

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа прикладной математики и информатики

Отчёт о выполнении лабораторной работы 3.1.3
Измерение магнитного поля земли

Автор:
Чикин Андрей Павлович
Б05-304

Долгопрудный, 2024

Цель работы: исследовать свойства постоянных неодимовых магнитов; измерить с их помощью горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение.

В работе используются: неодимовые магниты; тонкая нить для изготовления крутильного маятника; медная проволока; электронные весы; секундомер; измеритель магнитной индукции; штангенциркуль; брусок, линейка и штатив из немагнитных материалов; набор гирь и разновесов.

Теория

Магнитный диполь

Магнитный момент магнитного диполя может быть рассчитан по формуле:

$$\mathbf{m} = I\mathbf{S}$$

Поле точечного диполя:

$$\mathbf{B}_{\text{дип}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{3(\mathbf{m} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{m}}{r^3} \right)$$

Во внешнем магнитном поле с индукцией \mathbf{B} на точечный магнитный диполь \mathbf{m} действует механический момент сил

$$\mathbf{M} = [\mathbf{m}, \mathbf{B}]$$

При этом потенциальная энергия которой обладает диполь с постоянным \mathbf{m} , равна

$$W = -(\mathbf{m} \cdot \mathbf{B})$$

Когда диполь ориентирован вдоль внешнего поля, он находится в состоянии равновесия. При этом если $\mathbf{m} \uparrow\uparrow \mathbf{B}$, то равновесие устойчивое (минимум энергии), если $\mathbf{m} \uparrow\downarrow \mathbf{B}$, то равновесие неустойчивое (максимум энергии). В неоднородном поле на магнитный диполь действует сила:

$$\mathbf{F} = (\mathbf{m} \cdot \nabla)\mathbf{B},$$

В частности, проекция на ось x имеет вид

$$F_x = m_x \frac{\partial B_x}{\partial x} + m_y \frac{\partial B_x}{\partial y} + m_z \frac{\partial B_x}{\partial z}.$$

То есть магнитный диполь в неоднородном поле ориентируется вдоль силовых линий и втягивается в область сильного поля.

Сила, с которой взаимодействуют 2 магнита, оси которых сонаправлены:

$$F_{12} = m_1 \frac{\partial B_2}{\partial r} = m_1 \frac{\partial(2m_2/r^3)}{\partial r} = -\frac{6m_1 m_2}{r^4} \text{ (ед. СГС)}. \quad (1)$$

(при использовании системы СИ нужно домножить на $\mu_0/4\pi$). Здесь магниты притягиваются, если их магнитные моменты сонаправлены, и отталкиваются, если направлены противоположно.

Неодимовые магниты

В работе используются неодимовые магниты шарообразной формы. Магнитное поле намагниченного шара на расстояниях $r \geq R$ от центра шара совпадает с полем точечного магнитного диполя, расположенного в центре, магнитный момент \mathbf{m} которого совпадает с полным моментом шара. Внутри шара магнитное поле однородно и равно

$$\mathbf{B}_0 = \frac{\mu_0 \mathbf{m}}{2\pi R^3}$$

В качестве ещё одной характеристики материала магнита используют остаточную намагниченность \mathbf{M} .

$$\mathbf{m} = \mathbf{M}V,$$

где $V = \frac{4\pi}{3}R^3$ - объём магнита. Величину $\mathbf{B}_r = \mu_0 \mathbf{M}$ называют остаточной индукцией материала (в СГСЭ $B_r = 4\pi \mathbf{M}$). Из сказанного выше нетрудно видеть, что индукция \mathbf{B}_p на полюсах однородно намагниченного шара направлена по нормали к поверхности и совпадает поэтому с индукцией внутри шара $\mathbf{B}_p = \mathbf{B}_0$. Величина B_p связана с остаточной индукцией B_r соотношением

$$B_p = B_o = \frac{2}{3}B_r$$

Определение магнитного момента магнитных шариков

Величину магнитного момента \mathbf{m} двух одинаковых шариков можно рассчитать, зная их массу m и определив максимальное расстояние r_{max} , на котором они еще удерживают друг друга в поле тяжести. При максимальном расстоянии сила тяжести шариков mg равна силе их магнитного притяжения.

