

Домашнее задание 2 "Дискретная математика"

Тема: "Рекуррентные соотношения. Графы".

Задание 1. Решить рекуррентное соотношение

1. $a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2} + 2 \cdot 4^n, a_0 = 7, a_1 = 16$
2. $a_n = 5a_{n-1} + 6a_{n-2} + 100n, a_0 = 2, a_1 = 10$
3. $a_n = 7a_{n-1} - 12a_{n-2} + 3 \cdot 4^n, a_0 = 11, a_1 = 23$
4. $a_n = 12a_{n-1} - 36a_{n-2} + 4 \cdot 3^n, a_0 = 3, a_1 = 18$
5. $a_n = 2a_{n-1} + 15a_{n-2} + 32 \cdot (-3)^n, a_0 = 8, a_1 = 12$
6. $a_n = 11a_{n-1} - 28a_{n-2} + 15 \cdot 4^n, a_0 = 6, a_1 = 28$
7. $a_n = -8a_{n-1} - 16a_{n-2} + 2 \cdot 4^n, a_0 = 2, a_1 = 20$
8. $a_n = -8a_{n-1} + 20a_{n-2} - 27 \cdot 2^n, a_0 = 6, a_1 = 15$
9. $a_n = -8a_{n-1} - 12a_{n-2} - 8 \cdot (-2)^n, a_0 = 6, a_1 = 16$
10. $a_n = -14a_{n-1} - 49a_{n-2} + 2 \cdot (-7)^n, a_0 = 6, a_1 = 33$
11. $a_n = 14a_{n-1} - 48a_{n-2} + 3 \cdot 6^n, a_0 = 4, a_1 = 12$
12. $a_n = 14a_{n-1} + 15a_{n-2} + 16 \cdot (-1)^n, a_0 = 24, a_1 = 7$
13. $a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2} + 2 \cdot 3^n, a_0 = 6, a_1 = 27$
14. $a_n = -6a_{n-1} + 16a_{n-2} + 10 \cdot 2^n, a_0 = 8, a_1 = 15$
15. $a_n = -10a_{n-1} - 24a_{n-2} + 4 \cdot (-6)^n, a_0 = 4, a_1 = 12$
16. $a_n = -10a_{n-1} - 25a_{n-2} + 108 \cdot n, a_0 = 4, a_1 = 16$
17. $a_n = 9a_{n-1} + 22a_{n-2} + 13 \cdot 11^n, a_0 = 9, a_1 = 25$
18. $a_n = 11a_{n-1} - 30a_{n-2} + 3 \cdot 5^n, a_0 = 6, a_1 = 22$
19. $a_n = 8a_{n-1} - 16a_{n-2} + 3 \cdot 4^n, a_0 = 3, a_1 = 10$
20. $a_n = a_{n-1} + 20a_{n-2} + 9 \cdot 5^n, a_0 = 24, a_1 = 10$

Задание 2. Для неориентированного графа $G = (V, E)$ составить список смежности, матрицу смежности, матрицу инцидентности. Множество вершин $V = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, множество E указано ниже. Изобразить данный граф на чертеже.

