

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа прикладной математики и информатики

**Отчёт о выполнении лабораторной работы 2.2.5**

Определение вязкости жидкости по скорости истечения через капилляр

Автор:  
Чикин Андрей Павлович  
Б05-304

Долгопрудный, 2023

# Содержание

<b>1</b>	<b>Краткая Теория.</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>А. Измерение вязкости воды</b>	<b>4</b>
2.1	Теория. . . . .	4
2.2	Ход работы . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Б. Измерение вязкости водного раствора глицерина вискозиметром Оствальда</b>	<b>7</b>
3.1	Теория. . . . .	7
3.2	Ход работы . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Вывод.</b>	<b>9</b>

## Список иллюстраций

1	Течение. . . . .	2
2	Схема установки для определения вязкости воды. . . . .	4
3	График зависимости расхода от высоты столба воды в сосуде . . . . .	6
4	Вискозиметр Оствальда. . . . .	7

## Список таблиц

1	Значения. 1 часть. . . . .	5
2	Значения времени перетекания жидкостей. . . . .	8
3	Плотности воды и глицерина. . . . .	8
4	Значения времени перетекания жидкостей. . . . .	9

### Цель работы:

1. определение вязкости воды по измерению объёма жидкости, протекшей через капилляр
2. определение вязкости других жидкостей путём сравнения скорости их перетекания со скоростью перетекания воды.

### Приборы:

1. сосуд Мариотта
2. капиллярная трубка
3. набор мензурок
4. секундомер
5. микроскоп на стойке

## 1 Краткая Теория.

Выделим в лминарном течении цилиндр (см. рис. 1).

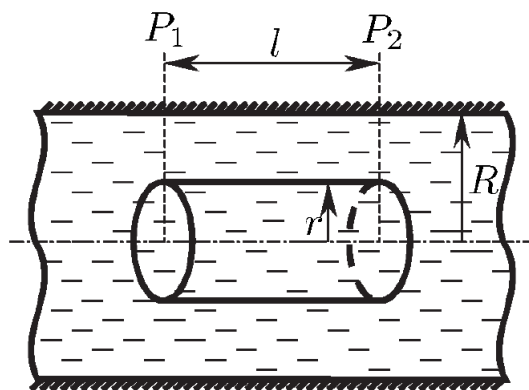


Рис. 1: Течение.

$$\tau = -\eta \frac{dv}{dr} \quad (1.1)$$

$\tau$  - напряжение

$\eta$  - вязкость

$$F_{\text{тр}} = S\eta \frac{dv}{dr} \quad (1.2)$$

$F_{\text{тр}}$  - сила трения, действующая на поверхность цилиндра

$S$  - площадь поверхности цилиндра ( $S = 2\pi rl$ )

$\frac{dv}{dr}$  - градиент скорости

$$(P_1 - P_2)\pi r^2 + 2\pi r l \eta \frac{dv}{dr} = 0 \quad (1.3)$$

Интегрируя получим:

$$v = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l}(R^2 - r^2) \quad (1.4)$$

Формула Пуазейля для расхода жидкости Q через сечение трубки:

$$Q \triangleq \frac{\Delta V}{\Delta t} = \pi \frac{P_1 - P_2}{8\eta l} R^4 \quad (1.5)$$

Число Рейнольдса:

$$Re = \frac{vR\rho}{\eta} = \frac{2\frac{\rho v^2}{2}}{\eta \frac{v}{R}} \quad (1.6)$$

**v** - характерная скорость течения

**R** - радиус трубки (или "характерный размер")

$\rho$  - плотность газа или жидкости

Уравнение Бернулли:

$$\frac{\rho v^2}{2} = P_0 - P \quad (1.7)$$

В гладких трубах круглого сечения переход от ламинарного течения к турбулентному происходит при

$$Re \gtrsim 1000$$

Ламинарное движение жидкости при переходе из широкого сосуда в капилляр устанавливается не сразу, а после того, как она пройдёт расстояние  $a$ :

