Домашнее задание 1 "Дискретная математика" для специальности ОПД (2 курс).

Задание 1 . Доказать или опровергнуть утверждение

1. $(A\Delta B)\setminus(A\cup\overline{C}) = (B\cap C)\setminus A$;
2. $(A\cup C)\setminus(\overline{A}\Delta B) = (A\setminus B)\cup((B\cap C)\setminus A)$;
3. $(A\Delta\overline{B})\cup(C\setminus A) = (A\cap B)\cup\overline{A\cup(B\setminus C)}$;
4. $(\overline{B}\setminus A)\Delta(A\cup C) = \overline{(B\Delta C)\setminus A}$;
5. $(\overline{A}\setminus\overline{C})\cup(A\Delta B) = (A\setminus B)\cup((B\cup C)\setminus A)$;
6. $(A\Delta\overline{B})\setminus(A\cap C) = ((A\cap B)\setminus C)\cup(\overline{B}\setminus A)$;
7. $(\overline{A}\cup\overline{C})\setminus(A\Delta B) = ((A\cap B)\setminus C)\cup\overline{A\cup B}$;
8. $(\overline{A}\Delta B)\cap(B\setminus\overline{C}) = \overline{\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C}}$;
9. $(A\setminus B)\Delta(A\cap\overline{C}) = A\cap(B\Delta C)$;
10. $(\overline{A}\setminus\overline{B})\cup(A\Delta\overline{C}) = (A\cap C)\cup\overline{C\cup(A\setminus B)}$;
11. $(A\Delta B)\setminus(\overline{A}\cap\overline{C}) = (A\setminus B)\cup((B\cap C)\setminus A)$;
12. $(A\cap\overline{C})\setminus(A\Delta B) = (A\cap B)\setminus C$;
13. $(A\Delta B)\setminus(\overline{B}\setminus C) = A\setminus(B\cup C)$;
14. $(\overline{B}\setminus A)\Delta(\overline{A}\cap C) = \overline{A\cup(B\Delta C)}$;
15. $A\Delta(B\setminus(A\Delta C)) = (A\setminus B)\cup(B\setminus C)$;
16. $(\overline{A}\Delta B)\setminus(\overline{B}\cup\overline{C}) = A\cap B\cap C$;
17. $(A\setminus\overline{C})\cap(A\Delta B) = (A\cap C)\setminus B$;
18. $(A\Delta\overline{B})\cup(B\setminus C) = \overline{A\cup B}\cup(B\setminus(C\setminus A))$;
19. $(A\setminus B)\Delta(\overline{A}\cup\overline{C}) = \overline{A\setminus(B\Delta C)}$;
20. $C\Delta(B\setminus(A\Delta C)) = (C\setminus B)\cup(B\setminus A)$.

Задание 2. Построить рефлексивное, симметричное и транзитивное замыкание для отношения, заданного матрицей.

1) $\begin{pmatrix} 0&0&0&1 \\ 0&1&1&1 \\ 0&1&1&1 \\ 0&0&1&0 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} 1&0&1&0 \\ 1&1&1&1 \\ 0&0&0&1 \\ 0&1&0&1 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 1&0&0&1 \\ 1&1&1&0 \\ 0&0&1&0 \\ 1&0&1&0 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} 1&0&0&1 \\ 0&0&0&0 \\ 0&1&0&0 \\ 1&1&0&0 \end{pmatrix}$

