

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Цели: изучение математического аппарата математического программирования на примере задач небольшой размерности, допускающих графическое решение

Задачи: представить графическое решение, реализованное на языке высокого уровня

Решить задачу нелинейного программирования графическим методом.

1. $z = x_1 - x_2 \rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \leq 9, \\ (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2 \leq 4; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$	2. $z = x_1 + x_2 \rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \geq 9, \\ (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2 \leq 4; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$	3. $z = x_1 - x_2 \rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \geq 1, \\ (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2 \leq 9; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$
4. $z = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 5)^2 \rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} x_1 - x_2 \geq -2, \\ x_1 + 3x_2 \geq 10, \\ 3x_1 - x_2 \leq 10; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$	5. $z = 4x_1 + x_2 \rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 \geq 4, \\ (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 \leq 9, \\ x_1 + x_2 \leq 5; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$	6. $z = 2x_1 + x_2 \rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 \geq 4, \\ (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 \leq 9, \\ x_1 + x_2 \geq 3; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$
7. $z = x_1 + x_2 \rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях	8. $z = (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 6)^2 \rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях	9. $z = x_1 + x_2 \rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях
$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \geq 1, \\ x_1^2 + x_2^2 \leq 9; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 - 4x_2 \leq -7, \\ x_1 + x_2 \leq 8, \\ 4x_1 - x_2 \geq -2; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$	$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \leq 9, \\ (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2 \leq 4; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$
10. $z = x_1 - x_2 \rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \geq 9, \\ (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2 \leq 4; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$	11. $z = x_1 + x_2 \rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 \geq 1, \\ (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2 \leq 9; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$	12. $z = x_1 - 4x_2 \rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 \geq 4, \\ (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 \leq 9, \\ x_1 + x_2 \leq 5; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$

13. $z = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 2)^2 \rightarrow$ $\rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \leq 8, \\ x_1 + 2x_2 \geq 4, \\ x_1 - 2x_2 \geq -8; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$	14. $z = x_1 + 2x_2 \rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} (x_1 - 2)(x_2 + 1) \geq 4, \\ x_1 + x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$	15. $z = x_1 + x_2 \rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \geq 9, \\ (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 \leq 4; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$
16. $z = x_1 \cdot x_2 \rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 \geq 12, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ -3x_1 + 4x_2 \leq 12; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$	17. $z = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2 \rightarrow$ $\rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 15, \\ x_1 + x_2 \leq 7; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$	18. $z = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 -$ $- 10x_2 + 26 \rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} x_1 - 2x_2 \geq -4, \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 20; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$
19. $z = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 7)^2 \rightarrow$ $\rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ x_1 + x_2 \leq 9; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$	20. $z = 2x_1 - x_2 \rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} (x_1 - 1)(x_2 + 1) \geq 4, \\ x_1 + x_2 \leq 5; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$	21. $z = x_1 - 3x_2 \rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \leq 9, \\ 2x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_1 - 2x_2 \leq 0; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$
22. $z = 2x_1 + x_2 \rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} (x_1 - 2)(x_2 + 1) \geq 4, \\ x_1 + x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$	23. $z = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 4)^2 \rightarrow$ $\rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 \geq -10, \\ 2x_1 + x_2 \geq 4, \\ 2x_1 - x_2 \leq 8; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$	24. $z = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 4)^2 \rightarrow$ $\rightarrow (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 1, \\ 5x_1 - x_2 \geq -4, \\ 7x_1 + 4x_2 \leq 42; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$

<p>25.</p> $z = x_1 - 2x_2 \rightarrow (\max, \min)$ <p>при ограничениях</p> $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \leq 16, \\ 3x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_1 - 3x_2 \leq 0; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$	<p>26.</p> $z = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 4)^2 \rightarrow (\max, \min)$ <p>при ограничениях</p> $\begin{cases} x_1 - 2x_2 \geq -4, \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 20; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$	<p>27.</p> $z = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 1)^2 \rightarrow (\max, \min)$ <p>при ограничениях</p> $\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 12, \\ 2x_1 - x_2 \leq 10, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 10; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$
<p>28.</p> $z = x_1 + x_2 \rightarrow (\max, \min)$ <p>при ограничениях</p> $\begin{cases} (x_1 - 1)(x_2 - 1) \geq 1, \\ (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \leq 9; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$	<p>29.</p> $z = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 3)^2 \rightarrow (\max, \min)$ <p>при ограничениях</p> $\begin{cases} x_1 - 5x_2 \leq 4, \\ 4x_1 + 7x_2 \leq 28, \\ 2x_1 - x_2 \geq -1; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$	<p>30.</p> $z = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \rightarrow (\max, \min)$ <p>при ограничениях</p> $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 6, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 2x_1 - x_2 \leq 6; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$

