

Análisis del artículo "*Detecting Einstein-Podolsky-Rosen steering in non-Gaussian spin states from conditional spin-squeezing parameters*"

Sánchez-Toril Bastrygina, Andrés Manuel^a, Ainoo Pérez, Debinamaca¹

^aFaculty of Telecommunications, Universitat Politècnica de València (UPV), Valencia, Spain

Abstract

En el siguiente documento se procederá al análisis del artículo "*Detecting Einstein-Podolsky-Rosen steering in non-Gaussian spin states from conditional spin-squeezing parameters*" como trabajo académico de la asignatura de Física Cuántica del grado en Ingeniería Física de la Universitat Politècnica de València. Se comenzará explicando como se ha dado la búsqueda bibliográfica de este artículo, qué base de datos se ha empleado así como las motivaciones para la elección del mismo. Continuando con la síntesis del artículo y su relación con la asignatura y, remarcando las aplicaciones de lo explicado en el paper. Por último, se encuentra la bibliografía empleada.

Keywords: EPR Steering, Gaussian states, Quantum Fisher Information

1. Búsqueda Bibliográfica

La búsqueda del artículo se ha realizado empleando la base de datos *Scopus*. Utilizando la sección de documentos de esta base de datos bibliográfica y, empleando como palabras clave Einstein-Podolsky-Rosen ya que buscábamos un artículo sobre la paradoja EPR, su impacto y/o aplicaciones, limitando la búsqueda a los últimos 5 años (2018-2023), y solo a artículos en inglés, hubieron 374 resultados. De entre todos esos resultados se escogió el artículo "*Detecting Einstein-Podolsky-Rosen steering in non-Gaussian spin states from conditional spin-squeezing parameters*" publicado por la *American Physical Society* en la revista *Physical Review A*.

El documento fue publicado en julio de 2023 por lo que no ha tenido aún muchas citas contando solamente con una en un artículo publicado en 2023 en *Reports on Progress in Physics*, "*Probing quantum correlations in many-body systems: a review of scalable methods*". A pesar de las pocas citas cuenta con un percentil de 74 así como un Field-Weighted de 1.3 lo que implica que este documento está más citado de lo esperado con respecto de la media teniendo en cuenta el año de publicación, el tipo de documento y la disciplina asociada al mismo. Por otro lado, la revista *Physical Review A* donde se encuentra publicado, se encuentra en la categoría de Atomic and Molecular Physics, and Optics, en el cuartil Q2, lo que implica un impacto moderado de la misma. Dentro de esta categoría cuenta además con percentil 70 además de ocupar el puesto 62 de 211 en esa

misma categoría. Además, cuenta con una media de citas por documento publicado de 5.4 así como un SNIP (Source Normalized Impact per Paper) de 0.925 lo que sugiere que la revista tiene cierta influencia en términos de citas en comparación con otras revistas.

Hemos escogido este paper por varios motivos. En primer lugar, era de acceso abierto, es decir, no era necesario registrarse en ninguna web o pedir permiso a los autores para poder visualizarlo. En segundo lugar, una de las afiliaciones del artículo es la Universitat de València lo que llamó nuestra atención y curiosidad por saber de qué trataba. Sin embargo, el motivo principal por el que hemos escogido este paper es que en él, se habla de temas que no se han visto ni se van a ver en clase y que son de elevado interés para nosotros. Es el caso, por ejemplo, de la paradoja EPR ¹ donde se tratan los principios del entrelazamiento cuántico, o el caso también de los estados de espín Gaussianos y no Gaussianos ². Por otro lado, nos dimos cuenta de que este artículo se alineaba mucho con nuestro grado universitario ya que emplea también la Teoría de la Información, como se verá más adelante, en este paper se emplea la Información de Fisher clásica ³ y cuántica para diferentes aplicaciones.

2. Resumen del artículo

El texto aborda el concepto de EPR steering (dirección Einstein-Podolsky-Rosen) en el contexto de estados cuánticos

no clásicos de espín, específicamente enfocándose en estados no gaussianos. Se destaca que el EPR steering es más fuerte que el entrelazamiento pero no tan general como la no localidad de Bell(23), y se considera un recurso valioso para diversas tareas de información cuántica (14; 4; 20).

