

Sistemas de Control I
Monografía:
Implementación de sistema de control automático para
regulación de la intensidad lumínica

Alumno:Morales Esteban Andrés Matrícula:35104714
Alumno:Salamandri Santiago Matrícula:33414224
Alumno:Uboldi Marino Matrícula:35258183
Docente:Ing. Mathe Ladislao .

22 de febrero de 2014

Índice

1. Descripción del problema	3
2. Diseño del Modelo	3
2.1. Diagrama de Bloques Inicial	3
3. Modelo Matemático	3
3.1. Entrada	3
3.2. Actuador	3
3.3. Driver	4
3.4. Lámpara(Planta)	4
3.5. Sensor de Luz(LDR)	4
4. Funcion de Transferencia de Lazo Abierto	5
5. Funcion de Transferencia de Lazo Directo	6
6. Funcion de Transferencia de Lazo Cerrado	6
7. Lugar de Raíces	9
8. Compensación	11
9. Respuesta del Sistema ante distintas Perturbaciones	17
10.Respuesta en Frecuencia	20
11.Variables de Estado	23
12.Código Matlab	24

1. Descripción del problema

En el presente trabajo se realizó un sistema de control automático para regular la intensidad luminosa en una habitación. El sistema estará compuesto por un actuador (microcontrolador Arduino, PIC, etc.) y un driver (Dimmer, Trimer, Triac). Con esto se regulará la potencia que se le proporcione al sistema de iluminación, para este trabajo se considera una lámpara incandescente. Se usará un sensor LDR (Light Diode Resistense) de luminosidad para recibir la iluminación proporcionada por la lámpara y en base al valor medido se ajustará en consecuencia para variar la potencia del sistema luminoso. Se debe mencionar que el sistema deberá ser capaz de soportar perturbaciones exteriores, como ser la apertura de ventanas o alguna sombra que pueda producirse por distintas causas, que pueden provenir por el paso de una persona, o de nubes. La entrada del sistema será 0V a 10V, que se relacionarán con la salida de forma lineal. El rango de salida del sistema será de 0lm a 1000lm. Se seleccionará una entrada deseada, por ej 8V al que le corresponde una salida de 800lm, y el sistema deberá ser capaz de mantener la salida correspondiente, a pesar de las perturbaciones consideradas.

2. Diseño del Modelo

2.1. Diagrama de Bloques Inicial

De la interpretación semántica del problema se produjo un esquema inicial del sistema, a continuación el diagrama de bloques:

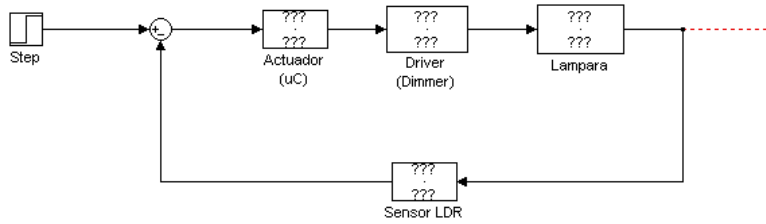


Figura 1: Diagrama de Bloques inicial.

3. Modelo Matemático

3.1. Entrada

La entrada consistirá en una señal escalón de voltaje, comprendida entre los 0V y los 10V, que representará la intensidad deseada a la salida del sistema.

3.2. Actuador

De acuerdo a la señal de voltaje que reciba, esta será de 0V a 10V, determinará el nivel de voltaje que deberá entregar al Driver, este nivel de salida estará entre 0V y 5V. Debido a que el tiempo de respuesta de un microcontrolador es significativamente más rápido respecto al resto de los tiempos de los componentes del sistema, no será tenido en cuenta. La función de transferencia de este bloque resulta:

$$FT_{Actuador} = \frac{\frac{5[v]}{10[v]}}{1}$$

$$FT_{Actuador} = 0,5$$

3.3. Driver

En este bloque se recibira la señal del actuador, de 0V a 5V, y de acuerdo a ésta se regulara la tension proporcionada a la lampara, de 0V a 220V. La relacion entre la salida y la entrada se la considerara lineal. Para determinar la constante de tiempo τ , se calcula el 63 % de 220V, que es la salida maxima del bloque, el resultado es 138,6V. Dividiendo este valor por 1 milisegundo, se obtiene $\tau = 0,1386$. La funcion de transferencia del bloque resulta:

$$FT_{Driver} = \frac{\frac{220[v]}{5[v]}}{1 + 0,1386 * s} = \frac{44}{0,1386(s + 7,2)}$$

$$FT_{Driver} = \frac{317,4}{s + 7,2}$$

3.4. Lámpara(Planta)

La salida del bloque estara medida en lumenes, el rango de salida es de 0 lm a 1000 lm, siendo esta variacion lineal respecto a la señal de entrada al bloque, la cual varia de 0V a 220V. Como constante de tiempo τ , se tomara un tiempo estimado de 10 ms. Debido a que la iluminacion es practicamente instantanea, se considera este tiempo teniendo en cuenta el calentamiento que debe producirse en el filamento de la lampara para la emision de luz. La funcion de transferencia del bloque resulta:

$$FT_{Planta} = \frac{\frac{1000[lm]}{220[v]}}{1 + 0,01 * s} = \frac{4,5}{0,01(s + 100)}$$

$$FT_{Planta} = \frac{450}{s + 100}$$

3.5. Sensor de Luz(LDR)

EL sensor recibira como entrada la luz del ambiente, que puede variar de 0lm a 1000lm, de acuerdo a ésta tendra una salida lineal de 0V a 10V. Debido a que la respuesta del sensor es muy rapida se introducira un filtro, para evitar variaciones fugaces de luz, que establezca una constante de tiempo τ de 1 segundo.

$$FT_{Sensor} = \frac{\frac{10[v]}{1000[lm]}}{1 + 1 * s}$$

$$FT_{Sensor} = \frac{0,01}{s + 1}$$

Luego de calcular las funciones de transferencia, se tiene el siguiente diagrama de bloques:

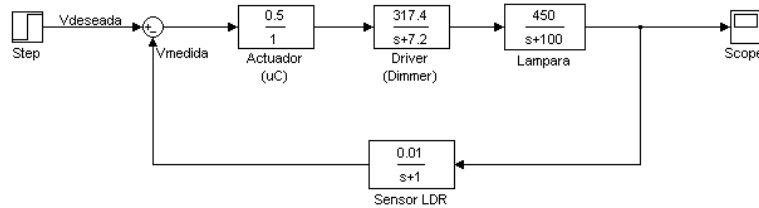


Figura 2: Diagrama de bloques con las funciones de transferencia.

4. Funcion de Transferencia de Lazo Abierto

Utilizando las funciones de transferencia previamente calculadas, se obtiene la funcion de transferencia de lazo abierto del sistema:

$$FT_{LA} = FT_{Actuador} \times FT_{Driver} \times FT_{Planta} \times FT_{Sensor}$$

$$FT_{LA} = \frac{1}{0,001386s^3 + 0,15s^2 + 1,149s + 1}$$

Cuadro 1: Esta tabla muestra los datos obtenidos de la separación zpk.

Ceros	Polos	Ganancia	Tipo ¹	Orden
No Tiene	-100,01 -7,22 -1,00	721,5	'0'(cero)	'3'(tres)

La funcion de ransferencia en el modo zpk es:

$$FT_{LA(zpk)} = \frac{721,5}{(s + 100,01)(s + 7,22)(s + 1)}$$

A continuacion se muestra el grafico de polos del sistema:

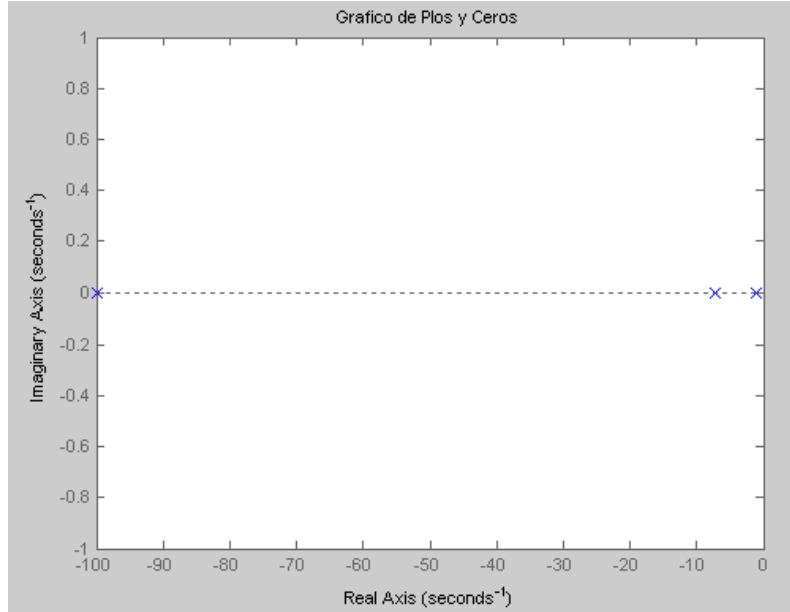


Figura 3: Gráfico de Polos y Ceros del Sistema.

Debido a que el sistema no posee polos en el origen, estamos en presencia de un sistema de tipo 0. El error de regimen permanente ante una señal de entrada escalón para estos casos se obtiene con la siguiente formula:

$$k_p = \lim_{s \rightarrow 0} FT_{LA}(s) = 1$$

¹Debido a que el sistema no tiene polos al origen, el mismo es de tipo 0 (cero).

$$e_{ss} = \frac{1}{k_p + 1} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Es decir, que el error en estado estable del sistema es del 50 %.

5. Funcion de Transferencia de Lazo Directo

La funcion de transferencia de lazo directo es:

$$FT_{LD} = \frac{100}{0,001386s^2 + 0,1486s + 1}$$

A continuacion se observa la salida de la funcion de transferencia de lazo directo ante una entrada de 10V. Se puede ver que llega al valor maximo que se espera del sistema de 1000lm.