Когда векторы двух магнитных моментов ориентированы вертикально, имеем

$$\mathbf{m} = \sqrt{\frac{2\pi m g r_{max}^4}{3\mu_0}} \text{ (ед. СИ).}$$

Результаты измерений и обработка данных

В начале были проведены подготовительные измерения, данные которых приведены в таблице.

m , мг	B_p , мТл	d , мм
830 ± 0.001	600 ± 1	6 ± 0.1

Таблица 1: Подготовительные измерения

Измерение магнитного момента шариков

Метод А

Предельное расстояние, на котором шарики удерживали друг друга в поле силы тяжести:

$$r_{max} = (2.2 \pm 0.1) \text{ см}$$

Тогда по формуле $\mathbf{m} = \sqrt{\frac{r_{max}^4 m g}{6}}$

$$\mathbf{m} = (57 \pm 2) \text{ ед. СГС } (\varepsilon = 3\%)$$

Метод Б

Найдем массу гири, при коротой цепочка отрывается:

$$m \approx (220 \pm 5) \text{ г}$$

$$F = m_{max} g \approx 1.08 F_0 = \frac{3\mathbf{m}^2}{8R^4}$$

$$\mathbf{m} = \sqrt{\frac{d^4 m_{max} g}{6.5}}$$

$$\mathbf{m} = (66 \pm 2) \text{ ед. СГС } (\varepsilon = 3\%)$$

Рассчитаем намагниченность материала:

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{m}}{V} = (560 \pm 15) \text{ ед. СГС}$$

Тогда остаточная индукция:

$$B_r = 4\pi M = (7000 \pm 200) \text{ ед. СГС}$$

Можем также рассчитать индукцию на полюсе магнита:

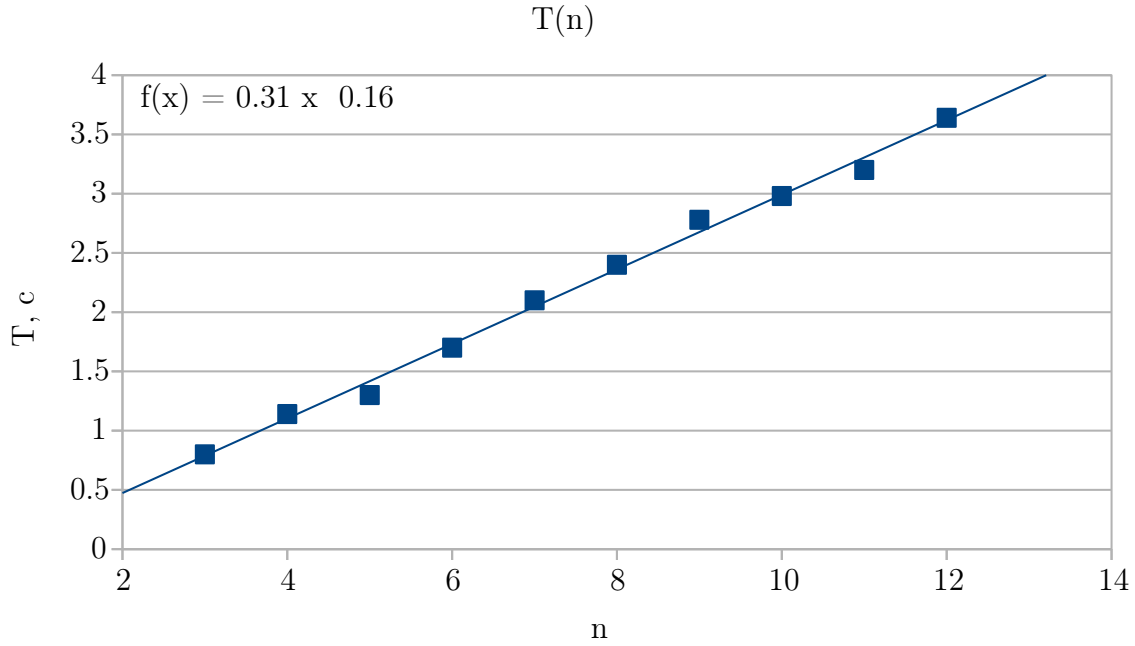
$$B_p = \frac{2}{3} B_r = (4600 \pm 100) \text{ ед. СГС}$$

