

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа прикладной математики и информатики

Отчёт о выполнении лабораторной работы 3.7.3
Изучение длинной линии

Автор:
Чикин Андрей Павлович
Б05-304

Долгопрудный, 2024

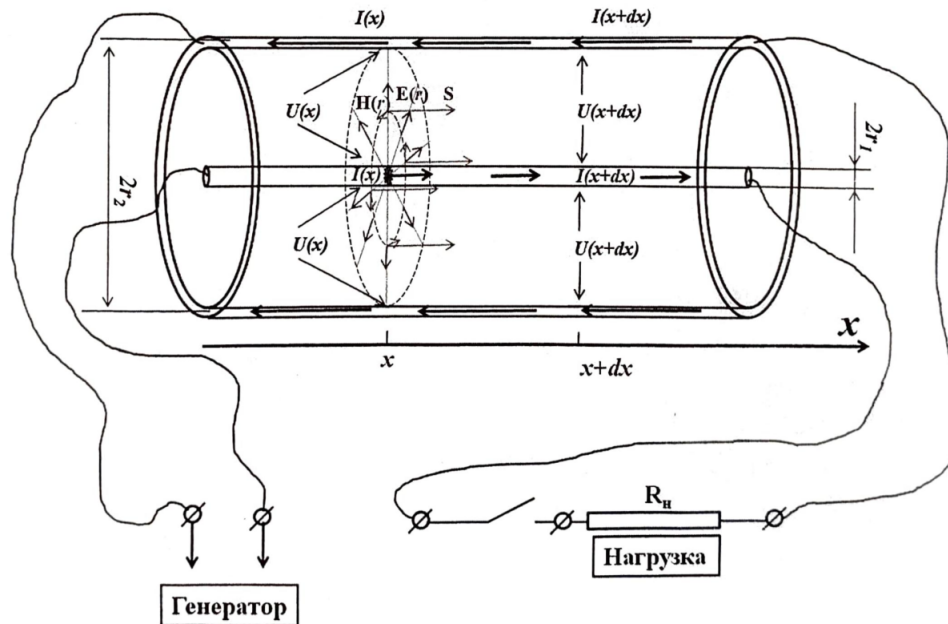
Цель работы:

1. ознакомиться и проверить на практике теорию распространения электрических сигналов вдоль длинной линии
2. измерить амплитудо- и фазово-частотные характеристики коаксиальной линии
3. определить погонные характеристики такой линии
4. на примере модели длинной линии изучить вопрос распределения амплитуды колебаний сигнала по длине линии

Приборы:

1. осциллограф АКТАКОМ ADS-6142H
2. генератора АКИП 3420/1
3. бухта с коаксиальным кабелем РК 50-4-11
4. схематический блок "модель длинной линии"
5. магазин сопротивления РЗЗ
6. соединительные провода

0.1 Теоретические сведения



В данной работе сигналы передаются по длинному коаксиальному кабелю, который представляет из себя систему двух проводников – изолированный коаксиальный медный проводящий цилиндр радиуса r_2 и тонкий медный проводник, имеющий радиус r_1 и расположенный на оси цилиндра. Пространство между ними заполнено веществом, имеющим диэлектрическую проницаемость ϵ и магнитную восприимчивость μ .

Рассмотрим элемент dx такого кабеля. Такой элемент обладает индуктивностью

$$dL = 2\mu \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) dx \quad (1)$$

$$L_x = \frac{\partial L}{\partial x} = 2\mu \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) \quad (2)$$

величина L_x называется погонной индуктивностью.

Так же два проводника обладают взаимной ёмкостью

$$dC = \frac{\epsilon}{2 \ln(r_2/r_1)} dx \quad (3)$$

аналогично определяется погонная ёмкость

$$C_x = \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\varepsilon}{2 \ln(r_2/r_1)} \quad (4)$$

При передаче сигналов по такому кабелю возникают противоположно направленные токи по внешней оболочке и внутреннему проводнику, а также напряжение между проводниками. При высоких частотах величины I и U будут зависеть от x .

Падение напряжения на концах выбранного элемента связано с возникновением ЭДС индукции и омическим сопротивлением.

$$U(x + dx) - U(x) = -\frac{L_x dx}{c^2} \frac{\partial I}{\partial t} - R_x I dx \quad (5)$$

$$R_x = \frac{\partial R}{\partial x} = \frac{1}{\sigma S} \quad (6)$$

где R_x – погонное сопротивление, σ – удельная проводимость, $S = \pi r_1^2$ – площадь поперечного сечения проводника.