5) $\begin{pmatrix} 0&0&0&0 \\ 1&1&1&0 \\ 1&1&1&0 \\ 1&0&0&0 \end{pmatrix}$

6) $\begin{pmatrix} 0&1&1&0 \\ 0&1&0&1 \\ 0&1&1&0 \\ 0&1&1&0 \end{pmatrix}$

7) $\begin{pmatrix} 0&1&0&0 \\ 1&1&0&1 \\ 0&0&1&0 \\ 1&1&0&0 \end{pmatrix}$

8) $\begin{pmatrix} 1&0&0&0 \\ 0&1&0&0 \\ 0&1&1&1 \\ 1&1&1&1 \end{pmatrix}$

9) $\begin{pmatrix} 0&1&1&0 \\ 0&0&0&1 \\ 0&0&0&1 \\ 0&0&0&0 \end{pmatrix}$

10) $\begin{pmatrix} 1&0&1&0 \\ 1&1&1&0 \\ 1&0&0&1 \\ 1&1&1&1 \end{pmatrix}$

11) $\begin{pmatrix} 1&1&1&0 \\ 0&0&1&1 \\ 1&0&1&0 \\ 0&0&0&1 \end{pmatrix}$

12) $\begin{pmatrix} 1&0&1&1 \\ 1&0&0&0 \\ 1&0&0&0 \\ 0&1&1&0 \end{pmatrix}$

13) $\begin{pmatrix} 0&1&0&0 \\ 1&1&1&1 \\ 1&0&1&0 \\ 1&0&1&0 \end{pmatrix}$

14) $\begin{pmatrix} 1&1&0&0 \\ 0&1&0&0 \\ 0&0&1&0 \\ 1&1&1&1 \end{pmatrix}$

15) $\begin{pmatrix} 1&0&0&0 \\ 0&0&1&0 \\ 0&1&1&1 \\ 0&0&1&0 \end{pmatrix}$

16) $\begin{pmatrix} 1&1&0&0 \\ 1&0&0&1 \\ 1&1&0&0 \\ 0&0&1&0 \end{pmatrix}$

17) $\begin{pmatrix} 1&1&1&1 \\ 0&1&0&0 \\ 1&0&1&0 \\ 0&1&1&0 \end{pmatrix}$

18) $\begin{pmatrix} 1&1&1&0 \\ 0&0&0&0 \\ 1&1&1&0 \\ 0&1&0&0 \end{pmatrix}$

19) $\begin{pmatrix} 1&0&0&0 \\ 0&1&0&0 \\ 0&1&0&1 \\ 1&1&1&1 \end{pmatrix}$

20) $\begin{pmatrix} 1&1&1&1 \\ 1&1&0&0 \\ 1&0&1&1 \\ 0&0&0&0 \end{pmatrix}$

Задание 3. Определить, сколько решений в неотрицательных целых числах имеет уравнение $x_1+x_2+x_3=K$, если переменные x_1, x_2, x_3 удовлетворяют заданным неравенствам:

1) $x_1+x_2+x_3=17$, $x_1>3$, $x_2<7$, $x_3\le 4$
2) $x_1+x_2+x_3=20$, $x_1\le 5$, $x_2>6$, $x_3<5$
3) $x_1+x_2+x_3=16$, $x_1<4$, $x_2\le 5$, $x_3>4$
4) $x_1+x_2+x_3=17$, $x_1>3$, $x_2<7$, $x_3\le 4$
5) $x_1+x_2+x_3=18$, $x_1\le 6$, $x_2>4$, $x_3<5$
6) $x_1+x_2+x_3=19$, $x_1<7$, $x_2\le 5$, $x_3>4$
7) $x_1+x_2+x_3=19$, $x_1>5$, $x_2<6$, $x_3\le 6$
8) $x_1+x_2+x_3=20$, $x_1\le 6$, $x_2<5$, $x_3>6$
9) $x_1+x_2+x_3=18$, $x_1<7$, $x_2>4$, $x_3\le 4$
10) $x_1+x_2+x_3=19$, $x_1>6$, $x_2\le 5$, $x_3<7$
11) $x_1+x_2+x_3=21$, $x_1\le 5$, $x_2>7$, $x_3<5$
12) $x_1+x_2+x_3=21$, $x_1<4$, $x_2\le 8$, $x_3>3$
13) $x_1+x_2+x_3=20$, $x_1>2$, $x_2\le 6$, $x_3<8$
14) $x_1+x_2+x_3=18$, $x_1<8$, $x_2>3$, $x_3\le 3$
15) $x_1+x_2+x_3=19$, $x_1\le 6$, $x_2<6$, $x_3>4$
16) $x_1+x_2+x_3=22$, $x_1>5$, $x_2<7$, $x_3\le 6$
17) $x_1+x_2+x_3=21$, $x_1\le 4$, $x_2>7$, $x_3<4$
18) $x_1+x_2+x_3=20$, $x_1>3$, $x_2\le 6$, $x_3<7$
19) $x_1+x_2+x_3=19$, $x_1>4$, $x_2<6$, $x_3\le 5$
20) $x_1+x_2+x_3=23$, $x_1<7$, $x_2\le 5$, $x_3>4$

Задание 4. Построить таблицу истинности для высказывания

1. $((a \to b) \oplus c) \leftrightarrow \overline{b}$;
2. $((a \oplus b) \to \overline{c}) \leftrightarrow \overline{b}$;
3. $((b \leftrightarrow \overline{a}) \vee \overline{c}) \oplus c$;
4. $\overline{(a \leftrightarrow b)c} \oplus \overline{a}$;
5. $\overline{a \to (b \oplus c)} \leftrightarrow \overline{a}$;
6. $\overline{a \leftrightarrow (b \to c)} \oplus \overline{b}$;
7. $(a \leftrightarrow b) \oplus \overline{b \to c}$;
8. $\overline{(a \oplus c) \to (b \leftrightarrow \overline{a})}$;
9. $(a \leftrightarrow c) \oplus (b \to \overline{a})$;
10. $\overline{a \to (c \oplus (b \leftrightarrow \overline{a}))}$;
11. $(ab \oplus c) \to (b \leftrightarrow \overline{a})$;
12. $(a \to a\overline{b}c) \to (ab \oplus \overline{b}\overline{c})$;
13. $(a \oplus b \oplus \overline{c}) \leftrightarrow (\overline{a} \to b)$;
14. $(a \leftrightarrow bc) \oplus (b \to \overline{ac})$;
15. $(a \oplus c) \leftrightarrow (bc \to a\overline{c})$;
16. $\overline{a \to (b \oplus c)} \leftrightarrow b\overline{c}$;
17. $\overline{a \oplus (b \to c)} \leftrightarrow \overline{b}$;
18. $(a\overline{c} \oplus bc) \leftrightarrow (a \to b)$;
19. $a \leftrightarrow (\overline{bc \oplus a} \to b)$;
20. $b \oplus (\overline{ac} \to (b \leftrightarrow \overline{a}))$.

5. Для булевой функции $f(x_1, x_2, x_3)$ составить совершенную дизъюнктивную нормальную форму и минимизировать её, используя единичный куб, карты Карно и алгоритм Квайна - Макккласки.

1.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

2.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

3.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

4.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

5.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

6.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

7.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

8.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

9.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

10.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

11.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

12.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

13.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

14.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

15.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

16.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

17.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

18.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

19.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

20.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1