Universidad Distrital Francisco Jose De Caldas

Investigación De Operaciones

Modelo de Transporte

Andrés Mauricio Ariza
20202020113
Julián David Pérez Chaparro
20192020017
Juan Esteban Buitrago Chavez
20211020005

Bogotá D.C
2023

Capítulo 1

Modelo de Transporte

1.1. Reseña Historica

La historia del modelo de transporte se remonta a la década de 1940, donde en esta época el matemático George Dantzig y algunos de sus colegas colegas comienzan a desarrollar una técnica para la resolución de problemas en la programación lineal.

En 1949, Dantzig y uno de sus colegas T.C. Koopmans comenzaron la busqueda de una forma para resolver un problema relacionado al transporte, en el que buscaban que a través de algun método la mejor opción para el transpote de bienes y servicios desde varios puntos de origen a varios puntos de destino teniendo en cuenta que debían obtener siempre el menor costo posible.

Para ello se basaron en la matriz de costos, que representa el costo de transportar una unidad de bienes desde un origen a un destino determinado. El objetivo era minimizar el costo total de transporte, sujeto a restricciones como medios de transporte o demanda de los destinos.

Este modelo ha encontrado aplicaciones en una gran variedad de campos, donde incluye la logística y el transporte de mercancías. También se ha llegado a utilizar en la planificación de redes de transporte y asignación de recursos.

1.2. Autores

El modelo de transporte tuvo durante su desarrollo a diferentes autores pero fueron destacados 2 de los más importantes como

George Dantzig
Matemático estadounidense nacido el 8 de noviembre de 1914 en Portland, Oregón, y fallecido el 13 de mayo de 2005 en Stanford, California. Trabajó en la Oficina de Investigación de Operaciones en Washington D.C., donde desarrolló técnicas para resolver problemas de

programación lineal, incluyendo el modelo de transporte y el método simplex, que es uno de los algoritmos más utilizados para resolver problemas de programación lineal.

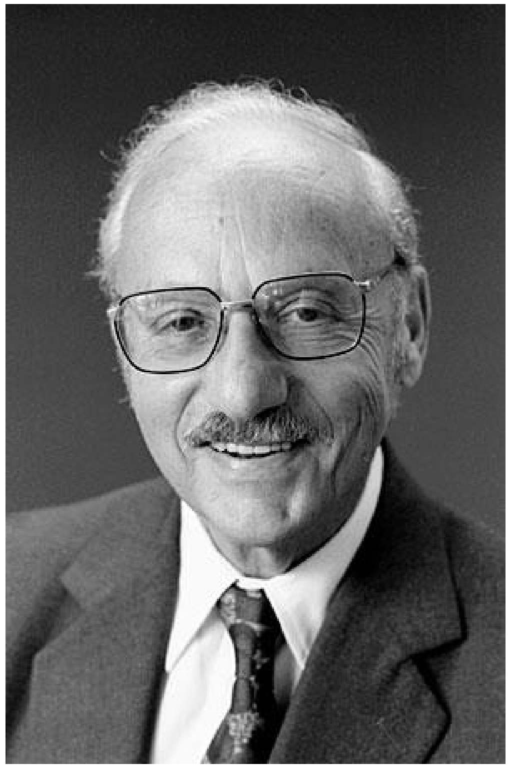

Figura 1.1:

Sus aportes a la matemática aplicada han tenido un impacto significativo en la investigación de operaciones y en la gestión de la cadena de suministro.1.1.

Otro autor que aunque Dantzig haya sido uno de los más reconocidos en su gran aporte a este modelo es

T.C Koopmans
Tjalling Charles Koopmans, fue un economista neerlandés nacido el 28 de agosto de 1910 en 's-Graveland, Países Bajos, y falleció el 26 de febrero de 1985 en Connecticut, Estados Unidos.

Koopmans estudió matemáticas y física en la Universidad de Utrecht y realizó un doctorado en economía en la Universidad de Leiden. Durante sus años de estudiante, se interesó por la teoría de la economía y por la teoría de juegos.

Fue defensor de la teoría de la programación lineal y de la utilización de modelos matemáticos en la economía. En 1950, trabajando junto a George Dantzig, desarrolló la técnica de programación lineal para resolver problemas económicos complejos, aplicada con éxito en el análisis de la producción, la asignación de recursos y la planificación económica con la teoría de la utilización de los recursos, que se relaciona con la eficiencia en la asignación de recursos en la economía que ayudó a contribuir en el modelo de transporte.