$$a \approx 0,2RRe$$

## 2 А. Измерение вязкости воды

### 2.1 Теория.

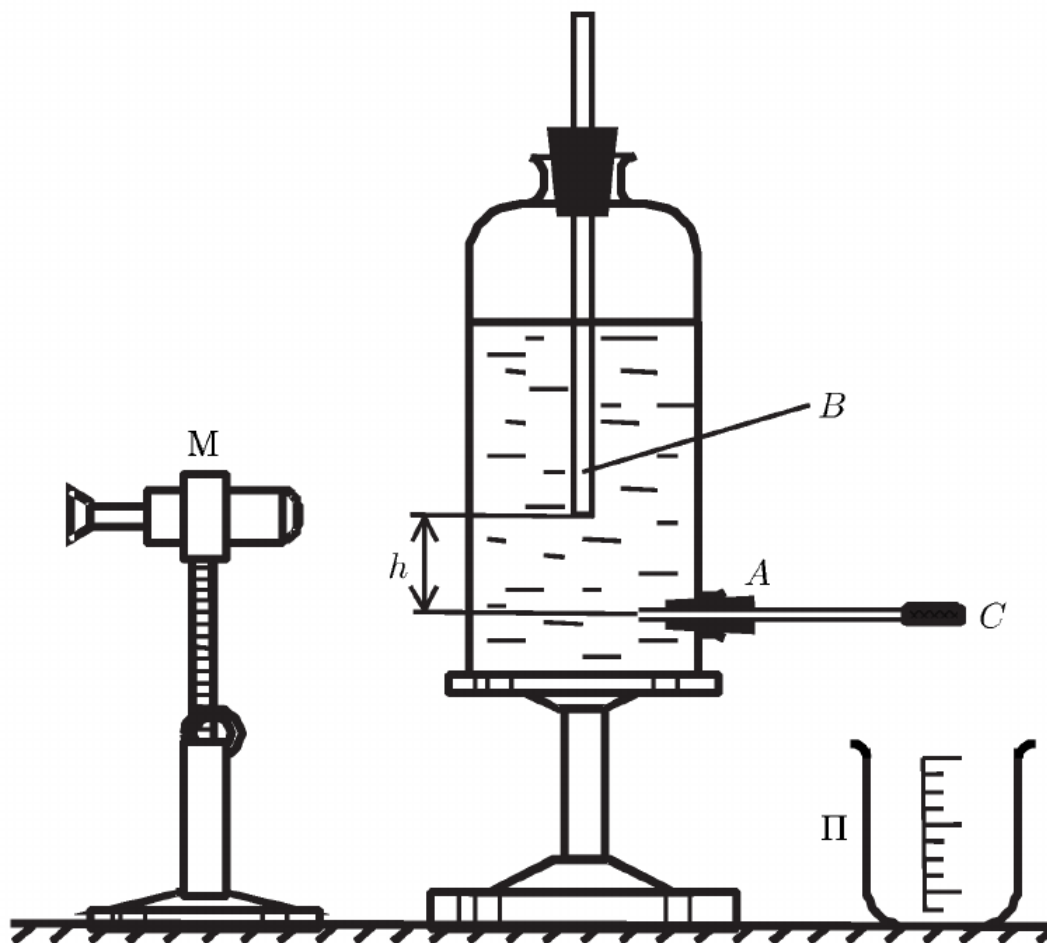


Рис. 2: Схема установки для определения вязкости воды.

Установка для измерения вязкости воды изображена на рис. 2. Вода заполняет сосуд Мариотта и вытекает через капилляр, закрепленный в нижней части его боковой стенки. Сосуд Мариотта позволяет поддерживать постоянный перепад давления  $P_1 - P_2$  на капилляр, несмотря на то, что уровень жидкости при ее вытекании понижается. Это достигается с помощью трубки В, открытой в атмосферу и проходящей через пробку, герметично закрывающую сосуд.

Величина перепада давления  $P_1 - P_2$  определяется высотой столба воды  $h$  между осью капиллярной трубки А и нижним концом вертикальной трубки В. Высота столба измеряется с помощью микроскопа М, укрепленного на вертикально перемещающемся плунжере. Смещение плунжера определяется по миллиметровой шкале. Объем вытекшей жидкости измеряется мензуркой П. Время истечения определяется по секундомеру. Длина капиллярной трубки указана на установке, диаметр - микроскопом.