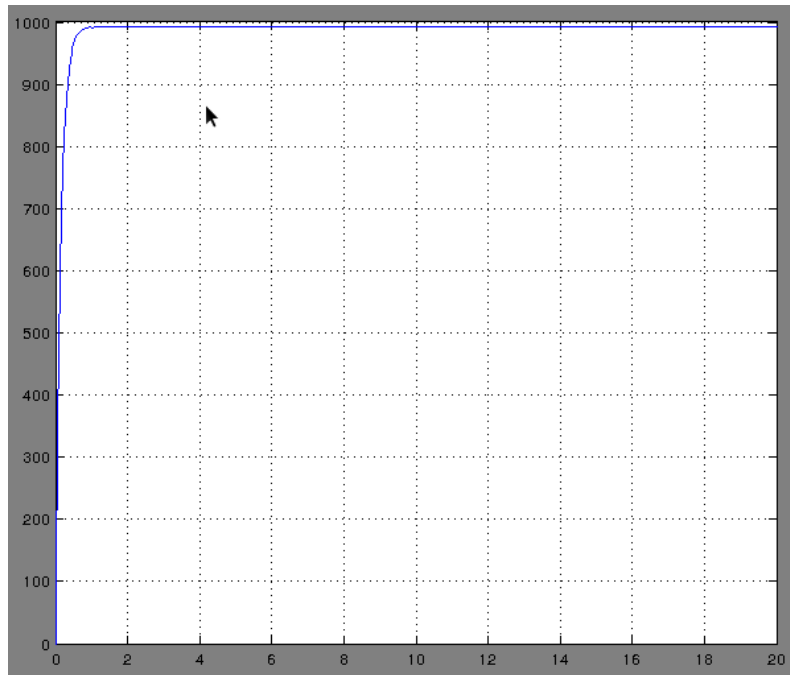


Figura 4: Gráfico de la respuesta del sistema a la entrada escalón de 10V.

6. Funcion de Transferencia de Lazo Cerrado

La funcion de transferencia de lazo cerrado es la siguiente:

$$FT_{LC} = \frac{FT_{Actuador} \times FT_{Driver} \times FT_{Planta}}{1 + FT_{Actuador} \times FT_{Driver} \times FT_{Planta} \times FT_{Sensor}}$$

$$FT_{LC} = \frac{100 * s + 100}{0,001386s^3 + 0,15s^2 + 1,149s + 2}$$

Analisis de la funcion de transferencia: La funcion de transferencia de lazo cerrado en el modo zpk es:

$$FT_{LC(zpk)} = \frac{7,2 \times 10^4 (s + 1)}{(s + 100,08)(s + 5,5)(s + 2,6)}$$

²Debido a que el sistema no tiene polos al origen, el mismo es de tipo 0 (cero).

Cuadro 2: Esta tabla muestra los datos obtenidos de la separación zpk.

Ceros	Polos	Ganancia	Tipo ²	Orden
-1	-100,0863	$7,2 \times 10^4$	'0'(cero)	'3'(tres)
	-5,5332			
	-2,6057			

La ecuación característica es:

$$0,001386s^3 + 0,15s^2 + 1,149s + 2 = 0$$

Con el criterio de Routh-Hurwitz se determina que para tener un sistema estable, la ganancia k debe ser mayor a cero y menor que 61.08 ($0 < k < 61.08$).

Cuadro 3: Aplicacion del criterio de Routh-Hurwitz, para analizar la estabilidad del sistema:

s3	0,001386	1,149
s2	0,15	2*k
s1	$1,13 - 0,0185*k$	0
s0	2*k	

A continuacion se muestra el grafico de polos y ceros del sistema:

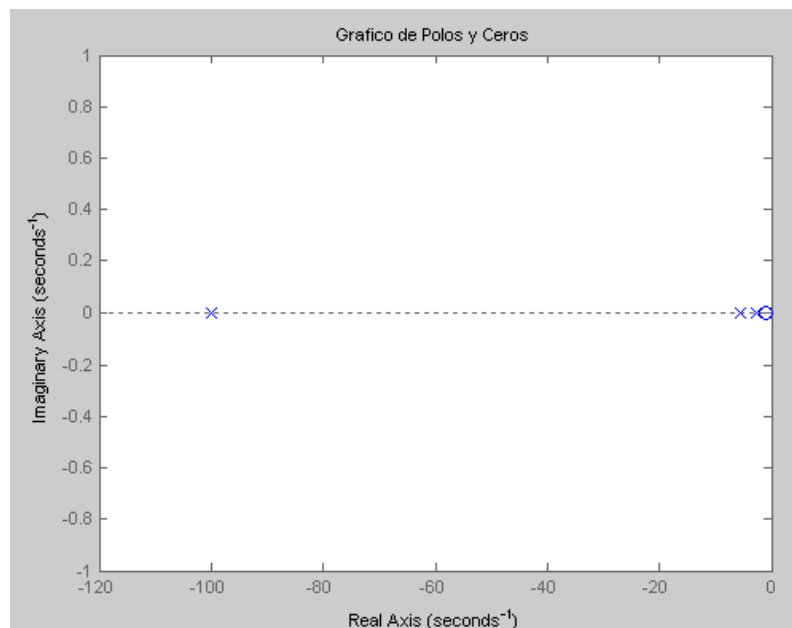


Figura 5: Gráfico de Polos y Ceros del Sistema.

Los polos dominantes del sistema son el 2.6 y 5.33, debido a que son los más cercanos al eje imaginario, y la distancia entre ellos es chica.

Respuesta de la funcion de transferencia de lazo cerrado a una señal de entrada escalón de 10V:

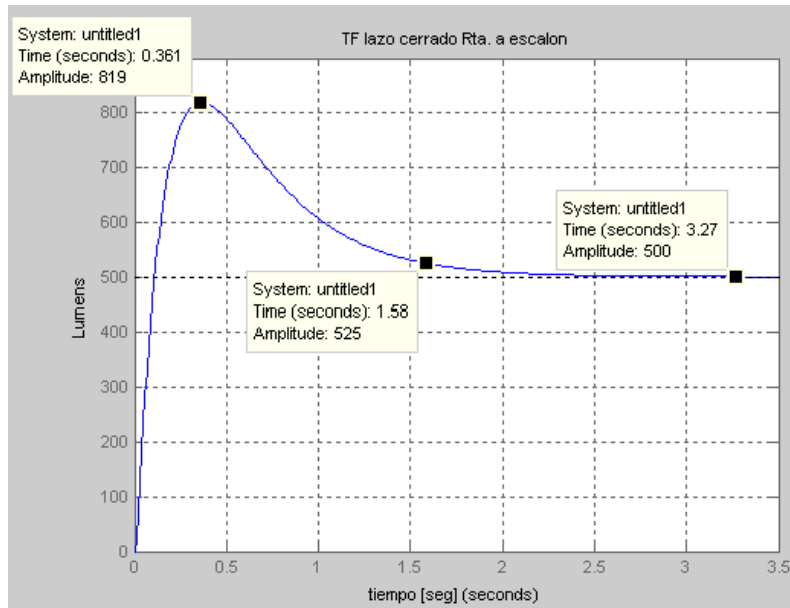


Figura 6: Respuesta de la funcion de transferencia de lazo cerrado a una señal de entrada escalón de 10V.

De la grafica se puede observar un sobrepasamiento aproximado de 320lm. El tiempo de asentamiento es de 1.58 segundos. Y el error de estado estable es del 50 % ya que el sistema fue estimulado con un entrada de 10V, para la cual corresponderia una salida de 1000lm.

Respuesta de la funcion de transferencia a lazo cerrado ante una señal de entrada tipo rampa:

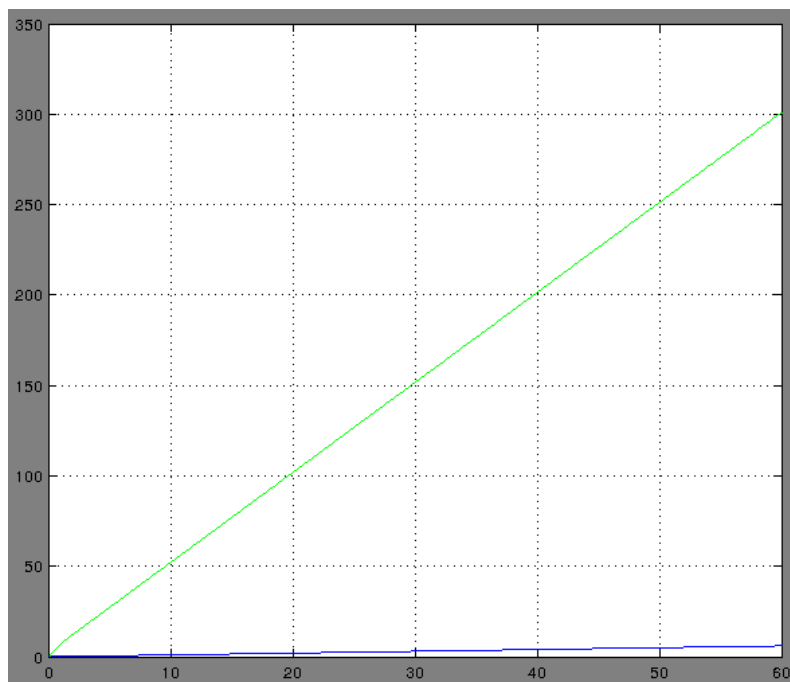


Figura 7: Respuesta de la funcion de transferencia a lazo cerrado ante una señal de entrada tipo rampa.

En la grafica se tiene en azul la entrada del sistema que tiene una pendiente de 0.1V,

aproximando la variación que puede producirse en la luminosidad debido al paso de una nube. Se considera que en 60 segundos puede llegar a disminuir aproximadamente un 60 % de la luz. La entrada al cabo de 60 segundos llega a los 6V. En verde se observa la salida del sistema ante la rampa. Se puede ver que el sistema hace una curva al inicio hasta que se estabiliza y de ahí en más sigue incrementándose, manteniendo un error del 50 % respecto al valor que se desearía tener como salida. A los 60 segundos la rampa llega a los 6V. Y la salida del sistema deseada es de 600lm, en este caso se tienen 300lm, un 50 % del valor deseado.