En 1975, Koopmans fue galardonado con el Premio Nobel de Economía, junto con Leonid Kantorovich, por sus contribuciones al desarrollo de la teoría de la programación lineal y aplicación a la economía. Además de sus contribuciones a la economía y las matemáticas, Koopmans también era un apasionado defensor de la educación y la investigación interdisciplinaria.

Figura 1.2:

Fue uno de los fundadores del Centro de Investigación Interdisciplinaria en Ciencias y Humanidades en la Universidad de Yale y fue un líder en la creación de programas de estudios de economía en los Estados Unidos.1.2.

1.3. Definición

El modelo de transporte se puede definir como un conjunto de 3 técnicas o modelos matemáticos utilizados para la planificación y gestión de la cadena de suministro. Así mismo este tipo de modelo se utiliza para la optimización y distribución de bienes y servicios, teniendo en cuenta su origen hasta su destino final y que el costo de transportar cada unidad de producto depende de la distancia entre los orígenes y los destinos, así como de las capacidades de los medios de transporte utilizados.
[3] [2]

El modelo supone desde un inicio que el costo de transporte (demanda) va a ser igual a la cantidad transportada (oferta), en el que a través del uso de uno de los diferentes métodos se logre obtener el costo mínimo total del transporte satisfaciendo los limites de oferta y demanda. Para ello utiliza ampliamente en la planificación de rutas de transporte, la gestión de inventarios, la programación de producción y en la logística en general.

1.4. Métodos de solución

En el modelo de transporte existen 3 diferentes tipos de metodos en los que todos buscan lo mismo, la minimizacion del coste total del transporte, pero cada uno de los métodos usa diferentes técnicas en las que a través de ciertos algoritmos se logra el mismo resultado. Para cada uno de los 3 diferentes métodos se debe de tener en cuenta que la suma de la oferta y la suma de la demanda deben ser iguales, en caso que no sea así se debe agregar un provedor (oferta) o punto de llegada (demanda) que satisfaga esto con el coste necesario.
[1]

1.4.1. Esquina Noroeste

Para el primer método llamado esquina noroeste se escoge una de las celdas (ruta), en concreto la celda de la esquina noroeste, o para mejor identificación la ubicada en la esquina superior izquierda, de la tabla (variable x_{11}).

Luego de obtener esta celda se realizan los siguientes pasos:

1. Asignar todo lo posible a la celda seleccionada y ajustar cantidades asociadas de oferta y demanda restando la cantidad asignada.

2. Salir cuando se alcance oferta o demanda cero, y tacharlo, para indicar no se pueden hacer mas asignaciones al renglón/columna. Si renglón y columna dan cero al tiempo, tachar solo uno de los dos y dejar una oferta (demanda) cero en el renglón (columna) que no se tachó.

3. Si queda exactamente un renglón o columna sin tachar, detenerse. En caso contrario, avance a la celda de la derecha si se acaba de tachar una columna, o a la de abajo si se tacho un renglón. Seguir con el paso 1.

Ejemplo

En una empresa de venta de platanos **A**, la cual está constituida por 3 plantas exportadoras de mercancia P_1, P_2, P_3 a lo largo de una ciudad de Colombia. Cada una de ellas posee la capacidad de proveer 50, 75 y 25 toneladas de mercancia respectivamente que deben ser suministradas a 4 supermercados R_1, R_2, R_3, R_4 con al menos 20, 20, 50 y 60 toneladas de forma respectiva. Debemos hallar el costo total de transporte mínimo usando el método anterior visto, dando el resultado en millones de pesos. Tenemos como punto de inicio la siguiente tabla:

Planta	Tienda al por menor				Suministro
	R_1	R_2	R_3	R_4	
P_1	3	5	7	6	50
P_2	2	5	8	2	75
P_3	3	6	9	2	25
Demanda	20	20	50	60	

Figura 1.3: Tabla 1

En esta tabla se muestran los datos ya tabulados según la información que se nos había dado anteriormente . 1.3.

Ahora continuando los siguientes pasos para resolución de este problema usando el método de la esquina noroeste, obtenemos con el primer paso de asignar todo lo posible a la primera celda de la ezquina superior izquierda lo siguiente.1.4

Planta	Tienda al por menor				Suministro
	R_1	R_2	R_3	R_4	
P_1	3|20	5	7	6	~~50~~ 30
P_2	2	5	8	2	75
P_3	3	6	9	2	25
Demanda	20	20	50	60	

Figura 1.4: Tabla 2

Debido a que completamos la demanda de la columna, pasaremos ya que habremos completado el segundo paso por lo que a través de un sombreado daremos a entender que esa columna está completa.1.5