1. $E = \{(x_1, x_2) \cdot 2, (x_1, x_3), (x_1, x_4) \cdot 3, (x_2, x_3), (x_3, x_4) \cdot 2, (x_1, x_1)\}$;
2. $E = \{(x_1, x_2), (x_1, x_3), (x_1, x_4) \cdot 2, (x_2, x_3) \cdot 2, (x_3, x_4) \cdot 3, (x_4, x_4)\}$;
3. $E = \{(x_1, x_2) \cdot 2, (x_1, x_3), (x_1, x_4), (x_2, x_3) \cdot 3, (x_3, x_4) \cdot 2, (x_4, x_4)\}$;
4. $E = \{(x_1, x_2) \cdot 3, (x_1, x_3), (x_1, x_4) \cdot 2, (x_2, x_3), (x_3, x_4) \cdot 2, (x_3, x_3)\}$;
5. $E = \{(x_1, x_2), (x_1, x_4) \cdot 3, (x_2, x_4), (x_2, x_3) \cdot 2, (x_3, x_4) \cdot 2, (x_1, x_1)\}$;
6. $E = \{(x_1, x_2) \cdot 2, (x_1, x_4) \cdot 2, (x_2, x_3), (x_2, x_4), (x_3, x_4) \cdot 3, (x_4, x_4)\}$;
7. $E = \{(x_1, x_2), (x_1, x_3), (x_1, x_4) \cdot 2, (x_2, x_3) \cdot 3, (x_3, x_4) \cdot 2, (x_4, x_4)\}$;
8. $E = \{(x_1, x_2) \cdot 3, (x_1, x_4) \cdot 2, (x_2, x_3), (x_2, x_4) \cdot 2, (x_3, x_4), (x_3, x_3)\}$;
9. $E = \{(x_1, x_2), (x_1, x_3) \cdot 2, (x_1, x_4) \cdot 3, (x_2, x_3), (x_3, x_4) \cdot 2, (x_3, x_3)\}$;
10. $E = \{(x_1, x_2), (x_1, x_4), (x_2, x_3) \cdot 2, (x_2, x_4) \cdot 2, (x_3, x_4) \cdot 3, (x_3, x_3)\}$;
11. $E = \{(x_1, x_2), (x_1, x_4), (x_2, x_3) \cdot 3, (x_2, x_4) \cdot 2, (x_3, x_4) \cdot 2, (x_4, x_4)\}$;
12. $E = \{(x_1, x_2) \cdot 3, (x_1, x_4) \cdot 2, (x_2, x_3), (x_2, x_4), (x_3, x_4) \cdot 2, (x_3, x_3)\}$;
13. $E = \{(x_1, x_2) \cdot 2, (x_1, x_4) \cdot 3, (x_2, x_3) \cdot 2, (x_2, x_4), (x_3, x_4), (x_4, x_4)\}$;
14. $E = \{(x_1, x_2) \cdot 2, (x_1, x_4), (x_2, x_3) \cdot 2, (x_2, x_4), (x_3, x_4) \cdot 3, (x_3, x_3)\}$;
15. $E = \{(x_1, x_2), (x_1, x_4) \cdot 2, (x_2, x_3) \cdot 3, (x_2, x_4), (x_3, x_4) \cdot 2, (x_4, x_4)\}$;
16. $E = \{(x_1, x_2) \cdot 3, (x_1, x_3), (x_1, x_4), (x_2, x_3), (x_3, x_4) \cdot 2, (x_4, x_4)\}$;
17. $E = \{(x_1, x_2) \cdot 2, (x_1, x_4) \cdot 3, (x_2, x_3), (x_2, x_4), (x_3, x_4), (x_4, x_4)\}$;
18. $E = \{(x_1, x_2), (x_1, x_3) \cdot 2, (x_1, x_4), (x_2, x_3) \cdot 2, (x_3, x_4) \cdot 3, (x_3, x_3)\}$;
19. $E = \{(x_1, x_3) \cdot 3, (x_1, x_4) \cdot 2, (x_2, x_3), (x_3, x_4) \cdot 3, (x_3, x_3), (x_4, x_4)\}$;
20. $E = \{(x_1, x_3) \cdot 3, (x_1, x_4), (x_2, x_3) \cdot 3, (x_3, x_4) \cdot 3, (x_1, x_1), (x_4, x_4)\}$;

Задание 3. По заданной матрице весов ориентированного графа G найти величину минимального пути и сам путь от вершины $s = x_1$ до вершины $t = x_6$ по алгоритму Дейкстры.