Se explica que la detección típica de EPR steering se basa en la violación de una relación de incertidumbre local, referida a que no puede haber ningún suceso que transmita su influencia a mayor velocidad que la luz, esto se expresa en términos de varianzas de operadores lineales, especialmente efectiva para estados gaussianos. Sin embargo, los estados no gaussianos presentan correlaciones no triviales en momentos de orden superior, lo que requiere criterios de dirección que consideren observables no lineales.

Además introduce el concepto de parámetros de "spin-squeezing" condicionales como una herramienta práctica para detectar EPR steering en estados de espín no clásicos divididos. Estos parámetros se optimizan mediante mediciones de observables de orden superior, lo que permite capturar características no gaussianas. Se destaca que estos parámetros condicionales aproximan el criterio cuántico de Fisher condicional (QFI) para EPR correlations (19).

El trabajo presenta una herramienta experimentalmente práctica para detectar EPR steering en estados de espín no gaussianos, abriendo nuevas posibilidades para investigar la información cuántica de estos estados y aprovechar su prometedor potencial.

Antes de comenzar el desarrollo, el paper explica como se determinan las propiedades a medir poniendo como ejemplo un estimador de fases. El protocolo consiste en lo siguiente: partiendo de un generador H se obtiene un parámetro desconocido θ en un cierto estado cuántico ρ . Realizando mediciones sobre un observable M en el estado ρ , se estima el valor de θ , denotado como $(\hat{\theta})$, tal que la varianza de este estimador determina la desviación del valor real. A partir del valor medio de M , se construye un estimador simple que produce, suponiendo un número mucho mayor que 1 de mediciones, una incertidumbre de fase igual a la varianza de $(\hat{\theta})$, la cual depende del parámetro θ y está relacionada con la varianza y la compresión cuántica (máxima información en el mínimo de datos, es un recurso de la teoría de la información cuántica).

Por otro lado el artículo explica lo que es la información cuántica de Fisher (QFI), ésta restringe la precisión que se puede alcanzar en la estimación de un parámetro a través del límite de Cramér-Rao(11). El máximo valor de F (Información Fisher), define el QFI que representa la máxima precisión del

estado cuántico (ρ)(16). El paper acaba concluyendo en este apartado que, para experimentos prácticos, la máxima precisión alcanzable se puede optimizar seleccionando observables adecuadamente, de manera que la máxima precisión se logra maximizando el parámetro de spin-squeezing χ^{-2} sobre un conjunto de operadores de medición realistas.

Basándose en los observadores habituales de la EPR, Alice y Bob, el texto explica el funcionamiento del estudio. Bob mejora su estimación del parámetro θ con la información que le cede Alice sobre su configuración de medición y sus resultados (26). A partir de esta información, Bob puede elegir un observable adaptado de manera óptima al estado condicionado ρ_{cond} . De esta manera, Bob puede conseguir, en promedio, una precisión de estimación definida por el parámetro de compresión cuántica condicional $\Delta_{\theta_{cond}}^2$ que involucra la maximización de la compresión cuántica sobre diferentes observables de medición. En este punto, se introduce el concepto de ensamblajes, determinados por la distribución de probabilidad condicionada de los resultados conocida la configuración de medida y el estado cuántico condicionado ρ_{cond} . El límite último en la estimación de fase para una medición específica de Alice se expresa mediante la información de Fisher condicional ($(F_{\theta_{cond}})$) relacionada con la máxima precisión del estado cuántico condicionado (ρ_{cond}).

Por último, se establecen una serie de desigualdades (B.1) que resultan en un conjunto jerárquico de criterios de entrelazamiento cuántico que exploran las relaciones entre la información de Fisher, la compresión cuántica y la varianza en el contexto de la comunicación cuántica entre Alice y Bob.

En resumen, el texto describe cómo la comunicación de Alice puede mejorar la estimación cuántica de Bob sobre un parámetro específico, utilizando herramientas como la compresión cuántica y la información de Fisher condicional. Además, se explora cómo estas herramientas están relacionadas entre sí en el contexto de criterios de entrelazamiento cuántico.