Planta	Tienda al por menor				Suministro
	R_1	R_2	R_3	R_4	
P_1	3|20	5	7	6	~~50~~30
P_2	2	5	8	2	75
P_3	3	6	9	2	25
Demanda	20	20	50	60	

Figura 1.5: Tabla 3

Ya que hayamos tachado la columna y pasamos a la siguiente, nos fijamos que podemos completar el primer renglón por lo que tendrémos que pasar al renglón de abajo para continuar satisfaciendo la oferta y demanda.1.6

Planta	Tienda al por menor				Suministro
	R_1	R_2	R_3	R_4	
P_1	3|20	5|20	7	6	~~50~~ ~~30~~ 10
P_2	2	5	8	2	75
P_3	3	6	9	2	25
Demanda	20	20	50	60	

Figura 1.6: Tabla 4

Realizando los mismos pasos hasta satisfacer tanto la demanda como la oferta (Suministro) , lograremos obtener una tabla similar a la siguiente.1.7

Planta	Tienda al por menor				Suministro
	R_1	R_2	R_3	R_4	
P_1	3|20	5|20	7|10	6	~~50~~ ~~30~~ 10
P_2	2	5	8|40	2|35	~~75~~35
P_3	3	6	9	2|25	25
Demanda	20	20	~~50~~40	~~60~~25	

Figura 1.7: Tabla 5

Por lo que ahora utilizando esta tabla podremos obtener la siguiente formula que nos permitirá obtener el coste de transporte minimo satisfaciendo la oferta y demanda.

$$Z = 3(20) + 5(20) + 7(10) + 8(40) + 2(35) + 2(25) = 670 \textbf{ millones de pesos}$$

1.4.2. Costo mínimo

Para el segundo método llamado costo mínimo se logra determinar una mejor solución básica factible inicial, que el Método de la Esquina Noroeste ya que este se concentra en rutas menos costosas.

Para ello al iniciar se asigna la mayor cantidad posible de unidades a la celda de menor costo en todo el sistema. Este método está estipulado por 3 pasos los cuales son los siguientes:

1. Busca la celda de menor costo y asigna la mayor cantidad posible según las restricciones de oferta o demanda, luego modifica la fila o columna afectada restando el valor asignado.

2. Elimina la fila o columna en la cual la oferta o demanda sea cero después de efectuar el paso anterior. En caso queden dos ceros en la respectiva fila y columna se elimina arbitrariamente.

3. Verificar cuantas columnas o reglones quedan, en caso que solo nos quede una columna o renglón significa que se ha terminado el método, de lo contrario se debe realizan los pasos 1 y 2.

Ejemplo

Para este metodo usaremos el ejemplo del metodo anterior de la empresa de venta de platanos **A**. Teniendo en cuenta que se debe llegar al coste mínimo de transporte. Tomaremos como inicio la tabla 1.3 como nuestro punto de inicio, debido muestra los datos ya tabulados según la información.

Continuando los siguientes pasos para resolución de este problema usando el método de costos mínimos, obtenemos con el primer paso de asignar todo lo posible a la celda con menor costo como se muestra en la siguiente tabla.1.8

Planta	Tienda al por menor				Suministro
	R_1	R_2	R_3	R_4	
P_1	3	5	7	6	50
P_2	2	5	8	2	75
P_3	3	6	9	2	25
Demanda	20	20	50	60	

Figura 1.8: Tabla 6

Debido a que completamos la demanda de la columna, pasaremos al siguiente paso que es eliminar la columna, luego de asignar la cantidad correspondiente que era de la demanda al lado de nuestra celda. Como se muestra en la figura 1.9 y en la figura 1.10

Planta	Tienda al por menor				Suministro
	R_1	R_2	R_3	R_4	
P_1	3	5	7	6	50
P_2	2(20)	5	8	2	55
P_3	3	6	9	2	25
Demanda	0	20	50	60	

Figura 1.9: Tabla 7

Planta	Tienda al por menor				Suministro
	R_1	R_2	R_3	R_4	
P_1		5	7	6	50
P_2		5	8	2	55
P_3		6	9	2	25
Demanda		20	50	60	

Figura 1.10: Tabla 8

Como continuan existian columnas y renglones continuaremos siguiendo los pasos hasta completar, como se puede observar en la siguiente figura 1.11 y en la figura 1.12.

Planta	Tienda al por menor				Suministro
	R_1	R_2	R_3	R_4	
P_1		5	7	6	50
P_2		5	8	2(55)	0
P_3		6	9	2	25
Demanda		20	50	5	

Figura 1.11: Tabla 9

Planta	Tienda al por menor				Suministro
	R_1	R_2	R_3	R_4	
P_1		5	7	6	50
P_2					
P_3		6	9	2	25
Demanda		20	50	5	

Figura 1.12: Tabla 10

Al momento de casi culminar de satisfacer las diferentes demandas y ofertas, podremos observar que nuestra tabla quedará similiar a la figura 1.13.