### 2.2 Ход работы

1. С помощью микроскопа определим радиус трубки:

$$R = (0.8 \pm 0.1) \text{ мм}$$

Зафиксируем длину капилляра:

$$l = (13.7 \pm 0.1) \text{ мм}$$

2. Закроем капиллярную трубку резиновой пробкой. Наполним сосуд Мариотта водой. Снимем пробку и подождем, пока на нижнем конце трубки В не соскочит пузырек воздуха. Это будет означать, что давление уравнилось.

Замечание: Не бойтесь, что вода потечет струей из капилляра, этого не произойдет, поток весьма слаб.

3. Убедимся, что расход воды при одинаковой величине  $h$  не зависит от уровня жидкости. Для этого снимем пробку и замерим время, за которое вода наполнит мензурку на 20 - 25 мл.  
(Данные утеряны)

4. Перепад давлений  $\Delta P$  между концами капилляра, не равен  $\rho gh$ , а содержит поправку  $\Delta h$ , обусловленную силами поверхностного натяжения. Чтобы её определить, будем опускать трубку В до тех пор, пока вода не перестанет вытекать из капилляра, это значит, что давление столба воды  $\Delta h$  между осью капилляра и нижним торцом трубки В уравнилось.  
 $\Delta P = \rho g(h - \Delta h)$ .

$$\Delta h \approx (10 \pm 0.1) \text{ мм}$$

5. Измерим расход воды при нескольких значениях  $h$ . Результаты занесём в таблицу 1.

h, мм	t, с	V, мл	Q, мл/с	Re	a, мм
30	310	10	0.03	1.8	0.3
47	353	20	0.06	3.0	0.5
64	280	20	0.07	3.3	0.5
70	204	20	0.10	5.5	0.9

Таблица 1: Значения. 1 часть.

6. По формуле для числа Рейнольдса 1.6 удостоверимся, что в каждом из опытов в капилляре устанавливается ламинарное течение. По формуле  $a = 0,2R \cdot Re$  оценим длину участка капилляра, по прохождении которого устанавливается ламинарное течение (см. таблицу 1).  
Т.к.  $Re \ll 1000$  в каждом опыте, то течение можно считать ламинарным.

7. Представим полученные результаты на графике  $Q(h)$  (см. рис. 3).

