

**КАЛУЖСКИЙ ФИЛИАЛ  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
БЮДЖЕТНОГО  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Э. БАУМАНА  
(национальный исследовательский университет)»**



**Факультет «Информатика и управление»**

**Кафедра «Программное обеспечение ЭВМ,  
информационные технологии»**

# **Типы и структуры данных**

## **Лекция №8 «Красно-чёрные деревья»**

# Красно-чёрные деревья

- AVL-деревья исторически были первым примером использования сбалансированных деревьев поиска.
- Красно-чёрные деревья относятся к сбалансированным бинарным деревьям поиска.
- Каждый узел хранит дополнительное поле `color`, обозначающее цвет: красный или чёрный, и для которых выполнены приведенные ниже свойства.
- Будем считать, что если `left` или `right` равны `NULL`, то это «указатели» на фиктивные листья. Таким образом, все узлы – внутренние (нелистовые).

# Свойства красно-черных деревьев

1. каждый узел либо красный, либо чёрный;
2. каждый лист (фиктивный) – чёрный;
3. если узел красный, то оба его сына – чёрные;
4. все пути, идущие от корня к любому фиктивному листу, содержат одинаковое количество чёрных узлов (глубина по чёрным узлам);
5. корень – чёрный.

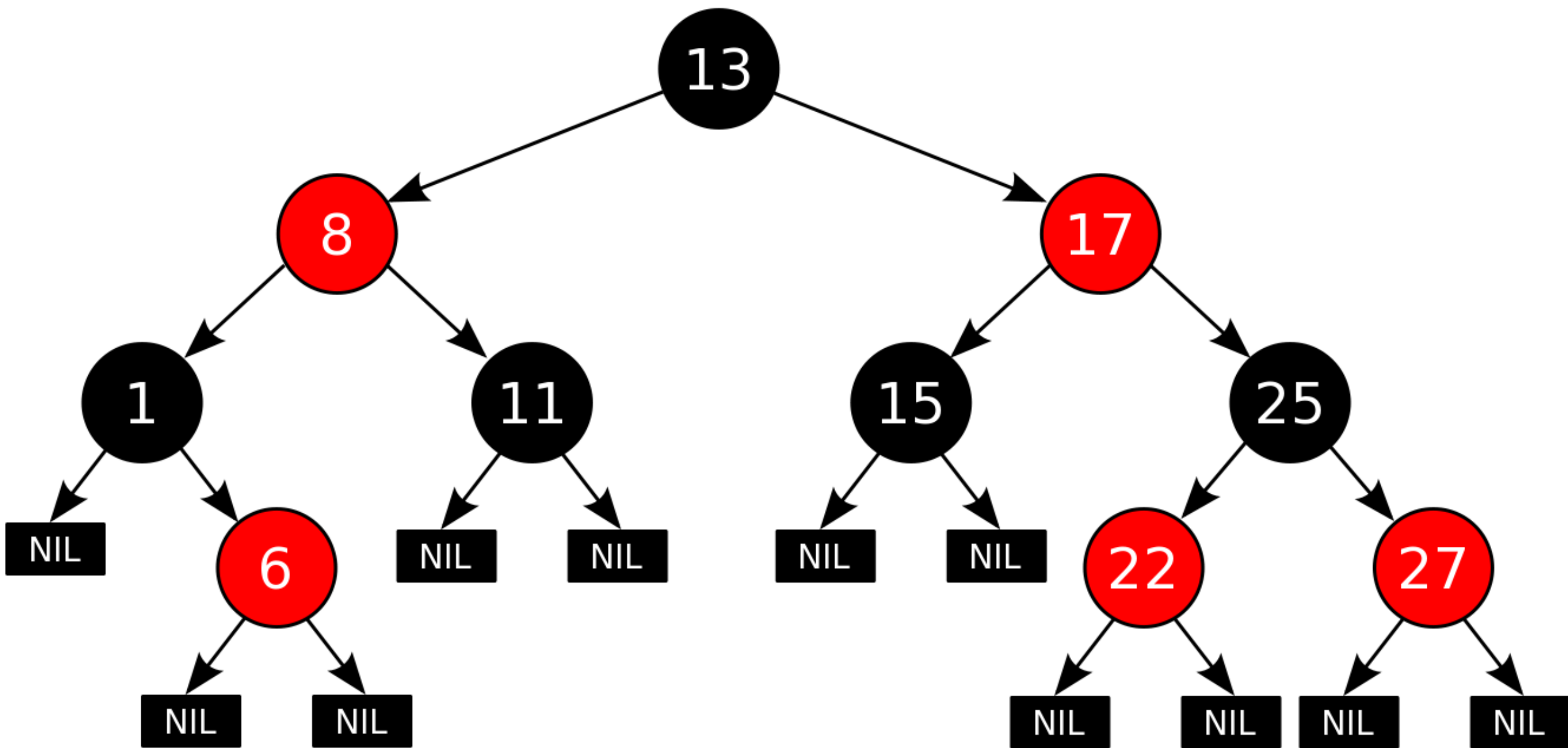
# Свойства красно-черных деревьев

- Грубая оценка правил 3 и 4 показывают, что длины двух соседних поддеревьев отличаются не более, чем в 2 раза.
- Каждый новый узел изначально считается красным. Если это нарушает одно из правил, обычно 3 и 4, то производится балансировка.

# Красно-чёрные деревья

- Чёрной высотой узла называется количество чёрных узлов на пути от этого узла к узлу, у которого оба сына — фиктивные листья.
- Чёрная высота дерева — чёрная высота его корня.

# Пример красно-чёрного (КЧ) дерева



# Вставка узла в КЧ-дерево

1. Сначала узел добавляется в дерево с помощью стандартного алгоритма вставки узла в двоичное дерево поиска.
2. Вновь добавленный узел красится в красный цвет.
3. Если это первый узел в дереве, то он становится корнем и перекрашивается в черный цвет.