Planta	Tienda al por menor				Suministro
	R_1	R_2	R_3	R_4	
P_1			7		30
P_2					
P_3			9		20
Demanda			50		

Figura 1.13: Tabla 11

Satisfaciendo tanto la demanda como la oferta (Suministro) , lograremos obtener una tabla similar a la siguiente luego de solo mostrar las celdas utilizadas. Como se muestra en la figura 1.14 . Por lo que ahora utilizando esta última tabla que es nuestro resultado podremos obtener la siguiente formula que nos permitirá obtener el coste de transporte minimo satisfaciendo la oferta y demanda.

Planta	Tienda al por menor				Suministro
	R_1	R_2	R_3	R_4	
P_1		5|20	7|30		50
P_2	2|20			2|55	75
P_3			9|20	2—5	25
Demanda	20	20	50	60	150/150

Figura 1.14: Tabla 12

$$Z = 5(20) + 7(30) + 2(20) + 2(55) + 9(20) + 2(5) = 650 \text{ millones de pesos.}$$

Entonces con este resultado podremos obtener que aunque el método de la esquina noroeste es efectivo parra obtener un costo minimo de transporte, no siempre va a ser el menor, ya que con el metodo de costo mínimo obtuvimos un menor precio que antes.

1.4.3. Vogel

Para el tercer método llamado Vogel se determina que también es una de las mejores opciones de los 3 métodos para el modelo transporte debido a su fácil comprensión.

Se comienza calculando por cada columna y por cada fila el castigo o penalty, el cual se calcula como la diferencia entre los dos costos menores en la columna o en la fila según corresponda. Luego de esto se deberá tener en cuenta los siguientes pasos:

1. Determinar la fila o columna con un mayor valor de castigo. Selecciona como variable base la celda con menor costo de la fila o columna según corresponda y asigne la máxima cantidad posible, se descarta la fila o columna cuya oferta o demanda haya sido completada.

2. Recalcular la demanda u oferta disponible en la fila o columna. La primera asignacion se ha completado.

3. Vuelva a calcular los castigos por fila y por columna y repita el procedimiento descrito hasta completar las asignaciones posibles en la tabla.

Ejemplo

Para un mejor entendimiento del problema, usaremos el problema anterior para explicar el metodo de vogel, usando de paso la figura de la tabla inicial 1.3 debido muestra los datos ya tabulados según la información. Y también buscaremos el coste minimo que este método nos puede ofrecer.

Continuando los siguientes pasos para resolución de este problema usando el método de Vogel, asignamos los diferentes castigos a cada una de las filas y columnas . Tomando los valores menores de cada fila y columna y restarlos entre si. Luego tomamos el menor para asignar la mayor cantidad de oferta y cumplir la demanda. como se muestra en la figura tabla de la tabla 13 1.15.

Planta	Tiendas al por menor				Suministro	Penalizaciones
	R_1	R_2	R_3	R_4		
P_1	3(20)	5	7	6	$50-20=30$	3=5-2
P_2	2	5	8	2	75	0=2-2
P_3	3	6	9	2	25	1=3-2
Demanda	$20-20=0$	20	50	60		
Penalizaciones	1=3-2	0=5-5	1=8-7	0=2-2		

Figura 1.15: Tabla 13

Luego continuamos nuevamente después de borrar la columna de la demanda que ya hemos completado, asignamos nuevamente un castigo a cada uno de las filas y columnas que faltan y realizamos el mismo procedimiento como se observa en la figura de la tabla 14 1.16 y en la figura de la tabla 15 1.17.

Planta	Tiendas al por menor				Suministro	Penalizaciones
	R_1	R_2	R_3	R_4		
P_1	3(20)	5	7	6	$50-20=30$	1=6-5
P_2	$-$	5	8	2(35)	$75-35$	3=5-2
P_3	$-$	$-$	$-$	2(25)	0	-
Demanda	0	20	50	$35-35=0$		
Penalizaciones	$-$	0=5-5	1=8-7	$4=6-2$		

Figura 1.16: Tabla 14

Planta	Tiendas al por menor				Suministro	Penalizaciones
	R_1	R_2	R_3	R_4		
P_1	3(20)	5	7	-	30	2=7-5
P_2	$-$	5(20)	8	2(35)	$40-20=20$	$3=8-5$
P_3	$-$	$-$	$-$	2(25)	0	-
Demanda	0	$20-20=0$	50	0		
Penalizaciones	$-$	0=5-5	1=8-7	$-$		

Figura 1.17: Tabla 15

Al momento de quedar una sola fila o columna, se comienzan a suministrar según sea necesario los costos de oferta o demanda hasta satisfacerlos como se observa en la figura de la tabla 16 1.18.

