

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа прикладной математики и информатики

Отчёт о выполнении лабораторной работы 1.2.4

Определение главных моментов инерции твердых тел с помощью крутильных
колебаний

Автор:
Чикин Андрей Павлович
Б05-304

Долгопрудный, 2023

Цель работы:

1. Измерить периоды крутильных колебаний рамки при различных положениях закрепленного в ней тела
2. Проверить теоретическую зависимость между периодами крутильных колебаний тела относительно различных осей
3. Определить моменты инерции относительно нескольких осей для каждого тела
4. По ним найти главные моменты инерции тел и построить эллипсоид инерции

Приборы:

1. Установка для получения крутильных колебаний (жесткая рамка, имеющая винты для закрепления в ней твердых тел, подвешенная на натянутой вертикально проволоке)
2. Набор исследуемых твердых тел
3. Секундомер

1 Краткая Теория.

I_x, I_y, I_z - главные оси тела.

$$I_x x^2 + I_y y^2 + I_z z^2 = 1. \quad (1.1)$$

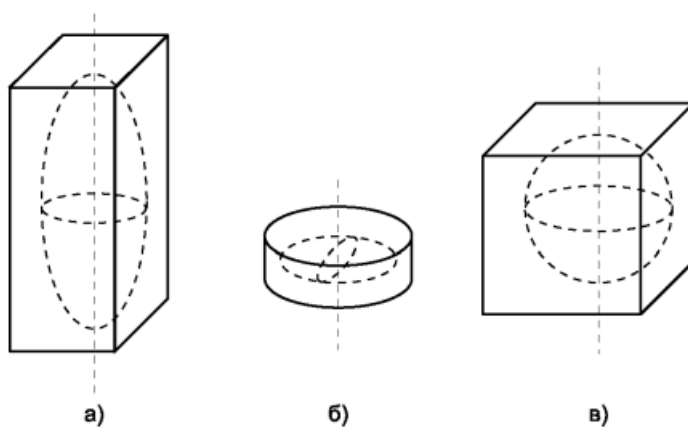


Рис. 1: Эллипсоиды инерции параллелепипеда, диска и куба

$$I = \frac{1}{r^2}. \quad (1.2)$$

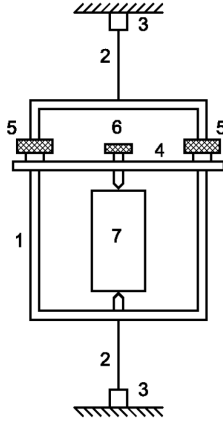


Рис. 2: Схема установки

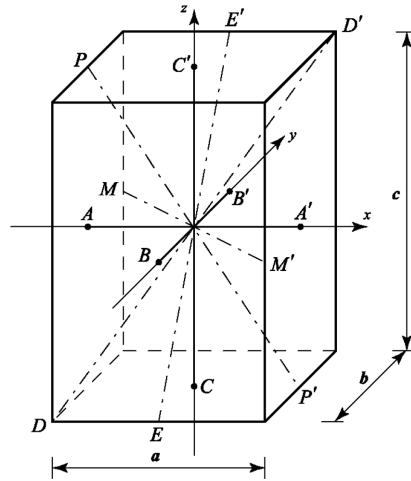


Рис. 3: Оси вращения прямоугольного параллелепипеда

$$(I + I_p) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -f \varphi. \quad (1.3)$$

, где I - момент инерции тела, I_p - момент инерции установки, φ - угол отклонения рамки, f - модуль кручения проволоки.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I + I_p}{f}}. \quad (1.4)$$

$$I_d = I_x \frac{a^2}{d^2} + I_y \frac{b^2}{d^2} + I_z \frac{c^2}{d^2}. \quad (1.5)$$

$$(1.5) \implies I_d(a^2 + b^2 + c^2) = I_x a^2 + I_y b^2 + I_z c^2. \quad (1.6)$$

$$(1.4) \implies T_d(a^2 + b^2 + c^2) = T_x a^2 + T_y b^2 + T_z c^2. \quad (1.7)$$

$$(b^2 + c^2)T_E^2 = b^2 T_y^2 + c^2 T_z^2. \quad (1.8)$$

$$(a^2 + c^2)T_P^2 = a^2 T_x^2 + c^2 T_z^2. \quad (1.9)$$

$$(a^2 + b^2)T_M^2 = a^2 T_x^2 + b^2 T_y^2. \quad (1.10)$$

2 Выполнение.