Изменение силы тока связано с перетеканием части заряда на ёмкость, т.е

$$I(x + dx) - I(x) = -\frac{\partial q}{\partial t} = -C_x dx \frac{\partial U}{\partial t} \quad (7)$$

Разделив уравнения (5) и (7) на dx и продифференцировав первое уравнение по x , а второе по t получим систему.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = -\frac{L_x}{c^2} \frac{\partial I}{\partial x \partial t} - R_x \frac{\partial I}{\partial x} \\ \frac{\partial I}{\partial t \partial x} = -C_x \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \end{cases} \quad (8)$$

Итого получим уравнение

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - V_\Phi^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \gamma \frac{\partial U}{\partial t} = 0 \quad (9)$$

$$V_\Phi = \frac{c}{\sqrt{L_x C_x}} \quad (10)$$

$$\gamma = R_x C_x V_\Phi^2 \quad (11)$$

где V_Φ – фазовая скорость, γ – декремент затухания.

Подставив погонные характеристики в выражение для фазовой скорости, заметим, что фазовая скорость совпадает со скоростью распространения электромагнитных волн в среде.

$$V_\Phi = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \quad (12)$$

Решение уравнения (9) ищется в виде

$$U(x, t) = U_0 e^{-i\omega t} e^{(-\alpha + ik)x} \implies \quad (13)$$

$$\alpha = \frac{\omega}{V_\Phi} \sqrt{\frac{\sqrt{1 + (\gamma/\omega)^2} - 1}{2}} \approx \frac{\omega}{V_\Phi} \sqrt{\frac{\gamma^2}{4\omega^2}} = \frac{\gamma}{2V_\Phi} = R_x C_x \frac{V_\Phi}{2} \quad (14)$$

$$k = \frac{\omega}{V_\Phi} \quad (15)$$

$$U_H(t) = U_0 e^{-\alpha l} e^{ikl} e^{-\omega t} \quad (16)$$

При этом амплитуда колебаний на согласованной нагрузке (в конце длинной линии) имеет вид:

$$U_H = U_0 e^{-\alpha l} \quad (17)$$

Так же получена разность фаз

$$\Delta\varphi = kl \quad (18)$$

Из уравнений (17) и (18) получим соотношения для экспериментального определения α и k для различных ω

$$\alpha(\omega) = \frac{1}{l} \ln \frac{U_0}{U_H} \quad (19)$$

$$k(\omega) = \frac{\Delta\varphi}{l} \quad (20)$$

$$\omega = kV_\Phi \quad (21)$$

0.1.1 Экспериментальная установка

Коаксиальный кабель подключается к генератору и осциллографу. На канал 1 выводится сигнал, подаваемый генератором, а с канала 2 снимается напряжение на нагрузке. Схема экспериментальной установки изображена ниже.

0.2 Ход работы.

Соберем схему согласно рис. 1

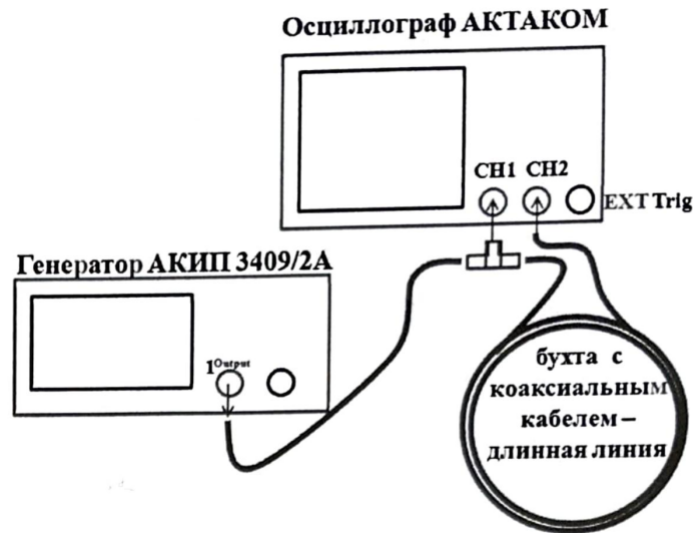


Рис. 1: Схема для установки наблюдения распространения сигналов вдоль длинной линии.