Planta	Tiendas al por menor				Suministro	Penalizaciones
	R_1	R_2	R_3	R_4		
P_1	3(20)	$-$	7(30)	6	$30-30=0$	7
P_2	$-$	5(20)	8(20)	2(35)	$20-20=0$	8
P_3	$-$	$-$	$-$	2(25)	0	-
Demanda	0	0	$50-50=0$	$35-35=0$		
Penalizaciones	$-$	-	-	$6-2=4$		

Figura 1.18: Tabla 16

Satisfaciendo tanto la demanda como la oferta (Suministro) , lograremos obtener una tabla similar a la siguiente que se muestra en la tabla 17 en la figura 1.19 . En la que se observa que nuestra demanda y suministro quedan en 0 y quedan las celdas utilizadas.

Planta	Tiendas al por menor				Suministro	Penalizaciones
	R_1	R_2	R_3	R_4		
P_1	3(20)	–	7(30)	-	0	-
P_2	–	5(20)	8(20)	2(35)	0	-
P_3	–	–	–	2(25)	0	-
Demanda	0	0	0	0		
Penalizaciones	–	-	-	–		

Figura 1.19: Tabla 17

$$Z = 3(20) + 7(30) + 5(20) + 8(20) + 2(35) + 2(25) = 650 \text{ millones de pesos.}$$

1.5. Ejercicio de Aplicación

A continuacion se mostrará un ejemplo de aplicación que funcionará como analisis de en qué tipo de situaciones logaría ser utilizado el modelo de transporte con sus diferentes métodos.

1.5.1. Ejercicio De Forma Manual

Una empresa de transporte público llamada Transunion tiene 3 rutas diferentes R1, R2, R3 a lo largo de la ciudad de Bogotá. Cada una de las rutas tiene la posibilidad de subir 40, 35, 35 pasajeros respectivamente , las cuales deben ser usadas para 4 diferentes estaciones donde esperan 50, 20, 30, 10 pasajeros respectivamente en cada estación. Halle el costo de transporte minimo, usando los 3 diferentes métodos del modelo de transporte.

Rutas	Estaciones				Oferta
	E_1	E_2	E_3	E_4	
R_1	2	4	3	3	40
R_2	3	2	6	2	35
R_3	3	1	4	5	35
Demanda	50	20	30	10	110/110

Figura 1.20: Tabla 18

Solución Método Esquina Noroeste

En este caso el primer método que usaremos para resolver el problema es el de esquina noroeste donde tomaremos el primer numero en la esquina superior izquierda, realizando los diferentes pasos anteriormente establecidos dandonos como resultado las siguientes tablas.

Rutas	Estaciones				Oferta
	E_1	E_2	E_3	E_4	
R_1	2	4	3	3	40
R_2	3	2	6	2	35
R_3	3	1	4	5	35
Demanda	50	20	30	10	

Figura 1.21: Tabla 19

Rutas	Estaciones				Oferta
	E_1	E_2	E_3	E_4	
R_1	2|40	4	3	3	40
R_2	3	2	6	2	35
R_3	3	1	4	5	35
Demanda	~~50~~ 10	20	30	10	

Figura 1.22: Tabla 20

Rutas	Estaciones				Oferta
	E_1	E_2	E_3	E_4	
R_1	2|40	4	3	3	40
R_2	3|10	2	6	2	~~35~~ 25
R_3	3	1	4	5	35
Demanda	~~50~~ 10	20	30	10	

Figura 1.23: Tabla 21

Rutas	Estaciones				Oferta
	E_1	E_2	E_3	E_4	
R_1	2|40	4	3	3	40
R_2	3|10	2|20	6	2	~~35~~ ~~25~~ 5
R_3	3	1	4	5	35
Demanda	~~50~~ 10	20	30	10	

Figura 1.24: Tabla 22

Rutas	Estaciones				Oferta
	E_1	E_2	E_3	E_4	
R_1	2|40	4	3	3	40
R_2	3|10	2|20	6|5	2	~~35~~ ~~25~~ 5
R_3	3	1	4	5	35
Demanda	~~50~~ 10	20	~~30~~ 25	10	

