Matemáticas III

Matrices y Aplicaciones

Semana 02

Hermes Pantoja Carhuavilca
(hpantoja@utec.edu.pe)
Brigida Molina Carabaño
(bmolina@utec.edu.pe)
Rosulo Perez Cupe
(rperezc@utec.edu.pe)
Asistente: Victor Anhuaman
(vanhuaman@utec.edu.pe)

Índice

1 PARTE TEÓRICA

Matrices y Determinantes

Función	Descripción
rank(A)	Rango de la matriz A.
det(A)	Determinante de la matriz A.
trace(A)	Traza de la matriz A, suma de los elementos de la diagonal
inv(A)	Calcula la inversa de la matriz A
A'	Transpuesta de la matriz A.
diag(A)	Extrae la diagonal de la matriz A como vector columna
eye(n,n)	Crea la matriz identidad de orden n
zeros(m,n)	Crea la matriz nula de orden $m \times n$
ones(m, n)	Crea la matriz de orden $m\times$ n con todos sus elementos unos.
[n,m]=**size**(A)	Devuelve el número de filas y columnas de la matriz A

Resolución de sistema de ecuaciones lineales

Función	Descripción
linsolve (A, b)	Calcula todas las soluciones de: $A \times X = b$
$A \backslash b$	Calcula todas las soluciones de: $A \times X = b$
inv(A)$\times$ b	Calcula todas las soluciones de: $A \times X = b$

Ejemplo

Example

Dado el Sistema de ecuaciones lineales

$$x + 2y - 3z = 5 \tag{1}$$
$$-3x - y - z = -8 \tag{2}$$
$$x - y + z = 0 \tag{3}$$

a) Construya matrices para que el sistema sea descrito por $A \times X = b$
b) Resolver con una sola linea de código.
c) Determine el rango de la matriz A y de la matriz aumentada $[A|P]$

Solución

```
clc
% Ingresando la Matriz A
A=[1 2 -3;-3 -1 -1;1 -1 1]
% Ingresando vector columna b
b=[5 ;-8; 0]
%Resolviendo AX=b
X=linsolve(A,b)
X=A\b
X=inv(A)*b
% Matriz Aumentada Aa
Aa=[A b]
% Hallando los rangos
rA= rank(A)
rAb= rank(Aa)
```

2 PARTE PRÁCTICA

Aplicación de matrices y SEL

El sector agropecuario holandés, junto con la totalidad del complejo agroalimentario (producción, transformación, comercialización), arrojó una producción bruta de algo más de 36000 millones de florines en 1992, cifra que tras descontar la adquisición de los medios de producción, las amortizaciones y diversa tasas e impuestos se convirtió en 17400 millones de valor agregado bruto y casi 13000 millones de valor agregado neto. Es por tal motivo que un granjero desea preparar una fórmula alimenticia para engordar ganado para ello deberá de **modelar un sistema de ecuaciones lineales**. Dispone de maíz, desperdicios, alfalfa y cebada, cada uno con ciertas unidades de ingredientes nutritivos, de acuerdo con la tabla siguiente:

Table: Unidades de ingredientes nutritivos por kg de cada alimento disponible

Ingrediente nutritivo	**ALIMENTO**				
	Maíz	**Desperdicio**	**Alfalfa**	**Cebada**	**Requerimiento diario Unidades / kg**
Carbohidrato	80	15	35	60	230
Proteína	28	72	57	25	180
Vitaminas	20	20	12	20	80
Celulosa	50	10	20	60	160
Costo $	18	5	7	20	–

PREGUNTAS:

1. Determine un sistema de ecuaciones lineales con 4 incognitas de la forma $P \times X = Q$ donde el vector columna X representa los kilogramos necesarios de cada ingrediente (en el orden y numéricamente igual al presentado en la tabla) para satisfacer en su totalidad el requerimiento diario. De como respuesta la traza de la matriz P.
2. Determine el rango de la matriz P y el rango de la matriz ampliada [P|Q].
3. Resolver el sistema de ecuaciones lineales siempre y cuando sea posible.
4. Determine el costo de la mezcla.

5. Otro granjero decide optimizar la formula original agregando 2 alimentos de tipos A y B, estos nuevos alimentos contiene: Proteina, Vitaminas, Calcio y Sales Minerales.

   El de tipo A sólo contiene:

   - Proteina, 50% mas que lo que contiene el maíz.
   - Calcio, una proporción equivalente al de carbohidrato que contiene la Alfalfa.
   - 25 unidades por kg en sales minerales.

   El de tipo B sólo contiene:

   - Vitaminas, un 5% mas que lo que contiene la cebada.
   - Calcio, un equivalente de Proteina que contiene la cebada.
   - 30 unidades por kg en sales minerales.

   Estos nuevos productos aplican nuevos requerimientos diarios de ingredientes nutritivos.

   Complete la siguiente tabla con los datos mencionados.

Continuación...

Ingrediente nutritivo	ALIMENTO						
	Maíz	Desperdicio	Alfalfa	Cebada	A	B	Requerimiento diario Unidades / kg
Carbohidrato	80	15	35	60	-	-	400
Proteína	28	72	57	25	$\boxed{?}$	-	660
Vitaminas	20	20	12	20	-	$\boxed{?}$	220
Celulosa	50	10	20	60	-	-	260
Calcio	-	-	-	-	$\boxed{?}$	$\boxed{?}$	120
Sales Minerales	-	-	-	-	$\boxed{?}$	$\boxed{?}$	120

6. Utilizando los datos del item anterior, determine un sistema de 6 ecuaciones lineales con 6 incógnitas de la forma $M \times Y = R$ donde el vector columna Y representa los kilogramos necesarios de cada ingrediente (en el orden y numéricamente igual al presentado en la tabla) para satisfacer en su totalidad el requerimiento diario.
   - Halle la traza de la matriz M.
   - Resuelve el sistema utilizando comandos de Matlab.

7. Utilizando comandos de Matlab, construir una submatriz de M de orden 3×3 denominada P1, considerando la 1era, 3era y 4ta fila de M, además la 1era, 2da y 4ta columana de M. Luego, realice las siguientes operaciones:
   - Halle a traza de P1
   - Halle el determinante de P1
   - Halle la transpuesta de P1
   - Halle la diagonal de P1
   - Intercambie la primera fila con la 3era fila en P1.
   - Halle la matriz triángular inferior de P1
   - Halle la inversa de P1
   - Construye una matriz rectangular de orden 3×9 : S=[P1 O I].
     Donde:
     O: es la matriz cuadrada nula.
     I: es la matriz identidad.

Continuación...

- Construye las siguiente matriz con comandos de Matlab

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 20 & 0 & 5 & 4 \\ 1 & 5 & 9 & 20 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 6 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 11 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 8 & 12 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Luego extraer la siguiente submatriz

$$R = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 9 & 10 \\ 0 & 4 & 20 & 0 \\ 9 & 20 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Gracias por su atención