

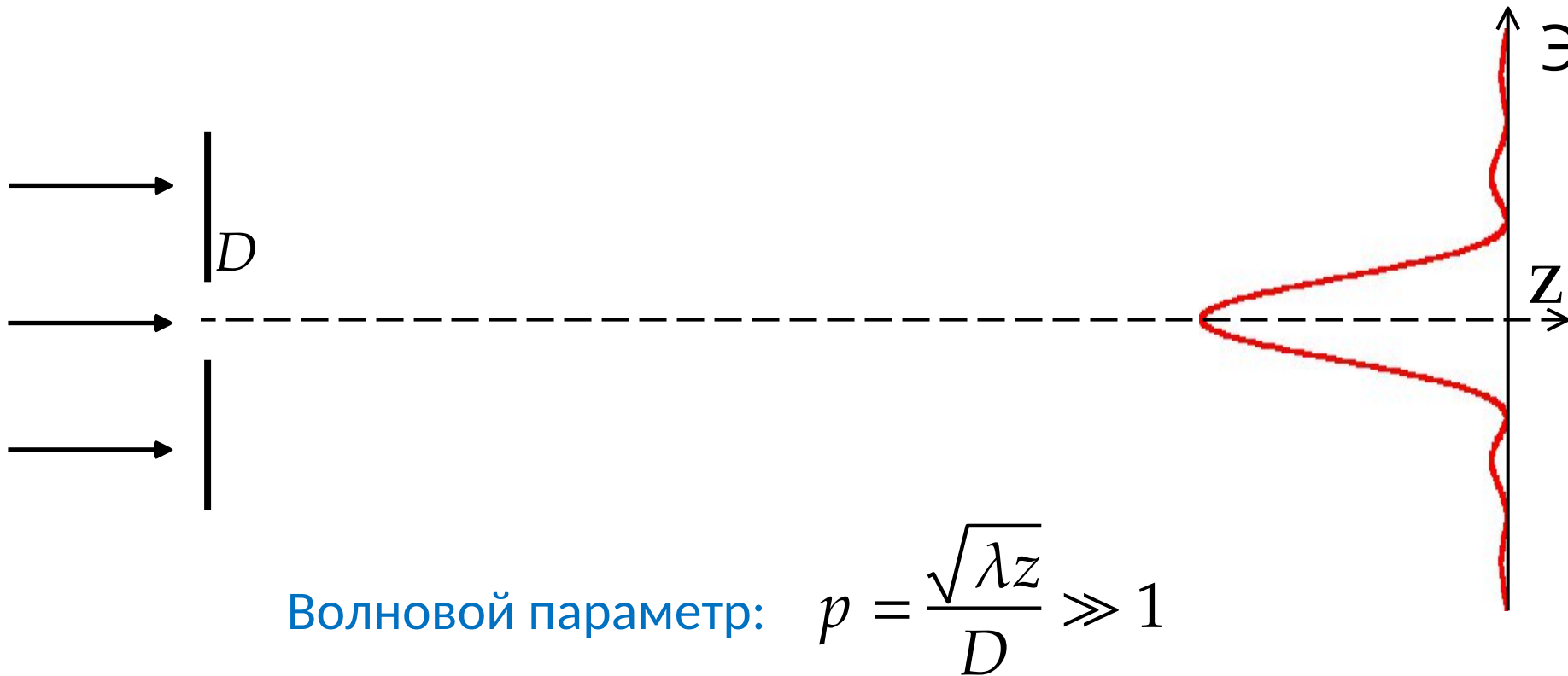


Дифракция Фраунгофера

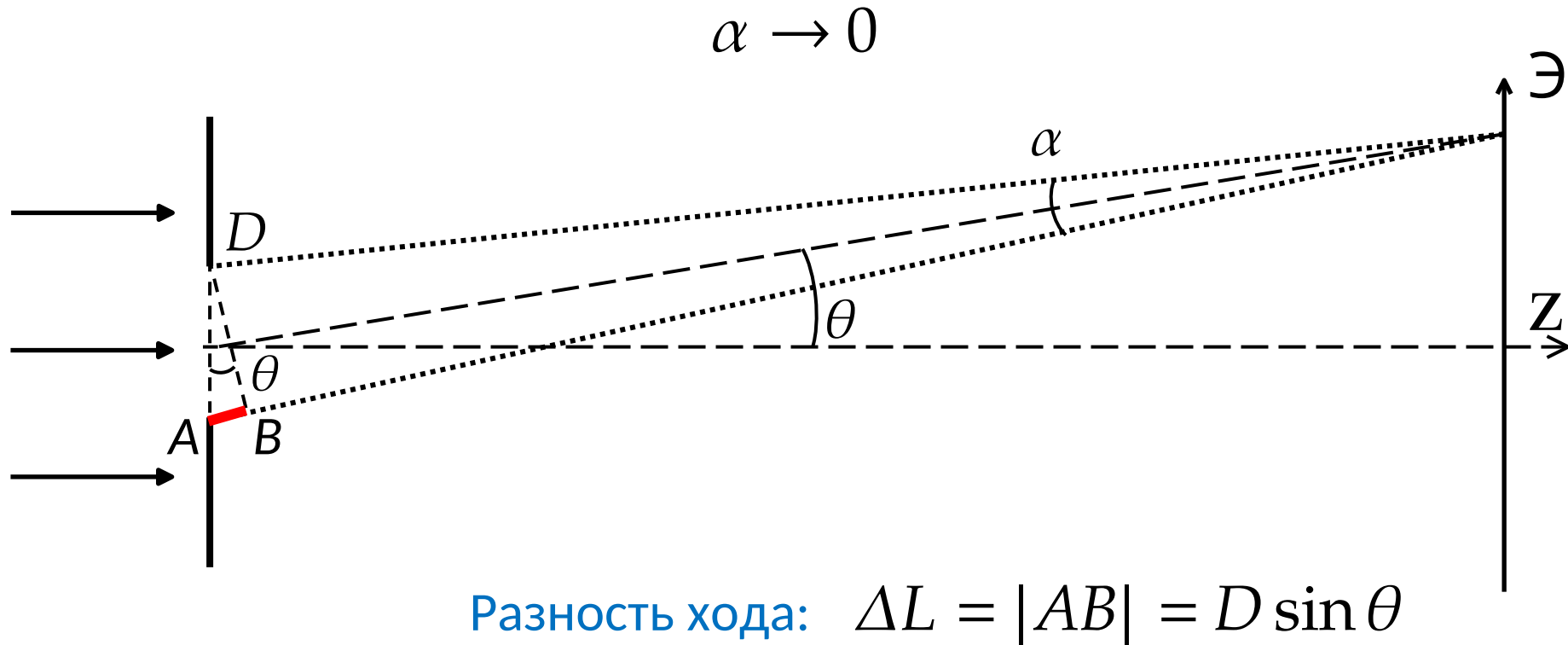
ЛЕКЦИЯ 6

Картина дифракции Фраунгофера на удаленном экране

Дифракция Фраунгофера

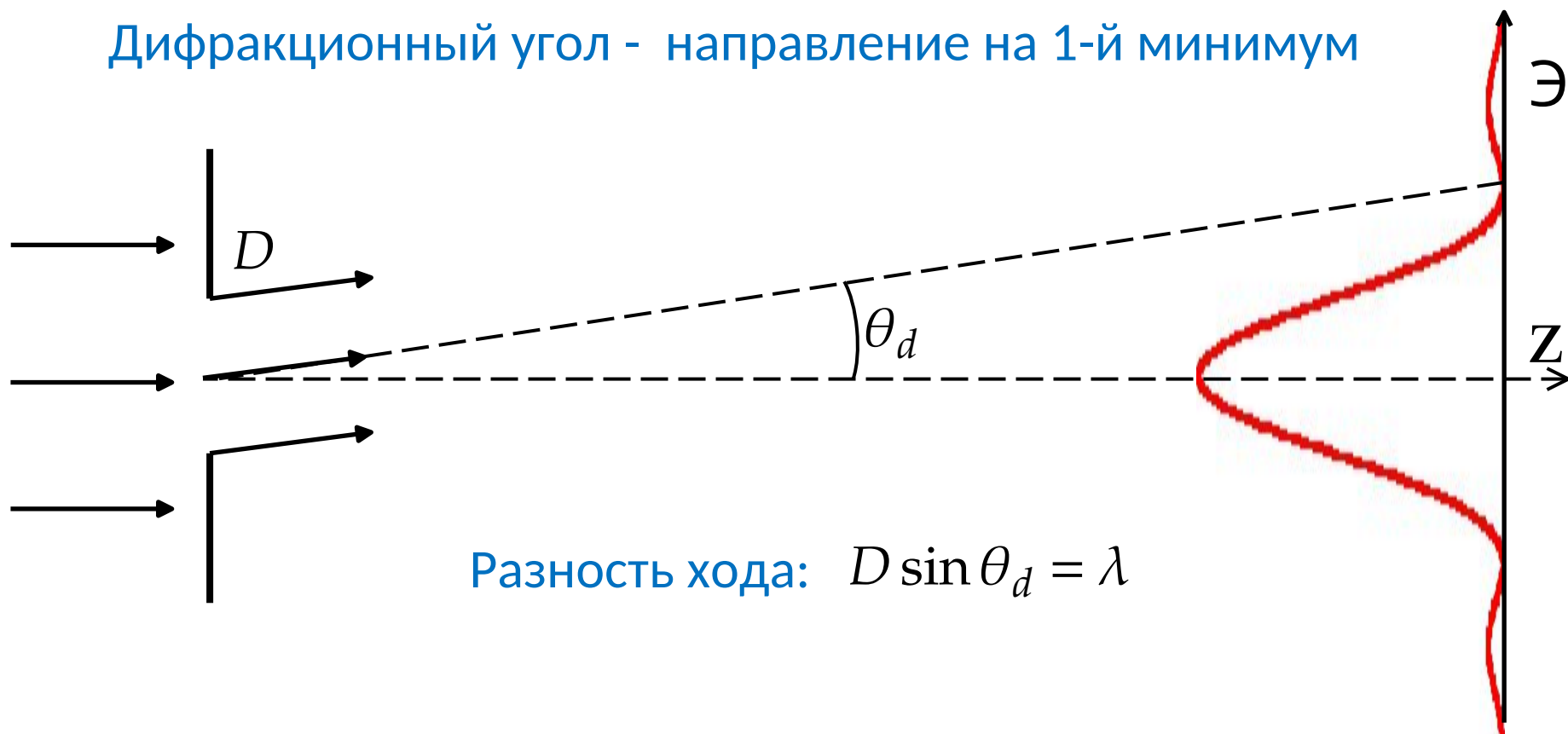


Дифракции Фраунгофера – дифракция в параллельных лучах



Дифракционный угол при дифракции Фраунгофера