1. $\begin{pmatrix} - & 5 & 10 & 13 & \infty & \infty \\ \infty & - & 8 & 9 & 13 & \infty \\ \infty & \infty & - & 5 & 3 & 6 \\ \infty & \infty & \infty & - & 8 & 10 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 9 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} - & 11 & \infty & 14 & 15 & \infty \\ \infty & - & 13 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & \infty & \infty & 13 \\ \infty & 7 & 11 & - & 9 & \infty \\ \infty & 11 & 10 & \infty & - & 14 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix} - & 5 & 8 & 7 & 18 & \infty \\ \infty & - & 11 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & \infty & \infty & 17 \\ \infty & 10 & 12 & - & 6 & \infty \\ \infty & 7 & 8 & \infty & - & 11 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix} - & 5 & 6 & 9 & \infty & \infty \\ \infty & - & \infty & 3 & \infty & 14 \\ \infty & 3 & - & 3 & 4 & 16 \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 4 \\ \infty & \infty & \infty & 3 & - & 8 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$
5. $\begin{pmatrix} - & 7 & 9 & \infty & 11 & \infty \\ \infty & - & \infty & 6 & \infty & 13 \\ \infty & 6 & - & 5 & 6 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 7 \\ \infty & 4 & \infty & 6 & - & 8 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$
6. $\begin{pmatrix} - & 6 & 8 & 11 & 10 & \infty \\ \infty & - & \infty & 9 & 7 & 15 \\ \infty & 8 & - & 7 & 4 & 11 \\ \infty & \infty & \infty & - & 6 & 7 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 9 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$
7. $\begin{pmatrix} - & 7 & 15 & \infty & 14 & \infty \\ \infty & - & 7 & 16 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & 19 & \infty & 21 \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 17 \\ \infty & 13 & 14 & 15 & - & 18 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$
8. $\begin{pmatrix} - & 10 & 12 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & - & 11 & 9 & \infty & 19 \\ \infty & \infty & - & \infty & 10 & \infty \\ \infty & \infty & 13 & - & 11 & 10 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 6 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$
9. $\begin{pmatrix} - & 7 & 2 & \infty & 13 & \infty \\ \infty & - & \infty & \infty & 6 & \infty \\ \infty & 2 & - & 1 & 3 & 11 \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 5 \\ \infty & \infty & \infty & 3 & - & 5 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$
10. $\begin{pmatrix} - & 10 & 11 & 6 & \infty & \infty \\ \infty & - & 13 & 8 & 11 & 17 \\ \infty & \infty & - & 5 & 6 & 15 \\ \infty & \infty & \infty & - & 7 & \infty \\ \infty & 13 & 14 & 15 & - & 9 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$
11. $\begin{pmatrix} - & 6 & \infty & 9 & 12 & \infty \\ \infty & - & 6 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & \infty & \infty & 6 \\ \infty & 4 & 8 & - & 6 & 14 \\ \infty & 7 & 5 & \infty & - & 10 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$
12. $\begin{pmatrix} - & 4 & 9 & 8 & \infty & \infty \\ \infty & - & 2 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & \infty & \infty & 3 \\ \infty & 2 & 4 & - & 6 & \infty \\ \infty & 2 & \infty & \infty & - & 3 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$
13. $\begin{pmatrix} - & 6 & 9 & 13 & 12 & \infty \\ \infty & - & 5 & 9 & 6 & \infty \\ \infty & \infty & - & 6 & \infty & 15 \\ \infty & \infty & \infty & - & 8 & 9 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 8 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$
14. $\begin{pmatrix} - & 8 & 10 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & - & 10 & 9 & 12 & \infty \\ \infty & \infty & - & 10 & 12 & 7 \\ \infty & \infty & \infty & - & 9 & 13 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 11 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$
15. $\begin{pmatrix} - & 11 & 14 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & - & 8 & 10 & 15 & \infty \\ \infty & \infty & - & 11 & 16 & 20 \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 12 \\ \infty & \infty & \infty & 11 & - & 14 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$
16. $\begin{pmatrix} - & 9 & 7 & 13 & \infty & \infty \\ \infty & - & \infty & \infty & 15 & \infty \\ \infty & 5 & - & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 6 & 7 & - & 8 & 10 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 12 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$
17. $\begin{pmatrix} - & 4 & 8 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & - & \infty & 3 & \infty & 10 \\ \infty & 3 & - & 4 & 3 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 4 \\ \infty & 2 & \infty & 5 & - & 7 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$
18. $\begin{pmatrix} - & 5 & 4 & \infty & 10 & \infty \\ \infty & - & \infty & 8 & \infty & 13 \\ \infty & 6 & - & 5 & 8 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 8 \\ \infty & \infty & \infty & 4 & - & 10 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$
19. $\begin{pmatrix} - & 12 & 10 & \infty & 11 & \infty \\ \infty & - & \infty & 10 & 7 & 15 \\ \infty & 8 & - & 7 & 10 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 11 \\ \infty & \infty & \infty & 6 & - & 12 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$
20. $\begin{pmatrix} - & 15 & 10 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & - & \infty & \infty & 12 & 18 \\ \infty & 10 & - & 9 & 12 & 19 \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 13 \\ \infty & \infty & \infty & 11 & - & 14 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$

