

*Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Калужский филиал  
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования  
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»*

**РАССМОТРЕНО и ОДОБРЕНО**  
на методическом семинаре кафедры  
М-10 КФ «Высшая математика и физика»  
Протокол №      от 15.12.2021

Зав.кафедрой Рамазанов А.К. \_\_\_\_\_

**ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ**  
**по дисциплине «Дискретная математика»**  
**для студентов групп ИУК4-31Б, ИУК4-32Б**

Модуль 1

1. Раскройте сущность понятия множества. Дайте определение мощности множества. Перечислите способы задания множеств (с примерами). Определите основные операции над множествами и докажите их свойства.
2. Расскажите о способах доказательства тождеств в теории множеств (с примерами). Дайте определение булеана. Докажите теорему о мощности булеана. Сформулируйте задачу о генерации всех подмножеств данного множества и расскажите о кодах Грея.
3. Дайте определения декартова произведения множеств и бинарного отношения. Определите основные операции над отношениями (теоретико-множественные, обратное, композиция, степень). Докажите теорему о степени отношения и следствие из неё.
4. Расскажите о свойствах отношений (рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, линейность), приведите примеры. Перечислите способы представления отношений, расскажите, как свойства отношений выглядят в каждом из этих способов представления.
5. Расскажите о матричной реализации операций над отношениями. Определите замыкание отношения по заданному свойству. Приведите примеры рефлексивного, симметричного и транзитивного замыканий. Опишите алгоритм Уоршалла для построения транзитивного замыкания.
6. Определите отношение эквивалентности, приведите примеры. Докажите теорему о классах эквивалентности. Определите отношение порядка (частичного и полного), приведите примеры. Докажите теорему о минимальном элементе и теорему о топологической сортировке.
7. Дайте определение булевой функции. Докажите теорему о количестве булевых функций от  $N$  переменных. Перечислите все булевы функции от двух переменных (составьте таблицу).

8. Расскажите о реализации функций формулами. Дайте определения минтерма и макстерма, элементарной конъюнкции и дизъюнкции, ДНФ и СДНФ, КНФ и СКНФ. Докажите теорему о существовании и единственности СДНФ.
9. Сформулируйте задачу минимизации нормальных форм. Докажите теорему о существовании минимальной ДНФ. Расскажите о минимизации ДНФ с помощью единичного куба, карты Карно, алгоритма Квайна-Маккласки.
10. Раскройте сущность понятия функциональной полноты. Определите, что такое замыкание, замкнутый класс, полная система функций, базис. Приведите примеры различных базисов в пространстве булевых функций. Сформулируйте критерий Поста полноты системы булевых функций.
11. Расскажите об основных правилах комбинаторики. Определите основные типы комбинаций и докажите формулы для их подсчёта (перестановки, размещения, сочетания, перестановки с повторениями, размещения с повторениями, сочетания с повторениями).
12. Расскажите о свойствах сочетаний, треугольнике Паскаля и биноме Ньютона. Докажите формулу включений-исключений и следствие из неё. Сформулируйте и решите задачу о беспорядках.
13. Опишите алгоритмы генерации основных типов комбинаций: размещений с повторениями, перестановок, сочетаний. Приведите примеры выполнения этих алгоритмов для конкретных случаев.
14. Сформулируйте задачу сортировки. Расскажите о квадратичных алгоритмах сортировки (выбором, вставкой, пузырьковой). Определите устойчивость сортировки. Опишите алгоритмы быстрой сортировки (сортировка слиянием, Quick Sort). Определите сложность каждого алгоритма сортировки.

## Модуль 2

1. Раскройте сущность понятия рекуррентного соотношения. Определите однородное и неоднородное линейное рекуррентное соотношение с постоянными коэффициентами, расскажите об алгоритмах их решения. Выведите формулу Бине для чисел Фибоначчи.
2. Раскройте сущность понятия графа. Приведите примеры задач, использующих графы. Определите степень вершины. Докажите теорему о сумме степеней. Дайте определение изоморфизма графов и инвариантов графа.
3. Дайте определение пути, цепи и цикла. Определите, что такое связность и компонента связности графа. Определите понятия расстояния между вершинами, яруса, диаметра, центра графа; приведите соответствующие примеры.
4. Расскажите о способах представления графа в компьютере (матрица смежности, матрица инцидентности, список смежных вершин, генерирующая процедура). Опишите алгоритмы обхода графа в глубину и в ширину, примените их для нахождения пути между двумя заданными вершинами.
5. Дайте определение взвешенного графа. Сформулируйте задачу нахождения кратчайшего пути. Опишите алгоритм Форда-Беллмана и докажите его правильность. Сформулируйте алгоритм Дейкстры и докажите его правильность. Опишите алгоритм Флойда-Уоршалла.
6. Дайте определение (свободного) дерева. Докажите теорему об эквивалентных определениях дерева. Докажите теорему о связи числа вершин и числа рёбер дерева.
7. Сформулируйте задачу о перечислении помеченных и unpomеченных деревьев. Опишите алгоритмы кодирования и декодирования деревьев с помощью кода Прюфера. Докажите теорему Кэли о числе помеченных деревьев.

8. Сформулируйте задачу о нахождении минимального каркаса. Дайте понятие жадного алгоритма. Сформулируйте алгоритм Краскала и докажите его правильность. Сформулируйте алгоритм Прима. Приведите пример использования этих алгоритмов.
9. Определите, что такое полный граф, двудольный граф, полный двудольный граф. Докажите теорему Кёнига. Определите, что такое эйлеров граф. Докажите теорему Эйлера. Определите, что такое гамильтонов граф. Приведите пример достаточного условия гамильтоновости.
10. Определите, что такое планарный граф. Докажите формулу Эйлера, связывающую число вершин, рёбер и граней плоского графа. Сформулируйте критерий планарности графа (теорема Понтрягина-Куратовского).
11. Раскройте сущность деления с остатком. Определите НОД и НОК. Опишите алгоритм Евклида для нахождения НОД. Докажите теорему о линейном представлении НОД. Определите, что такое взаимно простые числа.
12. Раскройте сущность понятия простого числа. Докажите теорему Евклида о бесконечности простых чисел. Сформулируйте основную теорему арифметики и правила вычисления НОД и НОК через разложение чисел на простые множители. Опишите алгоритмы проверки числа на простоту и разложения числа на простые множители.
13. Раскройте сущность сравнимости чисел по модулю. Докажите теорему о свойствах сравнений. Дайте определение вычета. Определите, что такое каноническая, полная и приведённая системы вычетов. Приведите примеры таблиц сложения и умножения вычетов. Расскажите о делителях нуля и обратимости элементов.
14. Дайте определение односторонней функции и функции с секретом. Раскройте сущность криптосистемы с открытым ключом. Определите публичный и секретный ключи, ЭЦП. Опишите алгоритм построения криптосистемы на основе «задачи о рюкзаке».
15. Дайте определение функции Эйлера и докажите её свойства. Сформулируйте теорему Эйлера и теорему Ферма. Опишите криптосистему на основе алгоритма RSA: построение публичного и секретного ключей, алгоритмы шифрования и дешифрования.

Преподаватель:



В.А. Булычев