Ознакомимся с осциллографом и генератором.

0.2.1 Согласованная линия.

1. Выставим сопротивление на осциллографе 50 Ом.
2. Пронаблюдаем, как меняется сигнал на осциллографе при $\nu \in [1\text{МГц}, 30\text{МГц}]$.
3. Определим резонансные частоты. Из ур-ия 20:

$$k = \frac{2\pi n}{l} \Rightarrow \quad (22)$$

$$\nu_n = \frac{V_{\Phi}}{l} n \quad (23)$$

$\nu_n, \text{МГц}$	3.9	7.9	11.9	15.9	19.9	23.8	27.8
---------------------	-----	-----	------	------	------	------	------

4. Найдем фазовую частоту V_Φ .

Найдем наклон прямой $\nu(n)$.

$$\frac{V_\Phi}{l} \approx 4 \text{МГц} \quad (24)$$

$$l = 50.1 \text{м.}$$

$$V_\Phi \approx 2 \cdot 10^8 \cdot \text{м} \cdot \text{Гц} \quad (25)$$

0.2.2 Линия без нагрузки.

5. Выставим сопротивление на осциллографе 1МОм. Выполним пункты 2 и 4.

6.

$\nu_n, \text{МГц}$	3.98	7.98	11.98	15.87	19.96	23.97	27.98
---------------------	------	------	-------	-------	-------	-------	-------

7.

8.

$$\frac{V_\Phi}{l} \approx 4 \text{МГц} \quad (26)$$

$$V_\Phi \approx 2 \cdot 10^8 \cdot \text{м} \cdot \text{Гц} \quad (27)$$

0.2.3 Прямоугольные импульсы.

1. Выставим сопротивление на осциллографе 50Ом.

2-3. Настроим генератор согласно указаниям.

4. Меняя параметры генератора наблюдаем изменение сигнала на осциллографе.

5. Вернем параметры согласно п. 2 (1).

6. Определим резонансные частоты при $\nu \in [1 \text{МГц}, 20 \text{МГц}]$.

$\nu_n, \text{МГц}$	4	8	12	16	20	24	28
---------------------	---	---	----	----	----	----	----

7.

$$\frac{V_{\Phi}}{l} \approx 4\text{МГц} \quad (28)$$

$$V_{\Phi} \approx 2 \cdot 10^8 \cdot \text{м} \cdot \text{Гц} \quad (29)$$

0.2.4 АЧХ и ФЧХ.

1. Выставим сопротивление на осциллографе 50МОм. Выполним пункты 2 и 4.

2-4. Настроим генератор согласно указаниям.

5. При $\mu \in [1\text{МГц}, 40\text{МГц}]$ снимим АЧХ и ФЧХ. (см. т. ??)

$\nu, \text{МГц}$	$U, \text{В}$	$\Delta\varphi, \text{нс}$
1	25	250.0
3	24	78.0
5	23	53.6
7	23	33.6
8	23	31.2
11	22	21.0
13	22	21.2
16	21	1.3
19	21	12.1
22	21	21.8
25	20	10.7
30	19	15.8
35	18	6.7
40	17	0.7

Таблица 1: АЧХ и ФЧХ

0.2.5 Обработка результатов измерений.

Часть I. Определение параметров коаксиального кабеля.