7. Lugar de Raíces

Graficar el lugar de raíces es una herramienta muy utilizada en los análisis de los sistemas de control. Con esta se puede determinar si el sistema es estable para cualquier ganancia, o para determinar los valores de ganancia para los que el sistema se mantiene estable:

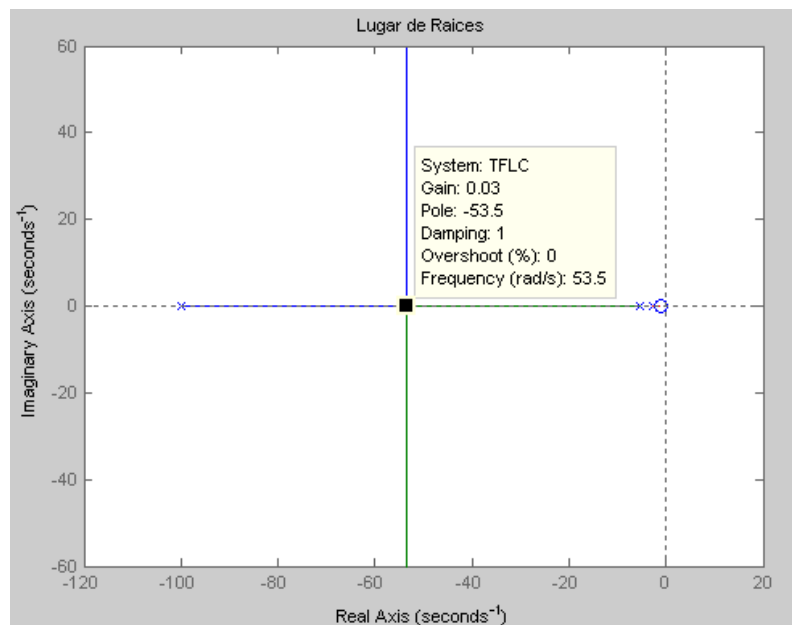


Figura 8: Gráfico del Lugar de Raíces.

En el gráfico se ve que al tener todo el lugar de raíces en la parte real negativa del gráfico el sistema será estable para cualquier valor de ganancia mayor a cero, esto es para $k > 0$. El sistema será sobreamortiguado para valores de 0 a 0.03 y subamortiguado para valores de ganancia mayores a 0.03. Y será críticamente amortiguado para $k = 0.03$. A continuación se muestran tres gráficos para los distintos valores de k , para mostrar las distintas formas en las que reacciona el sistema.

Para $k = 0.02$. Sistema sobreamortiguado.

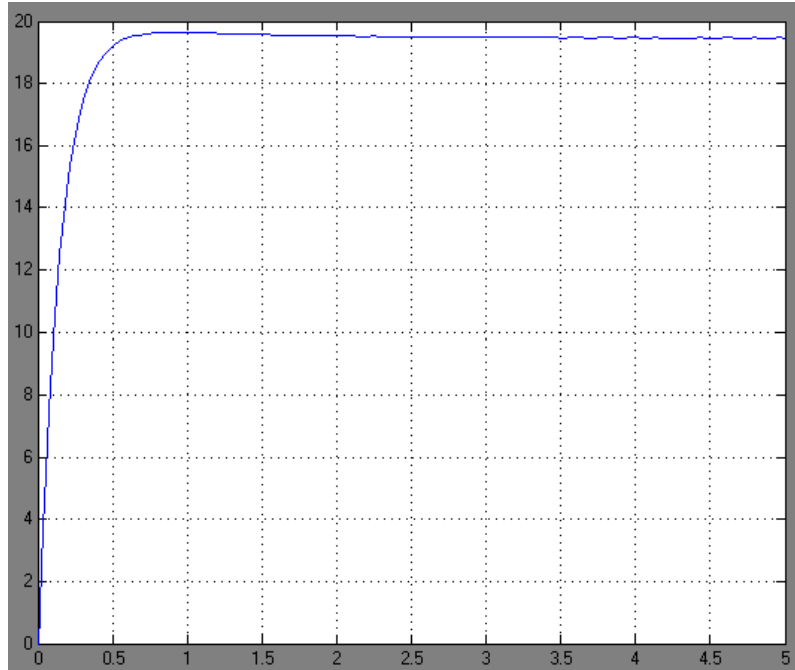


Figura 9: Respuesta de la funcion de transferencia a lazo cerrado ante una señal de entrada tipo escalón para un $k=0.02$.

Del grafico se observa que no hay sobrepaso, debido al sobreamortiguamiento, pero el valor en estado estable es menor a 20 y es demasiado bajo. El error de estado estable aumento muchisimo, esto es debido a que la ganancia agregada es muy baja.

Para $k=10$. Sistema subamortiguado.

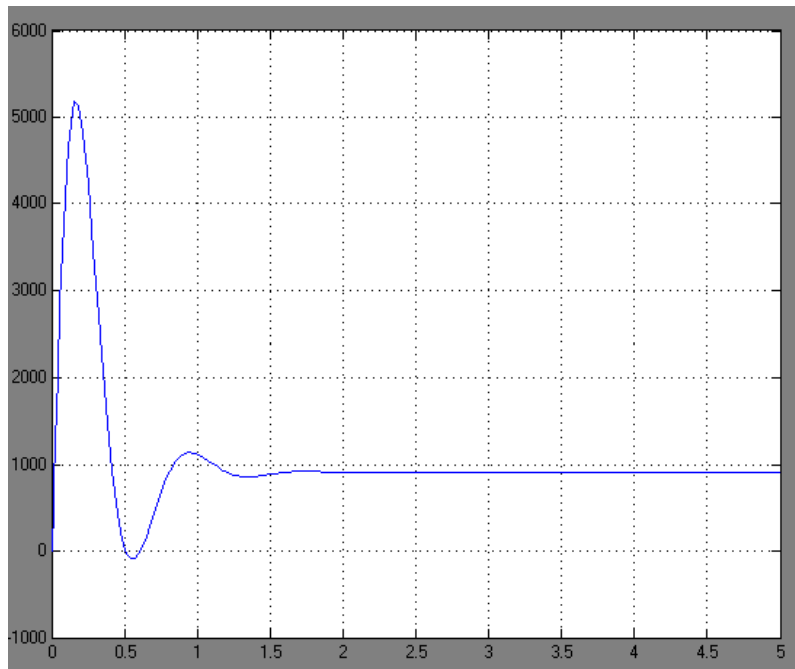


Figura 10: Respuesta de la funcion de transferencia a lazo cerrado ante una señal de entrada tipo escalón para un $k=10$.

Aquí, al contrario que en el caso sobreamortiguado, se puede ver que hay un sobrepaso muy elevado. Y debido a las oscilaciones que se observan se puede concluir que al sistema le cuesta llegar al valor de régimen permanente. Por otro lado el valor en régimen es próximo al deseado, es decir que se tiene un bajo error de estado estable.

Para $k=0,03$. Sistema Con amortiguamiento critico.

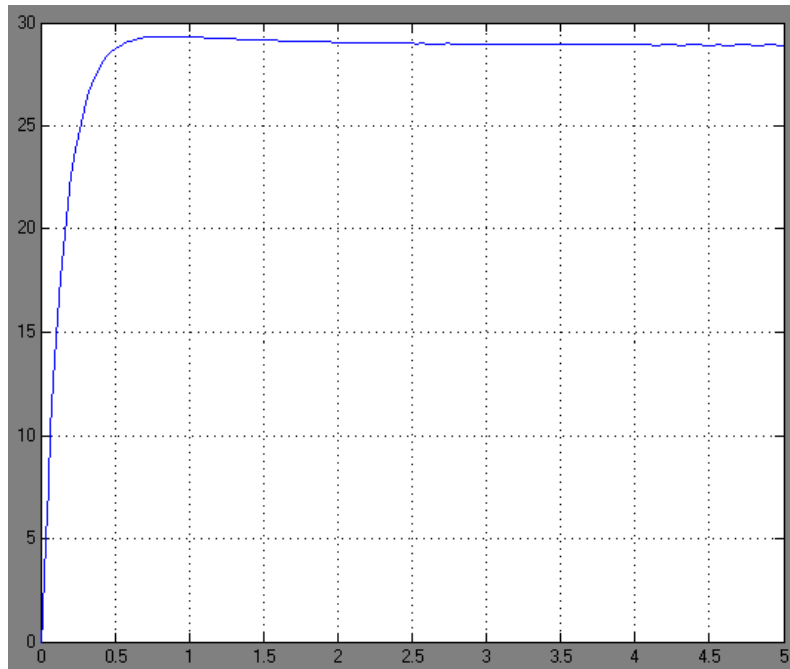


Figura 11: Respuesta de la funcion de transferencia a lazo cerrado ante una señal de entrada tipo escalón para un $k=0,03$.

Se tiene una salida sin sobrepaso, y un tiempo de asentamiento bajo, pero el error es muy grande, como en el caso de sobreamortiguamiento.

8. Compensación

REQUERIMIENTOS:

- Error de estado estable: 5 %
- Tiempo de establecimiento: 2 segundos
- Sobrepaso: 5 %

Si bien la especificación indica un error de estado estable de 5 %, como máximo es conveniente tener el menor error posible, y como tenemos un sistema de tipo 0 se agregará un polo en el origen. Esto hará que el sistema pase a ser de tipo 1. El integrador que se agrega al sistema es:

$$\frac{0,1}{s}$$

Y al estimular el sistema con una entrada escalón de 10V se tiene un error de estado estable de 0 %.

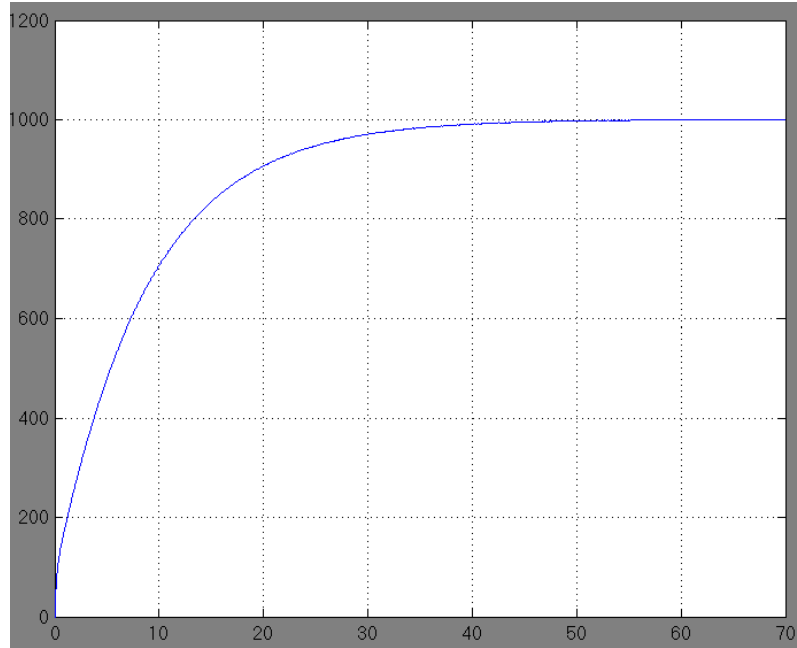


Figura 12: Respuesta de sistema con el integrador ante una señal de entrada escalón de 10V.