Задание 4. Для неориентированного графа G , заданного матрицей весов, построить дерево покрытия минимального веса.

$$1. \begin{pmatrix} - & 10 & \infty & 5 & \infty & \infty & 14 \\ 10 & - & 6 & 2 & 4 & 8 & \infty \\ \infty & 6 & - & 3 & 1 & 1 & \infty \\ 5 & 2 & 3 & - & 6 & \infty & 3 \\ \infty & 4 & 1 & 6 & - & 5 & \infty \\ \infty & 8 & 1 & \infty & 5 & - & 2 \\ 14 & \infty & \infty & 3 & \infty & 2 & - \end{pmatrix}$$

$$8. \begin{pmatrix} - & 9 & 10 & 15 & \infty & \infty & 11 \\ 9 & - & 14 & 12 & \infty & 8 & 15 \\ 10 & 14 & - & 10 & 9 & \infty & 6 \\ 15 & 12 & 10 & - & 11 & 12 & \infty \\ \infty & \infty & 9 & 11 & - & 12 & 11 \\ \infty & 8 & \infty & 12 & 12 & - & \infty \\ 11 & 15 & 6 & \infty & 11 & \infty & - \end{pmatrix}$$

$$15. \begin{pmatrix} - & 6 & 5 & \infty & 10 & 9 & \infty \\ 6 & - & 4 & 5 & 3 & \infty & 6 \\ 5 & 4 & - & 6 & 7 & \infty & 8 \\ \infty & 5 & 6 & - & 3 & 6 & \infty \\ 10 & 3 & 7 & 3 & - & 8 & 7 \\ 9 & \infty & \infty & 6 & 8 & - & 5 \\ \infty & 6 & 8 & \infty & 7 & 5 & - \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} - & 8 & 9 & \infty & \infty & \infty & 6 \\ 8 & - & 7 & 6 & 9 & \infty & \infty \\ 9 & 7 & - & 6 & 10 & 5 & \infty \\ \infty & 6 & 6 & - & 8 & 7 & \infty \\ \infty & 9 & 10 & 8 & - & 4 & 5 \\ \infty & \infty & 5 & 7 & 4 & - & 6 \\ 6 & \infty & \infty & \infty & 5 & 6 & - \end{pmatrix}$$

$$9. \begin{pmatrix} - & 8 & 9 & \infty & \infty & \infty & 6 \\ 8 & - & 7 & 6 & 9 & \infty & \infty \\ 9 & 7 & - & 6 & 10 & 5 & \infty \\ \infty & 6 & 6 & - & 8 & 7 & \infty \\ \infty & 9 & 10 & 8 & - & 4 & 5 \\ \infty & \infty & 5 & 7 & 4 & - & 6 \\ 6 & \infty & \infty & \infty & 5 & 6 & - \end{pmatrix}$$

