

Домашнее задание 1 "Дискретная математика" для специальности ОПД (2 курс).

Задание 1. Доказать или опровергнуть утверждение

1. $(A \Delta B) \setminus (A \cup \overline{C}) = (B \cap C) \setminus A$;
2. $(A \cup C) \setminus (\overline{A} \Delta B) = (A \setminus B) \cup ((B \cap C) \setminus A)$;
3. $(A \Delta \overline{B}) \cup (C \setminus A) = (A \cap B) \cup \overline{A \cup (B \setminus C)}$;
4. $(\overline{B} \setminus A) \Delta (A \cup C) = \overline{(B \Delta C) \setminus A}$;
5. $(\overline{A} \setminus \overline{C}) \cup (A \Delta B) = (A \setminus B) \cup ((B \cup C) \setminus A)$;
6. $(A \Delta \overline{B}) \setminus (A \cap C) = ((A \cap B) \setminus C) \cup (\overline{B} \setminus A)$;
7. $(\overline{A} \cup \overline{C}) \setminus (A \Delta B) = ((A \cap B) \setminus C) \cup \overline{A \cup B}$;
8. $(\overline{A} \Delta B) \cap (B \setminus \overline{C}) = \overline{A \cup \overline{B} \cup \overline{C}}$;
9. $(A \setminus B) \Delta (A \cap \overline{C}) = A \cap (B \Delta C)$;
10. $(\overline{A} \setminus \overline{B}) \cup (A \Delta \overline{C}) = (A \cap C) \cup \overline{C \cup (A \setminus B)}$;
11. $(A \Delta B) \setminus (\overline{A} \cap \overline{C}) = (A \setminus B) \cup ((B \cap C) \setminus A)$;
12. $(A \cap \overline{C}) \setminus (A \Delta B) = (A \cap B) \setminus C$;
13. $(A \Delta B) \setminus (\overline{B} \setminus C) = A \setminus (B \cup C)$;
14. $(\overline{B} \setminus A) \Delta (\overline{A} \cap C) = \overline{A \cup (B \Delta C)}$;
15. $A \Delta (B \setminus (A \Delta C)) = (A \setminus B) \cup (B \setminus C)$;
16. $(\overline{A} \Delta B) \setminus (\overline{B} \cup \overline{C}) = A \cap B \cap C$;
17. $(A \setminus \overline{C}) \cap (A \Delta B) = (A \cap C) \setminus B$;
18. $(A \Delta \overline{B}) \cup (B \setminus C) = \overline{A \cup \overline{B}} \cup (B \setminus (C \setminus A))$;
19. $(A \setminus B) \Delta (\overline{A} \cup \overline{C}) = \overline{A \setminus (B \Delta C)}$;
20. $C \Delta (B \setminus (A \Delta C)) = (C \setminus B) \cup (B \setminus A)$.

Задание 2. Построить рефлексивное, симметричное и транзитивное замыкание для отношения, заданного матрицей.

$$1) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 11) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 16) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 12) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 17) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 8) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad 13) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 18) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 9) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 14) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad 19) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$5) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 10) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad 15) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 20) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Задание 3. Определить, сколько решений в неотрицательных целых числах имеет уравнение $x_1 + x_2 + x_3 = k$, если переменные x_1, x_2, x_3 удовлетворяют заданным неравенствам:

1. $x_1 + x_2 + x_3 = 17, x_1 > 3, x_2 < 7, x_3 \leq 4$
2. $x_1 + x_2 + x_3 = 20, x_1 \leq 5, x_2 > 6, x_3 < 5$
3. $x_1 + x_2 + x_3 = 16, x_1 < 4, x_2 \leq 5, x_3 > 4$
4. $x_1 + x_2 + x_3 = 17, x_1 > 3, x_2 < 7, x_3 \leq 4$
5. $x_1 + x_2 + x_3 = 18, x_1 \leq 6, x_2 > 4, x_3 < 5$
6. $x_1 + x_2 + x_3 = 19, x_1 < 7, x_2 \leq 5, x_3 > 4$
7. $x_1 + x_2 + x_3 = 19, x_1 > 5, x_2 < 6, x_3 \leq 6$
8. $x_1 + x_2 + x_3 = 20, x_1 \leq 6, x_2 < 5, x_3 > 6$
9. $x_1 + x_2 + x_3 = 18, x_1 < 7, x_2 > 4, x_3 \leq 4$
10. $x_1 + x_2 + x_3 = 19, x_1 > 6, x_2 \leq 5, x_3 < 7$
11. $x_1 + x_2 + x_3 = 21, x_1 \leq 5, x_2 > 7, x_3 < 5$
12. $x_1 + x_2 + x_3 = 21, x_1 < 4, x_2 \leq 8, x_3 > 3$
13. $x_1 + x_2 + x_3 = 20, x_1 > 2, x_2 \leq 6, x_3 < 8$
14. $x_1 + x_2 + x_3 = 18, x_1 < 8, x_2 > 3, x_3 \leq 3$
15. $x_1 + x_2 + x_3 = 19, x_1 \leq 6, x_2 < 6, x_3 > 4$
16. $x_1 + x_2 + x_3 = 22, x_1 > 5, x_2 < 7, x_3 \leq 6$
17. $x_1 + x_2 + x_3 = 21, x_1 \leq 4, x_2 > 7, x_3 < 4$
18. $x_1 + x_2 + x_3 = 20, x_1 > 3, x_2 \leq 6, x_3 < 7$
19. $x_1 + x_2 + x_3 = 19, x_1 > 4, x_2 < 6, x_3 \leq 5$
20. $x_1 + x_2 + x_3 = 23, x_1 < 7, x_2 \leq 5, x_3 > 4$

Задание 4. Построить таблицу истинности для высказывания

1. $((a \rightarrow b) \oplus c) \leftrightarrow \bar{b}$;
2. $((a \oplus b) \rightarrow \bar{c}) \leftrightarrow \bar{b}$;
3. $((b \leftrightarrow \bar{a}) \vee \bar{c}) \oplus c$;
4. $\overline{(a \leftrightarrow b)c} \oplus \bar{a}$;
5. $\overline{a \rightarrow (b \oplus c)} \leftrightarrow \bar{a}$;
6. $\overline{a \leftrightarrow (b \rightarrow c)} \oplus \bar{b}$;
7. $(a \leftrightarrow b) \oplus \overline{b \rightarrow c}$;
8. $\overline{(a \oplus c) \rightarrow (b \leftrightarrow \bar{a})}$;
9. $(a \leftrightarrow c) \oplus (b \rightarrow \bar{a})$;
10. $\overline{a \rightarrow (c \oplus (b \leftrightarrow \bar{a}))}$;
11. $(ab \oplus c) \rightarrow (b \leftrightarrow \bar{a})$;
12. $(a \rightarrow a\bar{b}c) \rightarrow (ab \oplus \bar{b}\bar{c})$;
13. $(a \oplus b \oplus \bar{c}) \leftrightarrow (\bar{a} \rightarrow b)$;
14. $(a \leftrightarrow bc) \oplus (b \rightarrow \bar{a}\bar{c})$;
15. $(a \oplus c) \leftrightarrow (bc \rightarrow a\bar{c})$;
16. $\overline{a \rightarrow (b \oplus c)} \leftrightarrow b\bar{c}$;
17. $\overline{a \oplus (b \rightarrow c)} \leftrightarrow \bar{b}$;
18. $(a\bar{c} \oplus bc) \leftrightarrow (a \rightarrow b)$;
19. $a \leftrightarrow (\overline{bc \oplus a} \rightarrow b)$;
20. $b \oplus (\bar{a}\bar{c} \rightarrow (b \leftrightarrow \bar{a}))$.

Задание 5. Для булевой функции $f(x_1, x_2, x_3)$ составить совершенную дизъюнктивную нормальную форму и минимизировать её, используя единичный куб, карты Карно и алгоритм Квайна-Маккласки.

1.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

6.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

11.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

16.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

2.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

7.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

12.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

17.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

3.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

8.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

13.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

18.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

4.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

9.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

14.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

19.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

5.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

10.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

15.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

20.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1