Como ya se dijo el error es 0 %, pero el tiempo de asentamiento se elevó considerablemente, ahora se tiene un tiempo aproximado de 40 segundo.

En el gráfico siguiente se muestra el nuevo lugar de raíces una vez agregado el integrador, y además se agrega una imagen ampliada en la región cercana al eje imaginario:

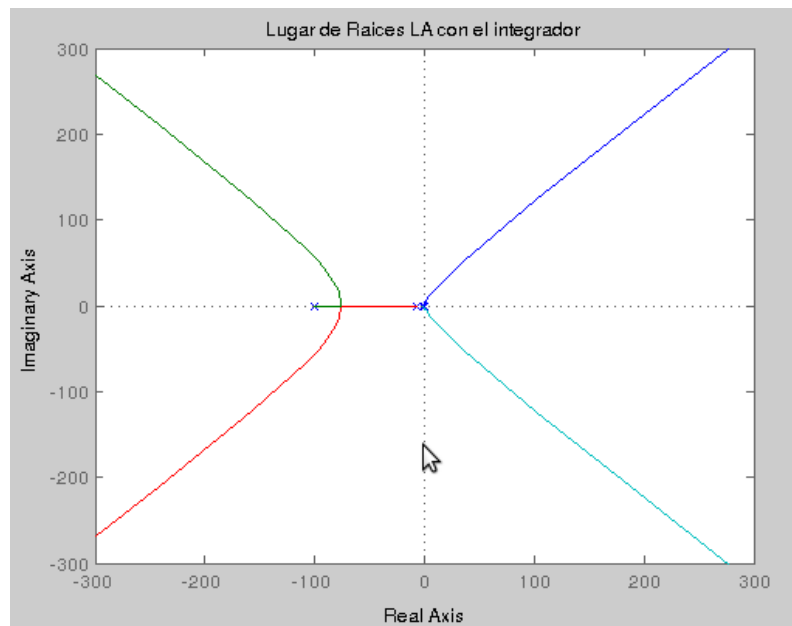


Figura 13: Grafico de lugar de Raíces para el sistema con integrador.

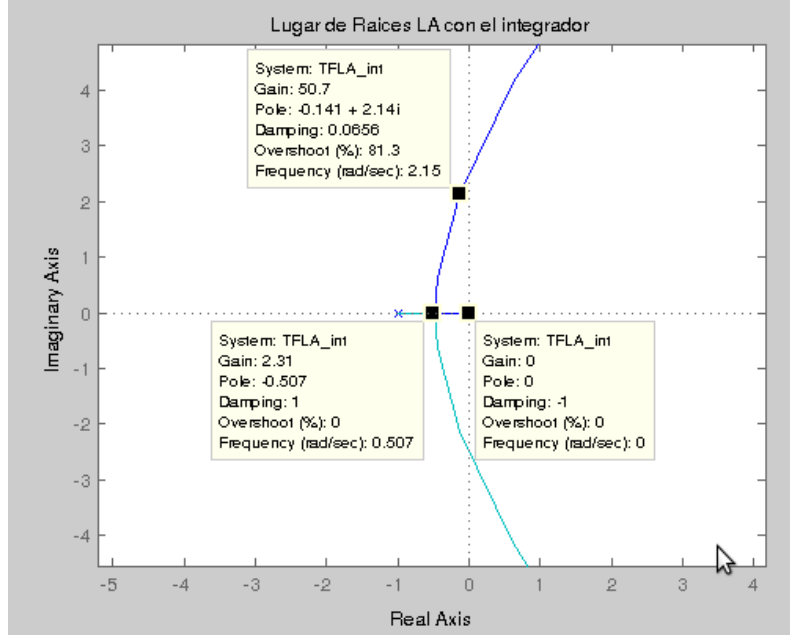


Figura 14: Acercamiento al origen sobre el grafico de lugar de Raíces para el sistema con integrador.

En esta ultima figura se ve que el sistema sera estable para $0 < k < 50,7$. Sera sobreamortiguado para $k < 2,31$, subamortiguado para $2,31 < k < 50,7$. Y sera críticamente amortiguado para $k = 2,31$.

Para controlar este tiempo de establecimiento y llevarlo al valor especificado en los requerimientos debemos diseñar un compensador. Teniendo en cuenta el requerimiento de sobrepaso máximo se puede calcular el valor de ζ :

$$0,05 = e^{\frac{-\pi * \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

Se obtiene un ζ de 0.707. Y teniendo en cuenta el requerimiento de tiempo de asentamiento calculamos el valor para la frecuencia W_n :

$$T_s = \frac{3}{\zeta * W_n}$$

$$W_n = \frac{3}{\zeta * T_s} = \frac{3}{0,707 * 2}$$

$$W_n = 2,12$$

Con estos valores obtenidos se calculara el punto de diseño:

$$S = -\zeta * W_n + i * W_n * \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$S = -0,707 * 2,12 + i * 2,12 * \sqrt{1 - 0,707^2}$$

$$S = -1,5 + 1,5i$$

Como este punto de diseño no pertenece al lugar de raíces del sistema, y no puede ser alcanzado con una ganancia. Se procederá a diseñar un compensador que modifique el lugar de raíces para que contenga el punto de diseño.

Los polos de la función de transferencia de lazo abierto, incluyendo el integrador son:

$$\begin{aligned}
P_0 &= 0 \\
P_1 &= -1 \\
P_2 &= -7,22 \\
P_3 &= -100
\end{aligned}$$

Los ángulos aportados por cada polo respecto al punto de diseño son:

$$\begin{aligned}
\angle_{P_0} &= 135^\circ \\
\angle_{P_1} &= 108,43^\circ \\
\angle_{P_2} &= 14,66^\circ \\
\angle_{P_3} &= 0,87^\circ
\end{aligned}$$

Con estos ángulos se puede calcular el angulo del compensador:

$$\begin{aligned}
\sum_i \angle_{C_i} &= 0 \\
\sum_{j=0}^3 \angle_{P_j} &= 135^\circ + 108,43^\circ + 14,66^\circ + 0,87^\circ = +258,96^\circ \\
\angle_{compensador} &= 258,96^\circ - (2k+1)180^\circ
\end{aligned}$$

Tomando un $k=0$, ya que nos da el múltiplo mas cercano a 180° , se tiene:

$$\angle_{compensador} = 78,96^\circ$$

El compensador que debemos utilizar es un compensador en adelanto que nos permita disminuir el tiempo de establecimiento al valor de requerimiento. A continuación se calcula el polo y el cero del compensador por el metodo de la bisectriz.

$$\begin{aligned}
S &= -1,5 + 1,5i \\
\angle_S &= 135^\circ \\
\theta &= 180^\circ - \angle_S \\
\theta &= 180^\circ - 135^\circ \\
\theta &= 45^\circ \\
Cero &= -|S| \times \frac{\cos(\frac{\theta+\phi}{2})}{\cos(\frac{\theta-\phi}{2})} \\
Cero &= -1,04 \\
Polo &= -|S| \times \frac{\cos(\frac{\theta-\phi}{2})}{\cos(\frac{\theta+\phi}{2})} \\
Polo &= -4,32
\end{aligned}$$

$$Kc = 25,9$$

La función de transferencia resultante para el compensador PID es:

$$PID = 2,59 \times \frac{s + 1,04}{s(s + 4,32)}$$

Cuadro 4: Cero, Polo y Ganancia del Compensador calculado.

$$\begin{aligned} \text{Cero} &= -1,04 \\ \text{Polo} &= -4,32 \\ Kc &= 26 \end{aligned}$$

Agregando el compensador al diagrama de bloques el sistema resulta:

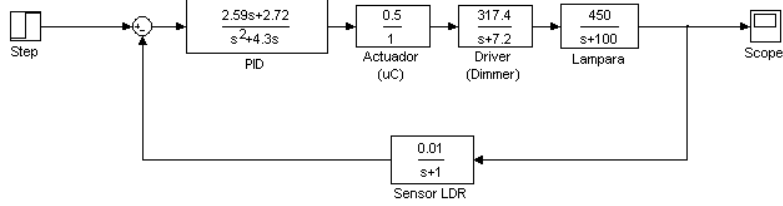


Figura 15: Diagrama de bloques con el Compensador PID.

Las funciones de transferencia del sistema agregando el PID resultan:

$$FT_{LAPID} = \frac{2,59s + 2,72}{0,001386s^5 + 0,1559s^4 + 1,794s^3 + 5,939s^2 + 4,3s}$$

$$FT_{LAPID(ZPK)} = 1868,7 \times \frac{s + 1,05}{(s + 100)(s + 7,23)(s + 4,29)(s + 1)s}$$

y a lazo cerrado EL lugar de raíces del sistema habiendo agregado el PID resulta:

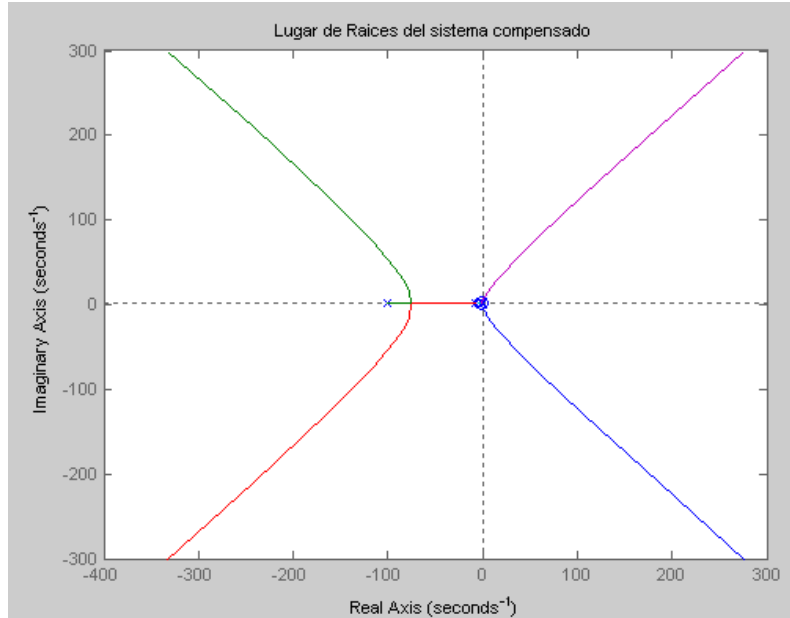


Figura 16: Gráfico del Lugar de Raíces para el sistema con Compensador.