Дифракционный угол - направление на 1-й минимум



Разность хода: $D \sin \theta_d = \lambda$

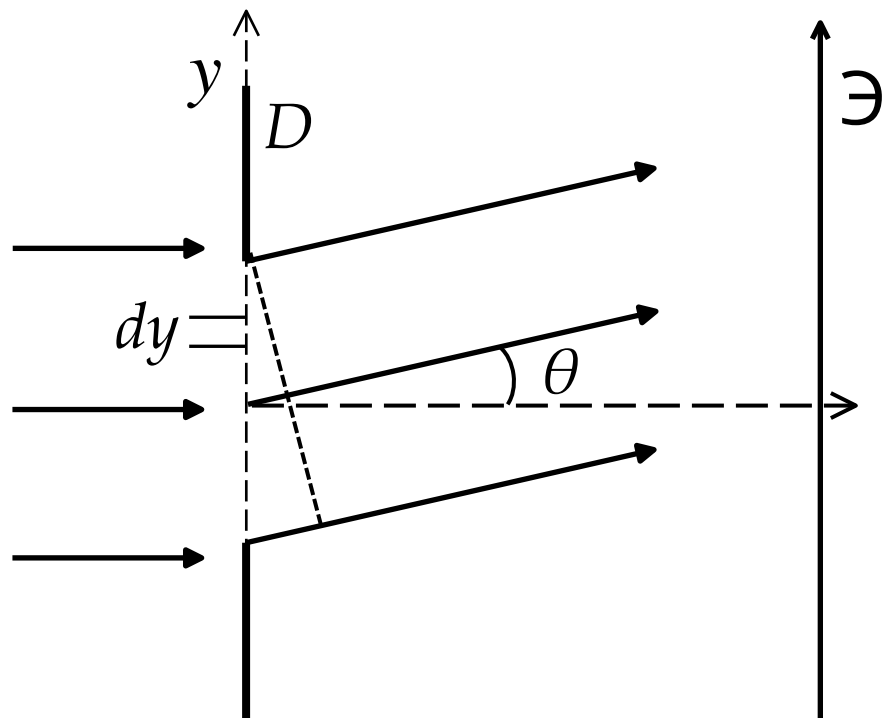
Дифракционный угол:

$$\theta_d = \frac{\lambda}{D}$$

Для круглого отверстия:

$$\theta_d = \frac{1.22\lambda}{D}$$

Интенсивность света при дифракции Фраунгофера на щелевой диафрагме



1-й минимум: $uD/2 = \pi \Rightarrow \sin \theta = \frac{\lambda}{D}$

Световое поле по принципу Гюйгенса-Френеля:

$$E = \int_S K(\alpha) A_0 \frac{e^{ik\rho}}{\rho} dS$$

Световое поле в точке наблюдения от элемента поверхности dy :

$$dE = E_0 e^{ik_y y} \frac{dy}{D}, \quad \text{где } k_y = k \sin \theta \equiv u$$

