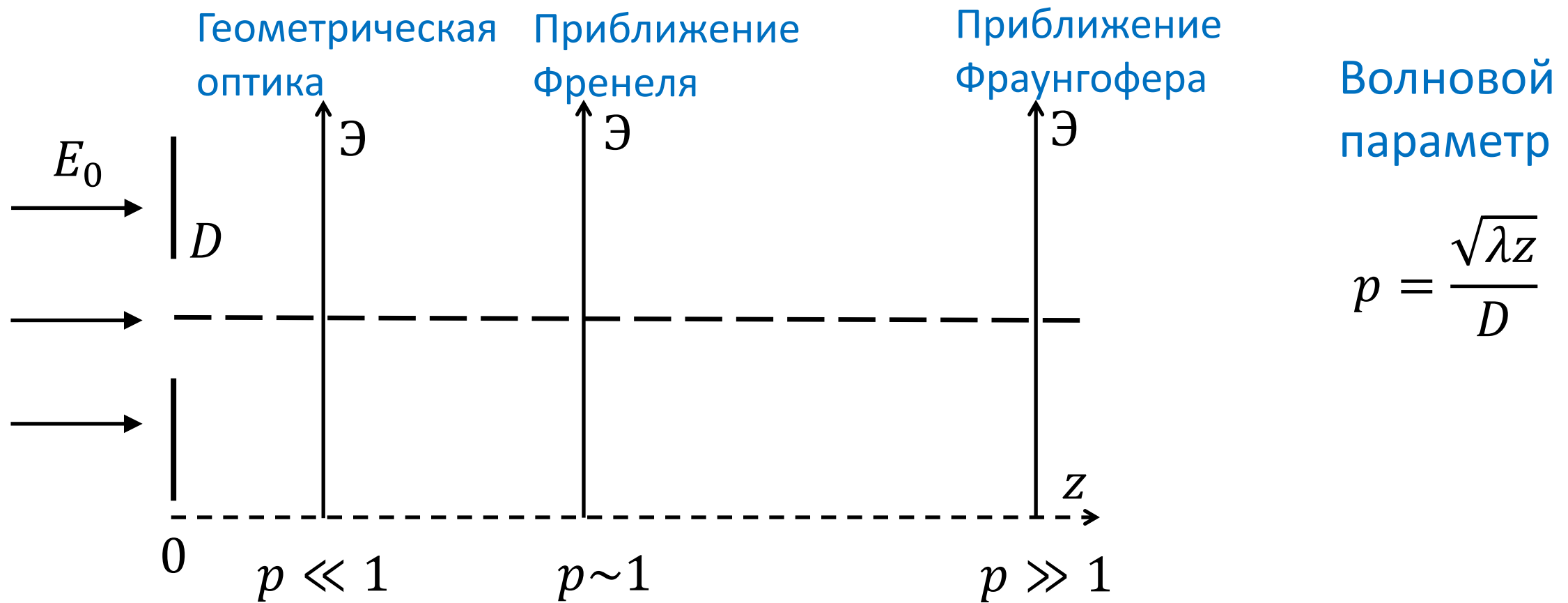




Дифракция Френеля

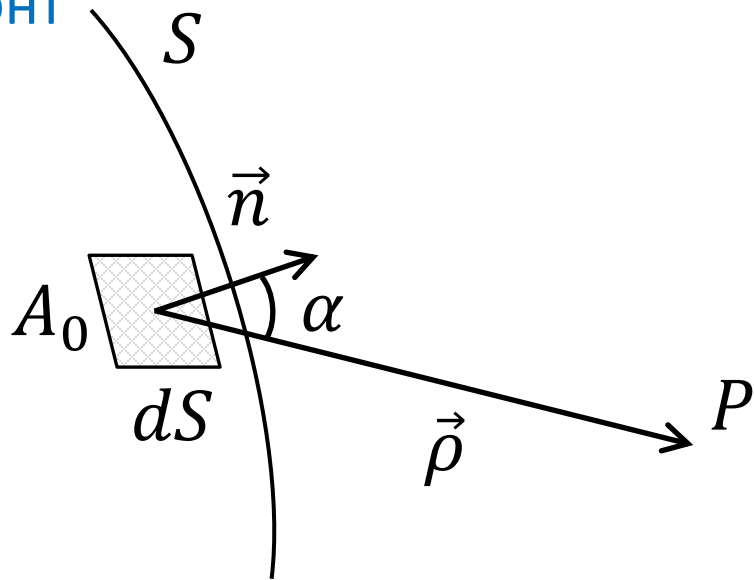
ЛЕКЦИЯ 5

Дифракция на плоских объектах



Принцип Гюйгенса-Френеля

Волновой фронт



Световое поле от малого участка волнового фронта (площадью dS) представляет собой сферическую волну:

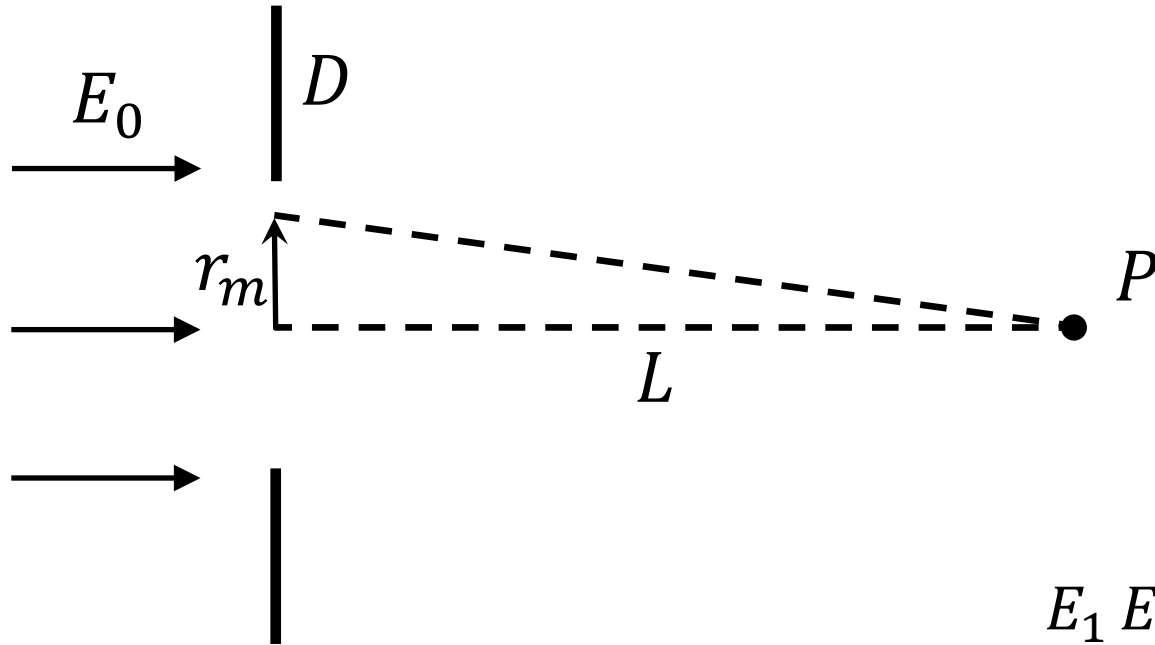
$$dE_P = K(\alpha) A_0 \frac{e^{ik\rho}}{\rho} dS$$

Суммарное световое поле в точке P :

$$E_P = \int_S K(\alpha) A_0 \frac{e^{ik\rho}}{\rho} dS$$

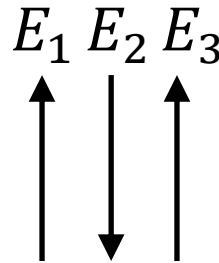
Коэффициент: $K(\alpha) = \frac{1 + \cos \alpha}{2i\lambda}$

Дифракция на объектах с осевой симметрией. Зоны Френеля



Поле в точке P :

$$E_P = E_1 + E_2 + E_3 + \dots$$



Разность хода до границы m -й зоны:

$$\Delta L = \sqrt{L^2 + r_m^2} - L \approx \frac{r_m^2}{2L} = m \frac{\lambda}{2}$$

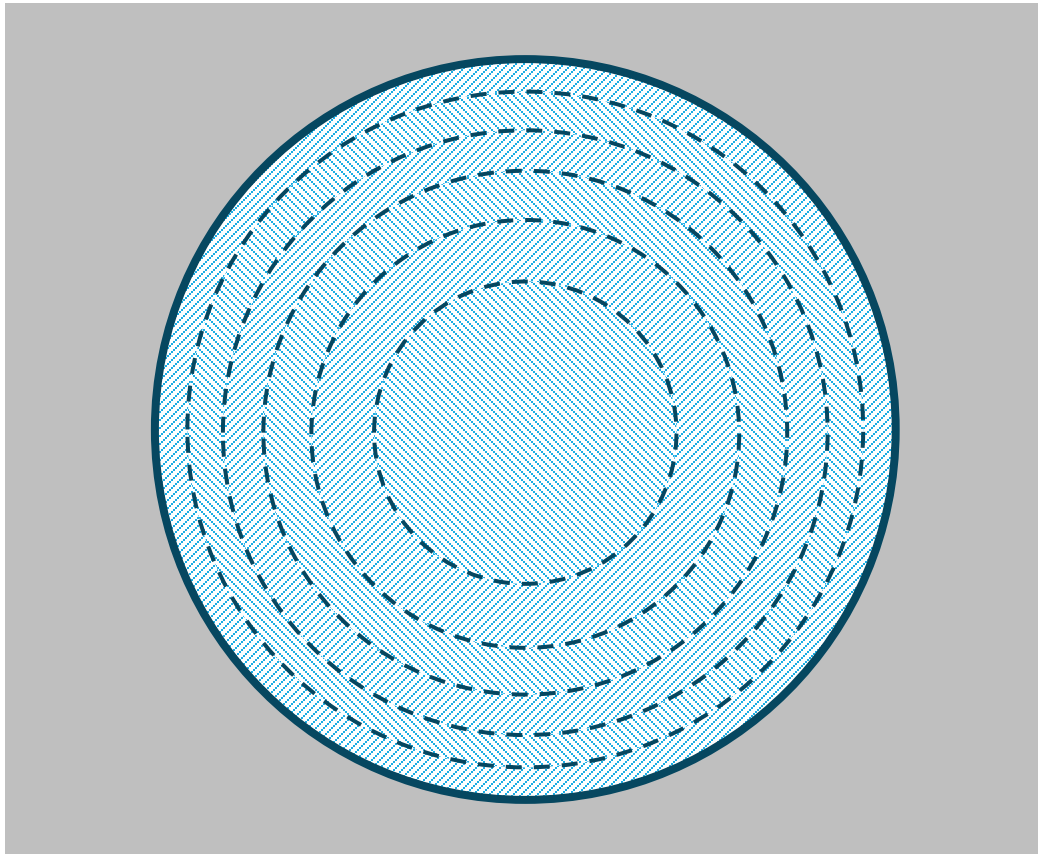
Радиус зон Френеля:

$$r_m = \sqrt{m\lambda L}, \quad m = 1, 2, 3 \dots$$

Площадь зон Френеля:

$$S_m = \pi(r_m^2 - r_{m-1}^2) = \pi\lambda L$$

Зоны Френеля при дифракции на круглом отверстии



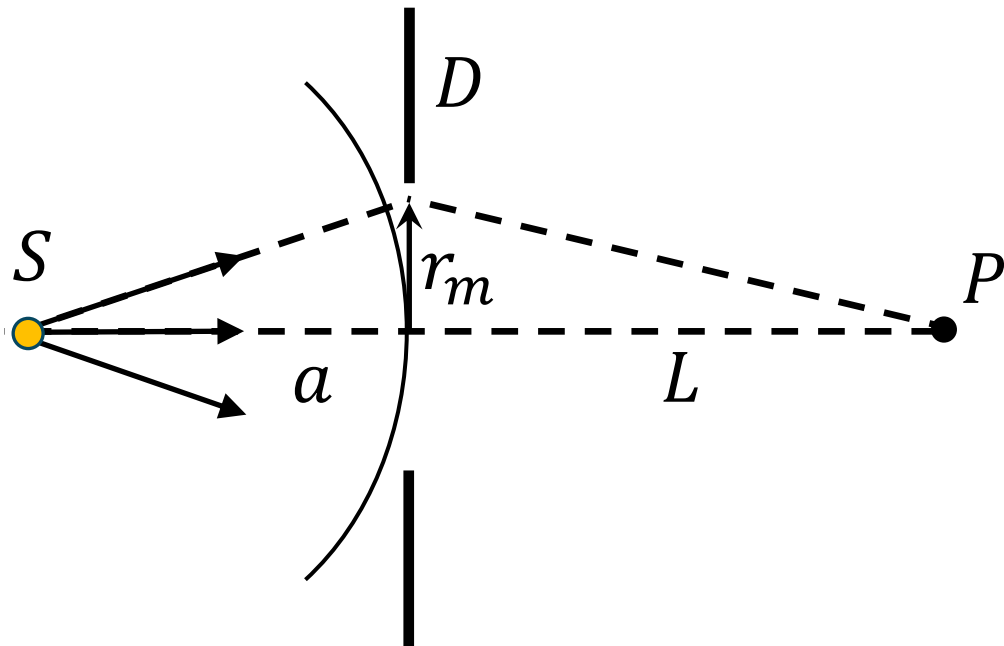
Радиус зон Френеля:

$$r_m = r_1 \sqrt{m}, \quad m = 2, 3 \dots$$

Площадь зон Френеля:

$$S_m = \pi \lambda L = \text{const}$$

Зоны Френеля при освещении объекта расходящейся световой волной



Разность хода до границы m -й зоны:

$$\Delta L = \frac{r_m^2}{2L} + \frac{r_m^2}{2a} = m \frac{\lambda}{2}$$

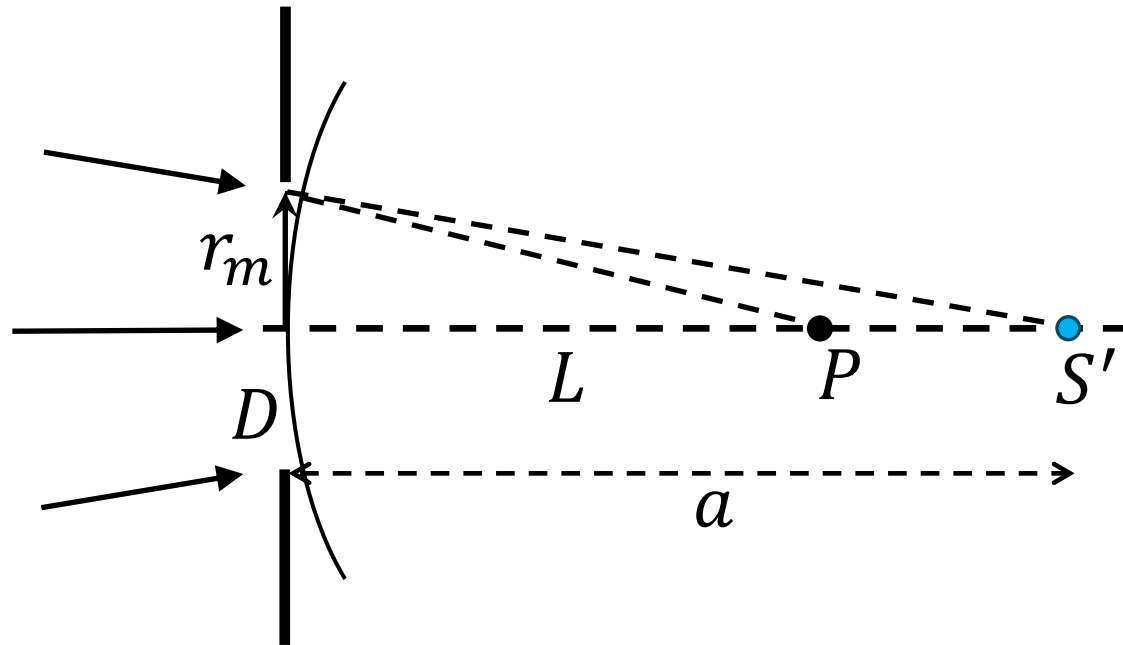
Радиус зон Френеля:

$$r_m = \sqrt{m\lambda \frac{aL}{a+L}}, \quad m = 1, 2, 3 \dots$$

Площадь зон Френеля:

$$S_m = \pi(r_m^2 - r_{m-1}^2) = \pi\lambda \frac{aL}{a+L}$$

Зоны Френеля при освещении объекта сходящейся световой волной



Разность хода до границы m -й зоны:

$$\Delta L = \frac{r_m^2}{2L} - \frac{r_m^2}{2a} = m \frac{\lambda}{2}$$

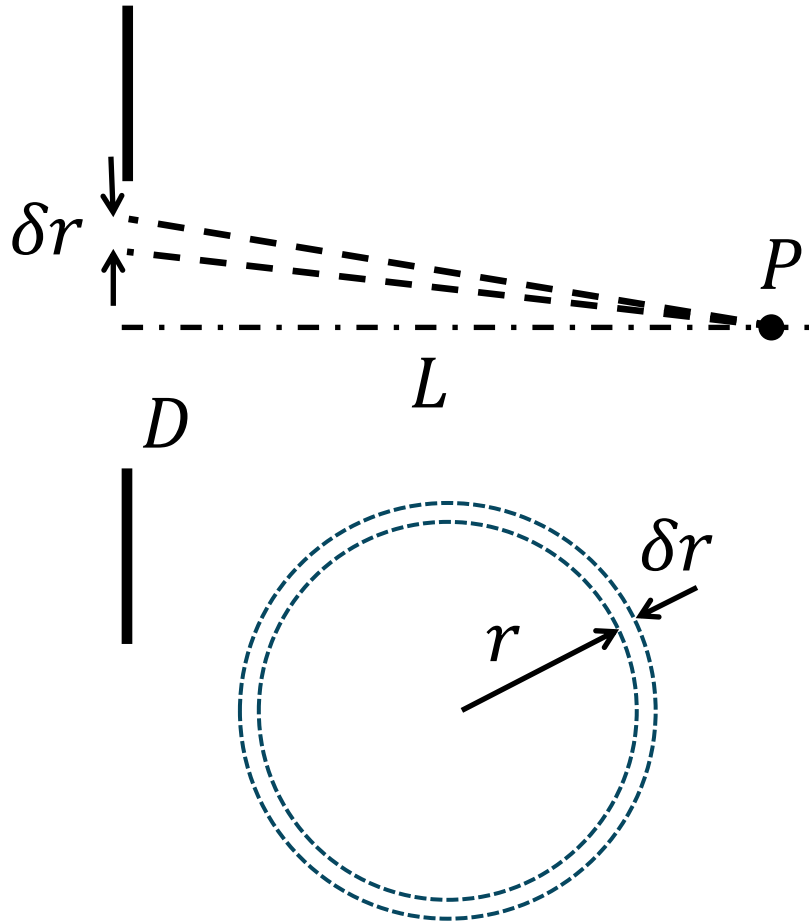
Радиус зон Френеля:

$$r_m = \sqrt{m\lambda \frac{aL}{a-L}}, \quad m = 1, 2, 3 \dots$$

Площадь зон Френеля:

$$S_m = \pi(r_m^2 - r_{m-1}^2) = \pi\lambda \frac{aL}{a-L}$$

Разбиение зон Френеля на подзоны



Разность хода от границ подзоны:

$$\delta L = \delta \left(\frac{r^2}{2L} \right) = \frac{r \delta r}{L} = \frac{\lambda}{2N}, \quad \text{где } N - \text{число подзон}$$

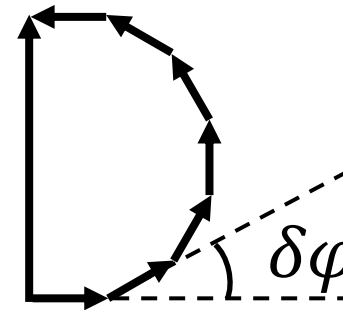
Разность фаз: $\delta \varphi = k \delta L = \pi / N$

Площадь подзон: $\delta S = 2\pi r \delta r = \pi \lambda L / N$

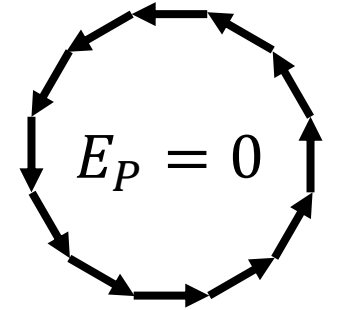
Поле в точке P:

1-я зона

$$E_P = E_1$$



1-я и 2-я зоны

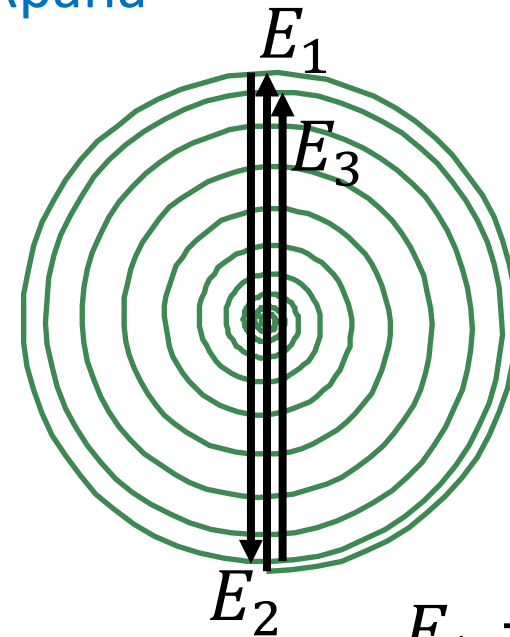
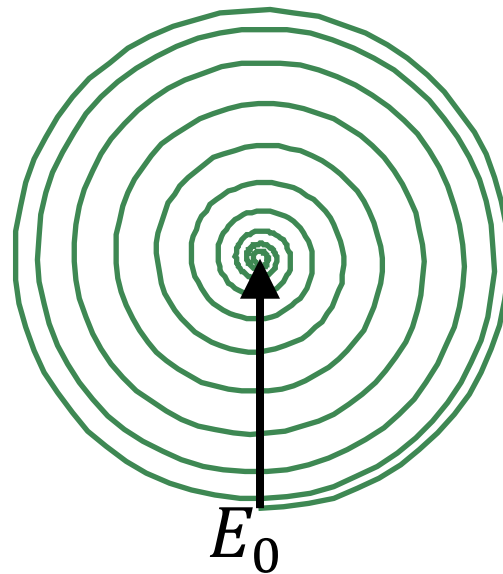
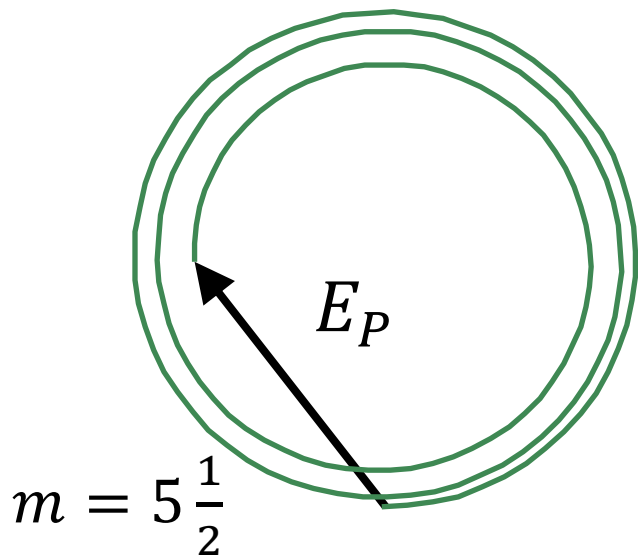


$$E_P = 0$$

Спираль Френеля

Число подзон $N \rightarrow \infty$
Поле в точке P :