# Вставка узла в КЧ-дерево

4. Далее производится проверка, не нарушились ли свойства КЧ-дерева.
5. Если добавленный узел не первый, то он красный, поэтому свойство 4 об одинаковом количестве черных узлов на любом пути от корня к листу, не нарушается.
6. Если родитель нового узла черный, то свойство 3 о том, что если узел красный, то оба его сына черные, также не нарушается.



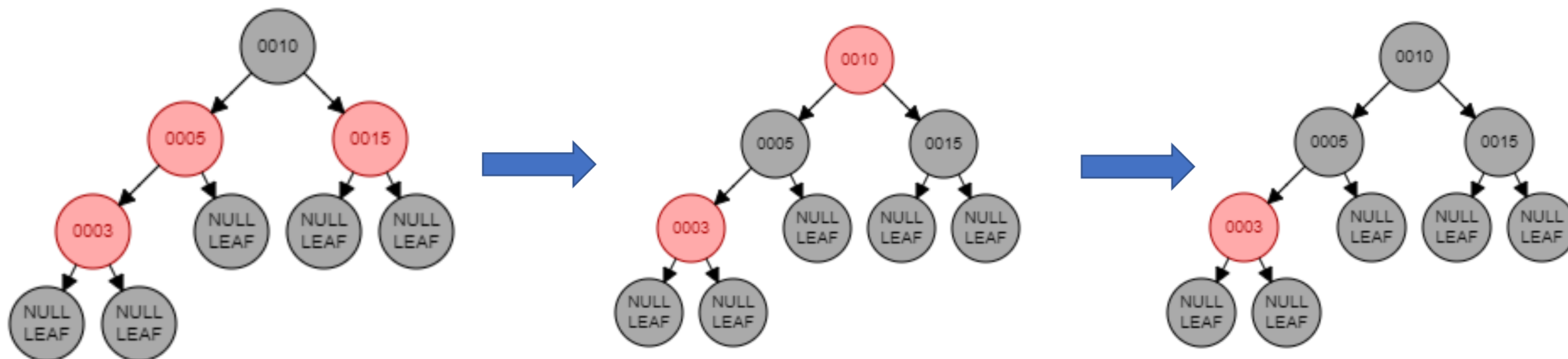
# Вставка узла в КЧ-дерево

7. Но если родитель нового узла красный, то это свойство будет нарушено – возникнет так называемое красно-красное нарушение.
8. Тогда потребуются перекраска и, возможно, перестройка дерева.

# Балансировка при добавлении (случай 1)

*«Отец» и «дядя» – красные.*

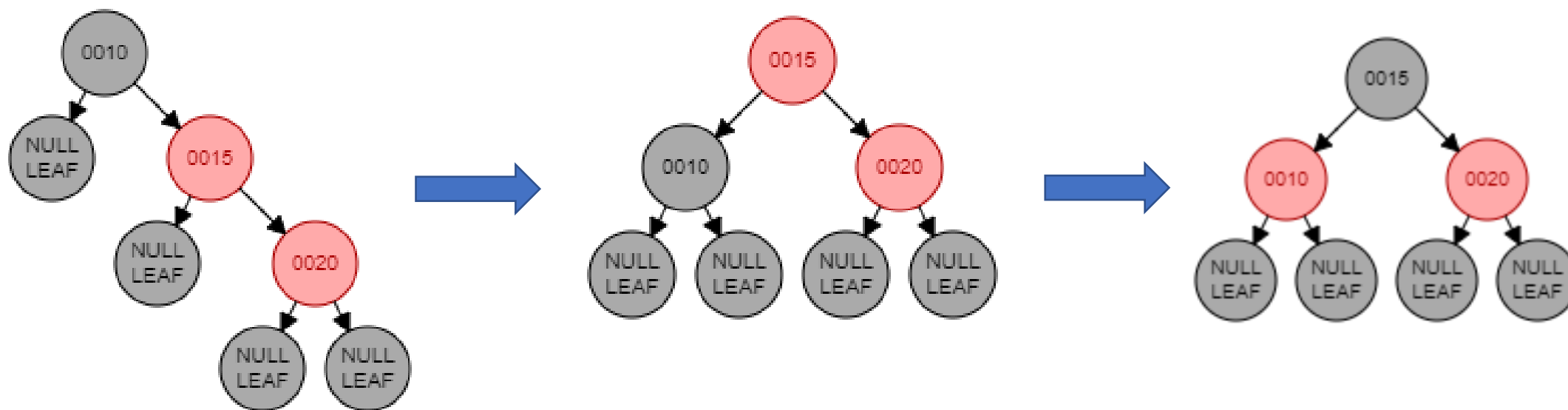
- Достаточно выполнить перекраску узлов.
- Корень перекрашивается в чёрный цвет.



# Балансировка при добавлении (случай 2)

*«Отец» красный, «дядя» чёрный.*

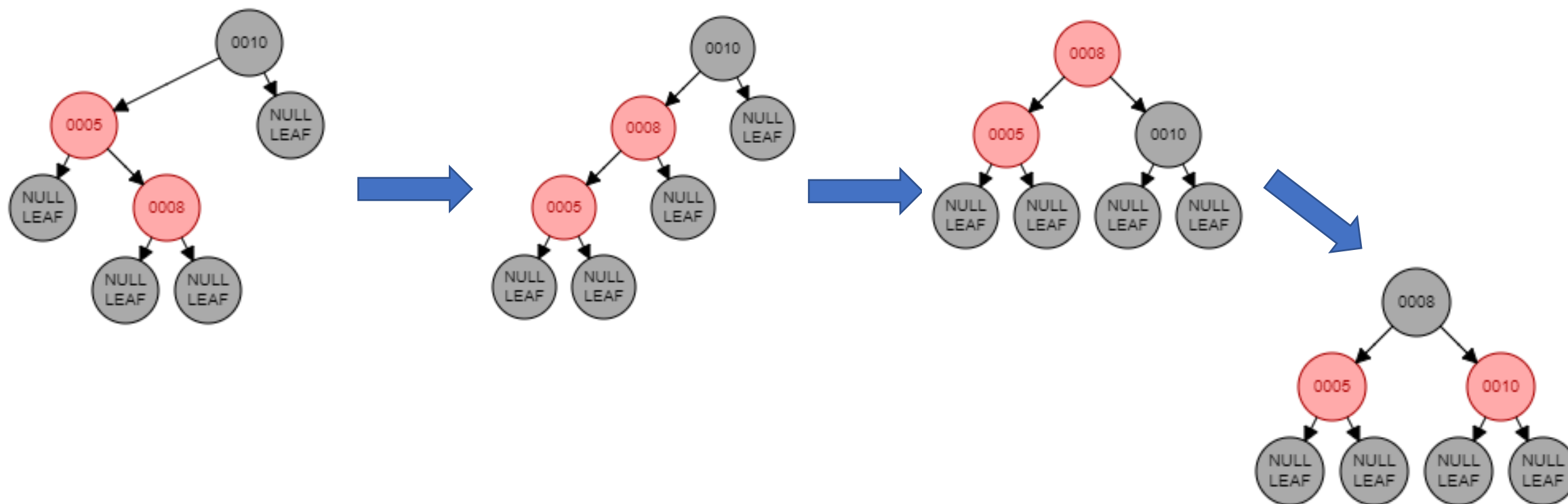
При этом цепочка улов образует прямую линию.