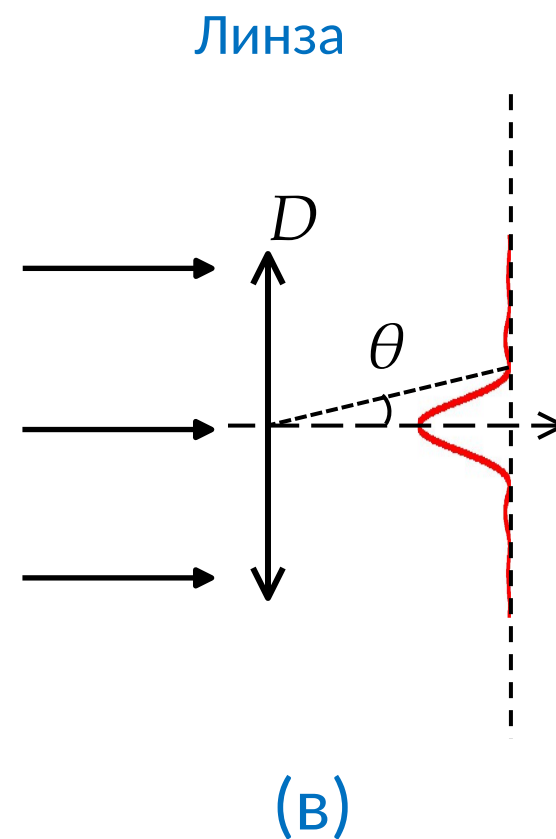
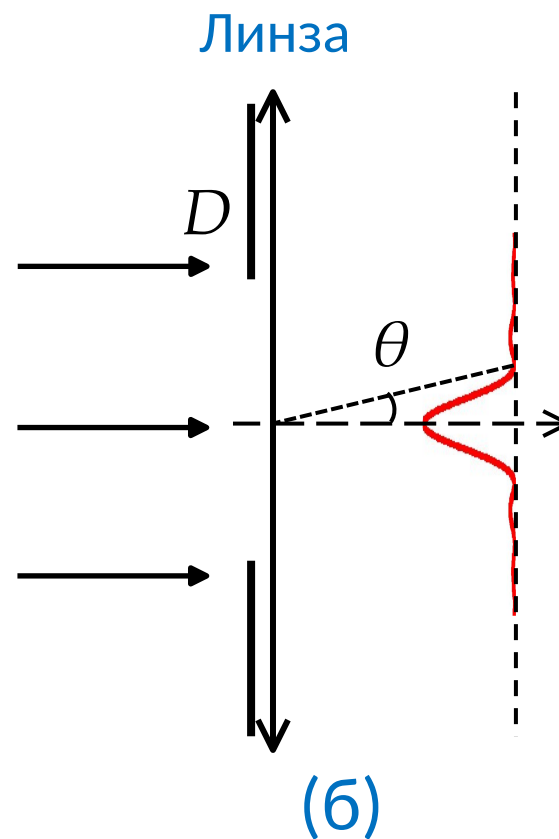
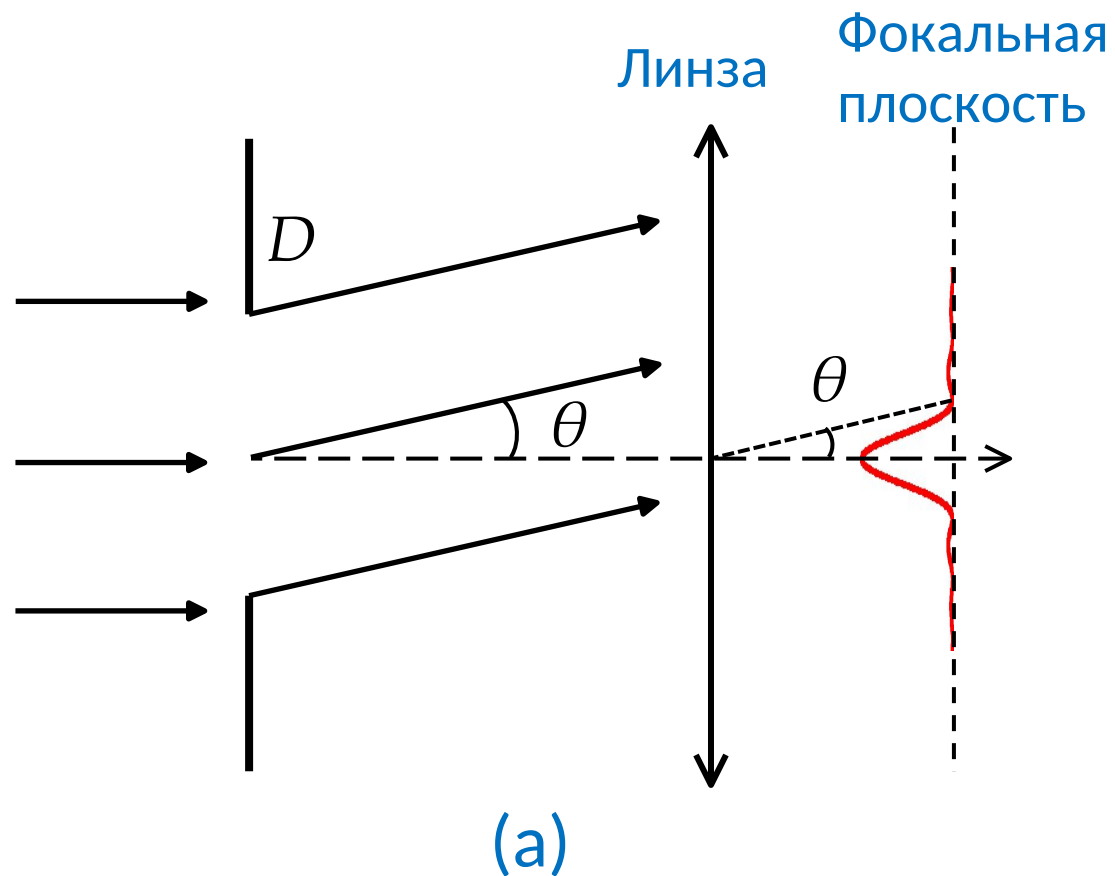
Суммарное световое поле:

$$E(\theta) = E_0 \int_{-D/2}^{D/2} e^{ik_y y} \frac{dy}{D} = E_0 \frac{\sin(uD/2)}{uD/2}$$

