Matemáticas III

Valores y Vectores Propios y punto Flotante

Semana 06

Hermes Pantoja Carhuavilca
(hpantoja@utec.edu.pe)
Brigida Molina Carabaño
(bmolina@utec.edu.pe)
Rosulo Perez Cupe
(rperezc@utec.edu.pe)
Asistente: Victor Anhuaman
(vanhuaman@utec.edu.pe)

UTEC
UNIVERSIDAD DE INGENIERÍA & TECNOLOGÍA

Índice

1 Parte Teórica

2 Parte Práctica

1 PARTE TEÓRICA

Valores y Vectores Propios

Hallaremos los valores y vectores propios del problema

$$Av = \lambda v$$

1. Dada la siguiente matriz A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

   »A=[1 2 3; 4 5 6; 7 8 0]

2. Crear las variables R y D las cuales van a contener los vectores y valores propios de la matriz A, dichos valores son retornados por la función $eig(A)$ y su sintaxis se muestra a continuación.

Continuación...

- eig(A): Encuentra todos los valores propios de A.
- $[R, D]$=eig(A) : Encuentra los vectores propios y valores propios de A. Aquí, los vectores columna de R corresponde a los valores propios λ en D.

3 Los valores retornados por la función eig(A) son en primer lugar, una matriz que contiene en cada columna los vectores propios, y enseguida una matriz cuadrada cuya diagonal principal contiene los respectivos valores propios, los cuales se han almacenado en las variables que hemos pasado.

Continuación...

4. **Observación:** Un vector propio tiene que cumplir $Av = \lambda v$, donde A es una matriz, v es el vector propio y λ es el valor propio. Esto lo podemos probar en Matlab multiplicando la matriz A por el primer vector propio y luego multiplicando dicho vector por el primer valor propio, así:
   - Multiplicamos A por el primer vector propio: $A * R(:, 1)$.
   - Multiplicamos el primer valor propio por el primer vector propio: $D(1, 1) * R(:, 1)$.
   - Repetir el mismo proceso para los otros valores propios. Luego, queda probado que $Av = \lambda v$.

Aproximación de Valores y Vectores propios

Método de la Potencia

- Dado $X^{(0)}$.
- Desde $k = 1$ hasta $NMax$
  1. $Y^{(k)} = AX^{(k-1)}$
  2. $\lambda^{(k)} = y_p^{(k)}$ donde $\left|y_p^{(k)}\right| = \left\|y^{(k)}\right\|_\infty$.
  3. $X^{(k)} = Y^{(k)}/\lambda^{(k)}$
- Fin

Método de la Potencia: Matlab

```
function [z]=potencia(A,x0,Maxiter)
z=[x0' 1];
for k=1:Maxiter
    y1=A*x0;
    [maxi,pos]=max(abs(y1));
    u=y1(pos); % valor propio
    x1=y1/u; %vector propio normalizado
    z=[z;x1' u];
    x0=x1;
end
```

Ejemplo

Aproximar el valor propio dominate de la siguiente matriz.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -12 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$$

Considere el vector inicial $X^{(0)} = [1; 1]$

Punto Flotante: Conversión de bases

```
%Convertir 168 a base 2
dec2bin(168)
%Convertir '1011011' a decimal
bin2dec('101101')
%Convertir 732 a base 4
dec2base(732,4)
%Convertir '1452332' a decimal
base2dec('1452332',6)
%Convertir '323101' a base 7
N1=base2dec('323101',4)
N=dec2base(N1,7)
%Convertir 429 a hexadecimal
dec2hex(429)
%Convertir '1AF' a decimal
hex2dec('1AF')
```

Ejemplo

Represente 625 en representación de simple precisión (32 bits).

Solución:

```
N1=sprintf('%tx',625)
N2=hex2dec(N1)
N=dec2bin(N2)
length(N)
N=strcat('0',N)
```

Ejemplo

Represente 625 en representación de doble precisión (64 bits).
Solución:

```
N1=sprintf('%bx',625)
N2=hex2dec(N1)
N=dec2bin(N2)
length(N)
N=strcat('0',N)
```

Epsilón de la maquina- realmin -realmax

1. El epsilon de la maquina en formato IEEE 754 de doble precisión es
$$2^{-52} = 2.22 \times 10^{-16}$$
El formato de doble precisión IEEE 754 se puede utilizar para almacenar aproximadamente 16 dígitos decimales de un número x en formato decimal. MATLAB: el epsilon de la maquina está disponible como eps constante.
2. f = realmin : devuelve el número de punto flotante normalizado positivo más pequeño en precisión doble IEEE. Esto es igual a 2^{-1022}.
3. f = realmax devuelve el número de coma flotante finito más grande en precisión doble IEEE®. Esto es igual a $(2 - 2^{-52}) * 2^{1023}$.

2 PARTE PRÁCTICA

Aplicación de Transformaciones Lineales

Equilibrio Mecánico.

Los resortes soportan un eslabón de 3 barras, los cuales estan en su posición de equilibrio cuando el esalbón esta horizontal. La ecuación de equilibrio del eslabón en presencia de la fuerza horizontal P será:

$$\begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} = \frac{P}{KL} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix}$$

Donde K es la constante de rigidez del resorte. Las ecuaciones pueden ser facilmente escritas en la forma estandar $A.\theta = \lambda.\theta$, donde A es simétrica.
Si $\lambda = \frac{P}{KL}$

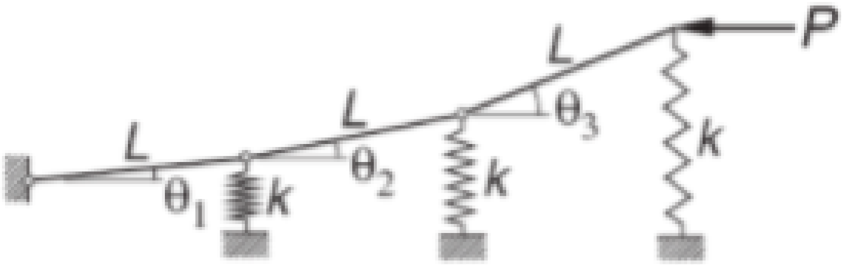

figura 1. Barras en equilibrio mediante resortes.

Continuación...

PREGUNTAS:

1. Encuentre los valores y vectores propios de la matriz A.
2. Encuentre el menor valor propio en valor absoluto de la matriz A utilizando el método de la potencia. Considere x0=[1;0;0]. Realice la aproximación con una tolerancia de 1e-3.
3. De la pregunta anterior, redonde al máximo entero el menor valor propio, luego conviertalo al formato IEEE 754 de simple precisión.
4. De la pregunta anterior, si por error se cambio el primer dígito de mantisa (Si fuera 1 se cambio a 0 ó si fuera 0 se cambio a 1), determine el error absoluto al llevarlo al sistema decimal.

Gracias por su atención