- Потребуется одинарный поворот «деда» относительно отца и перекраска.

# Балансировка при добавлении (случай 3)

«Отец» красный, «дядя» чёрный. При этом цепочка узлов образует угол.

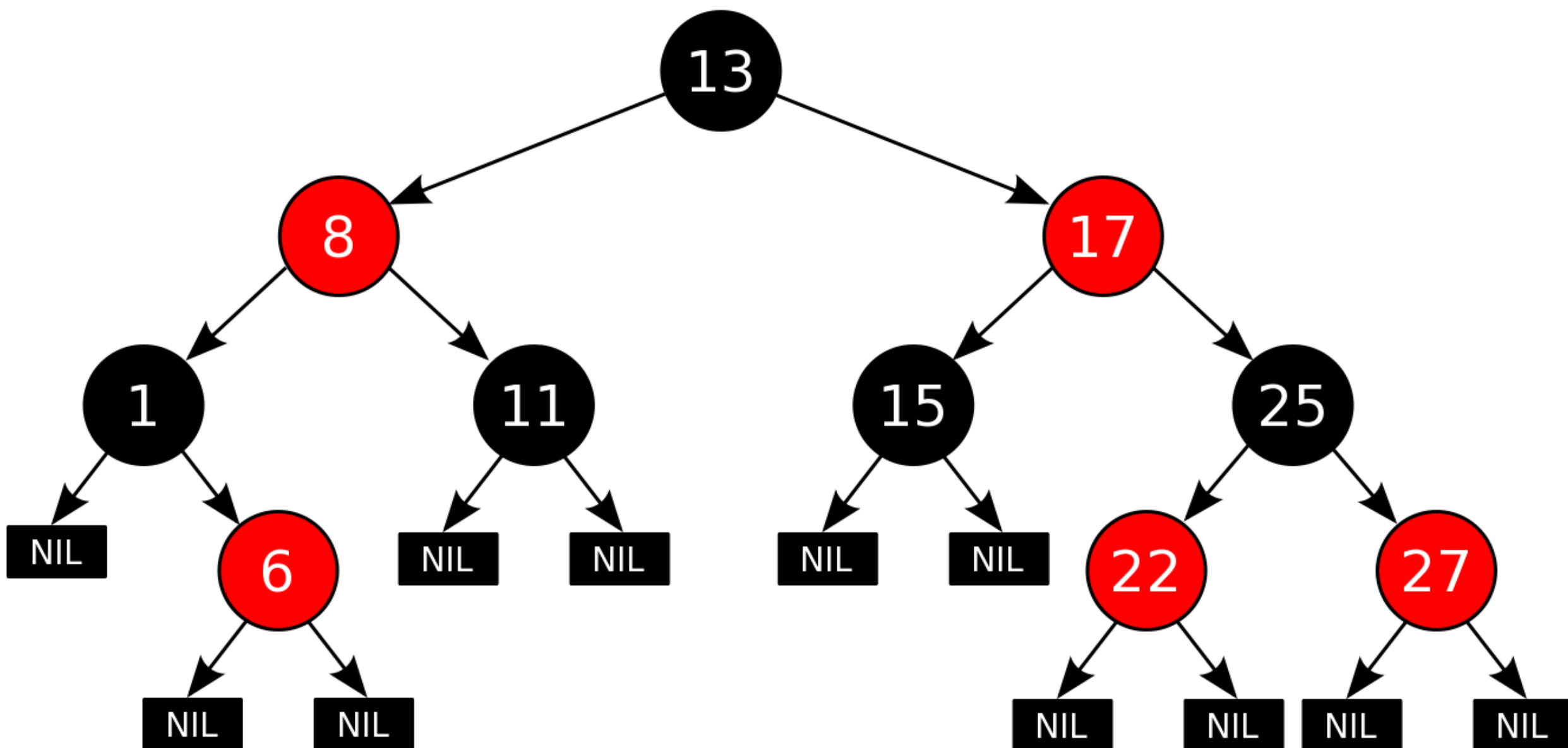


- Потребуется двойной поворот (из раздела АВЛ)

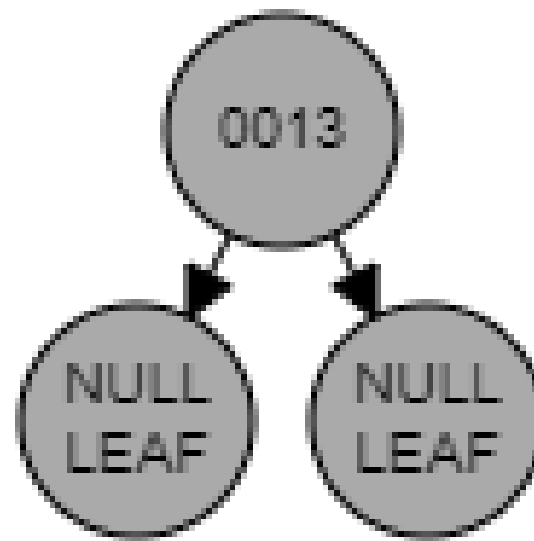
# Балансировка при добавлении

- Действительно, повороты требуются только в случаях 2 и 3, а в случае 1 достаточно только перекраски.
- При этом случаи 2 и 3 являются терминальными, а рекурсивно продолжиться наверх может только процедура в случае 1, а она не требует поворотов.
- Визуализация КЧ-деревьев:  
<https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/RedBlack.html>