Una vez explicado lo anterior, el texto describe un protocolo de metrología asistida que utiliza el fenómeno de EPR steering para inferir propiedades cuánticas, específicamente la fase θ y el generador H . La relación de incertidumbre cuántica impide conocer simultáneamente θ y H con precisión arbitraria. Se emplea el EPR steering de Alice a Bob para realizar inferencias por debajo del límite de incertidumbre local, utilizando varianzas de inferencia ⁴. Se establece un criterio de dirección de EPR basado en el índice cuántico de Fisher, que determina la cantidad de información cuántica que se puede extraer de un con-

junto de observaciones o mediciones en un sistema cuántico, y se formula un criterio de dirección adicional basado en el parámetro de "squeezing" ⁵ condicional. La violación de estos criterios indica la presencia de EPR steering útil en el protocolo metroológico asistido, demostrando la capacidad de las mediciones de Alice para influir en las propiedades cuánticas de Bob más allá de los límites locales de incertidumbre. Además, se introduce un modelo de estado oculto local (LHS) ⁶ (23) y se presenta un criterio de dirección independiente de las elecciones de medición de Alice, demostrando la presencia de steering incluso en un modelo LHS. Este criterio es el logro principal de este paper (B.3) y su violación revela un EPR steering útil en el protocolo metroológico asistido

De la cadena de desigualdades mencionada en los apartados anteriores se recupera el criterio de Reid ⁷ (14; 17)(B.2). La varianza condicional representa el promedio de las varianzas individuales de los estados condicionados de Bob, determinado como la varianza de inferencia minimizada. Para observables lineales, el criterio de Reid es muy potente para estados gaussianos; en un entorno de variables continuas, se puede demostrar que es necesario y suficiente para la detección de steering mediante mediciones gaussianas, mientras que puede no ser efectivo para detectar steering en casos no gaussianos. El criterio propuesto en este paper debido a la parte derecha de la cadena de inequaciones incluye todos los modelos de LHS basados en las relaciones de incertidumbre de Reid. Esto quiere decir que este criterio tiene ventajas sobre el de Reid. Una de las ventajas más cruciales es la posibilidad de poder adaptar las mediciones del observable M a cada estado condicionado individualmente mientras que en el criterio de Reid se utiliza un M para todo el conjunto. Esto conduce a un mayor potencial para revelar el EPR steering no gaussiano en una clase más amplia de estados, especialmente cuando el conjunto contiene momentos de orden superior de los espines colectivos.

Si el estimador de Bob depende linealmente de los resultados de medición de Alice, las estimaciones óptimas se obtienen minimizando la varianza de inferencia. Con ello, se puede emplear un criterio de Reid para estimaciones lineales.

En los estados Gaussianos, donde las correlaciones cuánticas están bien caracterizadas por momentos de primer y segundo orden, el mejor estimador es exactamente el estimador lineal por lo que el criterio de Reid general es igual al criterio de Reid para estimaciones lineales.

En el artículo se optimizan los criterios para la detección de EPR steering al ajustar los observables de medición para Alice

(X, Y) y para Bob (H, M). Se utiliza la descripción lineal $S^{(1)} = (S_x, S_y, S_z)$ para los operadores colectivos de espín locales. Se restringen las direcciones de medición de Alice y Bob al plano yz, definido por la dirección de compresión y la dirección anti-compresión de los estados "split spin-squeezed".

La caracterización metroológica de estados de espín no gaussianos implica la consideración de momentos de orden superior de observables físicos. Se extienden los criterios de parámetros de "spin-squeezing" condicional y el criterio general de Reid a versiones no lineales, optimizables mediante la inclusión de observables de orden superior para Bob(18; 25). Se establece una jerarquía de desigualdades para criterios de segundo y tercer orden, demostrando que estas estimaciones no lineales se acercan al límite de Fisher a medida que se consideran observables de orden superior.