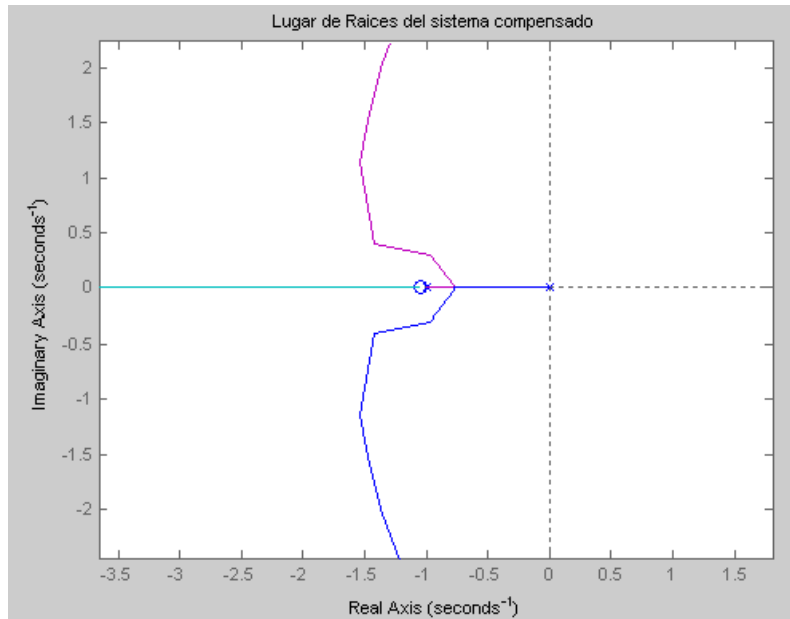


Figura 17: Gráfico del Lugar de Raíces para el sistema con Compensador, con acercamiento en la zona cercana al eje imaginario.

A continuación se muestra la salida del sistema compensado para una entrada escalón de 10V:

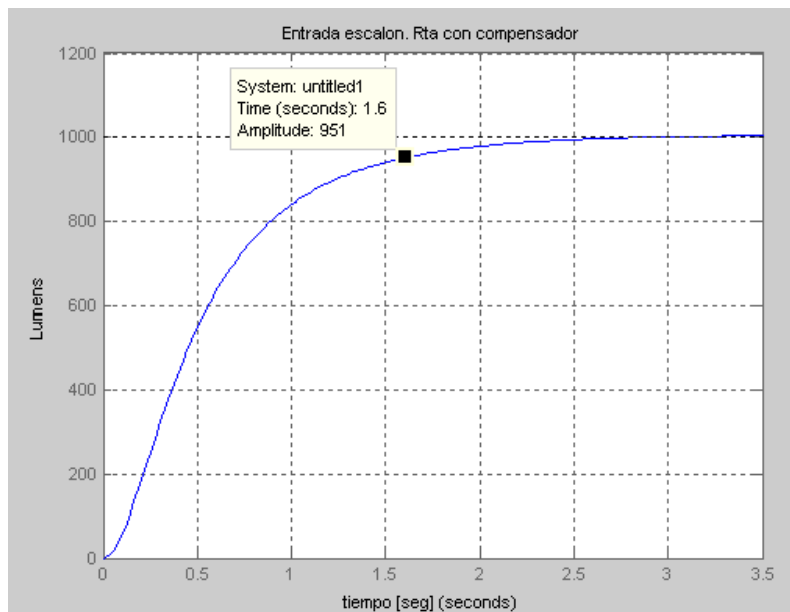


Figura 18: Respuesta del sistema compensado ante una señal de entrada escalón de 10V.

Se puede ver que se cumplen los requerimientos pretendidos para el sistema. Éste no presenta sobrepaso y tampoco presenta error en estado estable, ya que la salida para un escalón de 10V de entrada es de 1000lm (es la deseada). Y el requerimiento respecto al tiempo de establecimiento de 2 segundos se cumple ya que el sistema se establece en 1.6 segundos.

La salida del sistema ante una rampa de pendiente 0,1, simulada durante 60 segundos

llegando a 6V es:

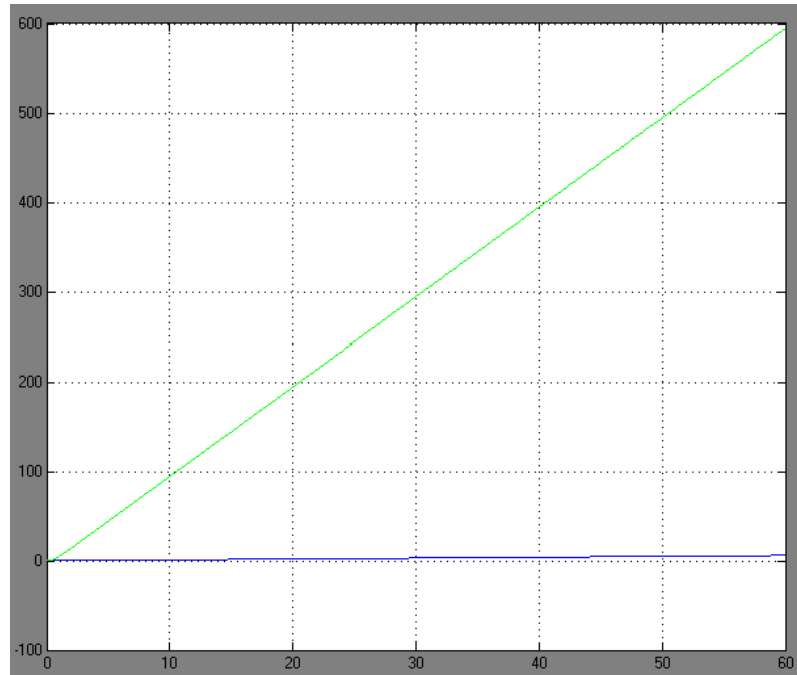


Figura 19: Respuesta del sistema compensado ante una señal de entrada tipo rampa de pendiente 0,1.

En este gráfico se ve que el error del sistema es 0 %. Antes del compensador se tenía un error de 50 %, mientras que ahora ante la misma entrada se tienen los 600lm deseados.

9. Respuesta del Sistema ante distintas Perturbaciones

En esta sección se producirán distintas perturbaciones en la salida del sistema, para observar como responde el sistema ante las mismas. Como entrada del sistema, para todos los casos, se tendrá una señal escalón de 8V. Para esta entrada se espera tener una salida de 800lm.

El siguiente gráfico muestra la salida, al introducir una señal escalón de 100lm a la salida del sistema a los 5 segundos, luego de que se haya llegado al estado estable:

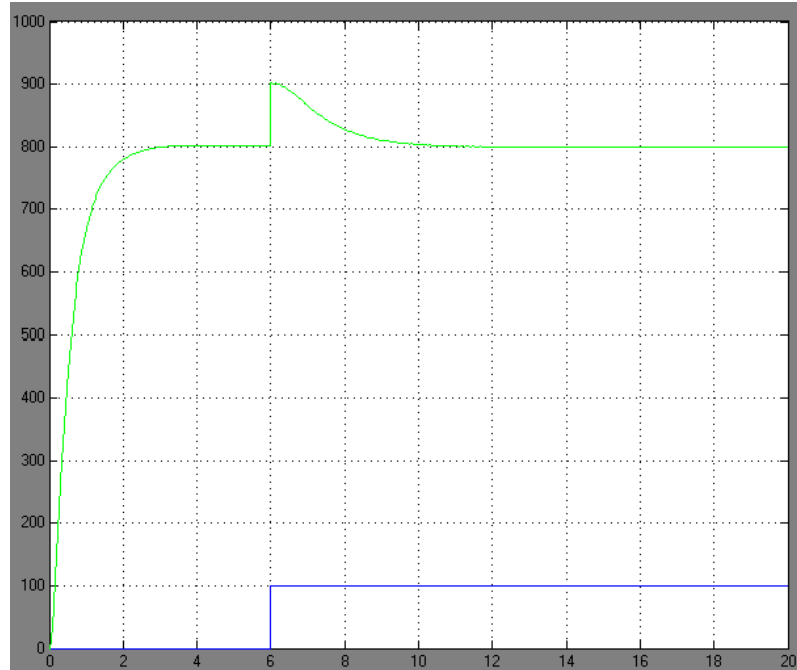


Figura 20: Respuesta del sistema compensado ante una señal de ruido tipo escalón de 100lm inyectada en la salida una vez alcanzado el régimen.

Se aprecia como el sistema se ve afectado, debido a que la entrada es repentina, pero luego de unos segundos logra superar esa perturbación, acomodando la salida al valor deseado de 800lm.

