Matemáticas III

Interpolación Polinomial

Semana 10

Hermes Pantoja Carhuavilca
(hpantoja@utec.edu.pe)
Brigida Molina Carabaño
(bmolina@utec.edu.pe)
Rosulo Perez Cupe
(rperezc@utec.edu.pe)
Asistente: Victor Anhuaman
(vanhuaman@utec.edu.pe)

Índice

Andrés

1 PARTE TEÓRICA

Polinomios

Dado un polinomio de grado n

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$$

- Crear un polinomio $p(x) = 2x^3 - 6x + 5$

```
p=[2 0 -6 5]
```

- Evaluar el polinomio p en $x = 2$

Polinomio   punto donde se evaluará

```
polyval(p,2)
```

- Evaluar el polinomio p en $x = 3$ y $x = 5$

vector de puntos

```
polyval(p,[3 5])
```

Continuación...

Example

Graficar el polinomio $p(x) = 2x^3 - 6x + 5$, para $-4 \leq x \leq 4$

Solución:

```
xx=linspace(-4,4);  → genera un conjunto de puntos ( bscasa)
p=[2 0 -6 5];
yy=polyval(p,xx);
plot(xx,yy,'r')  color
title('funcion polinomial')
xlabel('Eje X')  y
ylabel('Eje Y')  x
grid on  #
```

Continuación...

Example

Crear un polinomio mónico $q(x)$, cuyas raíces sean $x_1 = 3$ y $x_2 = 7$.

Solución: $p(x) = x^2 - (3+7)x + 3 \times 7 = (x-3)(x-7)$

```
p=poly([3 7])
```

Example

Halle el polinomio mónico cuyas raíces son:

- $r_1 = 3$ de multiplicidad algebraica igual a 4.
- $r_2 = 4$ de multiplicidad algebraica igual a 2.
- $r_3 = 6$ de multiplicidad simple.

Interpolación Polinomial

Dado $(n+1)$ puntos $(x_0; y_0), (x_1; y_1), \ldots, (x_n; y_n)$ por dichos puntos pasa exactamente un único polinomio a lo más de grado n

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$; Polinomio Interpolante

Evaluando en x_0:

$P(x_0) = a_n x_0^n + a_{n-1} x_0^{n-1} + \ldots + a_1 x_0 + a_0 = y_0$

Evaluando en los puntos restantes, tenemos:

sistema de Vandermonde

$$\begin{bmatrix} x_0^n & x_0^{n-1} & \ldots & x_0 & 1 \\ x_1^n & x_1^{n-1} & \ldots & x_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_n^n & x_n^{n-1} & \ldots & x_n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_n \\ a_{n-1} \\ \vdots \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

Continuación

Example

Halle el polinomio interpolante que pase por los puntos $(0;5),(3;2),(4;6),(7;9)$

Solución:

length(x)-1

```
x=[0 3 4 7]'
y=[5 2 6 9]'
M=[x.^3 x.^2 x ones(4,1)]
M=vander(x)
p=M\y      % inv(M)*y
```

Otra forma, utilizando el **comando polyfit de Matlab**

ajuste lineal:

```
p=polyfit(x,y,3)
```

interpolación polinomial

Ejemplo

Utilice los nodos $x_0 = 2$, $x_1 = 2,75$ y $x_2 = 4$ para obtener el polinomio interpolante de segundo grado $p(x)$ para $f(x) = \frac{1}{x}$. Graficar $p(x)$ vs $f(x)$.

Solución:

```
x=[2 2.75 4]';
f=inline('1./x','x')
y=f(x)
p2=polyfit(x,y,2)
xx=linspace(2,4);
yy1=polyval(p2,xx);
yy2=f(xx);
plot(x,y,'ob',xx,yy1,'r',xx,yy2,'k')
grid on
legend('Nodos','P. Interpolante','Funcion f(x)')
```

Método de Lagrange

```
function p=lagrange(x,y)
n=length(x);
p=zeros(1,n);
for k=1:n
    num=poly(x([1:k-1,k+1:n]));
    den=polyval(num,x(k));
    L=num/den;
    p=p+y(k)*L;
end
end
```

Continuación...

Example

Halle el polinomio interpolante que pase por los puntos $(0;5),(3;2),(4;6),(7;9)$. Utilizando el método de Lagrange.

Solución:

```
x=[0 3 4 7]'
y=[5 2 6 9]'
p=lagrange(x,y)
```

Método de Newton: Tabla de Diferencias Divididas

```
function M=tabladif(x,y)
n=length(x);
M=zeros(n);
M(1:n,1)=y;
for k=1:n-1
    Delta_x=x(k+1:n)-x(1:n-k);
    Delta_y=diff(y)./Delta_x;
    M(1:n-k,k+1)=Delta_y;
    y=Delta_y;
end
M=[x M];
end
```

Método de Newton: Polinomio Interpolante

```
function p=polynewton(x,y)
M=tabladif(x,y);
n=length(x);
b=M(1,2:end);
p=b(1);
for k=2:n
    p=[0 p]+b(k)*poly(x(1:k-1));
end
end
```

Ejemplo

Halle el polinomio interpolante que pase por los puntos $(0;5),(3;2),(4;6),(7;9)$. Utilizando el método de Newton

```
x=[0 3 4 7]'
y=[5 2 6 9]'
M=tabladif(x,y)
p=polynewton(x,y)
```

2 PARTE PRÁCTICA

Velocidad del Paracaidista

Los datos que se muestran en la siguiente tabla son las velocidades que registra un paracaidista que se lanza desde un avión

Tiempo (s)	Velocidad $(\mathrm{m/s})$
1	5
2	23
3	25
4	26

Basado en esta información

1. Halle el polinomio interpolante de Lagrange y Newton.
2. Luego de hallar el polinomio interpolante, determine la velocidad alcanzada por el paracaidista en el instante t=2,5 segundos.
3. Graficar el polinomio interpolante.

Gracias por su atención