En el paper se muestra una figura que ilustra la evolución analítica de los criterios optimizados para $N = 20$ estados "split spin" en función del parámetro de compresión OAT (μ). En pequeños niveles de compresión (μ), los estados evolucionan hacia estados casi gaussianos y todos los criterios detectan EPR steering. En el área no gaussiana y para tiempos de evolución más largos, los criterios lineales de Reid disminuyen, mientras que el criterio de "spin-squeezing" condicional revela EPR steering en un rango más amplio. En la versión no lineal, el criterio de segundo orden muestra ventajas significativas. La jerarquía de desigualdades refleja la relación entre la sensibilidad de la estimación de fase y la varianza de la estimación del generador, con el límite de Fisher actuando como cota superior. En conclusión, el artículo propone un criterio de steering no gaussiano basado en parámetros spin-squeezed condicionales. Este criterio muestra una gran capacidad en la detección de steering EPR en un rango más amplio de estados no gaussianos introduciendo operadores no lineales y optimizando la medición en observables de orden superior. La ventaja clave de este criterio es la capacidad de ajustar el observable a cada estado condicional individualmente. Este criterio es experimentalmente viable y proporciona un gran enfoque para investigar las correlaciones EPR no lineales en estados no gaussianos y es un paso más en el camino para desbloquear las aplicaciones para sistemas no gaussianos.

3. Relación con la asignatura

Relacionar los contenidos de la asignatura con este artículo es complicado ya que este artículo habla sobre el EPR steering, que se trata de un concepto intermedio entre el entrelaza-

miento cuántico y la no localidad de Bell, dos temas que no se han tratado en la asignatura. No obstante, que no sea parte de la asignatura no implica que no tenga que ver con la física cuántica. El steering es un tipo de correlación entre las distribuciones estadísticas de medidas en estados bipartitos. La palabra steering fue utilizada por primera vez en el contexto de la Mecánica Cuántica por E. Schrödinger en 1935 para describir el fenómeno por el que las medidas en una parte de un estado no separable parecían condicionar los resultados de las medidas en la otra parte. Existirá steering cuando la probabilidad de obtener un determinado resultado de una cierta medida realizada en un sistema (Bob) este condicionada por el resultado de una medida realizada en otro sistema (Alice) con el cual no existe ninguna interacción (5). Esto se puede alinear con lo dado en clase ya que una de las características clave tanto del steering como del entrelazamiento es la superposición de estados, un tema que sí se ha dado en la asignatura de Física Cuántica. Si se está hablando de partículas entrelazadas, éstas se pueden encontrar en una superposición de estados hasta que se realiza una medición sobre una de ellas provocando su colapso y el de su entrelazada. Esta es la interpretación de Copenhague, vista en clase, en la que se explica que el hecho de medir provoca una perturbación en el estado del sistema tal que pasa a materializarse en uno de sus posibles estados.

Otro de los aspectos con los que se podría relacionar el artículo con lo visto en la asignatura es el principio de incertidumbre de Heisenberg. En este artículo, se menciona que no es posible conocer simultáneamente el parámetro θ y su generador H debido a este principio que limita la precisión con la que se puede llegar a conocer un par de propiedades de un sistema cuántico como la posición-momento o energía-tiempo. En este mismo artículo también se habla de la QFI que permite conocer la máxima precisión con la que se puede estimar el parámetro a partir del límite de Cramer-Rao. Realmente, todo el concepto de este artículo viene precisamente del descontento de Einstein con dicho principio ya que él creía que las variables como la posición o el momento de una partícula debían de estar definidas. Esto es lo que le llevó a él, a Podolsky y a Rosen a la realización del paper donde se expresaba la paradoja EPR, una de las paradojas más famosas de toda la física, y en la cuál se basa este artículo y muchos otros.

Por otro lado, las mediciones que se realizan en este artículo son sobre el espín, una propiedad intrínseca de las partículas vista también en la asignatura aunque en el artículo no hace especial hincapié en sus propiedades, distingue dos tipos de estados de

espín, gaussianos y no gaussianos.

Aunque en sí mismo el artículo no está directamente relacionado con los contenidos de la asignatura ya que es un contenido mucho más complejo, es posible llegar a encontrar algunas relaciones con los conceptos básicos de la física cuántica como la superposición o el principio de incertidumbre.

4. EPR Steering en Aplicaciones Cuánticas

Este fenómeno, concebido por Einstein, Podolsky y Rosen en 1935, revela una interdependencia cuántica única entre partículas entrelazadas, donde la medición de una partícula instantáneamente afecta el estado de la otra, incluso a distancias cósmicas.

