Вариант №1

Задача №1

Пространство заполнено зарядом с объемной плотностью $\rho = \rho_0 \exp\left(-\alpha r^3\right)$, где ρ_0 и α – положительные постоянные, а r – расстояние от центра системы. Найти $E(r)$.

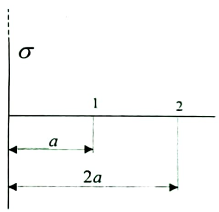
Ответ: $E(r) = \dfrac{\rho_0}{3\alpha\varepsilon_0} \cdot \dfrac{1}{r^2}\left(1 - e^{-\alpha r^3}\right)$.

Задача №2

На отрезке тонкого прямого проводника равномерно распределен заряд с линейной плотностью τ. Найти потенциал и напряженность поля в точке, лежащей на оси отрезка на расстоянии a от ближайшего его конца.

Ответ: $\varphi = \dfrac{\tau}{4\pi\varepsilon_0} \ln\dfrac{l+a}{a}$; $E = \dfrac{\tau l}{4\pi\varepsilon_0 a(l+a)}$.

Задача №3



Поле создается бесконечно- большой по размерам равномерно заряженной тонкой плоскостью $(+\sigma = const)$. Найти работу по перемещению заряда q из точки 1 в точку 2.

Ответ: $A = \dfrac{q\sigma a}{2\varepsilon_0 \varepsilon}$.

Задача №4

Вычислить энергию поля двух металлических шаров радиусами R_1 и R_2 и зарядами q_1 и q_2. Расстояние между центрами шаров равно a.

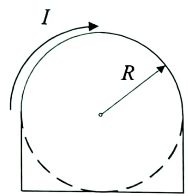
Ответ: $W = \dfrac{q_1^2}{8\pi\varepsilon_0 R_1} + \dfrac{q_2^2}{8\pi\varepsilon_0 R_2} + \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 a}$.

Задача №5

Между обкладками плоского конденсатора, заряженного до разности потенциалов U, зажата диэлектрическая пластинка с проницаемостью ε и толщиной d. Определить плоскость связанных зарядов на поверхности диэлектрической пластины.

Ответ: $\sigma_\rho = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)U/d$.

Задача №6



По плоскому контуру из тонкого провода течет ток $I = 100A$. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током в точке O. Радиус R изогнутой части контура равен 20 см.

Ответ: $B = \dfrac{\mu_0 I}{2R}\left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{\pi}\right) = 298\,мкТл$.

Вариант №2

Задача №1

Полусфера радиуса R заряжена равномерно с поверхностной плотностью σ. Найти E в центре полусферы.

Ответ: $E=\dfrac{\sigma}{4\varepsilon_0}$.

Задача №2

По тонкому проволочному кольцу радиуса R, находящемуся в вакууме, равномерно распределен заряд q. Приняв ось кольца за ось X, найти φ и E на оси кольца как функцию координаты X (начало координат поместить в центре кольца).

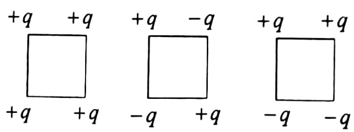
Ответ: $\varphi(x)=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$; $E(x)=\dfrac{qx}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{\left(x^2+R^2\right)^3}}$.

Задача №3

Тонкий стержень согнут в кольцо радиуса R. Он заряжен с линейной плотностью τ. Какую работу надо совершить, чтобы перенести заряд q из центра кольца в точку, расположенную на оси кольца на расстоянии l от его центра.

Ответ: $A=\dfrac{q\tau}{4\varepsilon_0}\left(1-\dfrac{R}{\sqrt{R^2+l^2}}\right)$.

Задача №4



Найти взаимную потенциальную энергию для каждой из систем точечных зарядов, изображенных на рисунке. Все заряды одинаковы по абсолютной величине и располагаются в вершинах квадрата со стороной a.