$$16. \begin{pmatrix} - & 6 & 8 & \infty & 3 & 6 & \infty \\ 6 & - & 11 & 12 & 9 & \infty & 5 \\ 8 & 11 & - & 7 & 8 & \infty & 9 \\ \infty & 12 & 7 & - & 6 & 5 & 10 \\ 3 & 9 & 8 & 6 & - & 8 & \infty \\ 6 & \infty & \infty & 5 & 8 & - & 7 \\ \infty & 5 & 9 & 10 & \infty & 7 & - \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} - & 10 & 11 & \infty & 14 & \infty & 12 \\ 10 & - & 10 & 9 & \infty & \infty & 7 \\ 11 & 10 & - & 12 & 10 & \infty & 6 \\ \infty & 9 & 12 & - & 9 & 12 & \infty \\ 14 & \infty & 10 & 9 & - & 11 & 12 \\ \infty & \infty & \infty & 12 & 11 & - & \infty \\ 12 & 7 & 6 & \infty & 12 & \infty & - \end{pmatrix}$$

$$10. \begin{pmatrix} - & 8 & 4 & 9 & \infty & 6 & \infty \\ 8 & - & 11 & 6 & 10 & \infty & 8 \\ 4 & 11 & - & 7 & \infty & 9 & \infty \\ 9 & 6 & 7 & - & 5 & 6 & \infty \\ \infty & 10 & \infty & 5 & - & 7 & 6 \\ 6 & \infty & 9 & 6 & 7 & - & 8 \\ \infty & 8 & \infty & \infty & 6 & 8 & - \end{pmatrix}$$

$$17. \begin{pmatrix} - & 5 & 8 & \infty & \infty & 8 & \infty \\ 5 & - & 7 & 10 & \infty & 8 & \infty \\ 8 & 7 & - & 4 & 7 & 7 & \infty \\ \infty & 10 & 4 & - & 6 & 9 & 4 \\ \infty & \infty & 7 & 6 & - & 3 & 5 \\ 8 & 8 & 7 & 9 & 3 & - & 6 \\ \infty & \infty & \infty & 4 & 5 & 6 & - \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} - & 3 & 5 & \infty & 6 & \infty & \infty \\ 3 & - & 10 & 6 & 8 & \infty & 4 \\ 5 & 10 & - & 5 & 7 & \infty & 9 \\ \infty & 6 & 5 & - & 8 & 7 & \infty \\ 6 & 8 & 7 & 8 & - & 9 & 11 \\ \infty & \infty & \infty & 7 & 9 & - & \infty \\ \infty & 4 & 9 & \infty & 11 & \infty & - \end{pmatrix}$$

$$11. \begin{pmatrix} - & 10 & \infty & 5 & \infty & 6 & \infty \\ 10 & - & 6 & 1 & 4 & \infty & 5 \\ \infty & 6 & - & 3 & 1 & 2 & \infty \\ 5 & 1 & 3 & - & 3 & \infty & 5 \\ \infty & 4 & 1 & 3 & - & 4 & 2 \\ 6 & \infty & 2 & \infty & 4 & - & \infty \\ \infty & 5 & \infty & 5 & 2 & \infty & - \end{pmatrix}$$

$$18. \begin{pmatrix} - & 6 & 5 & \infty & 10 & 9 & \infty \\ 6 & - & 4 & 5 & 3 & \infty & 6 \\ 5 & 4 & - & 6 & 7 & \infty & \infty \\ \infty & 5 & 6 & - & 3 & 6 & \infty \\ 10 & 3 & 7 & 3 & - & 8 & 7 \\ 9 & \infty & \infty & 6 & 8 & - & 5 \\ \infty & 6 & \infty & \infty & 7 & 5 & - \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} - & 6 & 8 & \infty & 3 & 6 & \infty \\ 6 & - & 11 & 12 & 9 & \infty & 5 \\ 8 & 11 & - & 7 & 8 & \infty & 9 \\ \infty & 12 & 7 & - & 6 & 5 & 10 \\ 3 & 9 & 8 & 6 & - & 8 & \infty \\ 6 & \infty & \infty & 5 & 8 & - & 7 \\ \infty & 5 & 9 & 10 & \infty & 7 & - \end{pmatrix}$$