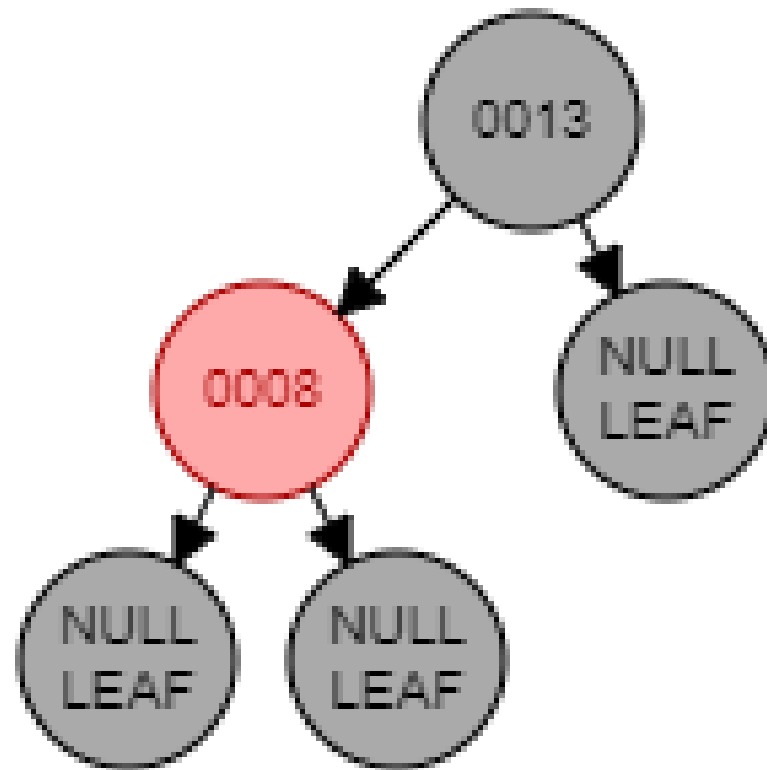
# Пример красно-чёрного (КЧ) дерева



# Пример построения красно-чёрного (КЧ) дерева