La siguiente perturbación corresponde a una rampa, con una pendiente de 20 lúmenes por segundo, introducida a los 5 segundo de comenzada la simulación. El sistema alcanza su estado estable:

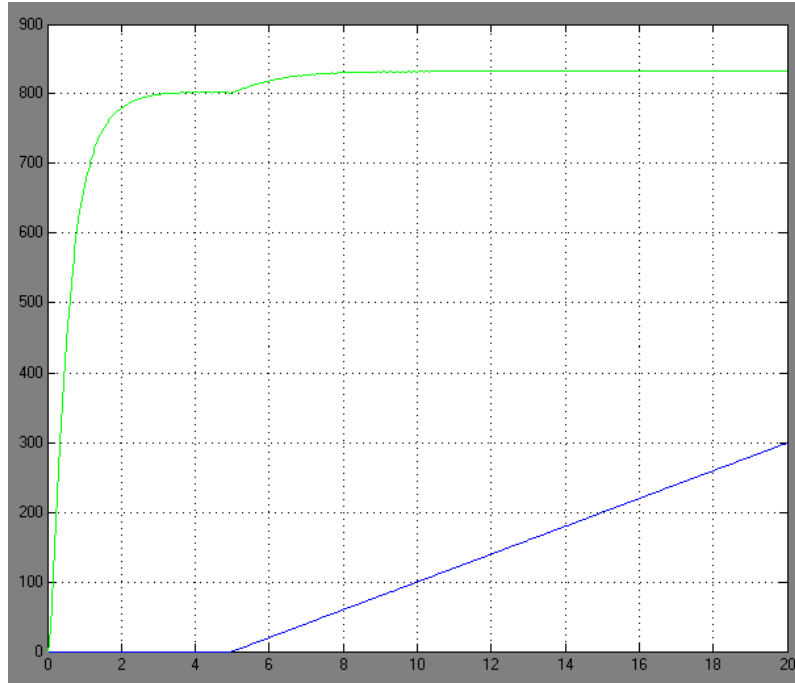


Figura 21: Respuesta del sistema compensado ante una señal de ruido tipo rampa con pendiente de 20lm por segundo inyectada en la salida una vez alcanzado el régimen.

El sistema no logra volver al valor deseado de 800lm, pero logra controlar la perturbación manteniendo un error de estado estable constante., y se mantiene en 830lm aproximadamente.

Por último se perturbará el sistema con una señal senoidal, con un frecuencia de 0.1Hz, y una amplitud de 200lm. Esta perturbación esta desde el inicio de la simulación:

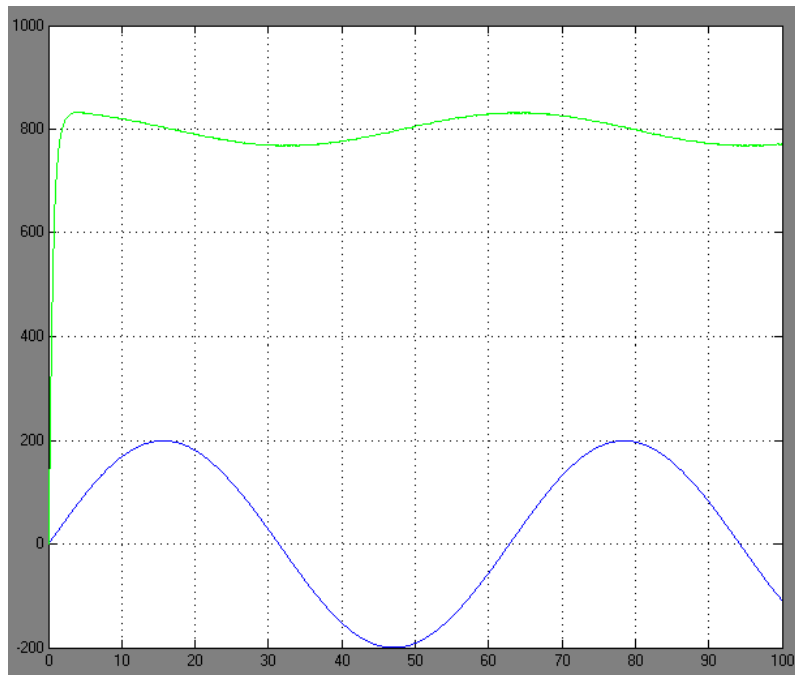


Figura 22: Respuesta del sistema compensado ante una señal de ruido tipo senoidal de 0.1Hz inyectada en la salida.

Se puede ver como el sistema atenúa la amplitud de la perturbación, oscilando entre 770lm y 830lm, alrededor del valor deseado de 800lm.

Si se aumenta la frecuencia de oscilación el sistema ya no consigue controlarla. Se ha simulado el sistema con la misma señal de perturbación pero con una frecuencia de 1Hz. En este caso el sistema no es capaz de controlar esta perturbación. Pero para los propósitos de este trabajo esa frecuencia es elevada ya que es muy improbable que se produzcan variaciones tan rápidas en la luminosidad de un ambiente. Además se ha simulado el sistema con la misma señal con una frecuencia mas baja, de 0.01Hz. El sistema ha sido capaz de controlarla y mantenerse en el valor deseado de 800lm, teniendo un error de estado estable de 0 %.

10. Respuesta en Frecuencia

La respuesta en régimen permanente de un sistema a señales sinusoidales en un rango de frecuencias es lo que se conoce como la respuesta en frecuencia del sistema.

El interés de tratar entradas sinusoidales está en que la respuesta del sistema a estas señales contiene información sobre la respuesta a señales más generales. De hecho, toda señal periódica puede descomponerse en una serie de senos y cosenos, por el Teorema de Fourier. Conociendo la respuesta del sistema a las componentes sinusoidales de la señal de entrada, puede reconstruirse por Fourier la señal de salida.

A continuación se muestra el Diagrama de Bode del Sistema en Lazo Abierto sin y con el compensador:

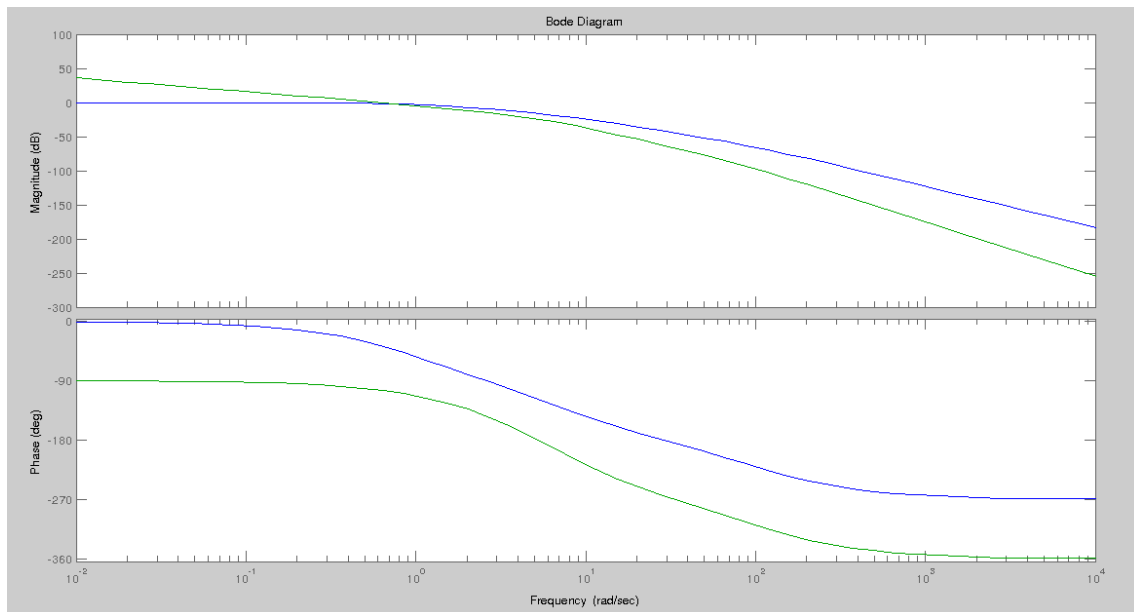


Figura 23: Diagrama Bode de ambas funciones, en azul a Lazo Abierto sin Compensador y en verde con Compensador.

Hay dos parámetros que miden la estabilidad relativa de un sistema de control:

- Margen de Fase.
- Margen de Ganancia.

MARGEN DE FASE

El margen de fase es la cantidad de atraso de fase adicional en la frecuencia de cruce de ganancia requerida para llevar el sistema al borde de la inestabilidad.

Sea ω_{FCGan} la frecuencia de cruce de ganancia es la frecuencia tal que hace que $|FT(j\omega_{FCGan})| = 1 \rightarrow 0dB$. Si $\phi(j\omega_{FCGan})$ es el ángulo del sistema de lazo abierto, entonces el margen de fase se define como:

$$M_{frec} = 180^\circ + \phi(j\omega_{FCGan})$$

MARGEN DE GANANCIA

El margen de ganancia es el recíproco de la magnitud $|G(j\omega)|$ en la frecuencia a la cual el ángulo de fase es -180° . Si ω_{FCFase} es esta frecuencia, entonces se define como:

$$M_{gan} = \frac{1}{|FT(j\omega_{FCFase})|}$$

En deciBeles:

$$M_{gan_{dB}} = 20 \times \log M_{gan} = -20 \times \log |FT(j\omega_{FCFase})|$$

Para un sistema estable de fase mínima, el margen de ganancia indica cuánto puede incrementarse la ganancia antes de que el sistema se vuelva inestable. Para un sistema inestable, el margen de ganancia indica cuánto debe disminuir la ganancia para que el sistema se vuelva estable.

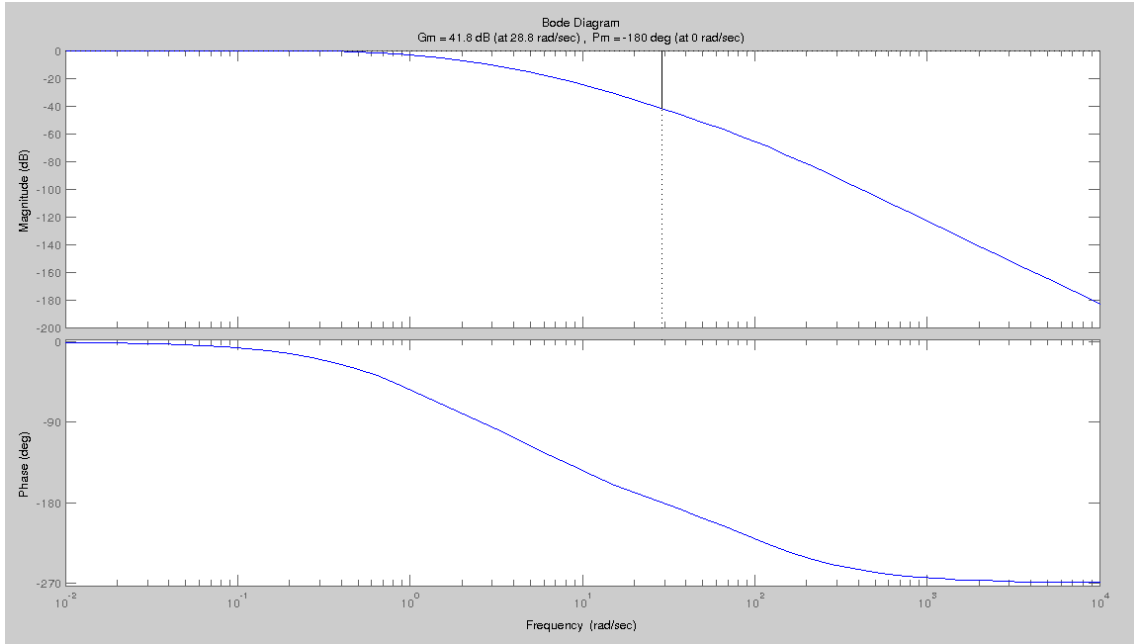


Figura 24: Diagrama de Márgenes de la función de transferencia a lazo abierto sin compensador.