Como se menciona en el artículo, desde la transferencia instantánea de información cuántica a través de vastas distancias hasta la fortificación de la seguridad en la comunicación cuántica y la mejora de la precisión en mediciones cuánticas, el EPR steering emerge como un aliado fundamental en nuestro viaje hacia la explotación práctica de las intrincadas propiedades cuánticas. A través de esta exploración detallada, arroja luz sobre sus implicaciones y posibilidades para el futuro de la tecnología cuántica.

Con respecto a los contenidos vistos en clase, es posible observar la relación e importancia de la superposición de estados ya que cada una de las aplicaciones no sería posible si no existiese esta propiedad.

Teleportación Cuántica: La teleportación cuántica es un protocolo que permite la transferencia instantánea de información cuántica entre dos ubicaciones distantes utilizando entrelazamiento cuántico (10; 6).

El estado cuántico de una partícula se encuentra en una superposición de estados entrelazados con otra partícula, lo que permite la transferencia instantánea de información.

Distribución Cuántica de Claves (QKD): La QKD es un método para establecer claves de cifrado seguras entre dos partes. Utiliza propiedades cuánticas para detectar intentos de espionaje y garantizar la seguridad de la comunicación (2; 9; 21).

La superposición garantiza la seguridad al dificultar cualquier intento de medición no autorizada sin perturbar el sistema.

Reparto Cuántico de Secretos: En el reparto cuántico de secretos, se distribuye información entre múltiples partes de

manera segura utilizando las propiedades cuánticas de entrelazamiento y superposición (1; 24; 13).

Se utiliza la superposición para distribuir información entre múltiples partes de manera segura.

Metrología Cuántica Asistida: La metrología cuántica asistida utiliza recursos cuánticos, como el entrelazamiento, para mejorar la precisión de las mediciones cuánticas, siendo fundamental en experimentos de alta sensibilidad (26).

Los estados cuánticos en superposición permiten una mayor sensibilidad en la detección de cantidades físicas.

Split spin-squeezed El texto describe estados "split spin-squeezed" (22; 15), generados a través de la dinámica de torsión de un solo eje (OAT), y su aplicación en la mejora de la sensibilidad en mediciones cuánticas. Estos estados, inicialmente gaussianos y luego no gaussianos, son separados espacialmente en dos partes (A y B) para crear un estado cuántico de cuatro modos. La preparación experimental de estos estados ofrece potencial para mejorar la precisión en aplicaciones cuánticas, como la interferometría y la detección de ondas gravitacionales. Este enfoque proporciona una herramienta práctica para explorar y aprovechar las propiedades de los estados de espín no gaussianos en la información cuántica.

La descripción de estados "split spin-squeezed" indica la presencia de superposición, ya que los estados iniciales gaussianos se transforman en estados no gaussianos. La superposición es esencial para explorar y aprovechar las propiedades de estos estados de espín en la información cuántica.