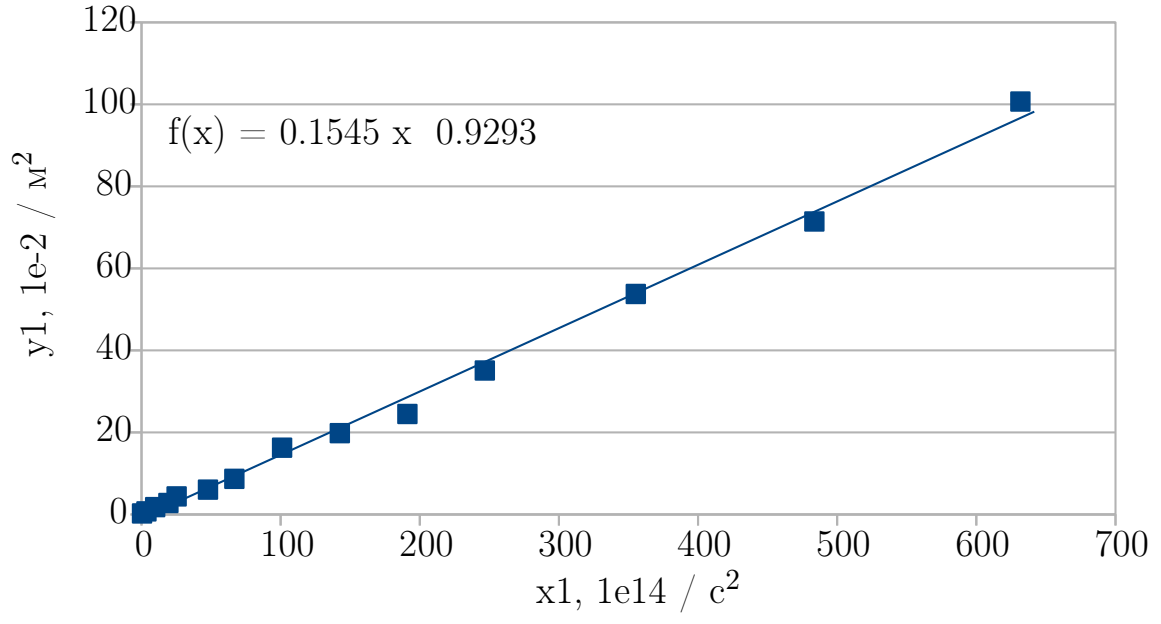
$$y_1 = \frac{L_x C_x}{c^2} x_1 \quad (30)$$

$$x_1 = \omega^2 \quad (31)$$

$$y_1 = k^2 - \alpha^2 \quad (32)$$

$$k = \frac{\Delta\varphi}{l}$$

$$\alpha = \frac{1}{l} \ln \frac{U_0}{U_H}$$



$\nu, \text{МГц}$	$U, \text{В}$	$\Delta\varphi, \text{рад}$	$x_1, 10^{14}/\text{с}^2$	$y_1, 10^{-2}/\text{м}^2$
1	25	3	0	0
3	24	4	4	1
5	23	7	10	2
7	23	8	19	3
8	23	10	25	4
11	22	12	48	6
13	22	15	67	9
16	21	20	101	16
19	21	22	143	20
22	21	25	191	24
25	20	30	247	35
30	19	37	355	54
35	18	42	484	71
40	17	50	632	101

Наклон:

$$a = (15 \pm 1) \cdot 10^{-18} \frac{\text{с}^2}{\text{м}^2}$$

$$L_x C_x = 1.4 \pm 0.1$$

Знаем $R_0 = 50 \text{ Ом}$.

$$R_0 = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{L_x}{C_x}}$$

$$L_x^2 = (L_x C_x) R_0^2 c^2, \quad C_x = \frac{(L_x C_x)}{L_x}$$

$$L_x = (2.0 \pm 0.1) \text{ ед. СГС}$$

$$C_x = (0.7 \pm 0.1) \text{ ед. СГС}$$

$$V_\Phi = \frac{c}{\sqrt{L_x C_x}} = (2.54 \pm 0.08) \cdot 10^{10} \text{ ед. СГС}$$