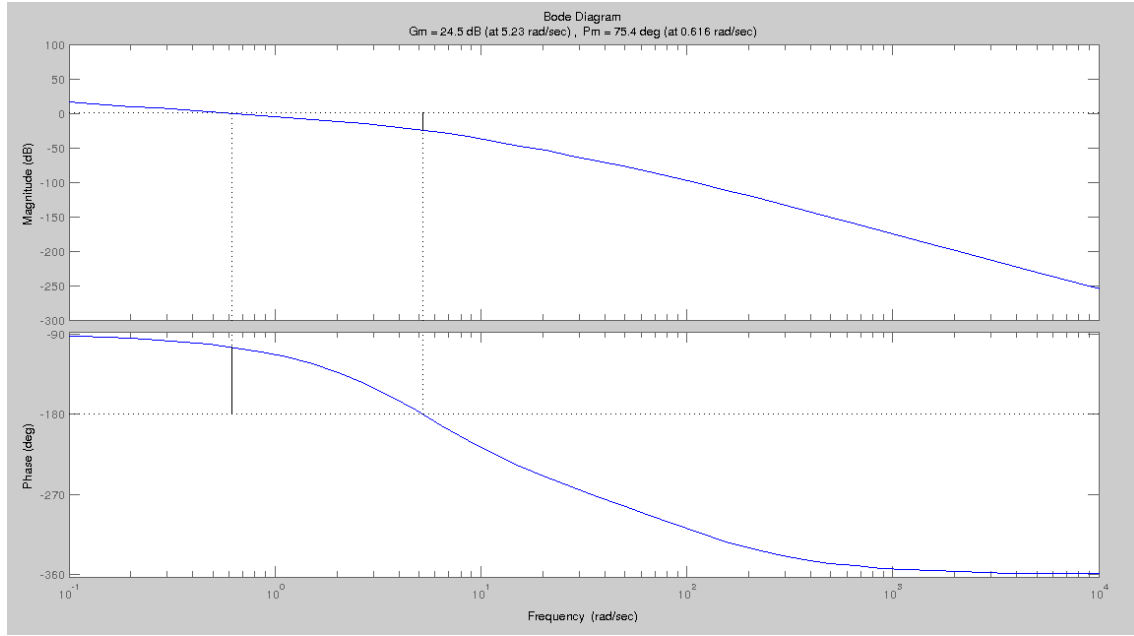


Figura 25: Diagrama de Márgenes de la función de transferencia a lazo abierto con compensador.

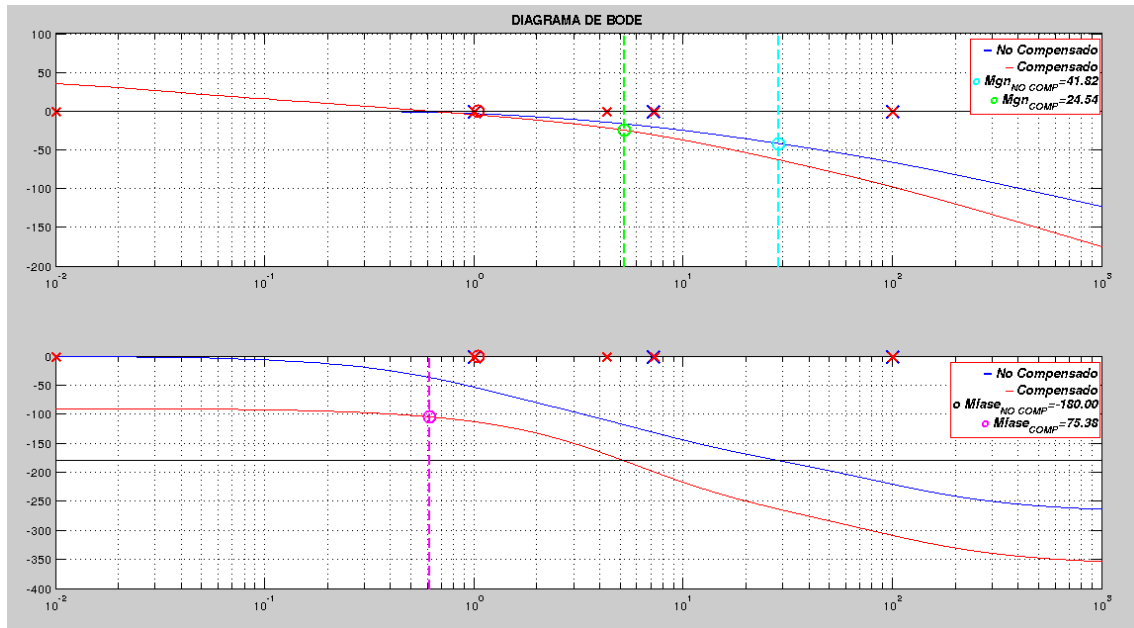


Figura 26: Diagrama de Bode con los márgenes, ceros y polos.

Cuadro 5: Valores obtenidos del Análisis en Frecuencia.

LA_{NOCOMP}	$LA_{COMPENSADO}$
$M_{gan} = 41,82[dB]$	$M_{gan} = 24,54[dB]$
$M_{frec} = -180^\circ$	$M_{frec} = -45,38^\circ$
$\omega_{FCGan} = 0[\frac{rad}{seg}]$	$\omega_{FCGan} = 0[\frac{rad}{seg}]$

Como puede observarse en los gráficos y más fácilmente en Cuadro 5 los valores para

los márgenes tanto de ganancia como el de fase acusan estabilidad para la version sin y con compensador de la función de transferencia de Lazo Abierto del Sistema. En cuanto a la frecuencia de cruce de ganancia ω_{FCGan} se observa un desplazamiento positivo de 0,616 rad/seg por eso la disminución en el margen.

11. Variables de Estado

La representación del sistema sin compensar con variables de estado es:

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} -107,21 & -721,5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \times u \\ y = 1 \times 10^4 \times \begin{bmatrix} 0 & 7,21 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \times u \end{cases}$$

La representación del sistema compensado con variables de estado es:

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 \times 10^3 \times \begin{bmatrix} -0,1 & -1,3 & -4,3 & -3,1 & 0 \\ 0,001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,001 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} \times u \\ y = 1 \times 10^3 \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1,87 & 1,96 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \times u \end{cases}$$

CONTROLABILIDAD

La controlabilidad de estados significa, usualmente, que es posible, mediante la inyección de entradas admisibles, cambiar los estados de cualquier valor inicial a cualquier valor final dentro de un intervalo de tiempo.

Según Kalman un sistema es controlable si y sólo si la matriz C tiene rango completo:

$$C = \begin{bmatrix} b & A \times b & A^2 \times b & A^3 \times b & \dots & A^{(n-1)} \times b \end{bmatrix}$$

$$\det[C] \neq 0^3$$

Utilizando matlab se calculo la matriz de controlabilidad del sistema compensado:

$$C = 1 \times 10^8 \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -0,01 & 1,14 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,01 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

³Si la determinante de la matriz C es distinta de cero entonces C tiene rango completo

Si bien la matriz parece ser casi todos ceros, esto es debido al redondeo realizado por matlab, a esta matriz se le calculo el rango con la funcion `rank()`, el cual dio 5. En consecuencia se llega a que el sistema es *Controlable*, esto implica que para un determinado rango de entradas admisibles, se va a poder alcanzar un valor de salida establecido.

OBSERVABILIDAD

La observabilidad de un sistema implica que conociendo los valores que toma y se pueden conocer todos los valores de las variables de estado.

Según Kalman un sistema es observable si y sólo si la matriz O tiene rango completo:

$$O = \begin{bmatrix} C^T \\ C^T \times A \\ C^T \times A^2 \\ C^T \times A^3 \\ \dots \\ C^T \times A^{(m-1)} \end{bmatrix}$$

$$\det[O] \neq 0^4$$

Utilizando matlab se calculo la matriz de observabilidad del sistema compensado:

$$O = 1 \times 10^8 \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0,001 & 0,002 \\ 0 & 0 & 0,002 & 0,002 & 0 \\ 0 & 0,002 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0,002 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ -0,208 & -2,418 & -8,007 & -5,797 & 0 \end{bmatrix}$$

En esta se puede observar que el rango de la matriz es de 5, se confirma haciendo uso de la función `rank()` de matlab. Esto implica que el sistema es *Observable*, por lo que a partir de valores de salida del sistema se puede establecer el estado interno del sistema.

