Еще задачи

Задача 1. Монету бросили 10 раз. Какова вероятность того, что **а)** все 10 раз выпал орёл **б)** сначала выпало 5 орлов, а затем 5 решек **в)** выпало 5 орлов и 5 решек (в произвольном порядке)?

Задача 2 (!). Из 100 монет одна фальшивая имеет два орла. Выбрали случайно монету, бросили 5 раз: выпали все орлы. С какой вероятностью, если её бросить ещё 10 раз, снова выпадут все орлы?

Задача 3. Будем считать, что рождение девочки и мальчика равновероятны. Известно, что в некоторой семье двое детей. **а)** Какова вероятность того, что из них один мальчик и одна девочка? А если известно что **б)** один из детей — мальчик. **в)** Старший ребенок - мальчик. **г)** Один из детей мальчик, родившийся в понедельник.

Задача 4. В контрольной 3 задачи. Ученик, подготовившийся к контрольной, решает каждую из них с вероятностью $4/5$, а не готовившийся — с вероятностью $1/5$. Известно что он готовится к контрольной с вероятностью $3/4$ и не готовится с вероятностью $1/4$. Чему равна условная вероятность того, что он готовился к контрольной, при условии, что он решил **а)** все задачи **б)** две задачи?

Задача 5. Известно, что синдрому внезапной смерти подвержен один человек из 10000. Тест на этот синдром дает верный результат с вероятностью 99%. Тест показывает, что у вас синдром внезапной смерти. С какой вероятностью это действительно так?

Задача 6. Вероятность рождения двойняшек в Швамбрании равна p, тройняшки в Швамбрании не рождаются. Оцените вероятность того, что встреченный на улице швамбранец – один из пары двойняшек?

Задача 7 (!?). В одной лотерее у каждого игрока есть два набора из 15 различных чисел от 1 до 90. Игрок выигрывает джекпот, если случайный набор из 15 различных чисел от 1 до 90 (все такие наборы равновероятны) совпадет с одним из его наборов. Сравните с $1/2$ вероятность того, что кто-то получит джекпот, если 10 миллиардов человек будут играть в эту лотерею каждый день в течении 1000 лет (разрешается использовать внешний неорганический мозг).

Задача 8. **а)** Двое договорились играть в орлянку до определенного количества побед. Тот, кто первым достиг этого количества побед, забирает денежный приз. Но игра была прервана, когда первому игроку осталось одержать 3 победы, а второму - одну. В каком отношении должен быть поделен приз (так, чтобы каждому досталось количество денег, пропорциональное вероятности его выигрыша)? **б*)** А если первому осталось n побед, а второму - k побед?

Задача 9. Все жители планеты X опубликовали по n дней, когда они будут ходить в гости, и по k дней, когда они будут принимать гостей. Оказалось что все жители X могут погостить у всех в соответствии с их расписаниями. **а)** С какой вероятностью все "походные"дни i-того жителя будут предшествовать всем его "приемным дням"в случайной перестановке дней X-ианского года? **б)** Докажите что на X не более чем C_{n+k}^{k} жителей.