$$2 \ln \frac{r_2}{r_1} \approx 2.14$$

$$\varepsilon = 2 \ln \frac{r_2}{r_1} C_x = (1.5 \pm 1) \text{ ед. СГС}$$

$$\mu = \frac{L_x}{2 \ln \frac{r_2}{r_1}} = (0.9 \pm 0.1) \text{ ед. СГС}$$

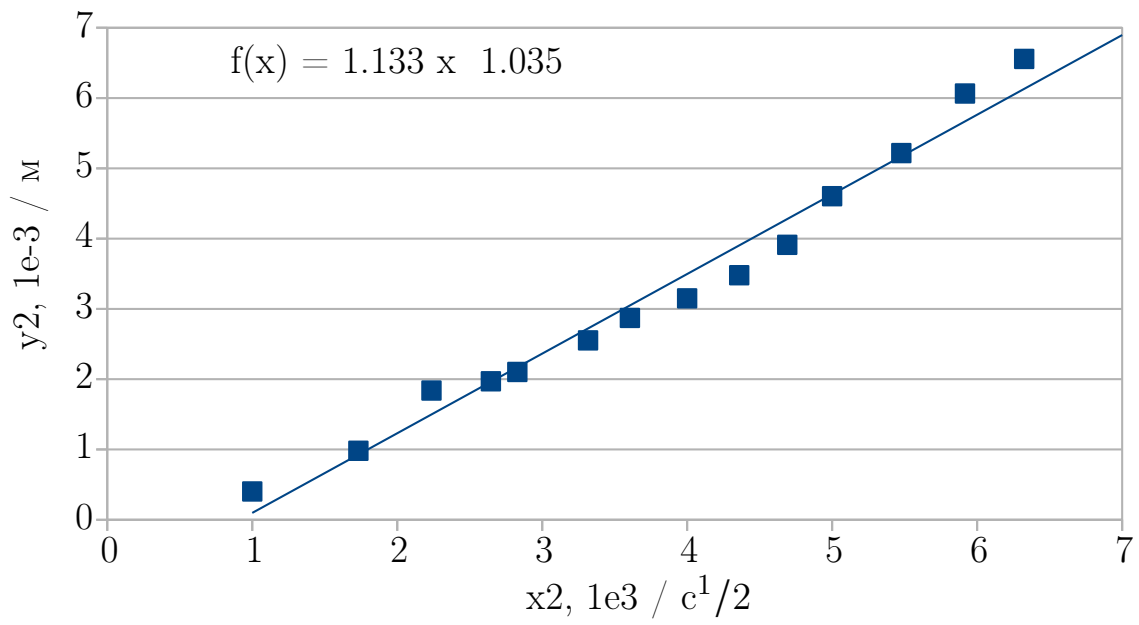
Часть II. Определение удельной проводимости проводников.

Метод А. Построим график $y_2(x_2)$, где $\begin{cases} x_2 = \sqrt{v} \\ y_2 = \alpha(\omega) = \frac{4C_x V_\Phi}{\sqrt{\sigma} dc} \cdot x_2 \end{cases}$

$$a = \Delta y_2 / \Delta x_2$$

$$\sigma = \left(\frac{2C_x V_\Phi}{cda} \right)^2$$

$x_2, 10^3 / \sqrt{c}$	$y_2, 10^{-3} / \text{м}^2$
1.0	0.4
1.7	1.0
2.2	1.8
2.6	2.0
2.8	2.1
3.3	2.6
3.6	2.9
4.0	3.2
4.4	3.5
4.7	3.9
5.0	4.6
5.5	5.2
5.9	6.1
6.3	6.6



$$a = (1.13 \pm 0.7) \cdot 10^{-8} \text{ ед. СГС}$$

$$d = 1.37_{\text{м}}$$

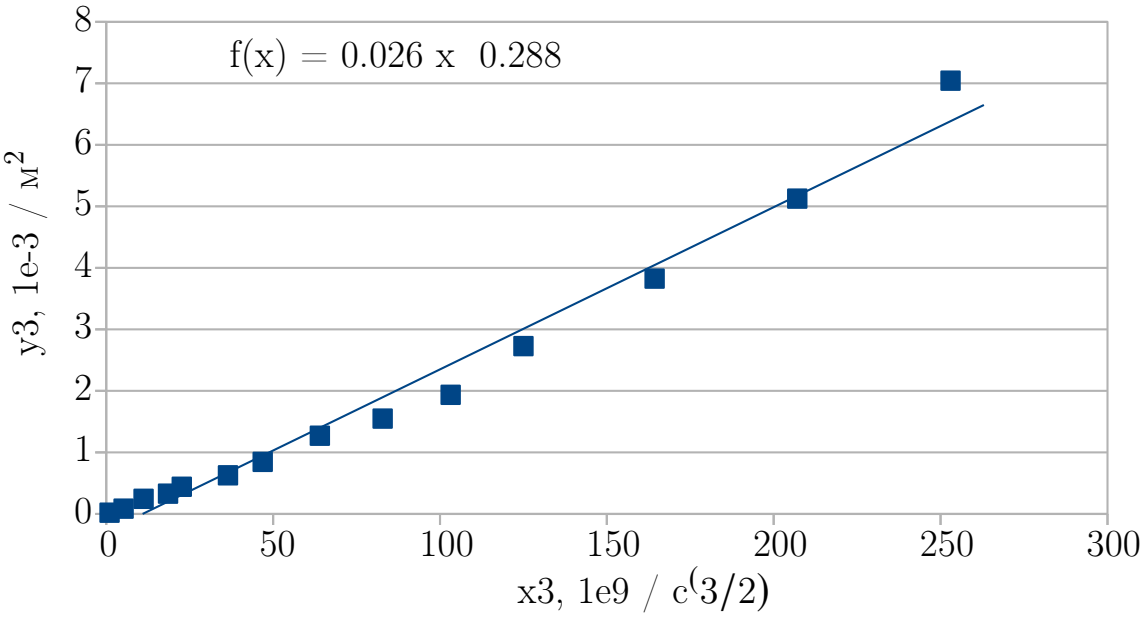
$$\sigma = (61 \pm 6) \cdot 10^{16} \text{ ед. СГС}$$