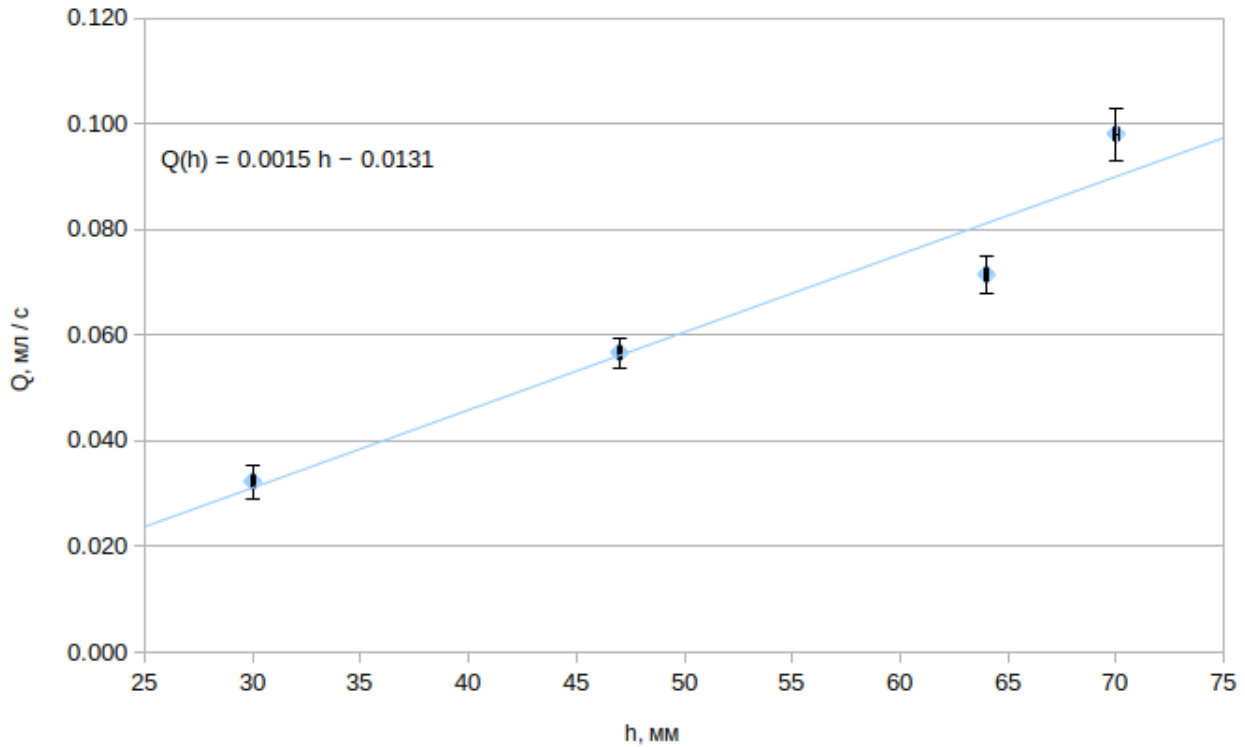


Рис. 3: График зависимости расхода от высоты столба воды в сосуде

По формуле 1.5 видно, что зависимость должна быть линейной.

$$Q = \frac{\pi R^4 \rho g}{8\eta l} (h - \Delta h) = \alpha h - \alpha \Delta h$$

По МНК можно найти  $\eta$  и  $\Delta h$ .

$$\alpha = 0.015 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$$

Оценим погрешность определения вязкости по формуле:

$$\sigma_\eta = \eta \sqrt{4\varepsilon_R^2 + \varepsilon_\alpha^2 + \varepsilon_l^2} \approx 0,4 \text{ мП}$$

Выражая  $\eta$  через  $\alpha$  получим:

$$\eta = (7.8 \pm 0.4) \text{ мП}$$

В действительности, при температуре  $20^\circ\text{C}$  значение вязкости воды  $\eta \approx 1 \text{ мП}$ .

### 3 Б. Измерение вязкости водного раствора глицерина вискозиметром Оствальда

#### 3.1 Теория.

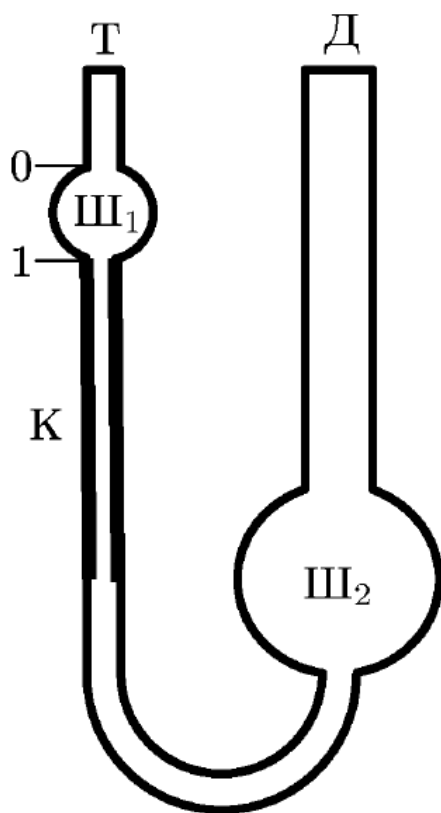


Рис. 4: Вискозиметр Оствальда.

В части А вязкость жидкости определялась абсолютным методом, в этой части мы будем использовать относительный метод.

Для измерений используется вискозиметр Оствальда (см. рис. 4).

Считая известной вязкость одной жидкости (воды -  $\eta_0$ ), предлагается определить вязкость водного раствора глицерина.

Вискозиметры Оствальда могут отличаться, но суть одина.

Мы хотим измерить относительную разность во времени, за которое две жидкости проходят определенный участок вискозиметра при одинаковых условиях.

У вискозиметра есть два объема - Ш1 (который проходит жидкость) и Ш2 (в которой жидкость хранится).

На рис. 4 этот участок -  $[0 \rightarrow 1]$ .