Если все зоны открыты, то $E_P = E_0$,
где E_0 - поле в отсутствие экрана

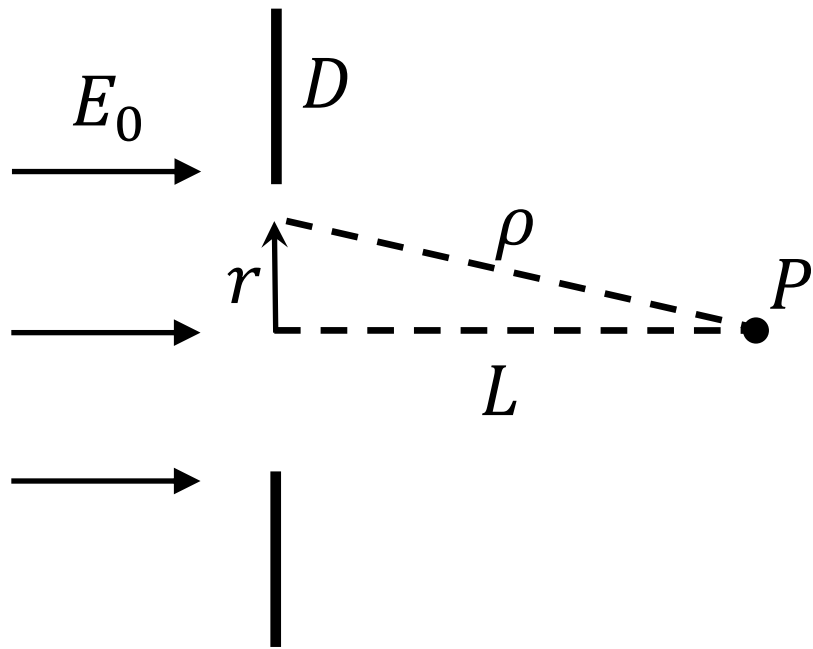


$$E_1 = 2E_0$$

$$E_1 = E_2 = E_3 = \dots$$

Сжатие спирали происходит за счет коэффициента $K(\alpha)$ в формуле для поля E_P в точке P (слайд 3)

Дифракция Френеля на круглом отверстии в параксиальном приближении



$$\rho^2 = r^2 + L^2 \Rightarrow \rho d\rho = r dr$$

$$\rho_{\max} = L + R^2/2L, \text{ где } R = D/2$$

Суммарное световое поле в точке P :

$$E_P = \int_S K(\alpha) E_0 \frac{e^{ik\rho}}{\rho} dS$$

В параксиальном приближении $K(\alpha) \approx K(0) = \frac{1}{i\lambda}$:

$$E_P = \frac{E_0}{i\lambda} \int_S \frac{e^{ik\rho}}{\rho} 2\pi r dr = \frac{2\pi E_0}{i\lambda} \int_L^{\rho_{\max}} e^{ik\rho} d\rho$$

$$E_P = E_0 (e^{ikL} - e^{ik\rho_{\max}})$$

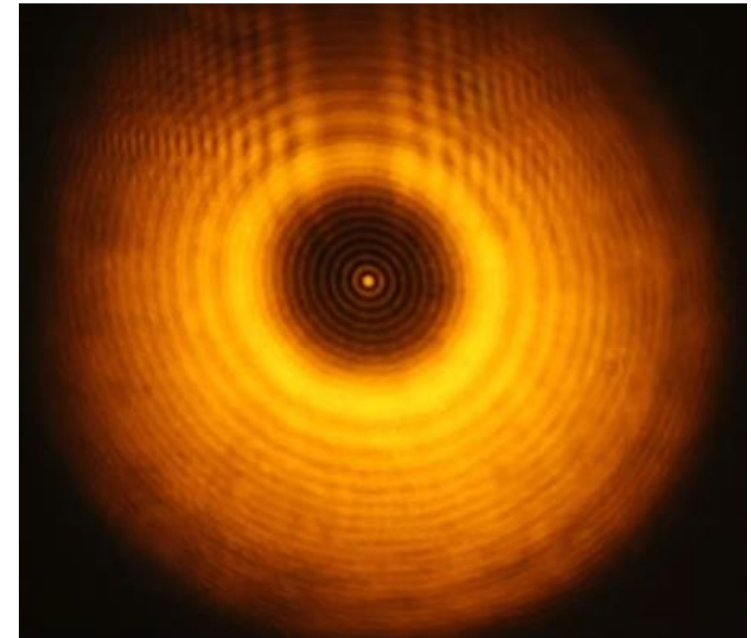
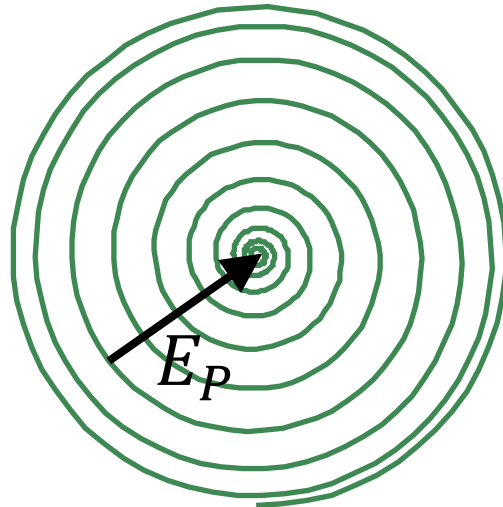
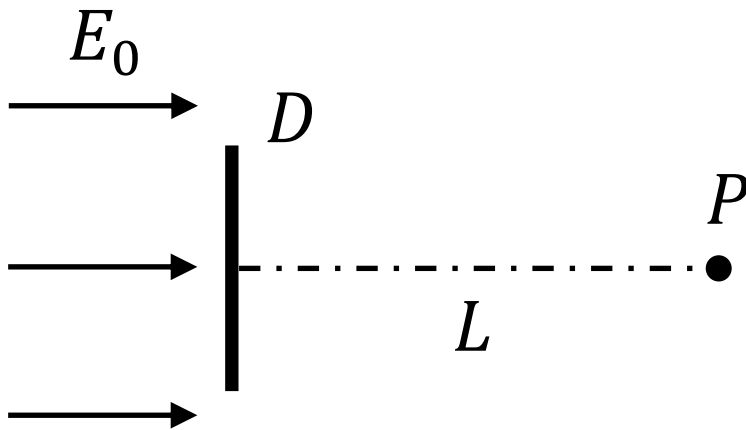
Интенсивность света в точке P :

