

Práctica 1: Ejercicios prácticos sobre Lenguajes y Gramáticas

1) Describir el lenguaje generado por las siguientes gramáticas en $\{0,1\}^*$.

a) $S \rightarrow 0S_11 \quad S_1 \rightarrow 0S_1 \mid 1S_1 \mid \epsilon$

$$L(G) = \{0u1 \mid u \in A^*\}$$

b) $S \rightarrow S_1101S_1 \quad S_1 \rightarrow 0S_1 \mid 1S_1 \mid \epsilon$

$$L(G) = \{u101v \mid u,v \in A^*\}$$

c) $S \rightarrow 0S1 \mid S_1 \quad S_1 \rightarrow 1S_10 \mid 1S_20 \quad S_2 \rightarrow 0S_21 \mid \epsilon$

$$L(G) = \{0^n1^m0^i1^j0^m1^n \mid n,i \geq 0 \quad m \geq 1\}$$

2) Encontrar gramáticas de tipo 2 para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{0, 1\}$. En cada caso determinar si los lenguajes generados son de tipo 3, estudiando si existe una gramática de tipo 3 que los genera.

a) Palabras que comienzan con la subcadena "10" y acaban en "001".

Directamente he encontrado una gramática de tipo 3, y como estás están incluidas en las de tipo 2, quiere decir que también se puede conseguir hacer con una de tipo 2, pero muestro la de tipo 3 ya que es mejor que las de tipo 2.

$$S \rightarrow 1S_1 \quad S_1 \rightarrow 0S_2 \quad S_2 \rightarrow 0S_2 \mid 1S_2 \mid 0S_3 \quad S_3 \rightarrow 0S_4 \quad S_4 \rightarrow 1$$

b) Palabras que tienen 2 o 3 "0".

Al igual que en el apartado anterior también he conseguido diseñar una gramática de tipo 3, la cual es la siguiente:

$$S \rightarrow 1S \mid 0S_1 \quad S_1 \rightarrow 1S_1 \mid 0S_2 \quad S_2 \rightarrow 1S_2 \mid 0S_3 \mid \epsilon \quad S_3 \rightarrow 1S_3 \mid \epsilon$$

c) Palabras que no contienen la subcadena "011".

Y en este último también he elaborado la siguiente gramática de tipo 3:

$$S \rightarrow 1S \mid 0S_1 \mid \epsilon \quad S_1 \rightarrow 0S_1 \mid 1S_2 \mid \epsilon \quad S_2 \rightarrow 0S_1 \mid \epsilon$$

3) Como empleado de la empresa de desarrollo de videojuegos "MoreThanDungeons", se le ha pedido diseñar una gramática que represente los niveles de un juego de exploración de mazmorras y las salas de estas, con una serie de restricciones.

En cada nivel:

- Existen salas grandes (g) y pequeñas (p) que deberán ser limpiadas de monstruos para avanzar. (Los niveles más sencillos tienen al menos una sala grande)
- Hay al menos una sala de tendero (t), donde recuperar fuerzas y comprar objetos.
- Habrá una sola sala secreta (x), siempre le precede una sala grande. Es decir, siempre habrá una “g” delante de “x”.
- Cada nivel de la mazmorra debe acabar con una sala final de jefe (j).

Por ejemplo, la cadena terminal “ppgxtj” representa el nivel en el que el jugador debe de pasar por dos habitaciones pequeñas “pp”, seguidas de una grande “g”. En esta, podrá encontrar la sala secreta “x”. A continuación, podrá recuperar fuerzas en la tienda “t”. Para finalmente, enfrentarse al jefe final “j” del nivel.

Elabore una gramática que genere estos niveles con sus restricciones. Cada palabra del lenguaje es UN SOLO NIVEL.  A qué tipo de la jerarquía de Chomsky pertenece la gramática que ha diseñado?

 Podr  diseñar una gramática de tipo 3 para dicho problema?

Lo primero que tenemos que hacer es comprender las restricciones que se nos plantean, de manera que vemos que estamos obligado a poner al menos una sala grande (g) por nivel, una sala secreta (x) que tiene que ir después de una sala grande de manera obligatoria, pero que solamente puede haber una por nivel, y por último tiene que haber como mínimo un tendero (t) por nivel, pero puede haber más, además de que obviamente la cadena tiene que cerrarse con un jefe final (j).

He conseguido diseñar la siguiente gramática de tipo 3 que se ajusta a todas las restricciones impuestas anteriormente. Para ello se siguen dos caminos distintos, uno en el cual el primer tendero aparece antes de la sala secreta, y el otro es en el que el primer tendero aparece después de la sala secreta. La gramática será la siguiente:

S -> pS | gS₁ | tS₃

Ahora si no elegimos $S \rightarrow tS_3$ y ponemos la sala grande, pasamos a las siguientes opciones:

$S_1 \rightarrow pS \mid gS_1 \mid xS_2 \mid tS_3$

En la que nuevamente si no elegimos $S_1 \rightarrow tS_3$ y ponemos la sala secreta para seguir avanzando en la elaboración del nivel, ya solo nos faltaría por poner el tendero y la sala del jefe final de manera obligatoria, por lo que necesitamos forzar a que aparezca el tendero antes de poder cerrar el nivel, lo que conseguimos con las siguientes reglas:

$S_2 \rightarrow pS_2 \mid gS_2 \mid tS_5$

Una vez puesto el tendero ya podríamos pasar a cerrar el nivel, pero antes de ver esa regla, vamos a ver el otro camino posible que se consigue poniendo el primer tendero antes de la sala secreta, es decir eligiendo $S \rightarrow tS_3$ al principio o $S_1 \rightarrow tS_3$, de manera que ahora para cerrar el nivel necesitaríamos una sala secreta, y para forzar su aparición usamos las siguientes reglas:

$S_3 \rightarrow pS_3 \mid gS_4 \mid tS_3$

$S_4 \rightarrow pS_3 \mid gS_4 \mid xS_5 \mid tS_3$

Finalmente, con esto ya tendríamos todas las restricciones cumplidas a excepción de la de cerrar la cadena con un jefe final, para ello, vamos a usar las siguientes reglas, ya que antes de la sala de jefe final pueden aparecer todas las salas que quieran de las otras mientras no sean salas secretas. Por lo tanto, tenemos estas últimas reglas:

$S_5 \rightarrow pS_5 \mid gS_5 \mid tS_5 \mid j$

Como vemos todas las restricciones han sido cumplidas con éxito a la hora de diseñar el nivel, y la gramática elaborada es de tipo 3.