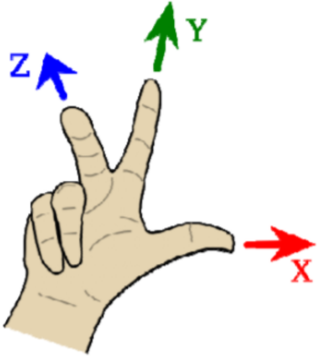


Rotaciones con respecto a los ejes X, Y y Z

En tres dimensiones se pueden hacer tres rotaciones diferentes:

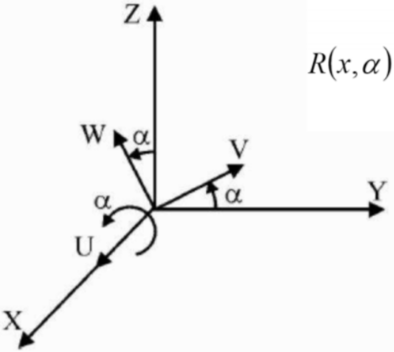
- Rotación en OX.
- Rotación en OY.
- Rotación en OZ.





Rotación en *OX*

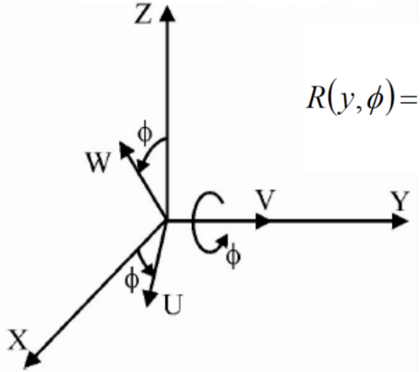
Si se hace una rotación tomando como eje de giro al OX, la matriz de rotación $R(x,\theta)$ es:



$$R(x,\alpha)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos(\alpha) & -sen(\alpha)\\ 0 & sen(\alpha) & \cos(\alpha)\end{bmatrix}$$

Rotación en *OY*

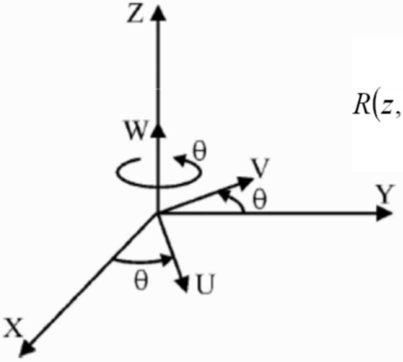
Si se hace una rotación tomando como eje de giro al OY, la matriz de rotación $R(y,\varphi)$ es:



$$R(y,\phi)=\begin{bmatrix} \cos(\phi) & 0 & sen(\phi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -sen(\phi) & 0 & \cos(\phi) \end{bmatrix}$$

Rotación en OZ

Si se hace una rotación tomando como eje de giro al OZ, la matriz de rotación $R(z,\theta)$ es:



$$R(z,\theta)=\begin{bmatrix} \cos(\theta) & -sen(\theta) & 0 \\ sen(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ejemplo

Encuentre el vector $Pxyz$, cuando el vector $Puvw = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, rota con un ángulo $\theta = 90^\circ$ con respecto al eje OY.

Solución:

$$Pxyz = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Varias rotaciones

- Para encontrar la orientación con respecto a un punto, normalmente se utilizan varias rotaciones.
- Una de ellas es rotar α sobre el eje Ox, después φ sobre el eje OY y finalmente θ sobre el eje OZ.
- A la matriz resultante se le conoce como matriz de transformación.
- Es importante recordar el orden de las rotacione, ya que no son conmutativas.

$$\mathbf{T} = R(z,\theta)R(y,\phi)R(x,\alpha) =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c(\alpha) & -s(\alpha) \\ 0 & s(\alpha) & c(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c(\phi) & 0 & s(\phi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -s(\phi) & 0 & c(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c(\theta) & -s(\theta) & 0 \\ s(\theta) & c(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Problema

Este es un problema típico en robótica que necesita ser resuelto para controlar un brazo robótico para realizar tareas para las que está designado. En un espacio de entrada bidimensional, con un brazo robótico de dos articulaciones y con la coordenada deseada, el problema se reduce a encontrar los dos ángulos involucrados. El primer ángulo está entre el primer brazo y el suelo (o lo que sea que esté conectado). El segundo ángulo está entre el primer brazo y el segundo brazo.