Нас интересует время, за которое столб жидкости на отметке 2 под действием сил тяжести опустится до отметки 1.

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \rho gh$$

Пусть  $V$  - объем жидкости в области Ш1. Тогда  $h$  зависит от  $V$  ( $h(V)$ ). Тогда формула (1.5) принимает вид:



$$-\frac{dV}{dt} = \frac{\pi R^4 \rho g h(V)}{8\eta l} \Rightarrow$$

$$\frac{\rho}{\eta} \Delta t = -\frac{8lg}{\pi R^4} \int_{V_0}^{V_1} \frac{dV}{h(V)} = const \quad (\text{не зависит от жидкости}) \Rightarrow$$

$$\frac{\rho_1}{\eta_1} t_1 = \frac{\rho_2}{\eta_2} t_2 \quad (\text{для двух жидкостей}) \quad (3.1)$$

Тогда зная  $\eta_0, \rho_0, \rho$  и измерив время  $t_0$ , по времени прохождения исследуемой жидкости  $t$  можно найти ее вязкость по формуле:

$$\eta = \eta_0 \frac{\rho}{\rho_0} \frac{t}{t_0} \quad (3.2)$$

## 3.2 Ход работы

1. Промоем вискозиметр дистиллированной водой. Для этого заполним Ш2 и спринцовкой закачаем воду до отметки 2. Подождем, пока вода сольется. Промоем несколько раз.
2. Определим время перетекания воды между метками. Измерения проведем 5-10 раз. Результаты занесём в таблицу 2.
3. Определим время перетекания 10-, 20-, 30-% раствора глицерина. Для каждого раствора проведем 5-10 измерений. Результаты занесём в таблицу 2.

		Глицерин		
	вода	10%	20%	30%
1	13.18	18.84	27.59	32.43
2	14.51	18.89	26.87	32.69
3	14.87	18.78	27.21	32.68
4		18.72	26.9	33.1
5		18.78	26.75	32.93
6				32.78
$\langle t \rangle$	14.2	18.8	27.1	32.8

1		7.87	10.78	13.83
2		7.84	11.08	13.79
3		7.97	11.05	13.69
4		7.9	10.9	13.7
5		7.95	10.89	13.9
$\langle t \rangle$		7.9	10.9	13.8

Таблица 2: Значения времени перетекания жидкостей.

**Замечание.** Таблица 2 состоит из двух независимых подтаблиц. Первая - наши измерения, вторая - измерения нашего коллеги на другом вискометре.

4. Определим плотность исследуемых растворов с помощью торсионных весов.

Не проводили. Плотности возьмем из вне и приведем в таблице 3.

		Глицерин		
	вода	10%	20%	30%
$\rho, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	1000	1022	1047	1073

Таблица 3: Плотности воды и глицерина.

5. Вычислим вязкость исследуемых растворов по формуле (3.2). Оценим погрешность полученных результатов.

Так как время измерялось секундомером, погрешность времени будет равна времени человеческой реакции, что примерно 0.3 секунды.

Значение и погрешность вязкости воды возьмем из предыдущей части.

Из (3.2) следует:

$$\varepsilon_{\eta} = \sqrt{\varepsilon_{\eta_0}^2 + \varepsilon_{t_0}^2 + \varepsilon_t^2}$$

Из прошлой части:

$$\eta_0 = (7.8 \pm 0.4) \text{ мП}, \quad \varepsilon_{\eta} = 5.5\%$$

Результаты приведены в таблице 4.

	Глицерин		
	10%	20%	30%
$\eta$ , мП	10.6	15.7	19.4
$\sigma_{\eta}$ , мП	0.7	1.0	1.2
$\varepsilon_{\eta}$	6%	6%	6%
$\eta_{real}$ , мП	1.31	1.76	2.50

Таблица 4: Значения времени перетекания жидкостей.

## 4 Вывод.

В ходе данной работы мы разными способами определили вязкости разных жидкостей: абсолютным методом определили вязкость воды (см. 7) и относительным - вязкости растворов глицерина (см. таблицу 4).

$$\eta_{\text{воды}} = (7.8 \pm 0.4) \text{ мП}$$

(что сильно отличается от истинного значения, к сожалению).