Ответ: $W_1=\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(\sqrt{2}+4\right)$; $W_2=\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(\sqrt{2}-4\right)$; $W_1=-\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\sqrt{2}$.

Задача №5

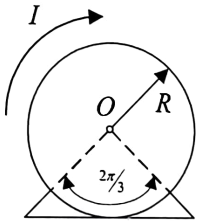
Расстояние между пластинами плоского конденсатора равно d, разность потенциалов U. На нижней пластине лежит пластина диэлектрика толщиной d_2 и проницаемостью ε. Определить поверхностную плотность связанных зарядов на этой пластине.

Ответ: $\sigma_p=\dfrac{\varepsilon_0(\varepsilon-1)U}{\varepsilon d_1+d_2}$.

Задача №6

По плоскому контуру из тонкого провода течет ток $I=100A$. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током в точке O. Радиус R изогнутой части контура равен 20 см.

Ответ: $B=\dfrac{\mu_0 I}{4R}\left(\dfrac{3}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{\pi}\right)=306\,мкТл$.



Вариант №3

Задача №1

Шар радиуса R имеет положительный заряд, объемная плотность которого $\rho = \rho_0\left(1-\frac{r}{R}\right)$, где ρ_0 - постоянная, r – расстояние от центра шара. Найти $E(r)$ внутри и вне шара.

Ответ:
$$1) r < R; E(r) = \frac{\rho_0 r}{3\varepsilon\varepsilon_0} - \frac{\rho_0 r^2}{4R\varepsilon\varepsilon_0};$$
$$2) r \geq R; E(r) = \frac{\rho_0 R^3}{3\varepsilon\varepsilon r^3} - \frac{\rho_0 R^3}{4\varepsilon\varepsilon_0 r^2}.$$

Задача №2

Тонкий однородный диск радиусом R заряжен равномерно с поверхностной плотностью σ. Найти φ и E на оси диска как функцию координаты X.

Ответ: $\varphi(x) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{x^2+R^2} - |x|\right]$; $E(x) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\frac{x}{|x|} - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right]$.

Задача №3

Тонкий стержень согнут в полукольцо. Стержень заряжен с линейной плотностью τ. Какую работу надо совершить, чтобы перенести заряд q из центра полукольца в бесконечность?

Ответ: $A = \frac{q\tau}{4\varepsilon_0}$.

Задача №4

Сплошной парафиновый шар радиусом R заряжен равномерно по объему с объемной плотностью ρ. Определить энергию электрического поля, сосредоточенную в самом шаре, и энергию вне его.

Ответ: $W_1 = \frac{2\pi\rho^2 R^5}{45\varepsilon_0\varepsilon}; W_2 = \frac{2\pi\rho^2 R^5}{9\varepsilon_0}$.

Задача №5

В пространстве, наполовину заполненном диэлектриком с проницаемостью ε, создано однородное электрическое поле, напряженность которого в воздухе E_1. Вектор $\vec{E}_1$ образует угол α с границей диэлектрик-воздух, которую можно считать плоской. Определить численные значения векторов $\vec{D}$, $\vec{E}$, и $\vec{P}$ в диэлектрике.

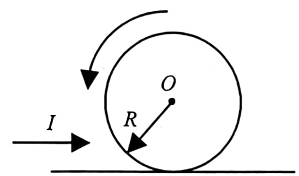
Ответ: $D_2 = D_1\sqrt{\sin^2\alpha + \varepsilon^2\cos^2\alpha}$; $E_2 = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon^2}E_{n1}^2 + E_{\tau1}^2}$;

$P_2 = D_2 - \varepsilon_0 E_2$.

Задача №6

Бесконечно длинный тонкий проводник с током $I = 50A$ имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом $R = 10см$. Определить в точке O магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током.

Ответ: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}(\pi+1) = 414мкТл$.



Вариант №4

Задача 1.