References

- [1] S. Armstrong, M. Wang, R. Y. Teh, Q. Gong, J. Janousek Q. He, H. A. Bachor, M. D. Reid, and P. K. Lam. Multipartite einstein-podolsky-rosen steering and genuine tripartite entanglement with optical networks. *Nat. Phys.* 11, 167, 2015.
- [2] C. Branciard, E. G. Cavalcanti, S. P. Walborn, V. Scarani, and H. M. Wiseman. One-sided device-independent quantum key distribution: Security, feasibility, and the connection with steering. *Phys. Rev. A* 85, 010301(R), 2012.
- [3] Alberto Casas. *La Revolución Cuántica*. Ediciones B, 2022.
- [4] D. Cavalcanti and P. Skrzypczyk. Quantum steering: A review with focus on semidefinite programming. *Rep. Prog. Phys.* 80, 024001, 2017.
- [5] Eugenia Benech Charbonnier. Steering en estados gaussianos de dos modos. *Universidad de la República*, 2020.
- [6] C.-Y. Chiu, N. Lambert, T.-L. Liao, F. Nori, and C.-M. Li. No-cloning of quantum steering. *npj Quantum Inf.* 2, 16020, 2016.
- [7] J. J. Bollinger D. J. Wineland and W. M. Itano. Spin squeezing and reduced quantum noise in spectroscopy. *Phys. Rev. A* 46, R6797, 1992.
- [8] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys. Rev.* 47, 777, 1935.
- [9] T. Gehring, V. Handchen, J. Duhme, F. Furrer, T. Franz, C. Pacher, R. F. Werner, and R. Schnabel. Implementation of continuous-variable quantum key distribution with composable and one-sided-device-independent security against coherent attacks. *Nat. Commun.* 6, 8795, 2015.
- [10] Q. He, L. Rosales-Zarate, G. Adesso, and M. D. Reid. Secure continuous variable teleportation and einstein-podolsky-rosen steering. *Phys. Rev. Lett.* 115, 180502, 2015.
- [11] C. W. Helstrom. Quantum detection and estimation theory. *Academic Press, New York*, 1976.
- [12] Anamaría García Hernández. Pureza de estados gaussianos y no-gaussianos obtenidos a partir de conversión paramétrica espontánea descendente. *Universidad Nacional de Colombia*, 2021.
- [13] I. Kogias, Y. Xiang, Q. He, and G. Adesso. Unconditional security of entanglement-based continuous-variable quantum secret sharing. *Phys. Rev. A* 95, 012315, 2017.
- [14] et.al M. D. Reid. The einstein-podolsky-rosen paradox: From concepts to applications. *Rev. Mod. Phys.* 81, 1727, 2009.
- [15] J. Ma, X. Wang, C. Sun, and F. Nori. Quantum spin squeezing. *Phys. Rep.* 509, 89, 2011.
- [16] M. G. A. Paris. Quantum estimation for quantum technology. *Int. J. Quant. Inf.* 07, 125-137, 2009.
- [17] M. D. Reid. Demonstration of the einstein-podolsky-rosen paradox using nondegenerate parametric amplification. *Phys. Rev. A* 40, 913, 1989.
- [18] Y. Shen, S. M. Assad, N. B. Grosse, X. Y. Li, M. D. Reid, and P. K. Lam. Nonlinear entanglement and its application to generating cat states. *Phys. Rev. Lett.* 114, 100403, 2015.
- [19] H. Strobel, W. Muessel, D. Linnemann, T. Zibold, D. B. Hume, L. Pezze, A. Smerzi, and M. K. Oberthaler. Fisher information and entanglement of non-gaussian spin states. *Science* 345, 424, 2014.
- [20] R. Uola, A. C. S. Costa, H. C. Nguyen, and O. Gühne. Quantum steering. *Rev. Mod. Phys.* 92, 015001, 2020.
- [21] N. Walk, S. Hosseini, J. Geng, O. Thearle, J. Y. Haw, S. Armstrong, S. M. Assad, J. Janousek, T. Symul T. C. Ralph, H. M. Wiseman, and P. K. Lam. Experimental demonstration of gaussian protocols for one-sided device-independent quantum key distribution. *Optica* 3, 634, 2016.
- [22] D. J. Wineland, J. J. Bollinger, W. M. Itano, F. L. Moore, and D. J. Heinzen. Spin squeezing and reduced quantum noise in spectroscopy. *Phys. Rev. A* 46, R6797, 1992.
- [23] H. M. Wiseman, S. J. Jones, and A. C. Doherty. Steering, entanglement, nonlocality, and the einstein-podolsky-rosen paradox. *Phys. Rev. Lett.* 98, 140402, 2007.
- [24] Y. Xiang, I. Kogias, G. Adesso, and Q. He. Multipartite gaussian steering: Monogamy constraints and quantum cryptography applications. *Phys. Rev. A* 95, 010101(R), 2017.
- [25] K. Xu and et.al. Metrological characterisation of non-gaussian entangled states of superconducting qubits. *Physical Review Letters* 128, 150501, 2022.
- [26] B. Yadin, M. Fadel, and M. Gessner. Metrological complementarity reveals the einstein-podolsky-rosen paradox. *Nat. Commun.* 12, 2401, 2021.

