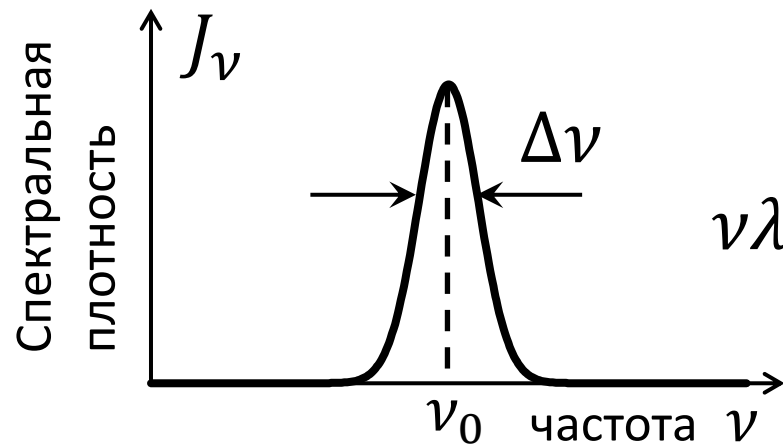




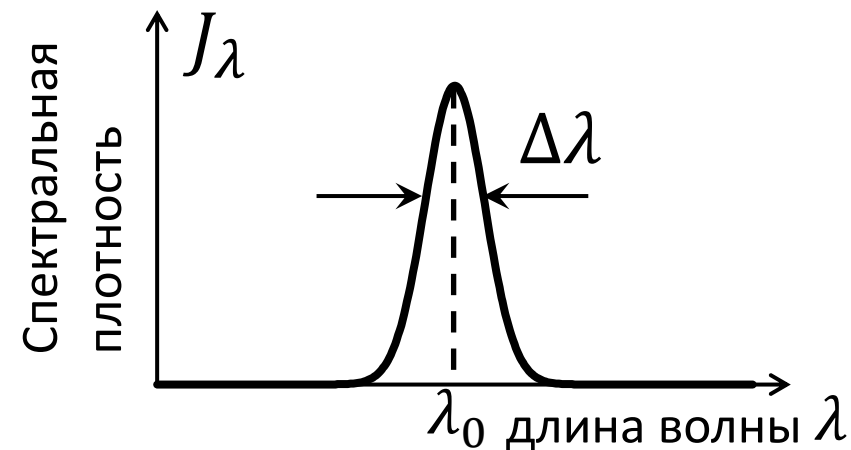
Интерференция в квазимонохроматическом свете. Временная когерентность

ЛЕКЦИЯ 4

Уширение спектральной линии излучения



$$\nu\lambda = c \Rightarrow$$



Относительная ширина спектра:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \ll 1$$

Интенсивность излучения:

$$I = \int_0^\infty J_\nu(\nu) d\nu$$

Соотношение неопределенности:

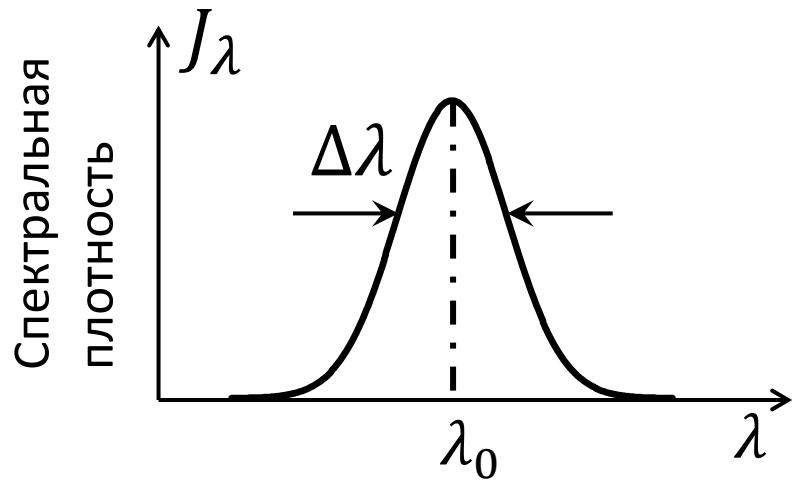
$$\Delta\nu\tau_{\text{ког}} \approx 1$$

$\tau_{\text{ког}}$ — характерное время излучения

- 1) Однородное уширение спектральной линии связано спонтанным излучением отдельного атома.
- 2) Неоднородное уширение связано с тепловым движением молекул, со столкновениями молекул, с конечной шириной энергетических зон в твердых телах, и т.п.

