МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа прикладной математики и информатики

Отчёт о выполнении лабораторной работы 1.2.3

Определение моментов инерции твердых тел с помощью трифилярного подвеса

Автор:
Чикин Андрей Павлович
Б05-304

Долгопрудный, 2023

Цель работы:

1. измерение момента инерпии ряда тел и сравне-ние результатов с расчетами по теоретическим формулам
2. проверкааддитивности моментов инерции и справедливости формулы Гюй-тенса-Штейнера.

Приборы:

1. трифилярный подвес
2. секундомер
3. счетчик числа колебаний
4. набор тел (диск, стержень, полый цилиндр и другие)

1 Краткая Теория.

$$I = \int_V r^2 dm \tag{1}$$

где I - момент инерции тела, r - расстаяние точечной массы тела dm до оси врациния.

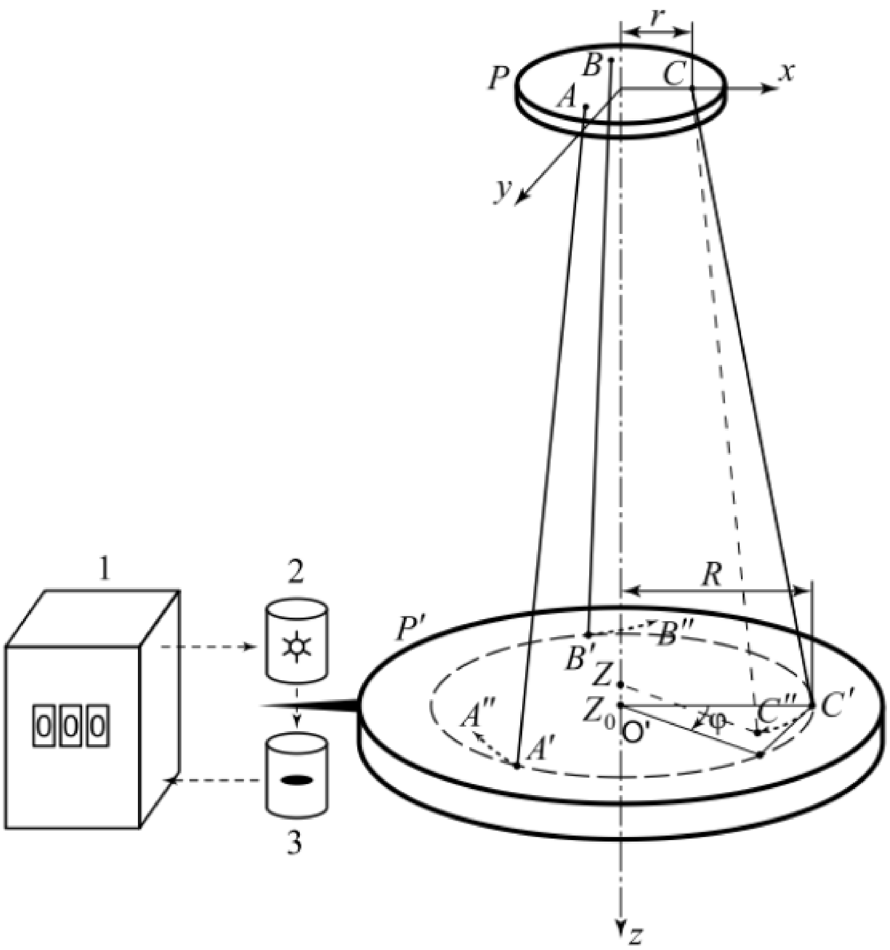

Рис. 1: Трифилярный подвес

Для однородных тел известной плотности при заданных размерах и достаточно простой форме момент инерции можно вычислить. Для неоднородных тел и тел сложной формы момент инерции можно определить экспериментально. Удобно использовать устройство, показанное на рис. 1 и называемое трифилярным подвесом. Оно состоит из укрепленной на некоторой высоте неподвижной платформы Р и подвешенной к ней на трех симметрично расположенных нитях АА', ВВ'и СС' вращающейся платформы Р'. Платформа Р укреплена на кронштейне и снабжена рычагом, при помощи которого в системе можно создать крутильные колебания путем небольшого поворота верхней платформы. (Лучше поворачивать верхнюю платформу) В результате платформа будет совершать крутильные колебания.

Если пренебречь потерями энергии на трение, то ЗСЭ можно записать следующим образом:

$$\frac{I\dot{\varphi}^2}{2} + mg(z_0 - z) = E \tag{2}$$

m — масса платформы с телом, φ — угол поворота платформы от положения равновесия системы, z_0 — координата по вертикали центра нижней платформы О' при равновесии ($\varphi = 0$), z — координата той же точки при некотором угле поворота. Первый член в левой части уравнения — кинетическая энергия вращения, второй член — потенциальная энергия в поле тяжести, E — полная энергия системы.

Воспол зуемся системой координат x, y, z, связанной с верхней платформой, как показано на рис. 1.

$$(R\cos\varphi - r)^2 + R^2\sin^2\varphi + z^2 = L^2 \tag{3}$$

При малых углах поворота:

$$z^2 = L^2 - R^2 - r^2 + 2Rr\cos\varphi = z_0^2 - Rr\varphi^2 \tag{4}$$

$$z \approx \sqrt{z_0^2 - Rr\varphi^2} \approx z_0\sqrt{1 - \frac{Rr\varphi^2}{z_0^2}} \approx z_0 - \frac{Rr\varphi^2}{2z_0} \tag{5}$$

Подставляя в (2):

$$\frac{I\dot{\varphi}^2}{2} + mg\frac{Rr}{2z_0}\varphi^2 = E \tag{6}$$

$$I\ddot{\varphi} + mg\frac{Rr}{z_0}\varphi = 0 \tag{7}$$

$$I\ddot{\varphi} + mg\frac{Rr}{z_0}\varphi = 0 \tag{8}$$

Решение ур-ия (8):

$$\varphi = \varphi_0 \sin\sqrt{\frac{mgRr}{Iz_0} + \theta} \tag{9}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{Iz_0}{mgRr}} \tag{10}$$

$$I = \frac{mgRrT^2}{4\pi z_0} \tag{11}$$

$$I = kmT^2 \tag{12}$$

где $k = \frac{gRr}{4\pi z_0}$

Для счета числа колебаний используется счетчик, состоящий из осветителя (2), фотоэлемента (3) и пересчетного устройства (1) (см. рис. 1).

2 Выполнение.