Определение горизонтальной проекции магнитного поля Земли

Была собрана установка для измерения периода малых колебаний магнитной стрелки. Данные измерений приведены в таблице. По данным из таблицы строим график $T(n)$.

$n_{\text{шар}}$	$5T, \text{ с}$	$T, \text{ с}$
3	4,0	0,8
4	5,8	1,1
5	6,5	1,3
6	8,5	1,7
7	10,3	2,1
8	12,0	2,4
9	13,7	2,8
10	14,9	3,0
11	16,5	3,2
12	18,0	3,6

Таблица 2: Зависимость периода колебаний от количества шариков в магнитной стрелке



При малых колебаниях :

$$J_n \theta'' + \mathbf{m}_n B_h \theta = 0, \quad J_n = \frac{1}{3} n^3 m R^2, \quad \mathbf{m}_n = \mathbf{m} \cdot n$$

Отсюда находим период колебаний:

$$T(n) = 2\pi \sqrt{\frac{m R^2}{3m B_h}} \cdot n, \quad \frac{T(n)}{n} = k, \quad k = 0.31$$

Отсюда находим горизонтальную составляющую магнитного поля земли:

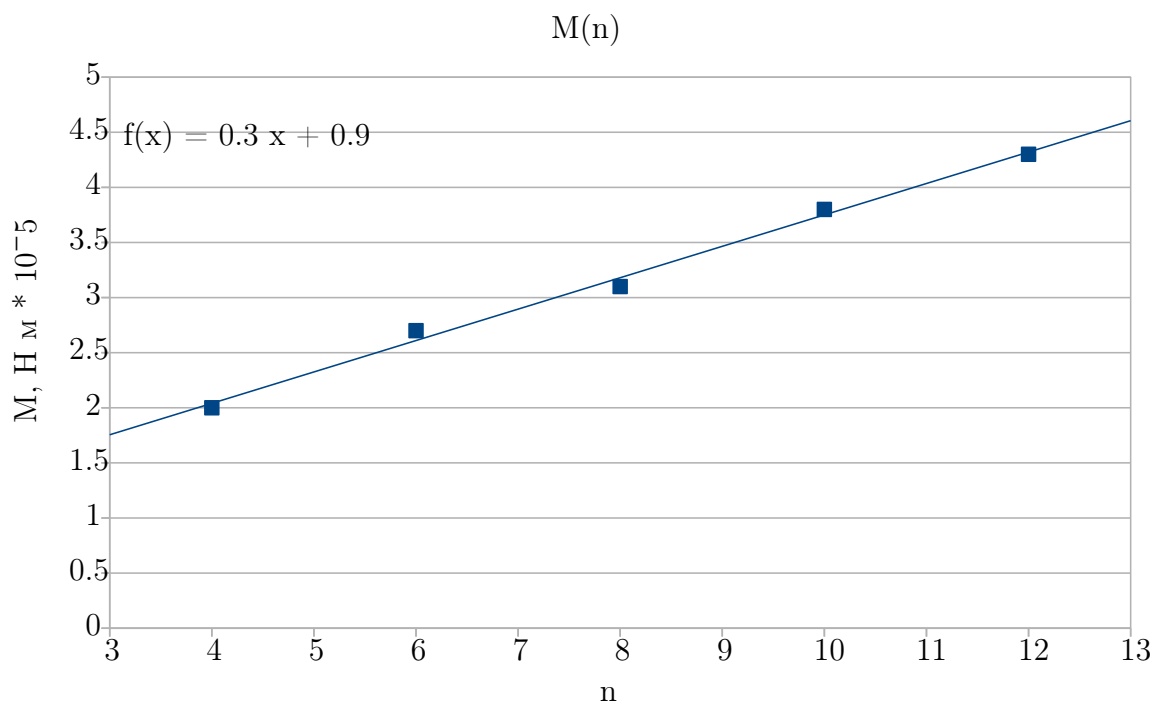
$$B_h = \frac{4\pi^2 m R^2}{3k^2 \mathbf{m}} = (1,81 \pm 0,49) \cdot 10^{-5} \text{ Тл } (\varepsilon = 25\%)$$