12. Código Matlab

```
close all
s=tf('s');

%*****
%*****
% FUNCIONES DE TRANSFERENCIA DE LOS BLOQUES
TFactuador=(5/10)/(1);

TFdriver=(220/5)/(0.1386*s+1);

TFsistema=(1000/220)/(0.01*s+1);

TFsensor=(10/1000)/(s+1);
% *****
%*****

G=TFactuador*TFdriver*TFsistema;
```

⁴Si la determinante de la matriz C es distinta de cero entonces O tiene rango completo


```

H=TFsensor;

% *****
% → *****
% FUNCION DE TRANSFERENCIA DE LAZO ABIERTO
TFLA=TFactuador*TFdriver*TFsistema*TFsensor;

[z, p, k] = tf2zpk([1], [0.001386 0.15 1.149 1]);

% figure
% pzmap(TFLA)
% title('Grafico de Polos y Ceros')

% figure
% hold on
% step(10*TFLA)
% grid on
% title('TF lazo abierto Rta. a escalon')
% ylabel('Lumens')
% xlabel('tiempo [seg]')

% *****
% → *****
% FUNCION DE TRANSFERENCIA DE LAZO CERRADO

TFLC=feedback(G,TFsensor);

[z, p, k] = tf2zpk([100 100], [0.001386 0.15 1.149 2]);

% figure
% pzmap(TFLC)
% title('Grafico de Polos y Ceros')

% % Lugar de Raices
% figure
% rlocus(TFLC)
% % grid
% title('Lugar de Raices')

% *****
% → *****
% FUNCION DE TRANSFERENCIA DE LAZO CERRADO

disp('Funcion de transferencia a lazo directo')
TFLD=TFactuador*TFdriver*TFsistema;

% *****
% → *****
% COMPENSACION CON EL INTEGRADOR

int = tf([0.1],[1 0]);

disp('FT de lazo abierto con integrador')
TFLA_int = TFactuador*TFdriver*TFsistema*TFsensor*int;

```

```

% pole(TFLA_int)
% disp('FT de lazo abierto con integrador en zpk')
% [x, y, w]=tf2zpk ([0.1],[0.001386 0.15 1.149 1 0])
% % Lugar de Raices
% figure
% rlocus(TFLA_int)
% % grid
% title('Lugar de Raices LA con el integrador')

TFLC_int = feedback(G*int,TFsensor);

% % Lugar de Raices
% figure
% rlocus(TFLC_int)
% % grid
% title('Lugar de Raices LC')
%
% figure
% hold on
% step(10*TFLA_int)
% grid on
% title('TF lazo abierto int Rta. a escalon')
% ylabel('Lumens')
% xlabel('tiempo [seg]')
%
% figure
% hold on
% step(10*TFLC_int)
% grid on
% title('TF lazo cerrado int Rta. a escalon')
% ylabel('Lumens')
% xlabel('tiempo [seg]')

% figure
% hold on
% step(10*TFLC)
% grid on
% title('TF lazo cerrado Rta. a escalon')
% ylabel('Lumens')
% xlabel('tiempo [seg]')

% *****
% → *****
% CALCULO DE GANANCIA DEL COMPENSADOR (Kc)

% x=-1.5+1.5i;
% kc=1/((x+1.05/x+4.5)*(0.1/x*(x+1)*(x+7.22)*(x+100)))
disp('FT del compensador')
PID = (2.59*(s+1.05))/(s*(s+4.3));
disp('FT del sistema compensado de lazo abierto')
SIST_COM_LA = PID*TFLA;
[z,p,k] = tf2zpk([2.59 2.72],[0.001386 0.1559 1.794 5.939 4.3 0]);
disp('FT del sistema compensado de lazo cerrado')
SIST_COM_LC = feedback(G*PID,TFsensor);

```

```

% [z,p,k] = tf2zpk([259 531 272],[0.001386 0.1559 1.794 5.939 6.89
    ↪ 2.72])

% % Lugar de Raices
% figure
% rlocus(SIST_COM_LA)
% % grid
% title('Lugar de Raices del sistema compensado')

% figure
% hold on
% step(10*SIST_COM_LC)
% grid on
% title('Entrada escalon. Rta con compensador')
% ylabel('Lumens')
% xlabel('tiempo [seg]')

% *****
    ↪ *****
% BODE: RESPUESTA EN FRECUENCIA

disp('dibujar_Bode')
W=[0.01:0.01:100];
% dibujar_Bode(TFLA, SIST_COM_LA, W)

% Respuesta En Frecuencia
% figure
% hold on
% margin(TFLA)
% margin(SIST_COM_LA)
% % grid
% title('Respuesta en Frecuencia')

% *****
    ↪ *****
% VARIABLES DE ESTADO

disp('Descomposicion_de_sistema_NO_compensado_a_lazo_abierto')
b=[100];
a=[0.001386 0.1486 1];
[A,B,C,D]=tf2ss(b,a)

disp('Descomposicion_de_sistema_compensado_a_lazo_abierto')
c=[2.59 2.72];
d=[0.001386 0.1559 1.794 5.939 4.3 0];
[E,F,G,H]=tf2ss(c,d)

disp('Matriz_de_controlabilidad_del_sistema_compensado')
Co = ctrb(E,F);
rank(Co);

disp('Matriz_de_observabilidad_del_sistema_compensado')
Ob = obsv(E,G)
rank(Ob)

```

```

function dibujar_Bode(sys_A,sys_B,W)
%
%
%sys1 = tf([1],[0.001386 0.15 1.149 1])
%sys2 = tf([2.59 2.72],[0.001386 0.1559 1.794 5.939 4.3 0])

formato='%0.2f';
[mag_A fase_A] = bode(sys_A,W);
[mag_B fase_B] = bode(sys_B,W);

[ceros_A,polos_A,k_A] = zpkdata(sys_A,'v')

ceros_A=abs(ceros_A)
polos_A=abs(polos_A)

val_ceros_A=zeros(size(ceros_A))
val_polos_A=zeros(size(polos_A))

[ceros_B,polos_B,k_B] = zpkdata(sys_B,'v')

ceros_B=abs(ceros_B)
polos_B=abs(polos_B)

val_ceros_B=zeros(size(ceros_B))
val_polos_B=zeros(size(polos_B))

[Mgan_A,Mfase_A,Wcg_A,Wcf_A] = margin(sys_A)
mag_A=squeeze(mag_A);
mag_A=mag2db(mag_A);
mag_cor_A=interp1(W,mag_A,Wcg_A)
fase_A=squeeze(fase_A)';
fase_cor_A=interp1(W,fase_A,Wcf_A)
[Mgan_B,Mfase_B,Wcg_B,Wcf_B] = margin(sys_B)
mag_B=squeeze(mag_B)';
mag_B=mag2db(mag_B);
mag_cor_B=interp1(W,mag_B,Wcg_B)
fase_B=squeeze(fase_B)';
fase_cor_B=interp1(W,fase_B,Wcf_B)

subplot(2,1,1)
%set(axes_handle,'YLim',[-20 Inf]);

semilogx(W,mag_A(:,:),'b--','LineWidth',2);hold on; grid on

%axis([-inf inf -20 inf])
plot(ceros_A,val_ceros_A,'bo','MarkerSize',14,'LineWidth',2);
if(any(ceros_A==0))
    plot(W(1),0,'bo','MarkerSize',14,'LineWidth',2,'MarkerFaceColor'
        ↪ 'r','b');

```

```

end
plot(polos_A, val_polos_A, 'bx', 'MarkerSize', 14, 'LineWidth', 2);
if (any(polos_A==0))
    plot(W(1), 0, 'bx', 'MarkerSize', 14, 'LineWidth', 2, 'MarkerFaceColor'
        ↪ 'b');
end
plot(Wcg_A, mag_cor_A, 'co', 'MarkerSize', 10, 'LineWidth', 2);

semilogx(W, mag_B(:, :), 'r', 'LineWidth', 2); grid on

plot(ceros_B, val_ceros_B, 'ro', 'MarkerSize', 10, 'LineWidth', 2);
if (any(ceros_B==0))
    plot(W(1), 0, 'ro', 'MarkerSize', 10, 'LineWidth', 2, 'MarkerFaceColor'
        ↪ 'r');
end
plot(polos_B, val_polos_B, 'rx', 'MarkerSize', 10, 'LineWidth', 2);
if (any(polos_B==0))
    plot(W(1), 0, 'rx', 'MarkerSize', 10, 'LineWidth', 2, 'MarkerFaceColor'
        ↪ 'r');
end
%plot([Wcg_B Wcg_B], get(gca, 'YLim'), 'g--', 'LineWidth', 2);
plot(Wcg_B, mag_cor_B, 'go', 'MarkerSize', 10, 'LineWidth', 2);

x_limite = get(gca, 'XLim');
y_limite = get(gca, 'YLim');

plot(x_limite, [0 0], 'k', 'LineWidth', 1);

txstr(1) = {'\bf\color{blue}--\it\color{black}No Compensado'};
txstr(2) = {'\bf\color{red}--\it\color{black}Compensado'};
txstr(3) = {'\bf\color{cyan}o\it\color{black}Margen Ganancia no
    ↪ comp. '};
txstr(4) = {'\bf\color{green}o\it\color{black}Margen Ganancia comp
    ↪ . '};
text(x_limite(2), y_limite(2), txstr, 'HorizontalAlignment', 'right',
    ↪ 'VerticalAlignment', 'Top')

hold off;
%semilogx(x,y); hold off

#####
    ↪ #####%

subplot(2,1,2)
semilogx(W, fase_A(:, :), 'b--', 'LineWidth', 2); hold on; grid on
plot(ceros_A, val_ceros_A, 'bo', 'MarkerSize', 14, 'LineWidth', 2);
if (any(ceros_A==0))
    plot(W(1), 0, 'bo', 'MarkerSize', 14, 'LineWidth', 2, 'MarkerFaceColor'
        ↪ 'b');
end
plot(polos_A, val_polos_A, 'bx', 'MarkerSize', 14, 'LineWidth', 2);
if (any(polos_A==0))
    plot(W(1), 0, 'bx', 'MarkerSize', 14, 'LineWidth', 2, 'MarkerFaceColor'
        ↪ 'b');
end

```

```

plot(Wcf_A,fase_cor_A,'ko','MarkerSize',10,'LineWidth',2);

semilogx(W,fase_B(:,:),'r','LineWidth',2);grid on
plot(ceros_B,val_ceros_B,'ro','MarkerSize',10,'LineWidth',2);
if(any(ceros_B==0))
    plot(W(1),0,'ro','MarkerSize',10,'LineWidth',2,'MarkerFaceColor'
        ↪ 'r');
end
plot(polos_B,val_polos_B,'rx','MarkerSize',10,'LineWidth',2);
if(any(polos_B==0))
    plot(W(1),0,'rx','MarkerSize',10,'LineWidth',2,'MarkerFaceColor'
        ↪ 'r');
end
plot(Wcf_B,fase_cor_B,'mo','MarkerSize',10,'LineWidth',2);

x_limite= get(gca,'XLim');
y_limite= get(gca,'YLim');

plot(x_limite,[0 0],'k','LineWidth',1);

hold off;
%semilogx(x,y);hold off

%tf2ss()
%z(:, [1 3]) = z(:, [3 1])%cambia la columna 1 por la columna 3
%z([1 3], :) = z([3 1],:)%cambia la fila 1 por la fila 3

```