Figura 1.25: Tabla 23

Rutas	Estaciones				Oferta
	E_1	E_2	E_3	E_4	
R_1	2|40	4	3	3	40
R_2	3|10	2|20	6|5	2	~~35~~ ~~25~~ 5
R_3	3	1	4|25	5	~~35~~ 10
Demanda	~~50~~ 10	20	~~30~~ 25	10	

Figura 1.26: Tabla 24

Rutas	Estaciones				Oferta
	E_1	E_2	E_3	E_4	
R_1	2|40	4	3	3	40
R_2	3|10	2|20	6|5	2	~~35~~ ~~25~~ 5
R_3	3	1	4|25	5|10	~~35~~ 10
Demanda	~~50~~ 10	20	~~30~~ 25	10	

Figura 1.27: Tabla 25

El resultado final del costo minimo usando el metodo de solución de esquina noroeste para el problema de transporte público es : $Z = 2(40) + 3(20) + 2(20) + 6(5) + 4(25) + 5(10) = 330$ dado en miles de pesos.

Solución Costo mínimo

Para el uso del método de costo mínimo tomaremos los valores mínimos y les asignaremos la cantidad máxima, siguiendo el procedimiento anteriormente explicado nos dara las siguientes tablas.

Rutas	Estaciones				Oferta
	E_1	E_2	E_3	E_4	
R_1	2	4	3	3	40
R_2	3	2	6	2	35
R_3	3	1	4	5	35
Demanda	50	20	30	10	

Figura 1.28: Tabla 26

Rutas	Estaciones				Oferta
	E_1	E_2	E_3	E_4	
R_1	2|40	4	3	3	40
R_2	3	2	6	2	35
R_3	3	1	4	5	35
Demanda	~~50~~ 10	20	30	10	

Figura 1.29: Tabla 27

Rutas	Estaciones				Oferta
	E_1	E_2	E_3	E_4	
R_1	2|40	4	3	3	40
R_2	3	2	6	2	35
R_3	3	1|20	4	5	~~35~~ 15
Demanda	~~50~~ 10	20	30	10	

Figura 1.30: Tabla 28

Rutas	Estaciones				Oferta
	E_1	E_2	E_3	E_4	
R_1	2|40	4	3	3	40
R_2	3	2	6	2|10	~~35~~ 25
R_3	3	1|20	4	5	~~35~~ 15
Demanda	~~50~~ 10	20	30	10	

Figura 1.31: Tabla 29

Rutas	Estaciones				Oferta
	E_1	E_2	E_3	E_4	
R_1	2|40	4	3	3	40
R_2	3|10	2	6	2|10	~~35~~ 15
R_3	3	1|20	4	5	~~35~~ 15
Demanda	~~50~~ 10	20	30	10	

Figura 1.32: Tabla 30

Rutas	Estaciones				Oferta
	E_1	E_2	E_3	E_4	
R_1	2|40	4	3	3	40
R_2	3|10	2	6	2|10	~~35~~ 15
R_3	3	1|20	4|5	5	~~35~~ 15
Demanda	~~50~~ 10	20	~~30~~ 25	10	

Figura 1.33: Tabla 31

Rutas	Estaciones				Oferta
	E_1	E_2	E_3	E_4	
R_1	2|40	4	3	3	40
R_2	3|10	2	6|25	2|10	~~35~~ 15
R_3	3	1|20	4|5	5	~~35~~ 15
Demanda	~~50~~ 10	20	~~30~~ 25	10	

Figura 1.34: Tabla 32

El costo mínimo encontrado usando método de costo mínimo para el problema de transporte público es : $Z = 2(40) + 3(10) + 6(25) + 2(10) + 1(20) + 4(5) = 300$ dado en miles de pesos.

Solución Vogel

Para el uso del método se comienza calculando por cada columna y por cada fila el castigo o penalty, el cual se calcula como la diferencia entre los dos costos menores en la columna o en la fila según corresponda.

Rutas	Estaciones				Oferta	Penalizaciones
	E_1	E_2	E_3	E_4		
R_1	2	4	3	3	40	1=3-2
R_2	3	2	6	2	35	0=2-2
R_3	3	1	4	5	35	2=3-1
Demanda	50	20	30	10		
Penalizaciones	1=3-2	1=2-1	1=4-3	1=3-2		

Figura 1.35: Tabla 33

Rutas	Estaciones				Oferta	Penalizaciones
	E_1	E_2	E_3	E_4		
R_1	2	4	3	3	40	1=3-2
R_2	3	2	6	2	35	1=3-2
R_3	3	1|20	4	5	~~35~~ 15	1=4-3
Demanda	50	20	30	10		
Penalizaciones	1=3-2	-	1=4-3	1=3-2		