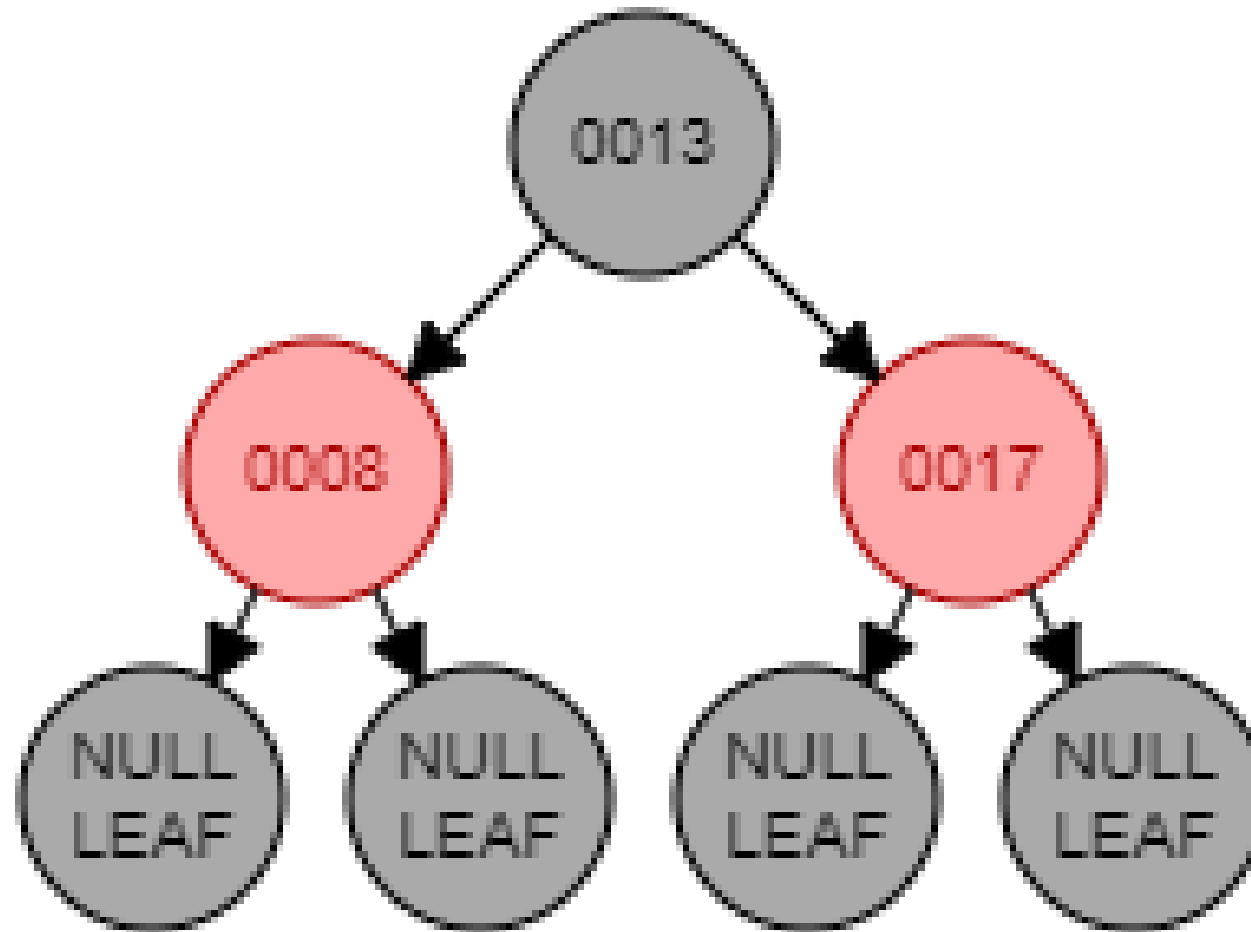


# Пример построения красно-чёрного (КЧ) дерева

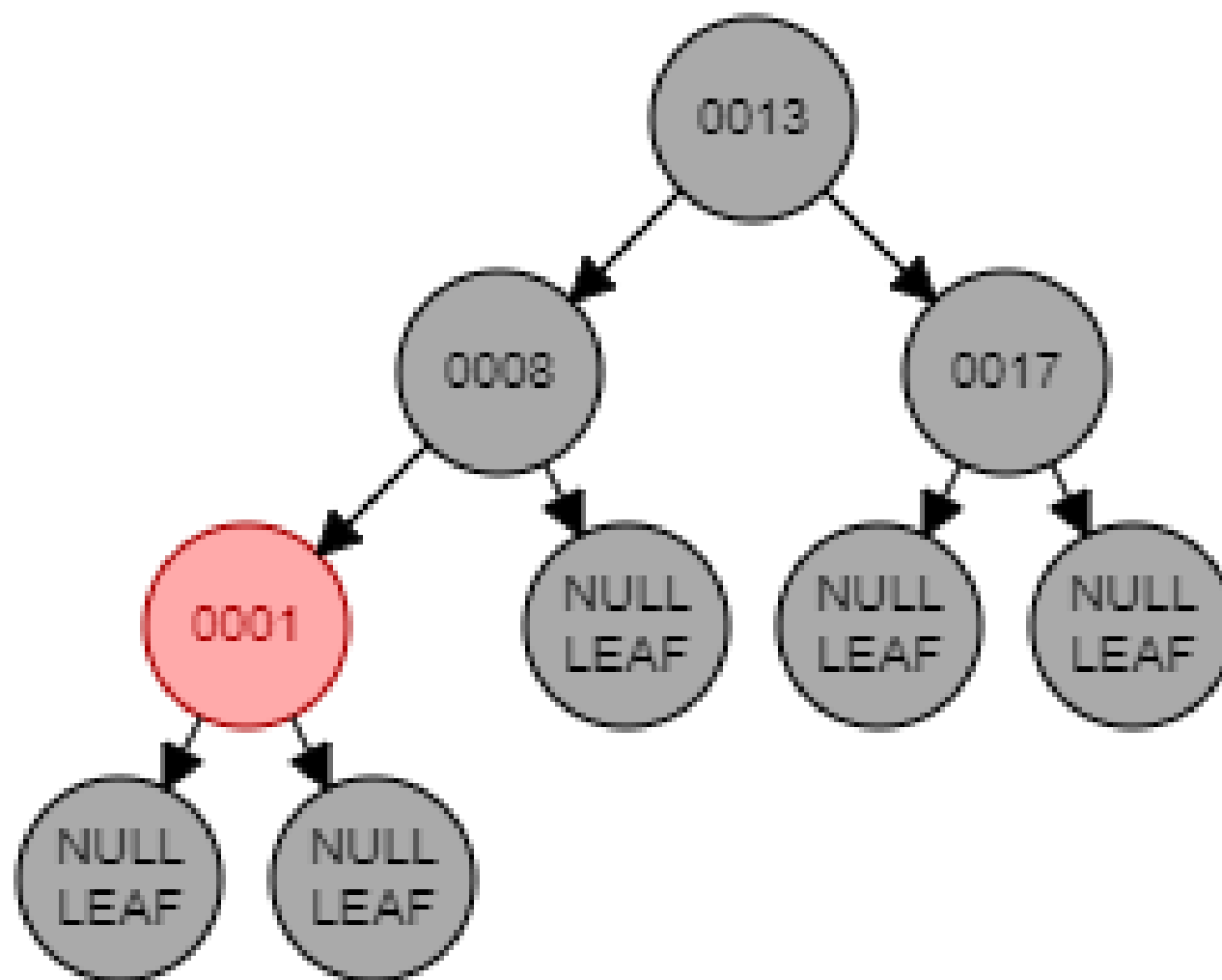




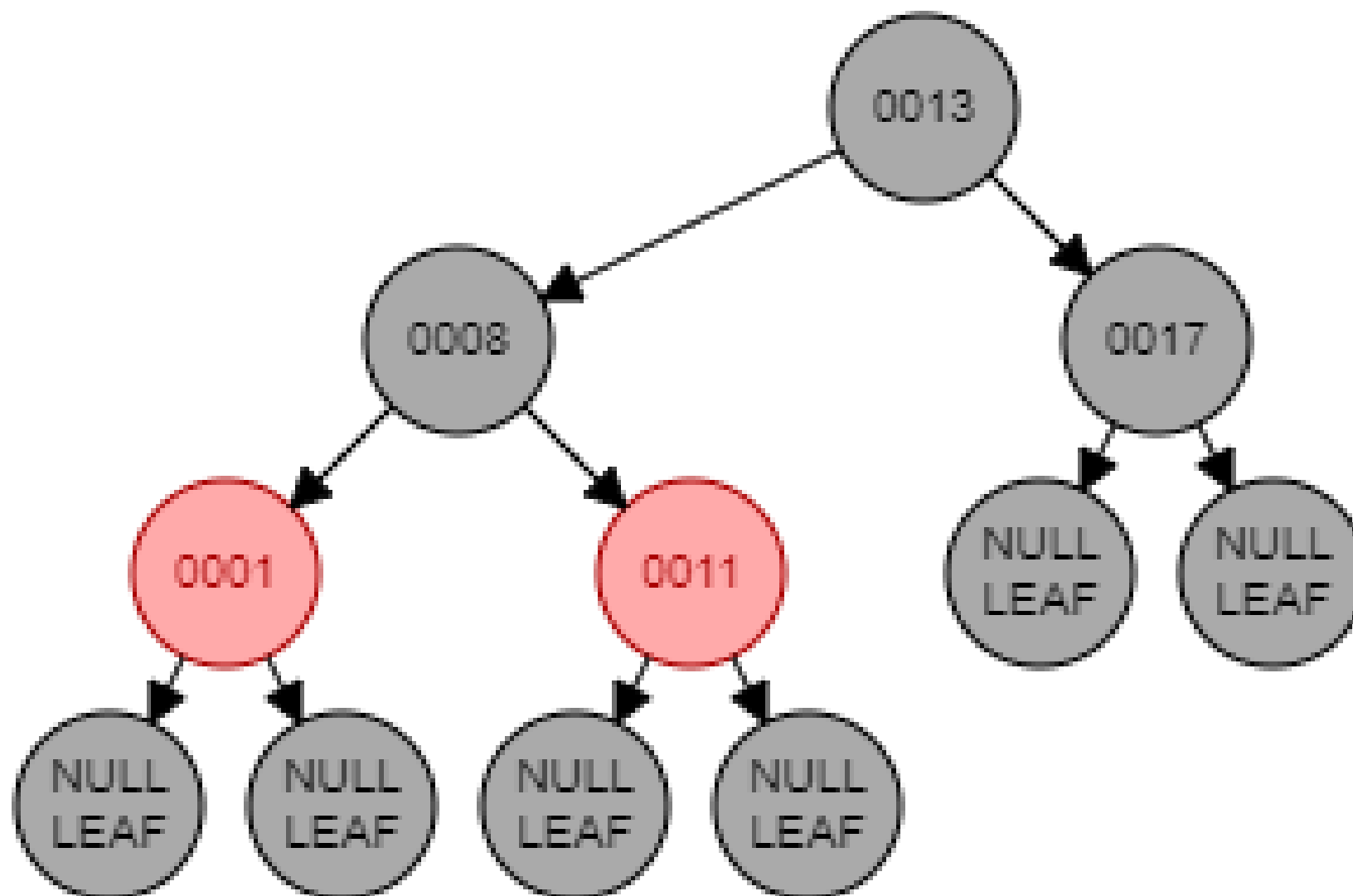