Квазимонохроматический свет

Условие квазимонохроматичности: $\Delta\lambda \ll \lambda$

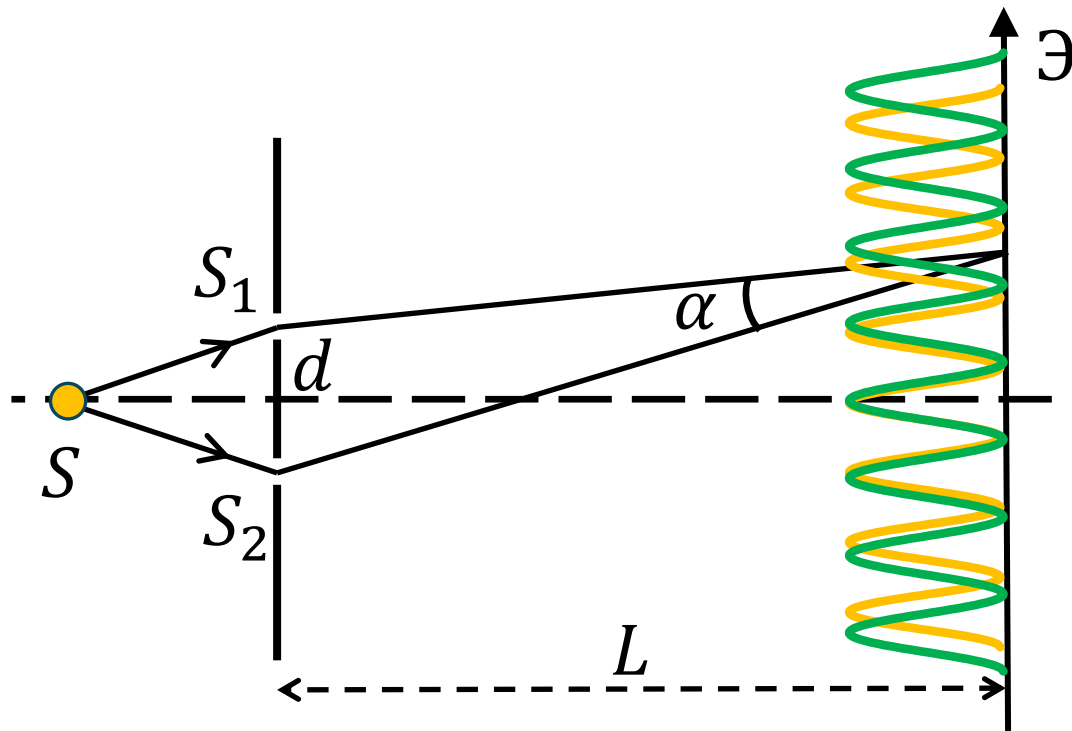


$$E = A(x, t) \cos(kx - \omega t + \varphi(x, t))$$

где $k = 2\pi/\lambda_0$, $\omega = kc$.