5. Información complementaria

Appendix A. Definiciones y Teorías

1. **La Paradoja EPR:** La paradoja EPR es un experimento mental propuesto por Einstein, Podolsky y Rosen(8) que pone de manifiesto un problema aparente de la mecánica cuántica, Einstein consideraba que la superposición no era posible, los estados de las partículas cuánticas sí están definidos solo que no se conocen las variables suficientes como para determinar su valor exacto. Y es que muchos científicos consideraban que una teoría del todo debía cumplir dos principios: El principio de realismo y el principio de localidad. El primero se basa en que las magnitudes físicas medibles de una teoría debían tener valores bien definidos y el segundo en que no puede haber ninguna influencia entre dos sistemas que viaje más rápido que la velocidad de la luz ya que si no violaría la teoría de la relatividad. El entrelazamiento violaba estos principios ya que si Alice y Bob tienen cada uno una partícula de un par entrelazado, supongamos el spin como propiedad a medir y que están cada uno en una punta del sistema solar, si Alice mide up, sabrá instantáneamente que el de Bob es down sin que Bob haya realizado su medida, lo cual rompe con lo establecido en la mecánica cuántica sobre la superposición, ya que el estado de la partícula de Bob no se ha medido y sin embargo se conoce su valor por lo que no tiene sentido que esté superpuesto, el estado tenía que estar ya definido (realismo) ya que además Alice no ha podido influenciar el valor del estado de la partícula de Bob ya que están muy lejos y rompería el principio de localidad, por ello Einstein consideraba que la mecánica cuántica era una teoría incompleta. No obstante, la explicación es que el entrelazamiento es una propiedad más de la mecánica cuántica y, realmente, no se rompe el límite de velocidad ya que lo que realmente ocurre es que los estados que miden Alice y Bob están correlacionados, realmente no existe ningún canal por el que viaje la información. Sin embargo, esto dió pie a pensar que la realidad podía ser más exacta de lo que se pensaba con la mecánica cuántica. No fue hasta la década de los 60 cuando, John Bell demostró con la desigualdad de Bell que la mecánica cuántica era correcta al no cumplirse esta desigualdad. (3)
2. **Estados Gaussianos y no Gaussianos:** Los estados gaussianos son un tipo específico de estado cuántico que tiene varias propiedades características:

-Función matemática. La función de onda tiene una forma matemática semejante a la distribución gaussiana. Esto facilita cálculos con respecto a estados más generales.

-Totalmente descritos por momentos de primer y segundo orden. En una distribución de probabilidad los momentos de primer y segundo orden caracterizan su media y varianza, respectivamente. En el contexto de estado Gaussiano, nos da toda la información del estado. Es decir, si sabes la media y varianza de ciertas propiedades (como posición y momento), tienes todo lo que hay que saber del estado.

-Cerrado en operaciones lineales. Si aplicas operaciones matemáticas en estos estados (como aplicar o combinar transformaciones lineales), el resultado sigue siendo un estado gaussiano.

-Entrelazamiento cuántico en estados gaussianos. Los estados cuánticos pueden presentar entrelazamiento cuántico.

Estas propiedades especiales de los estados gaussianos lo hacen manejable analíticamente y, por tanto, valioso en tareas de procesamiento en información cuántica.

Los estados no gaussianos pueden surgir en situaciones más complejas o cuando hay interacciones no lineales. Estos estados pueden tener propiedades únicas y comportamientos no lineales en comparación con los estados gaussianos (12).

3. **Información de Fisher Clásica:** La información de Fisher es una manera de medir la cantidad de información que un observable lleva sobre un determinado parámetro. En otras palabras, nos dice qué tan bien podemos medir un parámetro dada una cierta cantidad de datos. Formalmente se expresa como la varianza del valor esperado de la información observada. (7)
4. **Varianzas de Inferencia:** En el ámbito de la física cuántica, la noción de "varianzas de inferencia" se relaciona con la incertidumbre asociada con las mediciones cuánticas y las inferencias estadísticas derivadas de ellas. Esta perspectiva incorpora principios de la teoría cuántica en el marco de la estadística inferencial, donde las fluctuaciones cuánticas intrínsecas introducen problemas.

La varianza de inferencia cuántica es fundamentalmente diferente de la estadística clásica debido al principio de incertidumbre de Heisenberg. Mientras que en estadística clásica consideramos la dispersión de resultados alrededor de un valor promedio, en la inferencia cuántica, las var-

ianzas están inextricablemente vinculadas con las limitaciones cuánticas en la precisión de las mediciones.