Figura 1.36: Tabla 34

Rutas	Estaciones				Oferta	Penalizaciones
	E_1	E_2	E_3	E_4		
R_1	2	4	3	3	40	1=3-2
R_2	3	2	6	2|10	~~35~~ 25	1=3-2
R_3	3	1|20	4	5	~~35~~ 15	1=4-3
Demanda	50	20	30	10		
Penalizaciones	1=3-2	-	1=4-3	-		

Figura 1.37: Tabla 35

Rutas	Estaciones				Oferta	Penalizaciones
	E_1	E_2	E_3	E_4		
R_1	2	4	3	3	40	1=3-2
R_2	3|25	2	6	2|10	~~35~~ 25	-
R_3	3	1|20	4	5	~~35~~ 15	1=4-3
Demanda	50	20	30	10		
Penalizaciones	1=3-2	-	1=4-3	-		

Figura 1.38: Tabla 36

Rutas	Estaciones				Oferta	Penalizaciones
	E_1	E_2	E_3	E_4		
R_1	2	4	3	3	40	1=3-2
R_2	3|25	2	6	2|10	~~35~~ 25	-
R_3	3|15	1|20	4	5	~~35~~ 15	-
Demanda	~~50~~ ~~25~~ 10	20	30	10		
Penalizaciones	1=3-2	-	1=4-3	-		

Figura 1.39: Tabla 37

Rutas	Estaciones				Oferta	Penalizaciones
	E_1	E_2	E_3	E_4		
R_1	2	4	3|30	3	~~40~~ 10	1=3-2
R_2	3|25	2	6	2|10	~~35~~ 25	-
R_3	3|15	1|20	4	5	~~35~~ 15	-
Demanda	~~50~~ ~~25~~ 10	20	30	10		
Penalizaciones	2	-	-	-		

Figura 1.40: Tabla 38

Rutas	Estaciones				Oferta	Penalizaciones
	E_1	E_2	E_3	E_4		
R_1	2|10	4	3|30	3	~~40~~ 10	-
R_2	3|25	2	6	2|10	~~35~~ 25	-
R_3	3|15	1|20	4	5	~~35~~ 15	-
Demanda	~~50~~ ~~25~~ 10	20	30	10		
Penalizaciones	-	-	-	-		

Figura 1.41: Tabla 39

El costo mínimo encontrado usando método de vogel para el problema de transporte público es : $Z = 2(10) + 3(30) + 3(25) + 2(10) + 3(15) + 1(25) = 270$ dado en miles de pesos.

1.5.2. Ejercicio Realizado en Python

Ejercicio Realizado en Python Esquina Noroeste

Ahora veremos una representación del método de Esquina noroeste en Python usando el ejercicio anteriormente planteado, para éste no usaremos ninguna biblioteca.

Ahora el código de Python, en el siguiente link de GitHub podrá encontrar el código completo: github/ModeloDeTransporte.

C: > Users > WIN > Documents > Noroeste.py > ...

```python
matriz = []
matriz2 =[]
result = 0

filas = int (input("DIGITE NUMERO DE FILAS")) + 1
columnas = int (input("DIGITE NUMERO DE COLUMNAS")) + 1

for i in range(filas):
    matriz.append([0]*columnas)
    matriz2.append([0]*columnas)

print("INGRESE OFERTAS Y DEMANDAS")
sumaF, sumaC =0, 0
while(True):
    sumaF, sumaC = 0,0
    for f in range(filas-1):
        matriz[f][columnas-1] = int(input("INGRESE OFERTA [%d]: " %(f+1)))
        matriz2[f][columnas-1] = matriz[f][columnas-1]
        sumaF += matriz[f][columnas-1]
    for c in range(columnas-1):
        matriz[filas-1][c] = int(input("INGRESE DEMANDA [%d]: " %(c+1)))
        matriz2[filas-1][c] = matriz[filas-1][c]
        sumaC += matriz[filas-1][c]
    if(sumaF == sumaC):
        break
    else:
        print("INGRESA NUEVAMENTE LOS VALORES. NOTA: RECUERDA LA SUMA DE OFERTA DEBE SER IGUAL A LA DE LAS DEMANDAS")

print("INGRESE INVENTARIO/STOCK/ALMACEN. ")
for f in range(filas-1):
    for c in range(columnas-1):
        matriz[f][c] = int(input("INGRESE EL ELEMENTO [%d,%d]: " %(f,c)))

print("CALCULAR MOVIMIENTOS -> Matriz2")
posF, posC = 0, 0
vo, vi = 0, 0
menor, igual  = 0, 0

while(True):
    sumaF, sumaC = 0, 0
    for f in range(filas-1):
        sumaF += matriz2[f][posC]
    for c in range(columnas-1):
        sumaC += matriz2[posF][c]

    vo = matriz[filas-1][posC] - sumaF
    vi = matriz[posF][columnas-1] - sumaC

    if(vo < vi):
        menor = vo
        matriz2[posF][posC] = menor
        posC += 1

    elif(vi < vo):
        menor = vi
        matriz2[posF][posC] = menor
        posF += 1

    elif(vo == vi):
        igual = (vo+vi)//2
        matriz2[posF][posC] = igual
        posF += 1
        posC += 1

    if(posF == filas-1 or posC == columnas-1):
        break

print("Matriz1 -> Inventario")
for p in range(filas):
    print(matriz[p])

print("Matri<z -> Movimientos")
for p in range(filas):
    print(matriz2[p])

for fila in matriz2:
    for casilla in fila:
        result += casilla

print("Resultado usando método esquina noroeste: ", result)
```