Метод В. Построим график $y_2(x_2)$, где $\begin{cases} x_3 = v^{\frac{3}{2}} \\ y_2 = \alpha(\omega)k(\omega) \end{cases}$

$$a = \Delta y_3 / \Delta x_3$$

$$\sigma = \left(\frac{4\pi C_x}{cda} \right)^2$$

$x_3, 10^9 / c^{\frac{3}{2}}$	$y_3, 10^{-3} / M^4$
1	0.0
5	0.1
11	0.2
19	0.3
23	0.4
36	0.6
47	0.8
64	1.3
83	1.5
103	1.9
125	2.7
164	3.8
207	5.1
253	7.0



$$a = (26 \pm 1) \cdot 10^{-19} \text{ ед. СГС}$$

$$d = 1.37_M$$

$$\sigma = (68 \pm 6) \cdot 10^{10} \text{ ед. СГС}$$

Табличное значение:

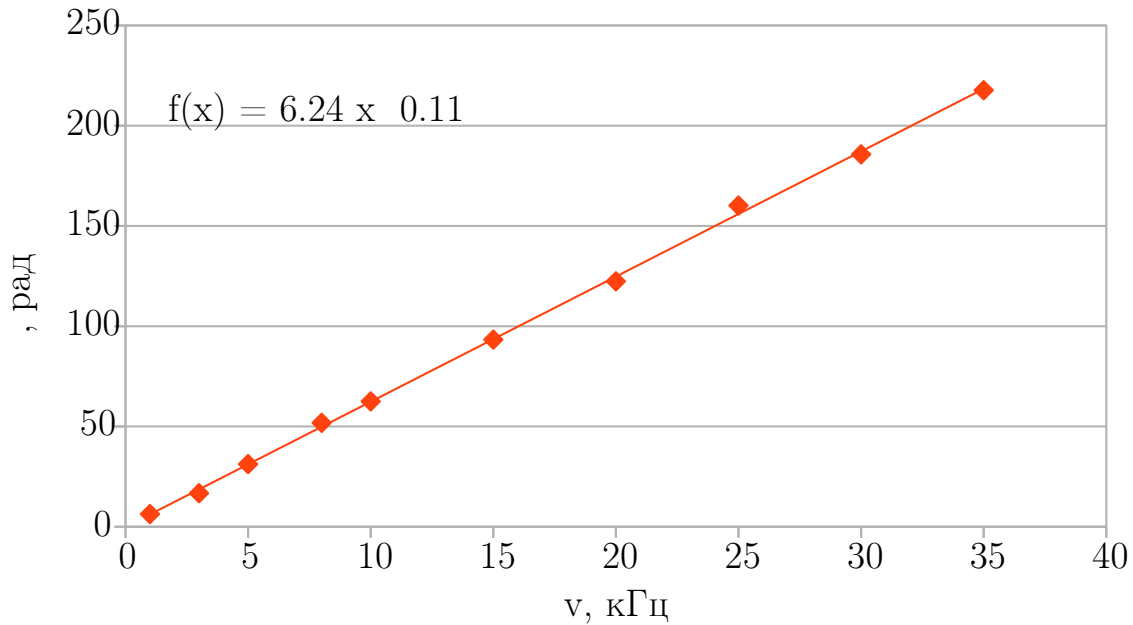
$$\sigma_0 \approx 60 \cdot 10^6 \frac{C_M}{M} = ? \text{ ед. СГС} \approx 60 \cdot 10^{16} \text{ ед. СГС}$$

0.3 Длинная линия. Модель.

