

## **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2 РАЗЛОЖЕНИЕ СИГНАЛОВ**

### **ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ, ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ЕЁ ВЫПОЛНЕНИЯ**

Целью выполнения лабораторной работы является формирование практических навыков разложения сигналов различными способами.

Основной задачей выполнения лабораторной работы является выполнение импульсного, ступенчатого, четно-нечетного и чередующегося разложений сигналов для одного периода заданного сигнала.

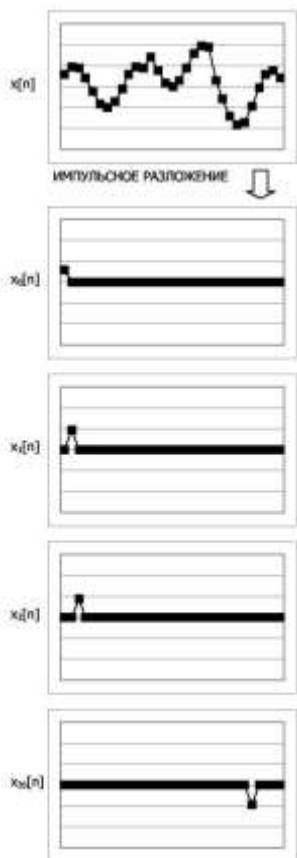
Результатами работы являются:

- уравнения, составленные при разложении сигналов различными способами;
- подготовленный отчет.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

### Импульсное разложение

Импульсное разложение делит сигнал из  $N$  выборок на  $N$  составляющих, каждая из которых содержит  $N$  выборок. Каждая составляющая сигнала содержит одну точку исходного сигнала, а остальные выборки приравнены к нулю. Единственная ненулевая точка называется импульсом. Важность импульсного разложения состоит в том, что оно позволяет рассматривать сигнал по одной точке, аналогично тому, как системы характеризуются ответом на импульсы. Зная, как система отвечает на импульс, ее выход может быть рассчитан для любого входного сигнала. Этот метод называется сверткой, и ему посвящены следующие две главы.



## Ступенчатое разложение

Ступенчатое разложение, также разбивает сигнал из  $N$  выборок на  $N$  составляющих, каждая из которых содержит  $N$  выборок. Каждая составляющая сигнала это ступень, первые выборки которой нулевые, а остальные содержат некоторое значение. Рассмотрим разложение сигнала из  $N$  выборок,  $x[n]$ , на составляющие:  $x_0[n]$ ,  $x_1[n]$ ,  $x_2[n]$ , ...,  $x_{N-1}[n]$ .  $k$ -ая составляющая сигнала,  $x_k[n]$ , состоит из первых  $k-1$  нулевых выборок, в то время как оставшиеся выборки содержат значение  $x[k] - x[k-1]$ . Например, пятая составляющая состоит из нулевых точек до четвертой выборки включительно, а оставшиеся выборки содержат значение  $x[5] - x[4]$  (разницу между значениями выборок 4 и 5 исходного сигнала). В специальном случае для  $x_0[n]$  все выборки содержат значение равно  $x[0]$ . В то время как импульсное разложение рассматривает сигналы по одной точке, ступенчатое разложение характеризует сигналы разностью между смежными выборками. Аналогично, системы характеризуются ответом на изменение во входном сигнале.



## Четно-нечетное разложение

Четно-нечетное разложение разбивает сигнал на две составляющих сигнала, одна из которых имеет четную симметрию, а другая нечетную симметрию. Говорят, что сигнал из  $N$  выборок имеет четную симметрию, если он зеркально отражается от точки  $N/2$ . Таким образом, значение в точке  $x[N/2+1]$  равно значению в точке  $x[N/2-1]$ , значение  $x[N/2+2]$  равно  $x[N/2-2]$  и т.д. Подобным образом, нечетная симметрия достигается, если значение в точке  $x[N/2+1]$  равно значению в точке  $-x[N/2-1]$ , значение  $x[N/2+2]$  равно  $-x[N/2-2]$  и т.д. Такое определение предполагает, что сигнал составлен из четного числа выборок, и индекс изменяется от 0 до  $N-1$ . Разложение рассчитывается из отношений:

$$x_e[n] = \frac{x[n] + x[N-n]}{2}$$
$$x_o[n] = \frac{x[n] - x[N-n]}{2}$$

Определение симметрии может показаться странным, поскольку настоящий центр симметрии сигнала не  $N/2$ , а  $N/2-1/2$  (между двумя выборками). Это требует дополнительного объяснения.