1. Ознакомимся с установкой для получения крутильных колебаний. Проверим: 1) хорошо ли натянута проволока, 2) жестко ли закреплена на ней рамка, 3) нормально ли работает устройство для возбуждения крутильных колебаний, 4) не возникают ли, кроме крутильных колебаний рамки, еще и колебания в вертикальной плоскости (их не должно быть).
2. Научимся закреплять тела в рамке. На телах имеются специальные углубления, в которые должны входить винты, имеющиеся на рамке. Отвернув гайки 5, поднимим вверх подвижную планку 4 на рамке, вставим тело в рамку, попав углублением, имеющимся на теле, на выступ нижней стороны рамки. Опуская планку, необходимо выступающим из планки на 5-7 мм винтом 6 попасть в отверстие на теле. Закрепив планку гайками 5, немного подождем тело винтом 6. Если в дальнейшем обнаружится, что тело поворачивается в рамке, надо его еще поджать винтом 6.
3. Перед каждой серией измерений необходимо выбрать амплитуду крутильных колебаний.
4. Для рамки со всеми телами при различных их положениях определим периоды колебаний по времени 10-15 колебаний, повторяя каждое измерение не менее 3 раз. (см т. 1)

тело	ось	измерения, Т, с			
		1	2	$\langle T \rangle$, с	I
установка		2.581	2.572	2.58	
куб	z	3.097	3.088	3.09	7.81E-04
	xy	3.085	3.082	3.08	7.81E-04
	xyz	3.097	3.085	3.09	7.81E-04
параллелепипед	x	3.825	3.828	3.83	4.35E-03
	y	4.122	4.199	4.16	5.65E-03
	z	3.285	3.272	3.28	2.19E-03
	MM'	3.885	3.884	3.88	4.64E-03
	PP'	3.475	3.469	3.47	3.02E-03
	EE'	3.381	3.372	3.38	2.74E-03
	DD'	3.512	3.512	3.51	3.29E-03
цилиндр 1	z	3.496	3.491	3.49	3.04E-03
	x	3.087	3.091	3.09	1.56E-03
цилиндр 2	z	3.268	3.256	3.26	1.43E-03
	x	3.072	3.081	3.08	1.17E-03

Таблица 1: Измерения

5. Штангенциркулем измерим геометрические размеры параллелепипеда (a, b и c). Вычислим главные моменты инерции. По полученным ранее данным проверим справедливость формул (1.7) - (1.10).
 (1.7): ошибка - 0,03%
 (1.8): ошибка - 0,1%
 (1.9): ошибка - 0,9%
 (1.10): ошибка - 0,6%
6. Нарисуем сечения эллипсоида инерции главными плоскостями. Для этого выберите измеренные периоды колебаний для осей в главной плоскости и для каждой оси вычислите величину

$\frac{1}{\sqrt{T^2 - T_p^2}}$, которая пропорциональна расстоянию от центра масс тела до точки пересечения эллипсоида с этой осью. Эти величины надо отложить вдоль направлений соответствующих осей (должно получиться 8 точек) и через их концы провести эллипс. Это и будет сечение эллипсоида главной плоскостью (в произвольном масштабе). 7

7. Проведем аналогичные измерения для куба и построим для него соответствующие сечения эллипсоида инерции. Убедимся в равенстве всех центральных моментов инерции. 4