$$I_P = 2I_0 [1 - \cos(kL - k\rho_{\max})]$$

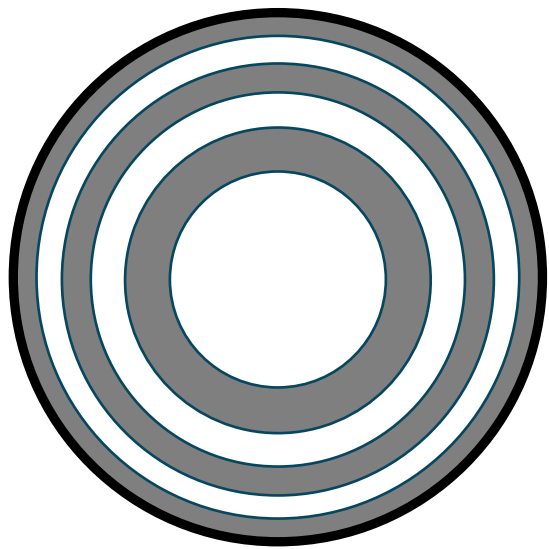
$$I_P = 4I_0 \sin^2 \left(\frac{\pi R^2}{2\lambda L} \right)$$

Дифракция Френеля на круглом диске. Пятно Пуассона

Открыты все зоны, кроме
нескольких первых: $E_P \approx E_0$



Зонные пластинки

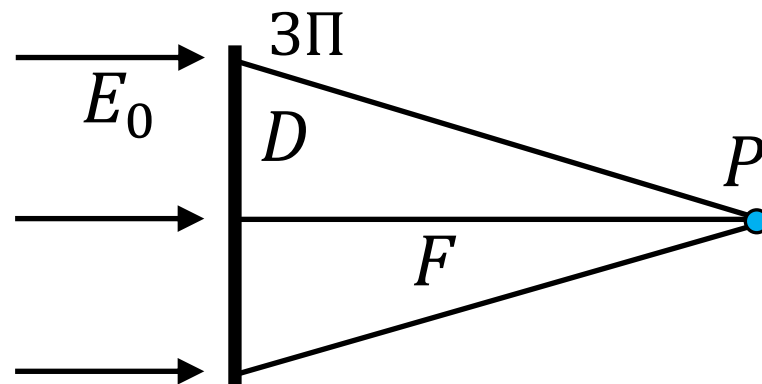


Радиусы зон Френеля:

$$r_m = r_1 \sqrt{m}, \quad m = 2, 3 \dots$$

$$r_1 = \sqrt{\lambda F}$$

Фокусирующее свойство зонной пластинки:

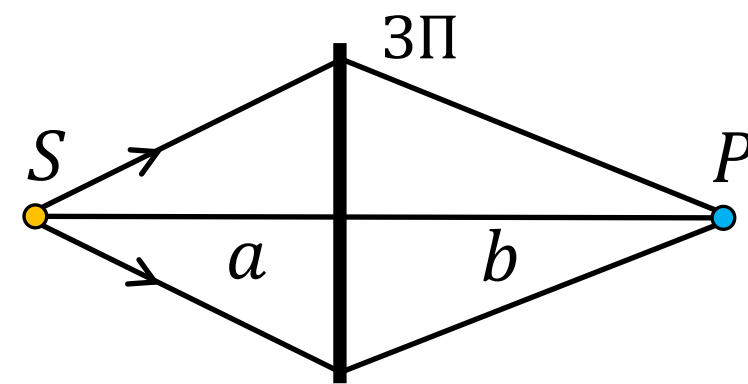


Фокусное расстояние:

$$F = \frac{r_1^2}{\lambda}$$

Световое поле в фокусе:

$$E_P = 2E_0 \frac{m}{2} = E_0 m, \text{ где } m = \frac{D^2}{4r_1^2}$$

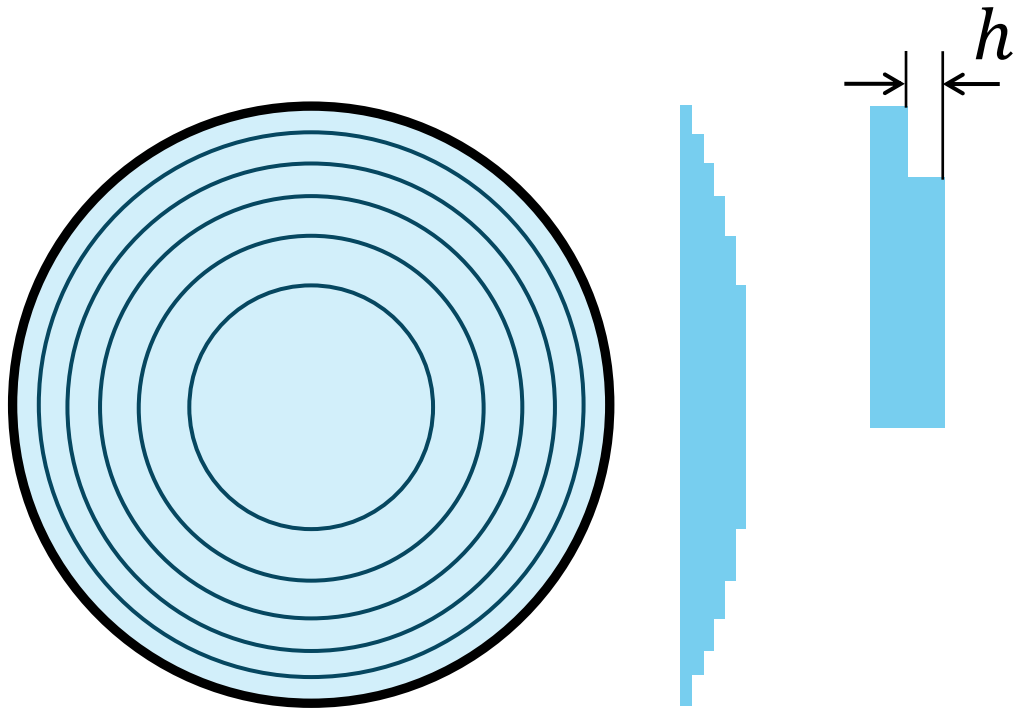


Зоны Френеля совпадают с зонами зонной пластинки:

$$r_m = \sqrt{m\lambda \frac{ab}{a+b}} = \sqrt{m\lambda F} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$$

Линза Френеля (фазовая зонная пластинка)



Излучение от всех зон Френеля
складывается в фазе

Высота ступеньки:

$$h(n - 1) = \frac{\lambda}{2}$$

Световое поле в фокусе:

$$E_P = 2E_0 m, \text{ где } m = \frac{D^2}{4r_1^2}$$

Интенсивность света
в фокусе:

$$I_P = I_0 \frac{D^4}{4r_1^4} \sim D^4$$



Линза Френеля на маяках

Линза Френеля маяка Сплит-Рок в гавани Миннесоты

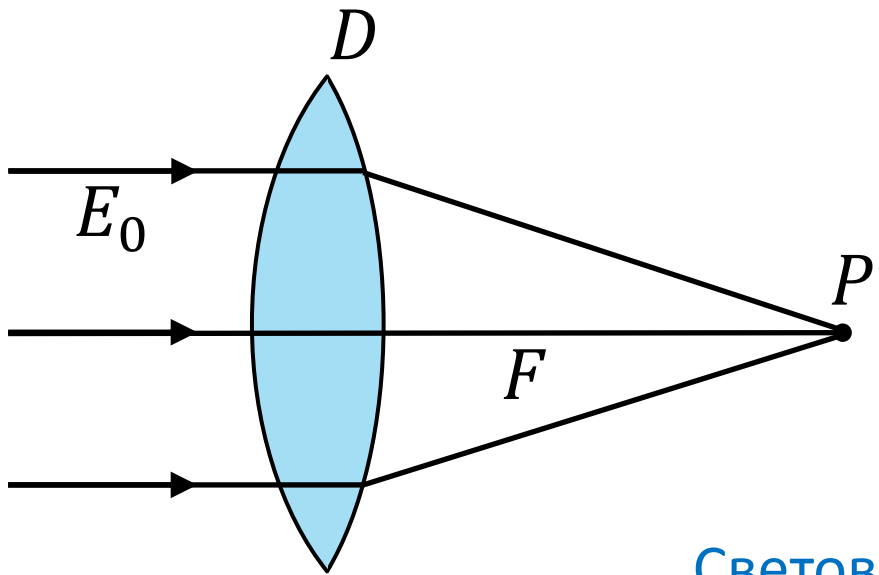


Линза на маяке Сескар в Ленинградской области



Каждая зона Френеля собирается из отдельных пластин

Сферическая линза в рамках дифракции Френеля



Световое поле без линзы:



Световое поле с линзой (все лучи
приходят в одной фазе):



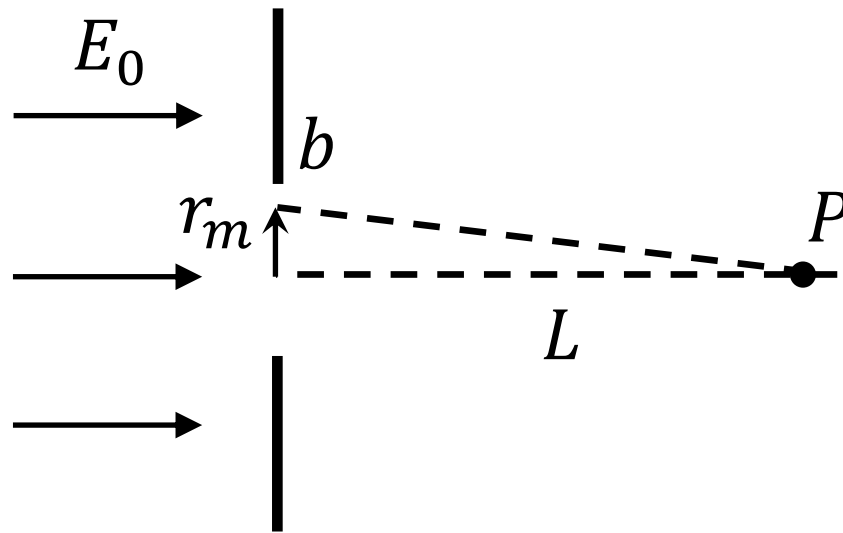
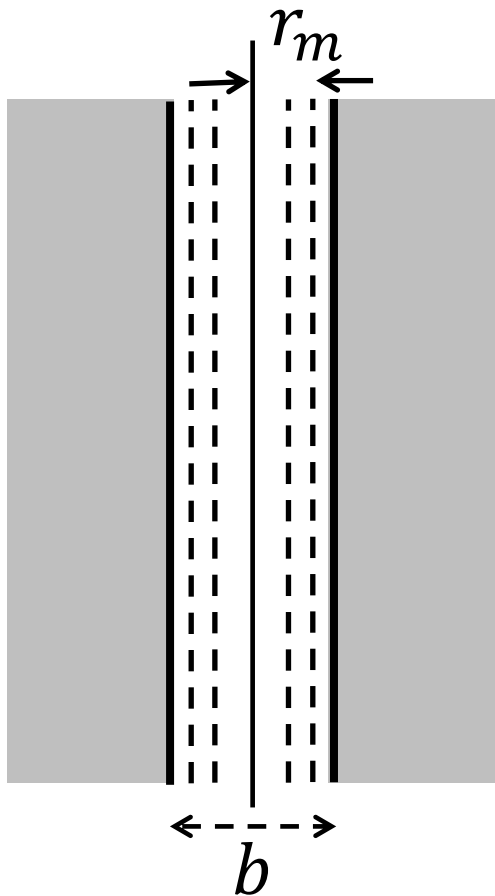
Световое поле в фокусе: $E_P = \pi E_0 m$, где $m = \frac{D^2}{4\lambda F}$