# Пример построения красно-чёрного (КЧ) дерева



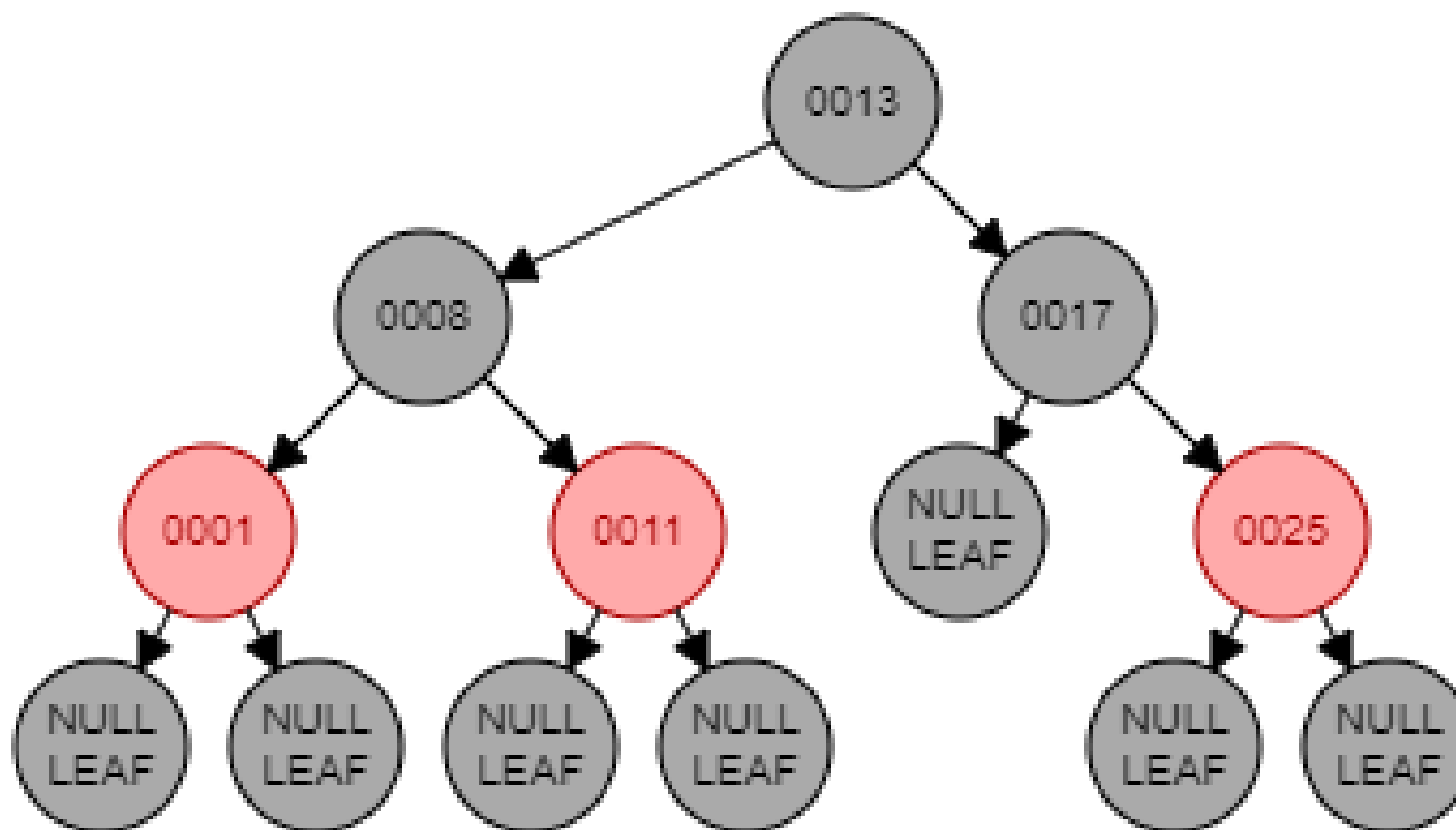
# Пример построения красно-чёрного (КЧ) дерева