Modelado de cinemática inversa en un brazo robótico

En un brazo robótico de dos articulaciones, dados los ángulos de las articulaciones, las ecuaciones cinemáticas dan la ubicación de la punta del brazo. La cinemática inversa se refiere al proceso inverso. Dada la ubicación deseada para la punta del brazo robótico, cuáles deberían ser los ángulos de las articulaciones para ubicar la punta del brazo en la ubicación deseada. Por lo general, hay más de una solución y, en ocasiones, puede ser un problema difícil de resolver.

Continuación...

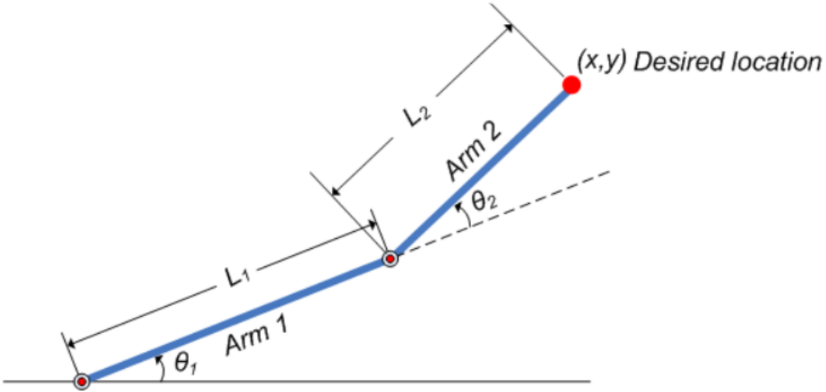
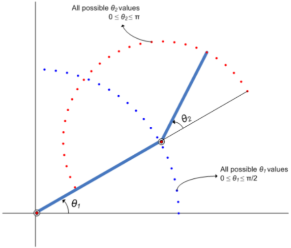


Figura 1: Ilustración que muestra el brazo robótico de dos articulaciones con los dos ángulos, `theta1ytheta2`

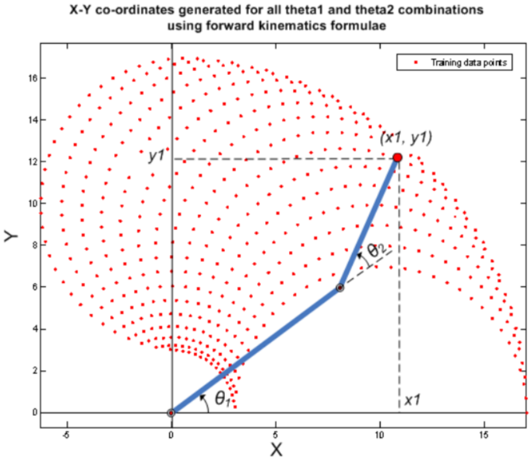
Continuación...

Sea θ_1 el ángulo entre el primer brazo y la horizontal. Sea θ_2 el ángulo entre el segundo brazo y el primer brazo. La longitud del primer brazo sea l_1 y la del segundo brazo sea l_2. Suponga que la primera articulación tiene libertad limitada para rotar y puede rotar entre 0 y 90 grados. Del mismo modo, suponga que la segunda articulación tiene libertad limitada para girar y puede girar entre 0 y 180 grados.

Por lo tanto, $0 \leq \theta_1 \leq \frac{\pi}{2}$ y $0 \leq \theta_2 \leq \pi$.

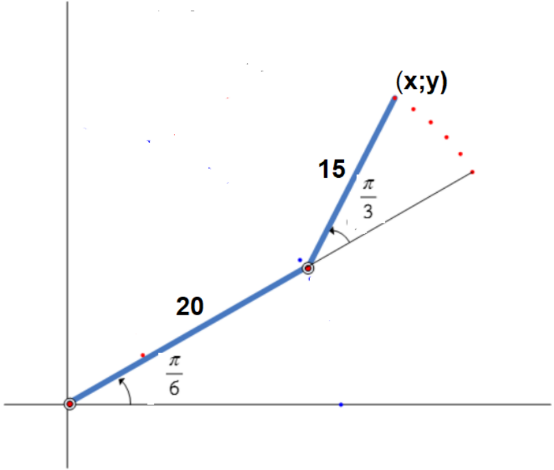


Continuación...



Ejemplo

Halle la posición $(x; y)$



Gracias por su atención