Такое разложение является важной частью концепции ЦОС, называемой круговой симметрией. Она базируется на том, что конец рассматриваемого сигнала соединен с его началом. Как точка  $x[5]$  следует за точкой  $x[4]$ , так за точкой  $x[N-1]$  следует точка  $x[0]$ . Это похоже на картину змеи, кусающей свой хвост. Когда четные и нечетные сигналы рассматриваются в данном ключе, реально существуют две точки симметрии:  $x[N/2]$  и  $x[0]$ . Например, в четном сигнале симметрия вокруг  $x[0]$  означает, что значение в точке  $x[1]$  равно значению в точке  $x[N-1]$ , точка  $x[2]$  равна точке  $x[N-2]$  и т.д. В нечетном сигнале точка 0 и  $N/2$  равны соответствующим точкам в исходном сигнале.



### Чередующееся разложение

Чередующееся разложение разделяет сигнал на две составляющих, четные выборки сигнала и нечетные выборки сигнала (не путайте с четной и нечетной симметрией). Для нахождения сигнала четных выборок, возьмите начальный сигнал и установите значения всех нечетных выборок в ноль. Чтобы найти сигнал нечетных выборок, возьмите исходный сигнал и установите в ноль значения всех четных выборок. Это достаточно просто.

На первый взгляд это разложение выглядит тривиальным и неинтересным. Однако чередующееся разложение является основой очень важного алгоритма ЦОС – быстрого преобразования Фурье (БПФ). Процедура расчета разложения Фурье была известна еще несколько сотен лет назад. К сожалению, она очень медленна, и для ее расчета требуется от нескольких минут до нескольких часов. БПФ представляет собой семейство алгоритмов, разработанных в 60-х годах для уменьшения времени расчета этого разложения. Эта стратегия является изящным примером ЦОС: разбить сигнал на элементарные составляющие повторяя применение чередующегося разложения; вычислить разложение Фурье для каждой составляющей; объединить

результаты в итоговый ответ. Такой метод уменьшает время вычисления в сотни и тысячи раз!



## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

На выполнение лабораторной работы отводится 4 академических часа: 3 часа на выполнение и сдачу лабораторной работы и 1 час на подготовку отчета.

Порядок выполнения:

1. Изучить теоретический материал.
2. Провести дискретизацию и выполнить указанные разложения.
3. Оформить отчет.
4. Защитить выполненную работу у преподавателя.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Для определенного сигнала провести дискретизацию и выполнить указанные разложения.

## ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

| №<br>варианта | Сигнал      | Количество<br>отсчетов |
|---------------|-------------|------------------------|
| 1             | $5\sin 6t$  | 28                     |
| 2             | $10\cos 4t$ | 20                     |
| 3             | $15\sin 3t$ | 24                     |
| 4             | $15\cos 6t$ | 32                     |
| 5             | $8\sin 7t$  | 34                     |
| 6             | $14\cos 5t$ | 26                     |
| 7             | $3\sin 4t$  | 38                     |
| 8             | $12\cos 5t$ | 28                     |
| 9             | $14\sin 9t$ | 22                     |
| 10            | $10\cos 3t$ | 30                     |
| 11            | $9\sin 9t$  | 28                     |
| 12            | $3\cos 8t$  | 20                     |
| 13            | $7\sin 7t$  | 24                     |
| 14            | $8\cos 5t$  | 32                     |
| 15            | $13\sin 3t$ | 34                     |
| 16            | $10\cos 9t$ | 26                     |
| 17            | $5\sin 5t$  | 38                     |
| 18            | $7\cos 9t$  | 28                     |
| 19            | $9\sin 6t$  | 22                     |
| 20            | $3\cos 7t$  | 30                     |

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Перечислите основные способы разложения сигнала.

2. Объясните алгоритм [импульсного разложения](#).
3. Объясните сущность [ступенчатого разложения](#).
4. Объясните алгоритм [четно-нечетного разложения](#).
5. Раскройте механизм [чередующееся разложения](#).

## **ФОРМА ОТЧЕТА ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ**

Номер варианта студенту выдается преподавателем. Отчет на защиту предоставляется в печатном виде.

Структура отчета (на отдельном листе(-ах)):

- титульный лист;
- цели и задачи работы;
- формулировка задания согласно варианту;
- дискретизация и указанные разложения;
- выводы.