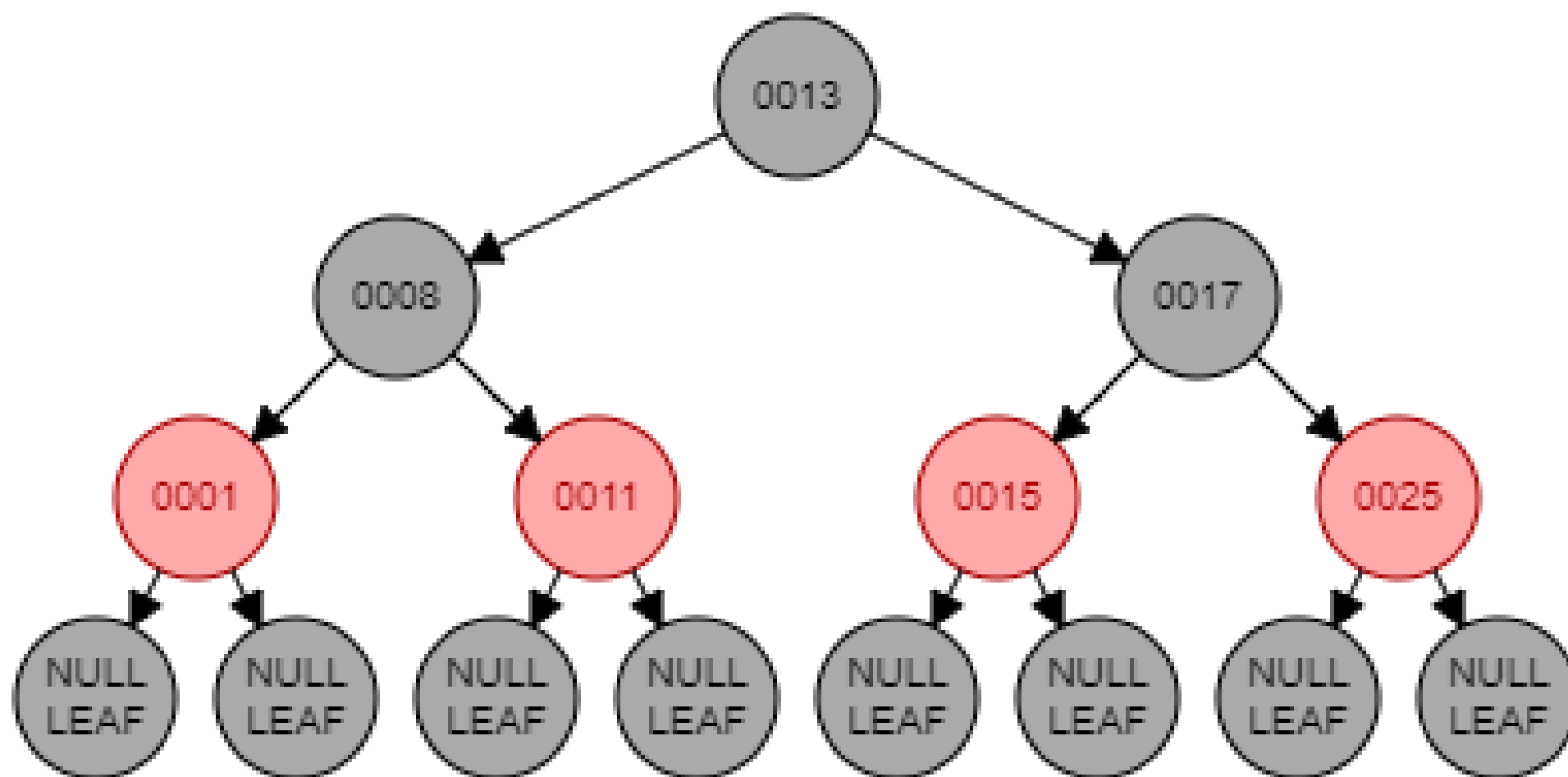
# Пример построения красно-чёрного (КЧ) дерева



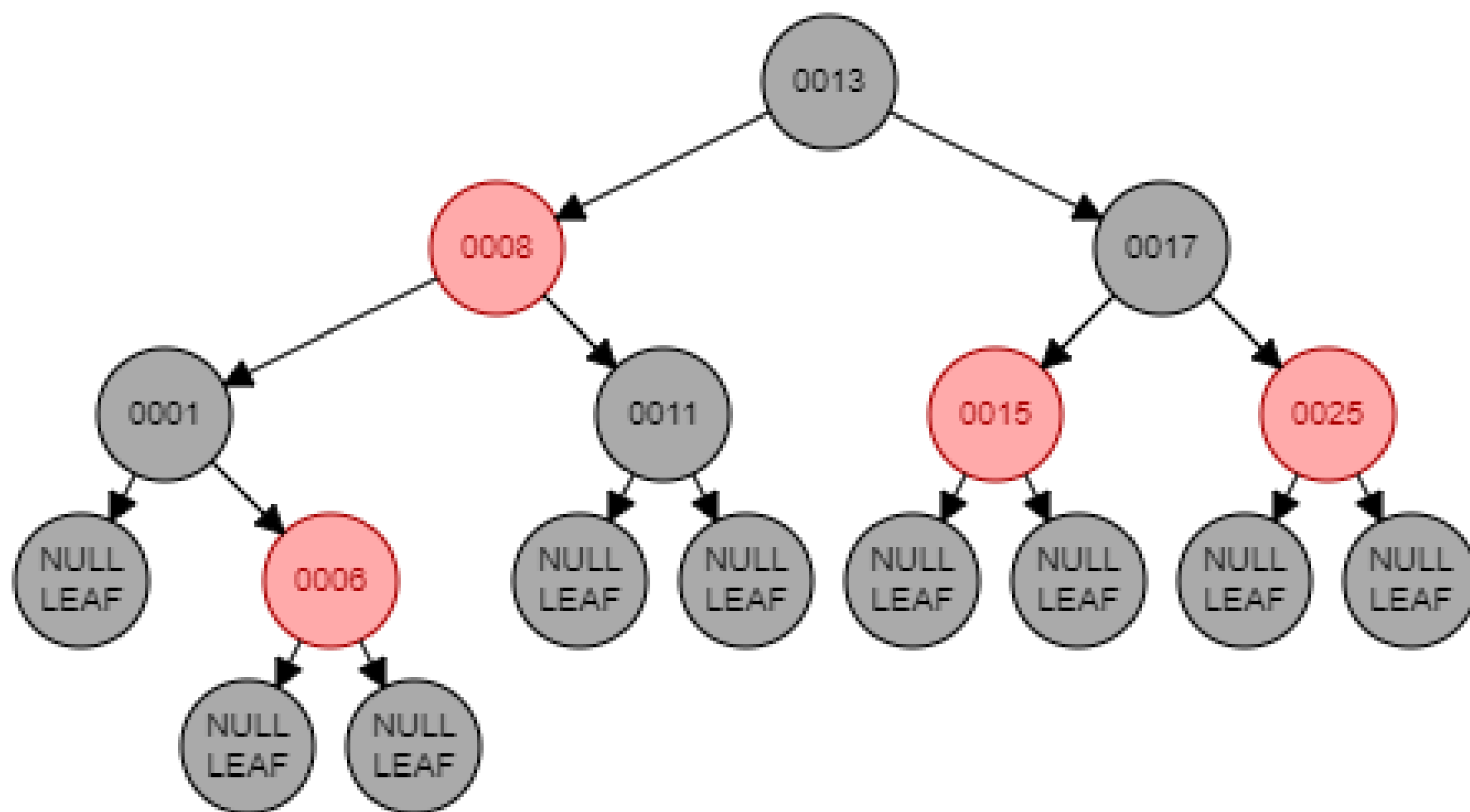
# Пример построения красно-чёрного (КЧ) дерева