Система состоит из тонкого проволочного кольца и полубесконечной нити совпадает с центром кольца. Радиус кольца R. Кольцо заряжено зарядом q, а нить заряжена равномерно с линейной плотностью r. Найти силу их взаимодействия.

Ответ: $F = \dfrac{qr}{4\pi\varepsilon_0}$

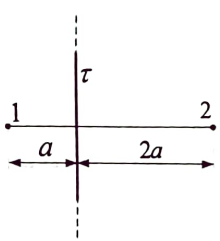
Задача 2.

Найти потенциал и напряженность поля в центре полусферы радиусом R, заряженной с постоянной поверхностной плотностью σ. Положить $\varepsilon = 1$.

Ответ: $\varphi = \dfrac{R\sigma}{2\varepsilon_0}; E = \dfrac{\sigma}{4\varepsilon_0}$

Задача 3.

Бесконечная прямая нить несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью τ. Определить работу A_{12}. сил поля по перемещению заряда q из точки 1 в точку 2.



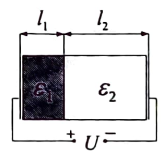
Ответ: $A_{12} = \dfrac{q\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln 2$

Задача 4.

Зная, что энергия электрического поля определяется выражением $W = \int\limits_{(V)} \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon R^3}{2} dV$, показать, что энергия шара радиуса R, заряженного по объему с постоянной плотностью ρ, равна $W = \dfrac{4\rho^2 R^5 \pi}{15\varepsilon_0}$, при $\varepsilon = 1$.

Задача 5.

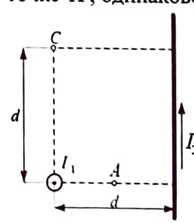
Найти энергию этого конденсатора, если площадь каждой пластины равна S (см. рис.)



Ответ: $W = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 \varepsilon_2 SU}{2(l_1\varepsilon_2 + l_2\varepsilon_1)}$

Задача 6.

Два бесконечно длинных прямых проводника скрещены под прямым углом. По проводам текут токи $I_1 = 80A$ и $I_2 = 60A$. Расстояние d между проводниками равно 10см. Определить магнитную индукцию B в точке A, одинаково удаленной от обоих проводников.



Ответ: $B = \dfrac{\mu_0}{\pi d}\sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 400\text{мкТл}$

Вариант №5

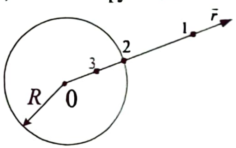
Задача 1.

Найти силу, действующую на отрезок нити длиной $r_2 - r_1$ заряженной с линейной плотностью τ_2 и находящейся вдоль радиуса от бесконечно длинной нити, заряженной с линейной плотностью τ_1.

Ответ: $F = \frac{\tau_1 \tau_2}{2\pi\varepsilon_0} \ln\left|\frac{r_2}{r_1}\right|$

Задача 2.

Заряд q равномерно распределен по объему шара радиуса R. Используя теорему гаусса и определение потенциала, найти потенциалы в точках 1, 2, 3 и 0 как функцию r.



Ответ:

$$\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}; \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}; \varphi_3 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\left(\frac{R^2 - r^2}{2}\right) + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

Задача 3.

Определить работу электрических сил, если четыре одинаковых по величине и знаку заряда q, расположенных вдоль прямой на расстояниях r друг от друга, перенести в вершины тетраэдра с длиной ребра r.

Ответ: $A_{эл} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{5q^2}{3r}$

Задача 4.

Определить потенциальную энергию диполя во внешнем однородном электрическом поле с напряженностью $\vec{E}$. Электрический момент диполя равен $\vec{p}$. (Дать два решения.)

Ответ: $W = -\vec{p}\vec{E}$

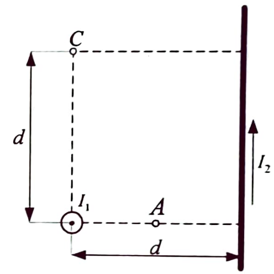
Задача 5.