Найти условный экстремум функции методом множителей Лагранжа

1. $z = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 + x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$ при условии $x_1 + x_2 + 3 = 0$.	2. $z = 6 - 4x_1 - 3x_2 \rightarrow \text{extr}$ при условии $x_1^2 + x_2^2 = 1$.
3. $z = 2x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}$ при условии $x_1^2 + x_2^2 = 1$.	4. $z = 2x_1x_3 - x_2x_3 \rightarrow \text{extr}$ при условиях $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$
5. $z = x_1x_2 + x_2x_3 \rightarrow \text{extr}$ при условиях $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$	6. $z = x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}$ при условии $x_1^2 + x_2^2 = 1$.
7. $z = 4x_1 + 9x_2 - 25 \rightarrow \text{extr}$ при условии $4x_1^2 + 36x_2^2 = 9$.	8. $z = 2x_1x_2 \rightarrow \text{extr}$ при условии $2x_1 - 3x_2 - 4 = 0$.
9. $z = x_1x_2 + x_2x_3 \rightarrow \text{extr}$ при условиях $\begin{cases} x_1 - x_2 = 2, \\ x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$	10. $z = x_1^2 + x_2^2 \rightarrow \text{extr}$ при условии $3x_1 + 2x_2 - 11 = 0$.
11. $z = \frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{3} \rightarrow \text{extr}$ при условии $x_1^2 + x_2^2 = 1$.	12. $z = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \rightarrow \text{extr}$ при условии $x_1 + x_2 = 2$.
13. $z = -x_1x_2^2 \rightarrow \text{extr}$ при условии $x_1 + 2x_2 - 1 = 0$.	14. $z = 2x_1 - x_2 + x_3 \rightarrow \text{extr}$ при условии $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1$.
15. $z = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \rightarrow \text{extr}$ при условии $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 1$.	16. $z = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \text{extr}$ при условии $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = 1$.
17. $z = \frac{x_1}{\sqrt{2}} + \frac{x_2}{\sqrt{2}} - 2\sqrt{2} \rightarrow \text{extr}$ при условии $x_1^2 + x_2^2 = 1$.	18. $z = x_1^2 + x_2^2 + x_3 \rightarrow \text{extr}$ при условиях $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 = 12. \end{cases}$
19. $z = x_1x_2 + x_2x_3 \rightarrow \text{extr}$ при условиях $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4, \\ x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$	20. $z = x_1x_2x_3 \rightarrow \text{extr}$ при условиях $\begin{cases} 2x_1x_2 + x_2x_3 = 12, \\ 2x_1 - x_2 = 8. \end{cases}$

21. $z = x_1x_2x_3 \rightarrow \text{extr}$ при условиях $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 12. \end{cases}$	22. $z = 2x_1x_3 - x_2x_3 \rightarrow \text{extr}$ при условиях $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$
23. $z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}$ при условии $x_1^2 + x_2^2 = 1$.	24. $z = x_1^2 + x_2^2 \rightarrow \text{extr}$ при условии $3x_1 + 2x_2 = 25$.
25. $z = x_1^2 + 2x_2^2 + 12x_1x_2 \rightarrow \text{extr}$ при условии $4x_1^2 + x_2^2 = 25$.	26. $z = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}$ при условии $x_1^2 + x_2^2 = 1$.
27. $z = x_1x_2 \rightarrow \text{extr}$ при условии $3x_1 - 2x_2 = 4$.	28. $z = -x_1^2x_2 \rightarrow \text{extr}$ при условии $2x_1 + x_2 = 1$.
29. $z = 2x_1 + x_2 - 2x_3 \rightarrow \text{extr}$ при условии $x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 = 36$.	30. $z = 9x_1 + 4x_2 - 25 \rightarrow \text{extr}$ при условии $36x_1^2 + 4x_2^2 = 9$.