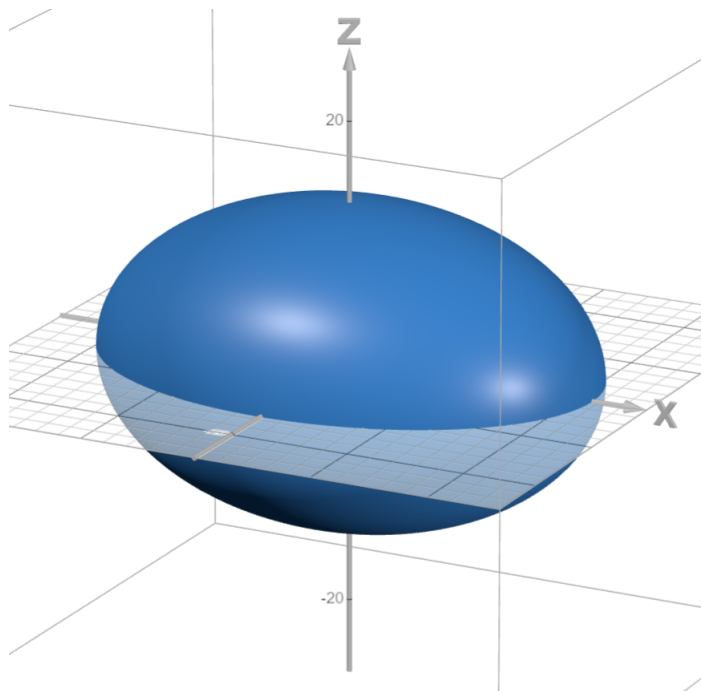


Рис. 4: Эллипсоид инерции параллелепипеда

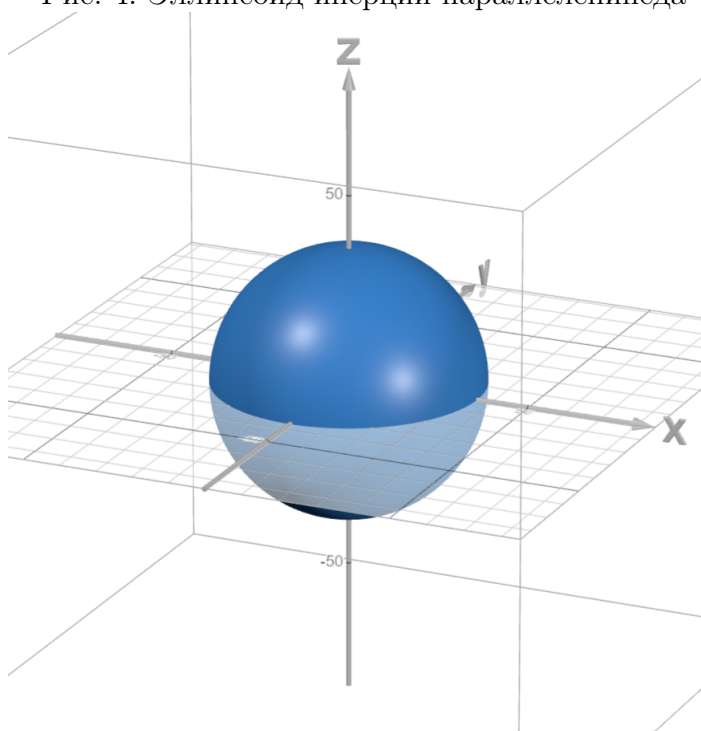


Рис. 5: Эллипсоид инерции куба

8. Построим график зависимости T^2 от I и убедимся в его линейности. 8

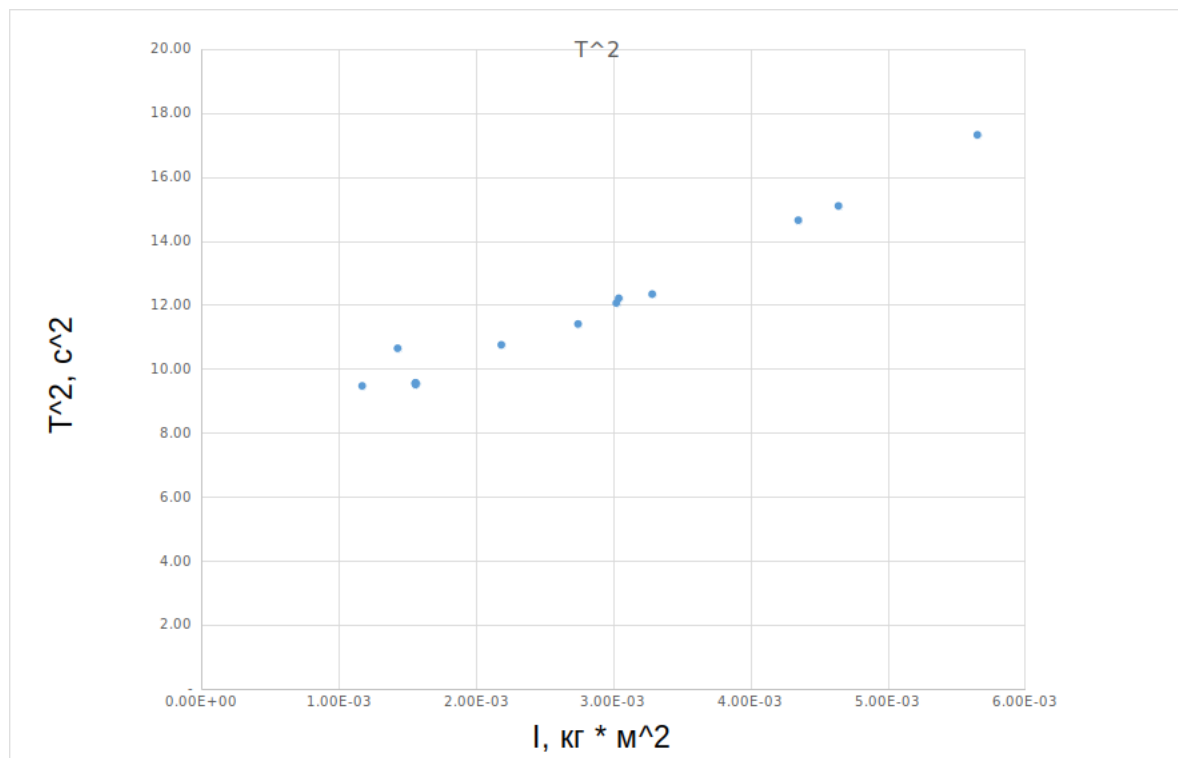


Рис. 6: График зависимости $T^2(I)$

3 Вывод

В ходе данной лабораторной работы мы измерили периоды крутильных колебаний рамки при различных положениях закрепленного в ней тела, проверили теоретическую зависимость между периодами колебаний параллелепипеда относительно различных осей, определили моменты инерции тел относительно нескольких осей и построили эллипсоиды инерции.