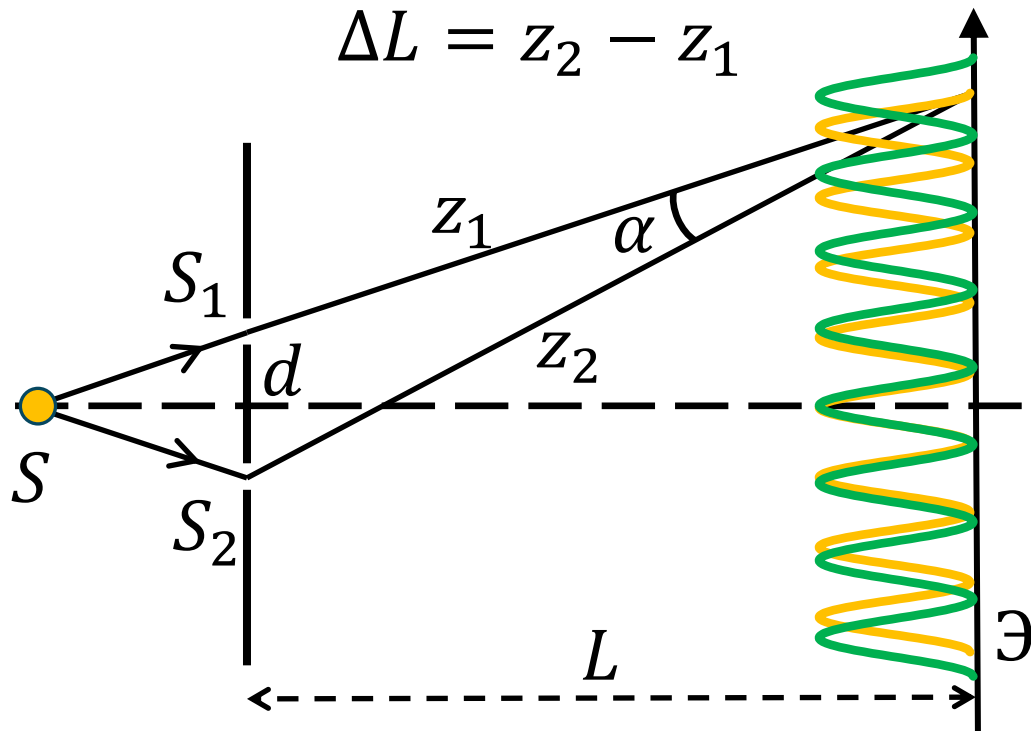
Световое поле представляет собой синусоидальную волну с медленно меняющейся амплитудой $A(x, t)$ и фазой $\varphi(x, t)$ с характерным временем $\tau_{\text{ког}} = 1/\Delta\nu$.

Интерференция в квазимонохроматическом свете



- 1) Ширина полосы зависит от длины волны $\Lambda = \lambda/\alpha$, где $\alpha = d/L$.
- 2) Для разных длин волн (разных частот) в спектре излучения интерференционные картины складываются по интенсивности.
- 3) Интерференционные полосы исчезают, когда максимум интерференционной картины для длины волны λ и накладывается на минимум интерференции для длины волны $\lambda - \Delta\lambda/2$.

Интерференция в квазимонохроматическом свете. Временная когерентность.



Условие максимума для длины волны λ :

$$\Delta L = m \lambda$$

Условие минимума для длины волны $\lambda - \Delta\lambda/2$:

$$\Delta L = m \left(\lambda - \frac{\Delta\lambda}{2} \right) + \frac{\lambda}{2}$$

Максимум накладывается на минимум при $m = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$

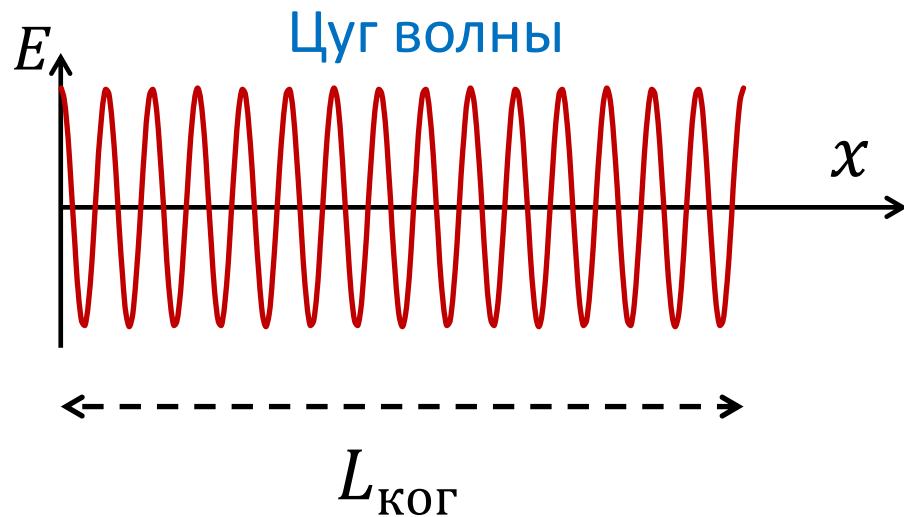
Максимальный порядок интерференции:

$$m = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

Максимальная разность хода:

$$\Delta L = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

Интерференция в квазимонохроматическом свете. Длина когерентности



В пределах длины когерентности излучение остается близким к монохроматическому

Длина когерентности:

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \text{ и } \nu \lambda = c \Rightarrow$$

Время когерентности:

Условие наблюдения интерференции:

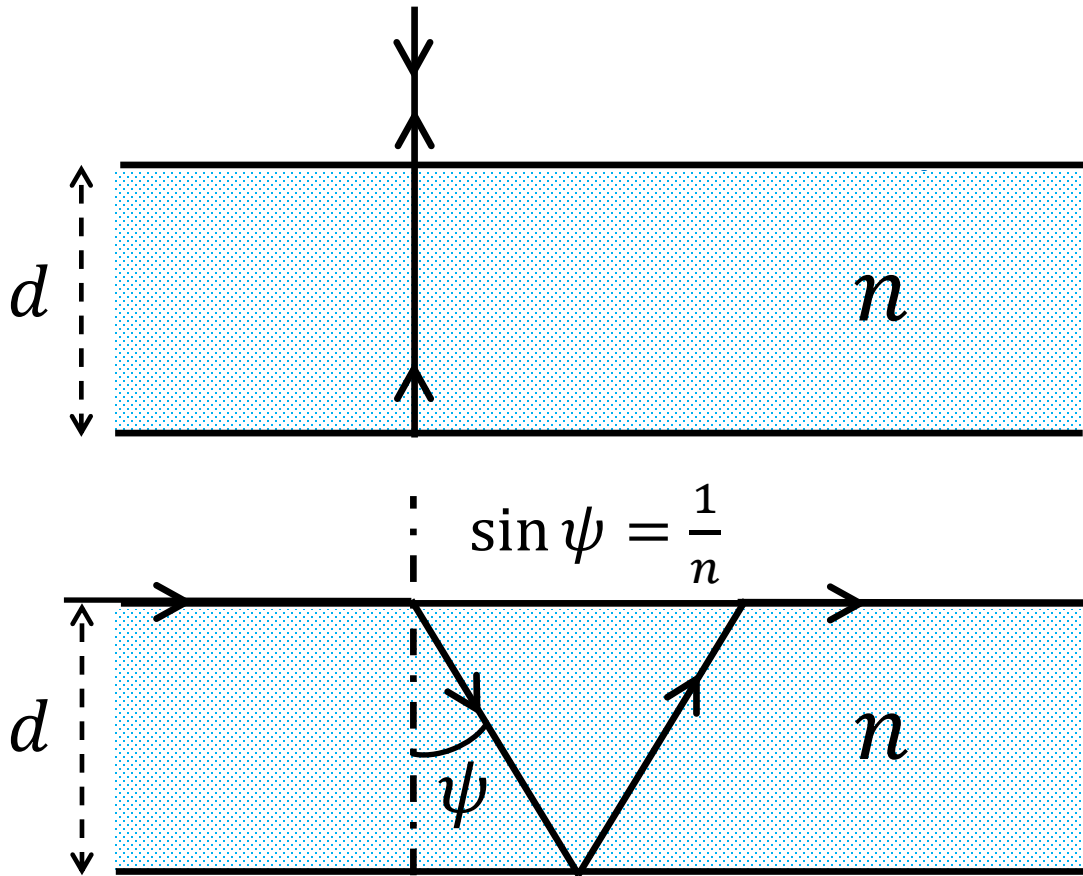
$$L_{\text{ког}} = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$$

$$L_{\text{ког}} = \frac{c}{\Delta \nu}$$

$$\tau_{\text{ког}} = \frac{L_{\text{ког}}}{c} = \frac{1}{\Delta \nu}$$

$$\Delta L \leq L_{\text{ког}}$$

Многолучевая интерференция в квазимонохроматическом свете



Разность хода: $\Delta L = 2nd \cos \psi \pm \frac{\lambda}{2}$, $\left(\Delta L \gg \frac{\lambda}{2}\right)$

Порядок интерференции: $m = \frac{\Delta L}{\lambda} = \frac{2nd \cos \psi}{\lambda}$