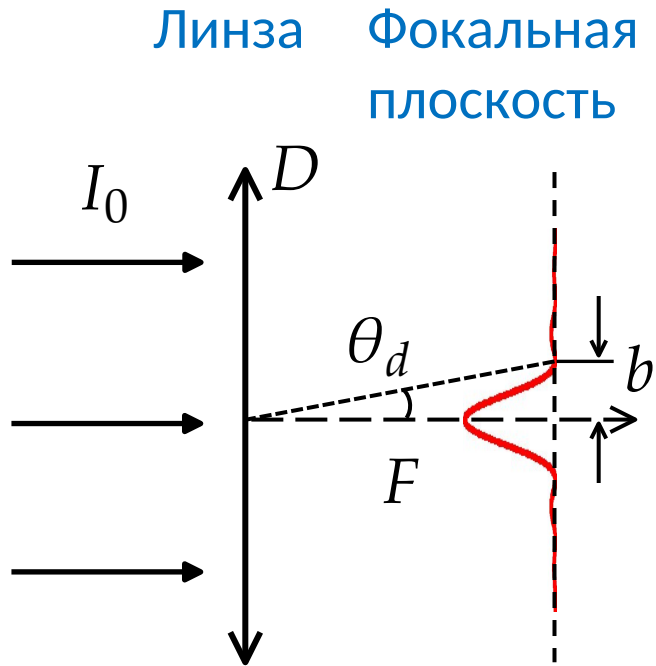
Интенсивность света в дифракционной картине:

$$I(\theta) = I_0 \frac{\sin^2(uD/2)}{(uD/2)^2} \quad \text{где } u = k \sin \theta$$

Дифракция Фраунгофера в фокальной плоскости линзы



Размер фокуса и интенсивность света в фокусе линзы



Размер фокального пятна:

$$b = F\theta_d = \frac{1.22\lambda}{D}F$$

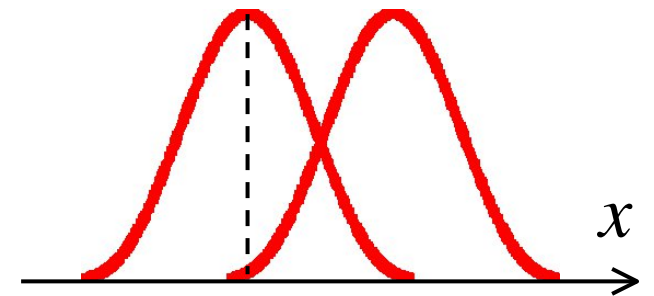
Интенсивность света в фокусе линзы:

$$\pi b^2 I = \pi \frac{D^2}{4} I_0$$

$$I = I_0 \left(\frac{D^2}{2.44\lambda F} \right)^2 \sim D^4$$

Разрешающая способность телескопа

Критерий разрешения
Релея:



$$\alpha F \geq \frac{1.22\lambda}{D} F$$

$$\alpha \geq \frac{1.22\lambda}{D}$$

Разрешающая
способность телескопа:

$$\alpha \geq \theta_d$$

Объектив

Окуляр

D

x

F

x

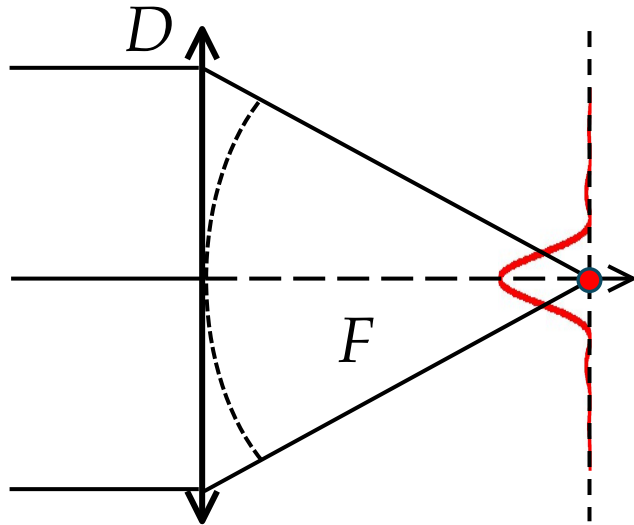
α

Удаленный
объект

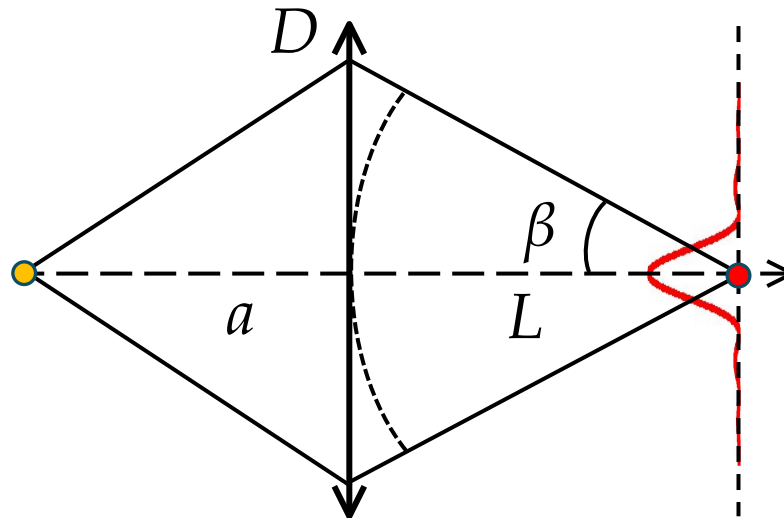
Угловой размер объекта должен
превышать дифракционный угол

Пятно Эйри

Линза



Линза



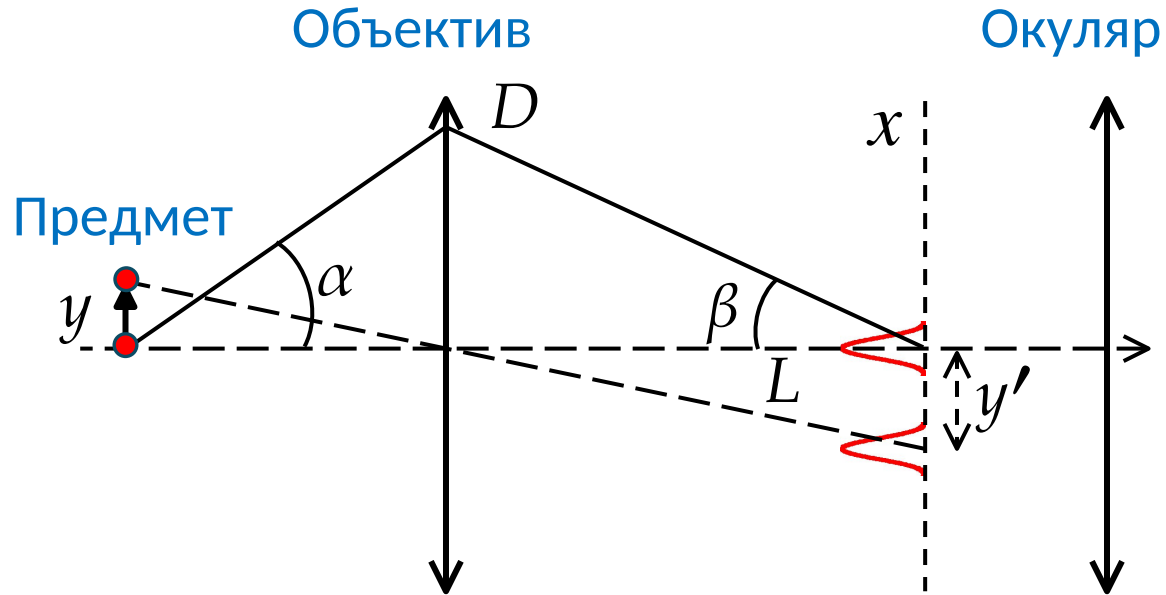
Размер пятна Эйри:

$$b = L\theta_d = \frac{1.22\lambda}{D}L$$

$$b = \frac{0.61\lambda}{\beta}$$

где $\beta = \frac{D}{2L}$

Разрешающая способность микроскопа



Апертура микроскопа: $a = \sin \alpha$

Условие синусов Аббе:

$$yn \sin \alpha = y' \sin \beta$$

Условие разрешения:

$$y' \geq b = \frac{0.61\lambda}{\beta}$$

Угол β в микроскопе мал: $\sin \beta \approx \beta$

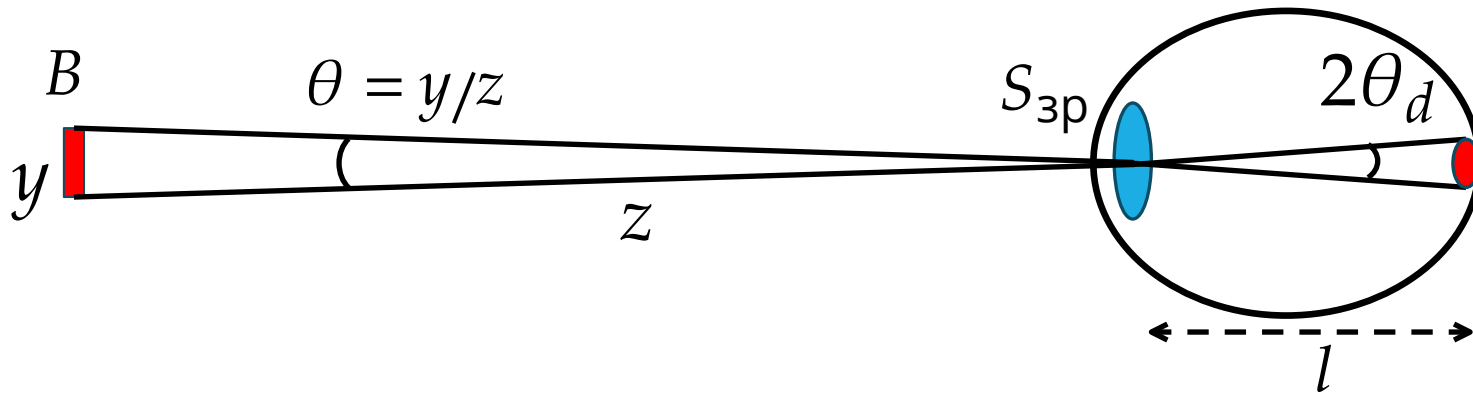
Разрешающая способность микроскопа:

$$y \geq \frac{0.61\lambda}{n \sin \alpha} \approx \lambda$$

Разрешающая способность глаза. Видимая яркость при больших расстояниях

Разрешающая способность глаза: $\theta_d = \frac{1.22\lambda}{d}$, где d - диаметр зрачка

При $\lambda = 500\text{нм}$, $d = 3\text{ мм}$: $\theta_d = 2 \cdot 10^{-4}$.



Световой поток:

$$\Phi = B \frac{\pi}{4} y^2 \frac{S_{zp}}{z^2} = \frac{\pi}{4} B \theta^2 S_{zp}$$

Освещенность:

$$E = \frac{\Phi}{\pi(\theta_d l)^2} = B \left(\frac{\theta}{2\theta_d} \right)^2 \frac{S_{zp}}{l^2}$$

Освещенность геометрического изображения ($\theta \gg \theta_d$): $E = B \Omega_{zp}$, где $\Omega_{zp} = \frac{S_{zp}}{l^2}$

Освещенность дифракционного изображения ($\theta \ll \theta_d$): $E = \left(\frac{\theta}{2\theta_d} \right)^2 B \Omega_{zp} \sim \frac{1}{z^2}$