Определим предельную частоту распространения сигнала $\nu_0 = 1/\pi\sqrt{LC} = 38\text{кГц}$, согласованную нагрузку $R_0 = \sqrt{L/C} = 178\text{Ом}$.

$\nu, \text{кГц}$	1	3	5	8	10	15	20	25	30	35
$\Delta\varphi$	6	17	31	52	63	93	122	160	186	218

Таблица 2: Данные по длинной волне

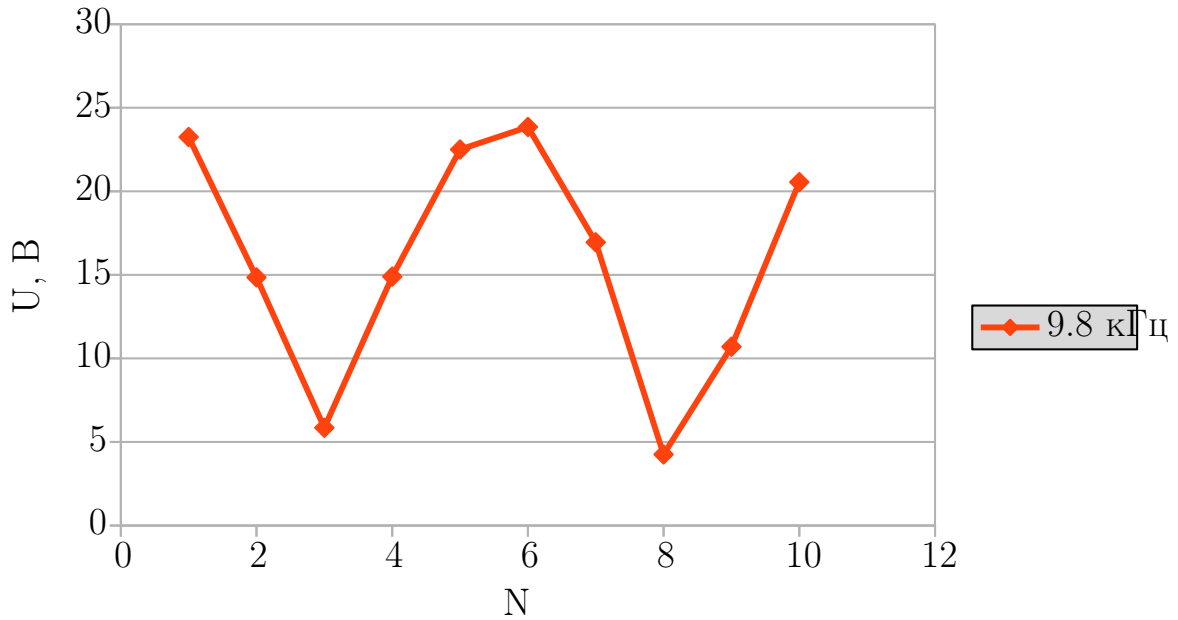


$$a = \Delta y / \Delta x = (6.2 \pm 0.1) \text{ мс}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$U, \text{В}$	47	30	12	30	45	48	34	9	21	41

Таблица 3: Данные по длинной волне

Построим график зависимости напряжения между ячейками от номера при $\nu = 9.8 \text{ кГц}$.



0.4 Вывод.

В ходе данной лабораторной работы мы ознакомились и проверили теорию распространения электрических сигналов вдоль длинной линии. Нашли $V_{\Phi}, L_x, C_x, \varepsilon, \mu$.

$$L_x = (2.0 \pm 0.1) \text{ ед. СГС}$$

$$C_x = (0.7 \pm 0.1) \text{ ед. СГС}$$

$$V_{\Phi} = (2.54 \pm 0.08) \cdot 10^{10} \text{ ед. СГС}$$

$$\varepsilon = (1.5 \pm 0.1) \text{ ед. СГС}$$

$$\mu = (0.9 \pm 0.1) \text{ ед. СГС}$$

Сняли АЧХ и ФЧХ. Нашли σ двумя способами.

$$\sigma_1 = (61 \pm 6) \cdot 10^{16} \text{ ед. СГС}$$

$$\sigma_2 = (68 \pm 6) \cdot 10^{10} \text{ ед. СГС}$$

σ_1 похоже на табличное значение.