Расстояние d между пластинами плоского конденсатора равно 2мм. Разность потенциалов $U = 1{,}8кВ$ Диэлектрик – стекло. Определить диэлектрическую восприимчивость χ стекла и поверхностную плотность σ' поляризационных (связанных) зарядов на поверхности стекла.

Ответ: $\chi = 6; \sigma' = 47{,}7\frac{мкКл}{м^2}$

Задача 6.

По двум бесконечно длинным прямым проводам, скрещенным под прямым углом, текут токи $I_1 = 30A$ и $I_2 = 40A$. Расстояние d между проводами равно 20см. Определить магнитную индукцию B в точке C, одинаково удаленной от обоих проводников на расстояние, равное d.

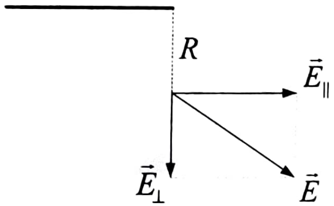


Ответ: $B = 50мкТл$

Вариант №6

Задача 1.

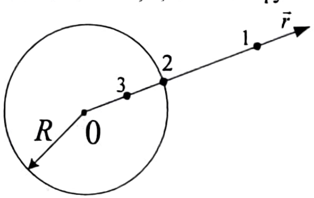
Полубесконечная нить заряжена равномерно с линейной плотностью τ. Найти $E_\perp, E_\parallel$ и результирующую E, на расстоянии R от нити у её конца.



Ответ: $E_{\perp} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}; E_{\parallel} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}; E = \sqrt{2}\cdot\frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}$

Задача 2.

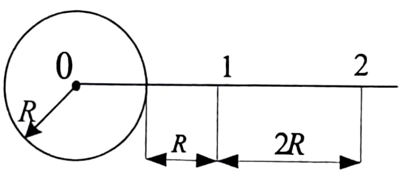
Заряд q равномерно распределен по поверхности сферы радиуса R. Используя теорему Гаусса и определение потенциала найти потенциал поля в точках 1, 2, 3 и 0 как функцию r.



Ответ: $\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}; \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}; \varphi_3 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

Задача 3.

Определить работу сил поля по перемещению заряда q из точки 1 в точку 2 поля, созданного заряженным проводящим шаром. Потенциал шара равен φ.



Ответ: $A_{12} = \frac{q\varphi}{4}$

Задача 4.

Плоский воздушный конденсатор заряжен до разности потенциалов U. Площадь пластины конденсатора S, а расстояние между пластинами l_1. Какую работу совершат электрические силы, если расстояние между обкладками увеличить до l_2, не отключая конденсатор от источника? (Найти два решения.)

Ответ: $A = \frac{\varepsilon_0 S U^2}{2}\left(\frac{1}{l_1} - \frac{1}{l_2}\right)$

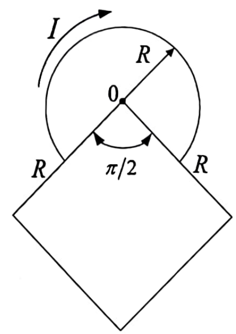
Задача 5.

Металлический шар радиусом $R = 5м$ окружен равномерным слоем фарфора толщиной $d = 2см$. Определить поверхностные плотности σ_1' и σ_2' связанных зарядов соответственно на внутренней и внешней поверхностях диэлектрика. Заряд шара $Q = 10нКл$.

Ответ: $\sigma_1' = -\frac{Q}{4\pi R^2}\cdot\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} = 0{,}26\frac{мкКл}{м^2}$

Задача 6.

По плоскому контуру из тонкого провода течет ток $I = 100A$. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого этим током в точке O. Радиус R изогнутой части контура равен 20см.



Ответ: $B = \frac{\mu_0 I}{8R}\left(3 + \frac{\sqrt{2}}{\pi}\right) = 271 мкТл.$