Определение вертикальной проекции магнитного поля Земли

Подвешиваем четное число шариков за центр и пытаемся уравновесить момент сил магнитного поля с помощью дополнительных грузиков в виде проволок. Были получены следующие данные. По полученным данным был построен график.

$n_{\text{шар}}$	$m_{\text{гр}}, \text{ г}$	$r_{\text{гр}}, \text{ см}$	$\mathcal{M}, \text{ Н} \cdot \text{ м} \cdot 10^{-5}$
4	0,35	0,6	2,1
6	0,19	1,2	2,7
8	0,17	1,8	3,1
10	0,16	2,4	3,8
12	0,14	3	4,3

Таблица 3: Зависимость момента от количества шариков в «магнитной стрелке»



Здесь принята погрешность измерения уравнивающей массы за 5%. Выразим вертикальную составляющую магнитного поля:

$$\mathcal{M}_n = m_{\text{гр}} g r_{\text{гр}} = n m B_v$$

$$B_v = \frac{\mathcal{M}_n}{n m} = (5,54 \pm 0,69) \cdot 10^{-5} \text{ Тл } (\varepsilon = 9,6\%)$$

Теперь можем посчитать полную величину индукции и магнитное наклонение:

$$|B| = \sqrt{B_h^2 + B_v^2} = (5,83 \pm 0,66) \cdot 10^{-5} \text{ Тл } (\varepsilon = 11\%)$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{B_v}{B_h} = 3,07 \pm 0,49 \quad (\varepsilon = 16\%) \quad \rightarrow \quad \beta = 72,0^\circ \pm 8,9^\circ \quad (\varepsilon = 13,5\%)$$

Можно также рассчитать теоретическое значение β на широте москвы $\varphi = 56^\circ$ в предположении, что Земля - однородно намагниченный шар:

$$\beta = \operatorname{arccctg} \frac{\frac{2P_m \sin \varphi}{R^3}}{\frac{-P_m \cos \varphi}{R^3}} \approx 71^\circ$$

Табличные данные магнитного поля в Москве приведены ниже:

$$B_{\text{табл}} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Тл} \quad \beta_{\text{табл}} \approx 74^\circ - 78^\circ$$

Выводы

В данной лабораторной работе были изучены характеристики неодимовых магнитов, а также вертикальная и горизонтальная составляющая магнитного поля.

1. Остаточная намагниченность $B_p = (4600 \pm 100)$ ед. СГС совпадает по порядку с измеренными значениями $B_{p_{\text{табл}}} \approx 6000$ ед. СГС.
2. Значения B_h и B_v также совпадают по порядку с табличными. По значению могут не совпадать, так как в кабинете еще есть электронные устройства, имеющие также своё магнитное поле. Полная величина индукции совпадает с табличными данными в пределах погрешности.
3. Погрешности в измерениях компонент магнитного поля высоки ввиду неточности эксперимента.
4. Магнитное наклонение совпадает с табличными данными в пределах погрешности.