$$12. \begin{pmatrix} - & 5 & 11 & 14 & \infty & \infty & 8 \\ 5 & - & 5 & 7 & \infty & \infty & 8 \\ 11 & 5 & - & 4 & 8 & 6 & \infty \\ 14 & 7 & 4 & - & 7 & \infty & 11 \\ \infty & \infty & 8 & 7 & - & 3 & 5 \\ \infty & \infty & 6 & \infty & 3 & - & 6 \\ 8 & 8 & \infty & 11 & 5 & 6 & - \end{pmatrix}$$

$$19. \begin{pmatrix} - & 5 & 11 & 14 & \infty & \infty & 8 \\ 5 & - & 5 & 7 & \infty & \infty & 8 \\ 11 & 5 & - & 4 & 8 & 6 & \infty \\ 14 & 7 & 4 & - & 7 & \infty & 11 \\ \infty & \infty & 8 & 7 & - & 3 & 5 \\ \infty & \infty & 6 & \infty & 3 & - & 6 \\ 8 & 8 & \infty & 11 & 5 & 6 & - \end{pmatrix}$$

$$6. \begin{pmatrix} - & 6 & 8 & \infty & 3 & 6 & \infty \\ 6 & - & 11 & 12 & 9 & \infty & 5 \\ 8 & 11 & - & 7 & 8 & \infty & 9 \\ \infty & 12 & 7 & - & 6 & 5 & 10 \\ 3 & 9 & 8 & 6 & - & 8 & \infty \\ 6 & \infty & \infty & 5 & 8 & - & 7 \\ \infty & 5 & 9 & 10 & \infty & 7 & - \end{pmatrix}$$

$$13. \begin{pmatrix} - & 6 & 5 & \infty & 8 & \infty & 10 \\ 6 & - & 9 & 7 & 6 & \infty & \infty \\ 5 & 9 & - & 8 & 9 & \infty & 11 \\ \infty & 7 & 8 & - & 5 & 6 & \infty \\ 8 & 6 & 9 & 5 & - & 7 & 9 \\ \infty & \infty & \infty & 6 & 7 & - & \infty \\ 10 & \infty & 11 & \infty & 9 & \infty & - \end{pmatrix}$$

$$20. \begin{pmatrix} - & 11 & 5 & 8 & \infty & 8 & \infty \\ 11 & - & 6 & 13 & \infty & 10 & \infty \\ 5 & 6 & - & \infty & 7 & \infty & 9 \\ 8 & 13 & \infty & - & 3 & 5 & 8 \\ \infty & \infty & 7 & 3 & - & 9 & 7 \\ 8 & 10 & \infty & 5 & 9 & - & \infty \\ \infty & \infty & 9 & 8 & 7 & \infty & - \end{pmatrix}$$

$$7. \begin{pmatrix} - & 3 & 8 & \infty & 3 & 6 & \infty \\ 3 & - & 7 & 6 & \infty & \infty & 4 \\ 8 & 7 & - & 4 & 6 & \infty & 10 \\ \infty & 6 & 4 & - & 5 & 7 & \infty \\ 3 & \infty & 6 & 5 & - & 8 & 9 \\ 6 & \infty & \infty & 7 & 8 & - & \infty \\ \infty & 4 & 10 & \infty & 9 & \infty & - \end{pmatrix}$$

$$14. \begin{pmatrix} - & 5 & 8 & \infty & \infty & 8 & \infty \\ 5 & - & 7 & 10 & \infty & 8 & \infty \\ 8 & 7 & - & 4 & 7 & 7 & \infty \\ \infty & 10 & 4 & - & 6 & 9 & 4 \\ \infty & \infty & 7 & 6 & - & 3 & 5 \\ 8 & 8 & 7 & 9 & 3 & - & 6 \\ \infty & \infty & \infty & 4 & 5 & 6 & - \end{pmatrix}$$