Y como salida del código se mostrará:

```
Resultado:  330
```

Ejercicio Realizado en Python Costos Mínimos

Ahora veremos una representación del método de Costos minimos en Pytho usando el ejercicio anteriormente planteado, para éste utilizamos la biblioteca NumPy, esta nos permite hacer uso de matrices y arreglos de datos y de forma practica usar matrices de costos, de oferta y de demanda y calculos de coste total.

```
# Importamos la biblioteca NumPy
import numpy as np
```

Ahora el código de Python, en el siguiente link de GitHub podra encontrar el código completo: github/ModeloDeTransporte.

```
# Matriz de entrada de costo
A = np.array([[2, 4, 3, 4], [3, 2, 6, 2], [3, 1, 4, 5]])

# Suministro dado para la matriz de oferta
supply = np.array([40, 35, 35])

# Suministro dado para la matriz de demanda
demand = np.array([50, 20, 30, 10])

# Inicialización de costo
y = 0

# Comprobar dónde la oferta y la demanda es cero o no
while supply.size > 0 and demand.size > 0:
    # Encontrar el costo mínimo
    i, j = np.unravel_index(A.argmin(), A.shape)
    # Encontrar el mínimo de la oferta y la demanda
    X = min(supply[i], demand[j])
    # Nuevo costo
    y += X * A[i, j]
    # comprobar que X es igual a la oferta o la demanda y eliminar o restar
    if X == supply[i]:
        A = np.delete(A, i, 0)
        supply = np.delete(supply, i)
        demand[j] -= X
```

Y como salida del código se mostrara:

```
El costo mínimo de la matriz de entrada dada es:
300
```

Ejercicio Realizado en Python Vogel

Ahora veremos una representación del método de Vogel en Python, para éste utilizamos la biblioteca PuLP, está es muy común para plantear problemas de IO, gracias a la biblioteca podemos utilizar los datos en una matriz y transformar esos datos en un problema de programación lineal; siendo más optimo para hallar mínimos y encontrar la solución.

```
#Importar la libreria PuLB
from pulp import LpProblem, LpMinimize, LpVariable, LpStatus, value
```

Ahora el código de Python, en el siguiente link de GitHub podra encontrar el código completo: github/ModeloDeTransporte.

```python
# Datos del problema
supply = [40, 35, 35]
demand = [50, 20, 30, 10]
cost_matrix = [
    [2, 4, 3, 3],
    [3, 2, 6, 2],
    [3, 1, 4, 5]
]

# Crear problema de programación lineal
problem = LpProblem("Problema de Transporte", LpMinimize)

# Crear variables de decisión
rows = len(supply)
cols = len(demand)
x = []
for i in range(rows):
    row = []
    for j in range(cols):
        row.append(LpVariable(f"x_{i}_{j}", lowBound=0, cat="Integer"))
    x.append(row)

# Definir función objetivo
problem += sum(cost_matrix[i][j] * x[i][j] for i in range(rows) for j in range(cols))

# Restricciones de oferta
for i in range(rows):
    problem += sum(x[i][j] for j in range(cols)) == supply[i]
```

Y como salida del código se mostrara:

```
Función objetivo: 270.0
```

Bibliografía

[1] A. L. Alberto, R. T. Edwin y S. P. Octavio, Investigación de Operaciones, Ecoe Ediciones. Colombia: Digitalia, 2019.

[2] F. S. Hiller y G. J. Lieberman, Introducción a la Investigación de Operaciones, ninth. Mexico: McGrawHill, 2010.

[3] H. A. Taha, Investigación de Operaciones, tenth. Mexico: Pearson, 2012.