Formalmente, la varianza de inferencia cuántica se define en términos de operadores de densidad y mediciones cuánticas asociadas. Para un observable cuántico A , la varianza cuántica ΔA se expresa como:

$$\Delta A = \sqrt{\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2}$$

donde $\langle \cdot \rangle$ representa el valor esperado cuántico. Este término captura la dispersión cuántica en las mediciones de la observable A , reflejando la inherente imprevisibilidad cuántica. En resumen, las varianzas de inferencia en el contexto cuántico reflejan la incertidumbre intrínseca asociada con mediciones cuánticas y desempeñan un papel esencial en la evaluación de la precisión en inferencias estadísticas cuánticas. Su tratamiento y aplicación efectiva requieren una comprensión profunda de los principios cuánticos y la adaptación de métodos estadísticos convencionales.

5. **Squeezing:** En la teoría cuántica, el squeezing es un fenómeno cuántico que se manifiesta como una manipulación controlada de las fluctuaciones cuánticas en pares conjugados de observables no conmutativos, como posición-momento o amplitud-fase. Este efecto, enraizado en el principio de incertidumbre de Heisenberg, permite la reducción selectiva de la incertidumbre en una de las variables a expensas del aumento correlativo en la otra.(7)

Formalmente, el squeezing se expresa a través de la aplicación de operadores de squeezing, que modifican la distribución de probabilidad cuántica asociada con las variables conjugadas. Para un par de variables X e Y , el operador de squeezing se define como $S(r) = e^{(r/2)(XY - YX)}$, donde r es el parámetro de squeezing.

La característica distintiva del squeezing es su capacidad para alterar la distribución de probabilidad cuántica, generando estados cuánticos comprimidos en una de las variables conjugadas, lo que resulta en una mayor certeza en las mediciones asociadas a esa variable. Esta compresión, sin embargo, conlleva una expansión correspondiente de la incertidumbre en la variable conjugada.

El squeezing, además, desempeña un papel significativo en la comunicación cuántica, donde la manipulación de estados cuánticos comprimidos se utiliza para mejorar la eficiencia en la transmisión segura de información cuántica. En resumen, el squeezing constituye una herramienta fundamental en la manipulación de estados cuánticos para

mejorar la precisión en mediciones cuánticas y se proyecta como un elemento crucial en el desarrollo de tecnologías cuánticas avanzadas.

6. **LHS:** En la mecánica cuántica, el término "Local Hidden Variables" (LHS) se refiere a una hipótesis que busca explicar ciertos fenómenos cuánticos mediante variables ocultas locales, es decir, parámetros preexistentes que determinarían completamente el estado de un sistema cuántico sin violar la teoría de la relatividad. Esta hipótesis propone que las partículas cuánticas llevan consigo información completa sobre su comportamiento, independientemente de las mediciones realizadas en ellas.

La formulación matemática de LHS se relaciona con la desigualdad de Bell, que establece restricciones en los resultados experimentales que pueden obtenerse si asumimos la validez de variables ocultas locales. La violación de estas desigualdades, como la desigualdad CHSH (Clauser-Horne-Shimony-Holt), por experimentos de entrelazamiento cuántico indica inconsistencias con la noción de LHS y respalda la peculiaridad cuántica de la no localidad.

7. **Criterio de Reid:** En el criterio de Reid, basándose en la medida y resultado de Alice, Bob elige un estimador h_{est} para predecir el valor y medidas de H . El promedio de la desviación es la varianza de inferencia.

Se trata de un criterio establecido en otro artículo (14; 17)

Appendix B. Fórmulas y Ecuaciones

Cadena de desigualdades

$$F^{B|A}[A, H, Y] \geq (\chi^{-2})^{B|A}[A, H, X, Y] \geq \frac{|\langle H, M \rangle_{\rho^B}|^2}{Var^{B|A}[A, M, Y]} \quad (B.1)$$

Criterio de Reid, expresado de forma linealizada

$$\Delta_3 := \frac{|\langle H, M \rangle_{\rho^B}|^2}{Var^{B|A}[A, M, Y]} - 4Var^{B|A}[A, M, X] \leq 0 \quad (B.2)$$

Criterio del paper

$$\Delta_2 := (\chi^{-2})^{B|A}[A, H, X, Y] - 4Var^{B|A}[A, M, X] \leq 0 \quad (B.3)$$