Максимальный порядок: $m_{max} = \frac{2nd}{\lambda}$

Минимальный порядок: $m_{min} = \frac{2d\sqrt{n^2-1}}{\lambda}$

Условие наблюдения всех полос: $m_{max} \leq \frac{\lambda}{\Delta \lambda}$

Условие наблюдения части полос:

$$m_{min} \leq \frac{\lambda}{\Delta \lambda} < m_{max}$$

Видность интерференционной картины

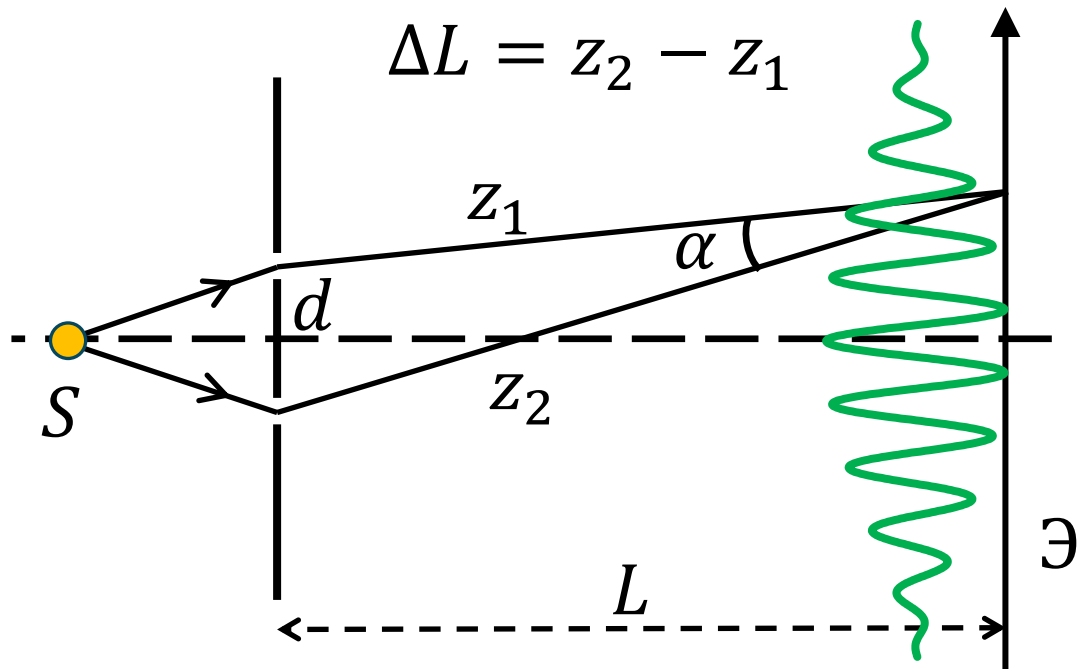
Определение видности: $V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$

Видность интерференционной картины в монохроматическом свете:

Интенсивность: $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi)$

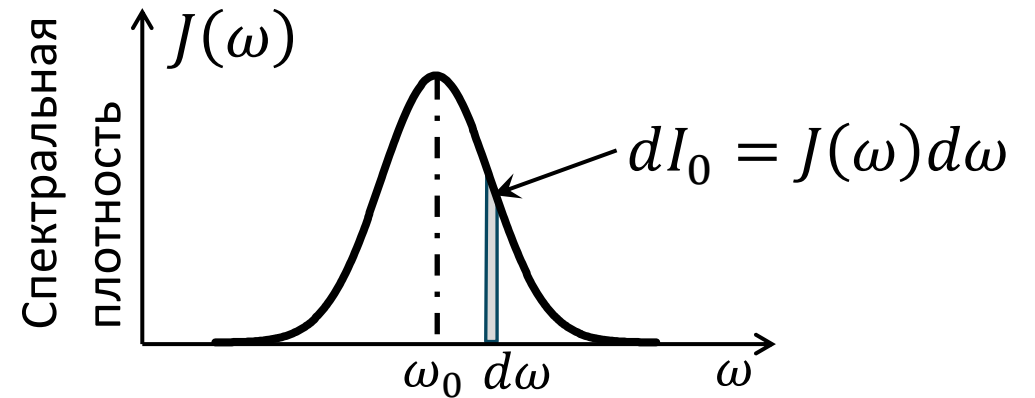
Видность: $V = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$ Если $I_1 = I_2$, то: $V = 1$

Видность интерференционной картины в квазимонохроматическом свете



Временная задержка: $\tau = \frac{\Delta L}{c}$

Разность фаз: $\Delta\varphi = k\Delta L = \frac{\omega\Delta L}{c} = \omega\tau$