Интенсивность света в фокусе: $I_P = I_0 \left(\frac{\pi D^2}{4\lambda F} \right)^2 \sim D^4$

Дифракция на одномерных объектах.

Зоны Шустера

Щелевая диафрагма



Разность хода до границы
 m -й зоны: $\Delta L = \frac{r_m^2}{2L} = m \frac{\lambda}{2}$

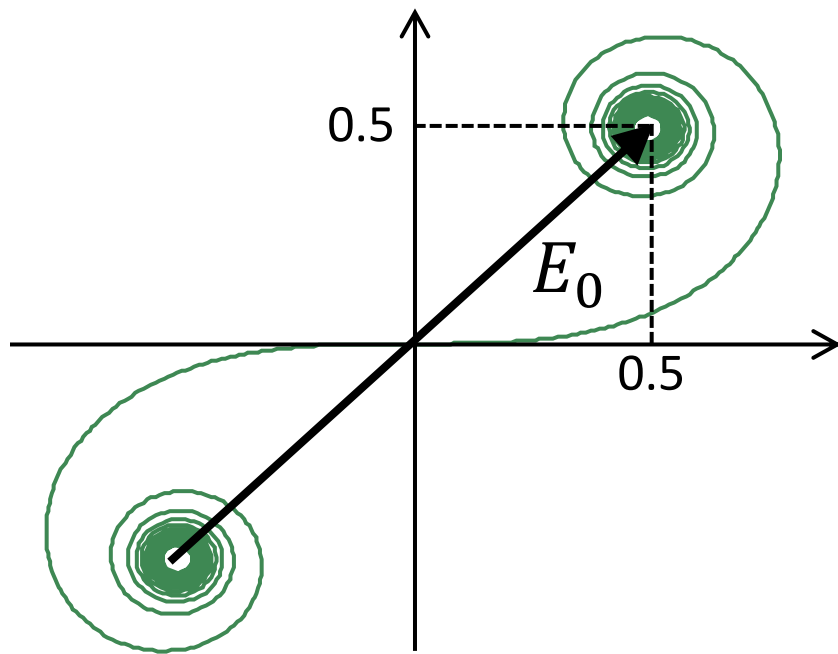
Радиус зон Шустера:

$$r_m = \sqrt{m\lambda L}, \quad m = 1, 2, 3 \dots$$

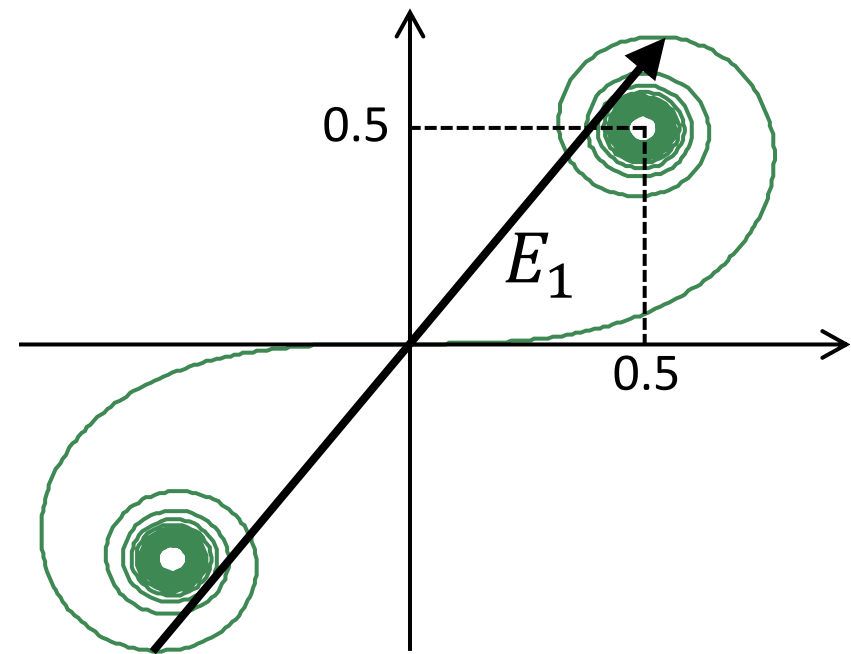
Площадь зон Шустера
зависит от номера m

Спираль Корню

Если все зоны открыты, то $E_P = E_0$,
где E_0 - поле в отсутствие экрана



Щелевая диафрагма открывает 1-ю
зону Шустера: $E_P = E_1$



Дифракция на краю экрана