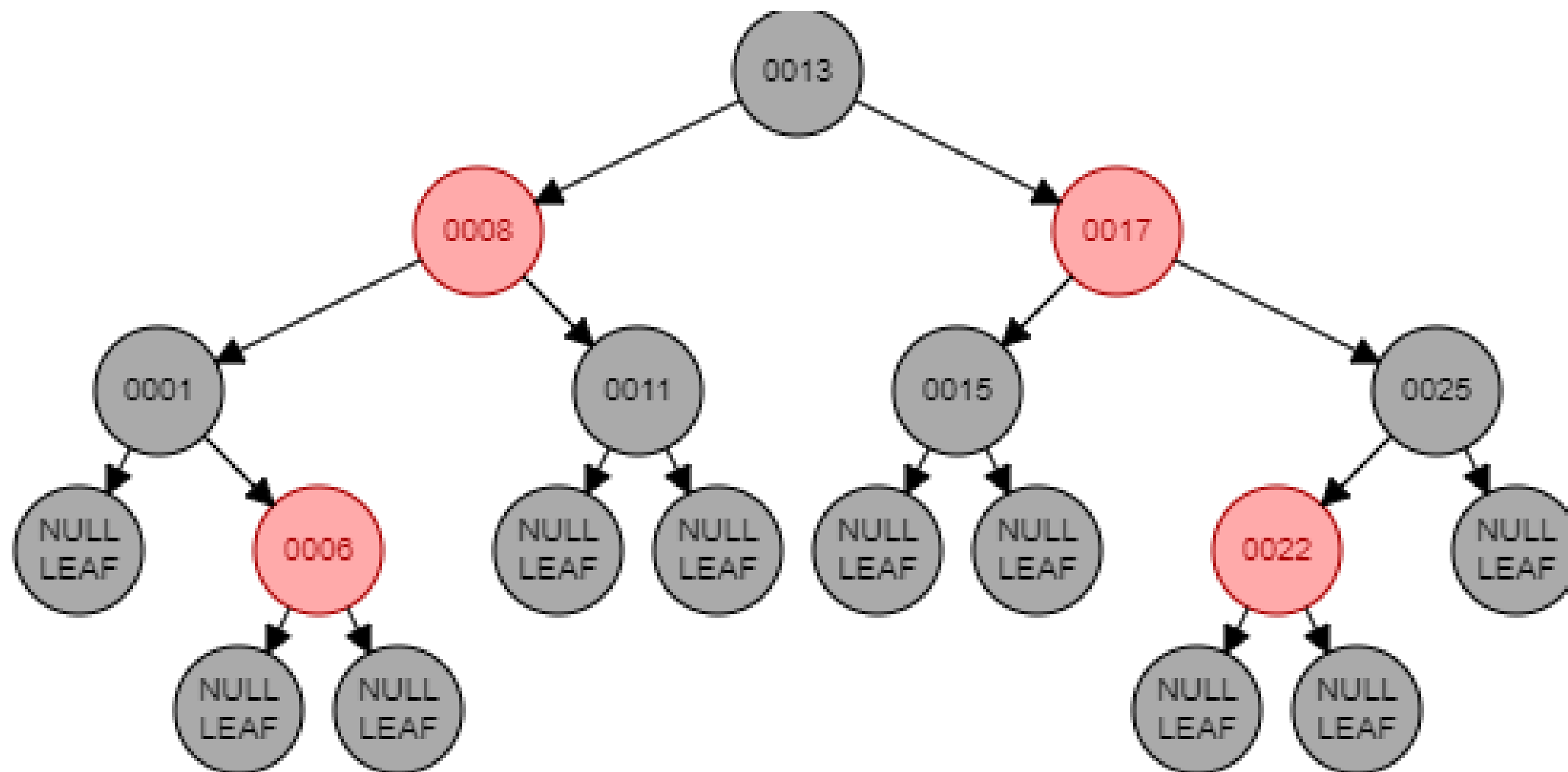
# Пример построения красно-чёрного (КЧ) дерева



# Пример построения красно-чёрного (КЧ) дерева



# Пример построения красно-чёрного (КЧ) дерева



# Пример построения красно-чёрного (КЧ) дерева