Интенсивность света в интерференционной картине для заданной частоты ω :

$$dI = 2dI_0[1 + \cos(\Delta\varphi)]$$

$$dI = 2J(\omega)[1 + \cos(\omega\tau)]d\omega$$

Суммарная интенсивность:

$$I = \int_0^\infty 2J(\omega)[1 + \cos(\omega\tau)]d\omega$$

Расчет видности интерференционной картины

Суммарная интенсивность света в интерференционной картине:

$$I = \int_0^\infty 2J(\omega)[1 + \cos(\omega\tau)]d\omega$$

$$I = 2I_0 + 2 \int_0^\infty J(\omega) \cos(\omega\tau) d\omega$$

Функция когерентности:

$$\hat{\Gamma}(\tau) = \int_{-\infty}^\infty J(\omega)e^{i\omega\tau}d\omega$$

Интенсивность: $I = 2I_0 + 2\text{Re}\hat{\Gamma}(\tau)$

Представим в виде: $\hat{\Gamma}(\tau) = I_0\gamma(\tau)e^{i\omega_0\tau}$

Степень когерентности:

$$\gamma(\tau) = \frac{1}{I_0} \int_{-\infty}^\infty J(\omega)e^{i(\omega-\omega_0)\tau}d\omega$$

$$\gamma(\tau) = |\gamma(\tau)| e^{i\varphi_0(\tau)}$$

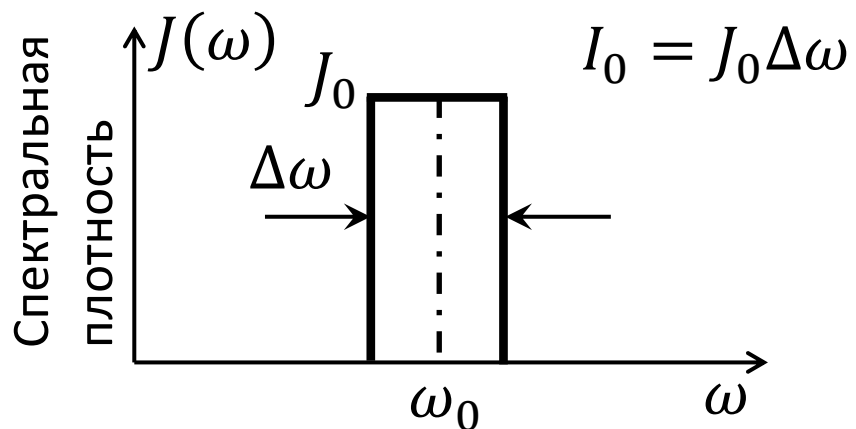
Интенсивность:

$$I(\tau) = 2I_0[1 + |\gamma(\tau)| \cos(\omega_0\tau + \varphi_0(\tau))]$$

Видность: $V = |\gamma(\tau)|$ $\tau = \frac{\Delta L}{c}$

Видность интерференционной картины в квазимонохроматическом свете. Пример 1

Спектр в виде прямоугольника:



$$\tilde{\omega} = \omega - \omega_0,$$

$$\gamma(\tau) = \frac{J_0}{I_0} \int_{-\Delta\omega/2}^{\Delta\omega/2} e^{i\tilde{\omega}\tau} d\tilde{\omega} = \frac{\sin(\Delta\omega\tau/2)}{\Delta\omega\tau/2}$$

Видность:

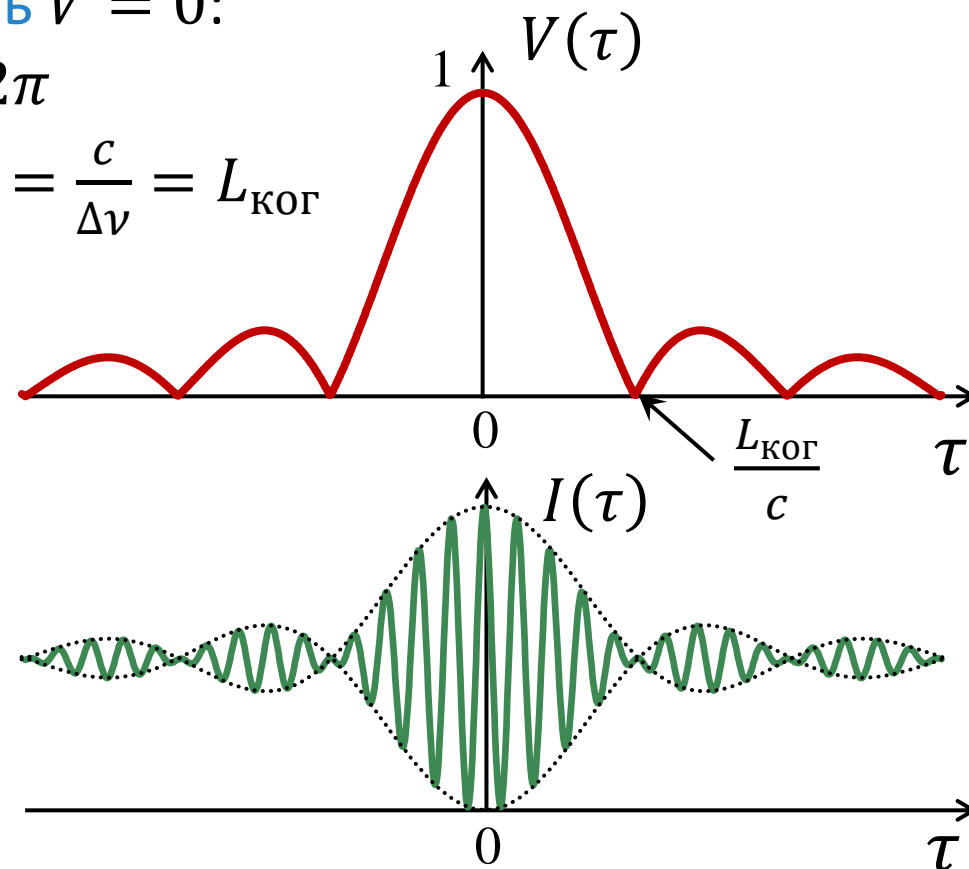
$$V(\tau) = \left| \frac{\sin(\Delta\omega\tau/2)}{\Delta\omega\tau/2} \right|$$

$$\tau = \frac{\Delta L}{c}$$

Видность $V = 0$:

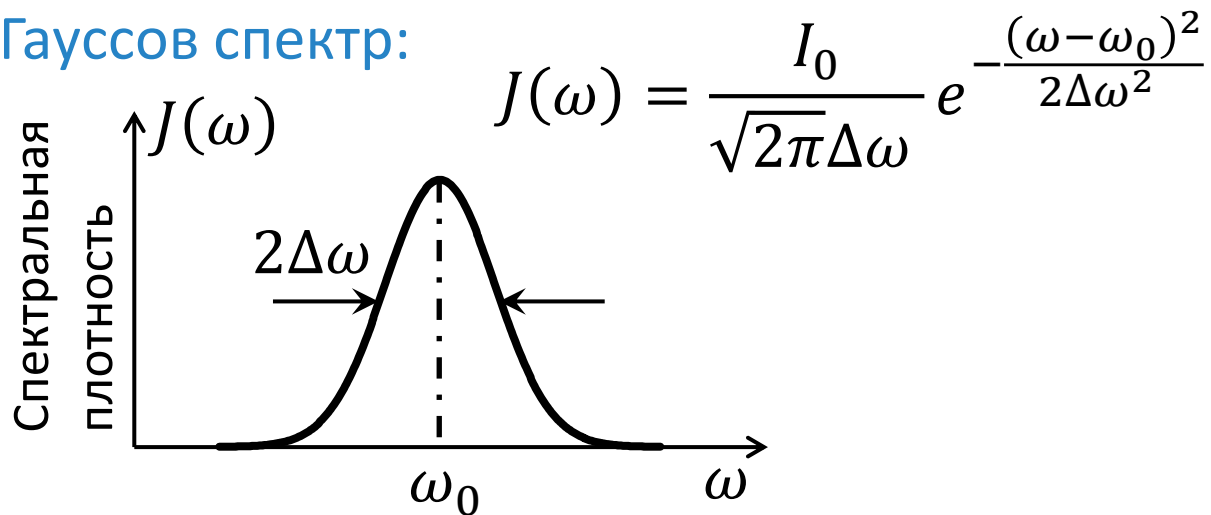
$$\Delta\omega\tau = 2\pi$$

$$\Delta L = c\tau = \frac{c}{\Delta\nu} = L_{\text{ког}}$$



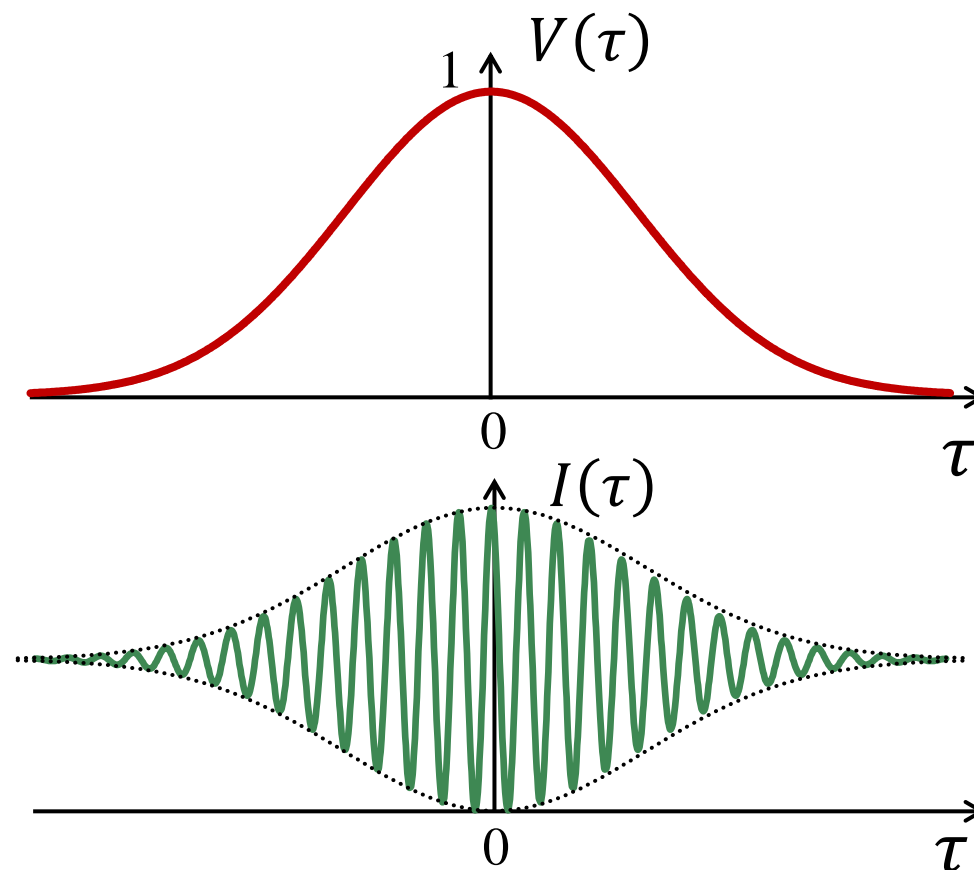
Видность интерференционной картины в квазимонохроматическом свете. Пример 2

Гауссов спектр:



$$\gamma(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Delta\omega} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\tilde{\omega}^2}{2\Delta\omega^2}} e^{i\tilde{\omega}\tau} d\tilde{\omega} = e^{-\Delta\omega^2\tau^2/2}$$

Видность: $V(\tau) = e^{-\Delta\omega^2\tau^2/2}$ $\tau = \frac{\Delta L}{c}$



Пример интерференционной картины в опыте Юнга



Интерференционная картина как функция когерентности. Теорема Винера-Хинчина

Интерференция двух волн в квазимонохроматическом свете: $E = E_1 + E_2$

Интенсивность света в заданной точке: $I = \overline{E(t)E^*(t)}$

Обе волны предполагаются равной интенсивности: $I_0 = \overline{E_1(t)E_1^*(t)} = \overline{E_2(t)E_2^*(t)}$

Интенсивность света в интерференционной картине: $I = 2I_0 + 2\operatorname{Re}\overline{E_1(t)E_2^*(t)}$

Функция когерентности: $\hat{\Gamma}(\tau) = \overline{E_1(t)E_2^*(t)}$ \Rightarrow $I = 2I_0 + 2\operatorname{Re}\hat{\Gamma}(\tau)$

Теорема Винера-Хинчина:

$$\hat{\Gamma}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} J(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega$$