

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

## Приближение функций

**Цель:** сформировать практические навыки описания и анализа используемых алгоритмов; создания программной реализации системы с заданными свойствами

**Задачи:** восстановления (доопределения) функции, заданной на дискретном множестве точек

### Задание 4.1.

Дана функция  $y = f(x)$ , узлы.

Требуется построить аналитическое выражение интерполяционного многочлена  $P_n(x)$  ( $n = 0, 1, 2, 3$ ) для функции  $f(x)$  в форме Ньютона по заданным узлам. Вычислить приближенное значение функции в заданной точке  $x^*$ , фактическую погрешность, оценить теоретическую.

1) Заполняем таблицу разделенных разностей.

2) Получаем аналитические выражения для интерполяционных многочленов и погрешности.

3) Заполняем таблицу результатов.

i	0	1	2	3
Узлы в порядке очередности их использования				
$P_i(x^*)$ — значение многочлена в точке интерполирования				
$f(x^*) - P_i(x^*)$ — фактическая погрешность				
$M_{i+1}$ — оценка модуля произв.				
$R_i(x^*)$ — оценка погрешности				

### Задание 4.2.

1) Дана функция  $y = f(x)$ , узлы, значение функции  $\bar{y}$ . Получить таблицу значений функции в узлах.

Требуется приближенно найти такое  $\bar{x}$ , что  $f(\bar{x}) = \bar{y}$  тремя способами:

а) “точно”, используя аналитическое выражение обратной функции. Обозначим  $x^*$ .

б) аппроксимацией функции  $f(x)$  интерполяционным многочленом  $P_n(x)$  ( $n \geq 2$ ) в форме Лагранжа и приближенным решением уравнения  $P_n(x) = \bar{y}$  методом итераций или методом секущих. Обозначим решение уравнения  $P_n(x) = \bar{y}$  через  $x_{\text{iter}}$ .

в) если существует однозначная обратная функция  $f^{-1}(y)$ , то поменять ролями узлы и значения функции и приближенно заменить обратную функцию интерполяционным многочленом  $Q_m(y)$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ) в форме Лагранжа и вычислить  $x_m = Q_m(\bar{y})$ .

Результаты привести в таблицах вида

m	$x_m$	$x_m - x_{m-1}$	$x_m - x^*$
0			
1			
2			
...			

### Задание 4.3.

Дана функция  $y = f(x)$ ,  $[a, b] = [-1, 1]$ .

Требуется построить при различных  $n$  интерполяционные многочлены  $P_n(x)$  в форме Лагранжа по равноотстоящим узлам и по узлам многочлена Чебышева. Сравнить на графике с функцией в одних осях координат.

Указание

Составить подпрограмму с параметрами:

- интерполируемая функция;
- степень многочлена;
- массив узлов.

Подпрограмма должна возвращать аналитическое выражение интерполяционного многочлена в форме Лагранжа заданной степени по заданной таблице узлов для заданной функции.

Рассмотреть функции: а)  $\sin(x)$ ; б)  $|x|$ ; в)  $\frac{1}{1+25x^2}$ .

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### Схема вариантов к лабораторной работе

N	Выполняемые задачи	N	Выполняемые задачи
1	4.1.1	16	4.1.7
2	4.2.1	17	4.2.7
3	4.1.2	18	4.1.8
4	4.2.2	19	4.2.8
5	4.3.	20	4.3.
6	4.1.3	21	4.1.9
7	4.2.3	22	4.2.9
8	4.1.4	23	4.1.10
9	4.2.4	24	4.2.10
10	4.3.	25	4.3.
11	4.1.5	26	4.1.11
12	4.2.5	27	4.2.11
13	4.1.6	28	4.1.12
14	4.2.6	29	4.2.12
15	4.3.	30	4.3.

## ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

*Таблица к задаче 4.1*

Номер варианта	Функция	Узлы	Точка интер- полирования
1	$\sin(x)$	-0.6, -0.5, -0.3, -0.2, 0, 0.2	-0.4
2	$\arccos(x)$	0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.6	0.35
3	$\sqrt[4]{x+2}$	0, 2, 4, 5, 7, 10	3
4	$\sin(x)$	-0.6, -0.5, -0.3, -0.2, 0, 0.1	-0.4
5	$\cos(x)$	-0.6, -0.5, -0.3, -0.2, -0.1, 0	-0.4
6	$\sqrt[4]{x+2}$	0, 3, 5, 7, 8, 9	4
7	$\arcsin(x)$	-0.6, -0.5, -0.4, -0.2, 0, 0.1	-0.3
8	$e^x$	-0.3, -0.2, -0.1, 0, 0.1, 0.3	0.2
9	$\ln(x)$	1, 3, 5, 6, 8, 10	4
10	$\ln(x)$	1, 3, 5, 6, 8, 10	7
11	$\arcsin(x)$	-0.6, -0.5, -0.3, -0.2, 0, 0.2	0.6
12	$\sin(x)$	0, 0.1, 0.2, 0.4, 0.5, 0.8	0.4
13	$\arccos(x)$	0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.6	0.35
14	$\sqrt[4]{x+2}$	0, 2, 4, 5, 7, 10	3
15	$\sin(x)$	-0.6, -0.5, -0.3, -0.2, 0, 0.1	-0.4

Таблица к задаче 4.2

Номер варианта	Функция	Узлы	Значение функции
1	$\sin(x)$	-0.6, -0.5, -0.3, -0.2, 0, 0.2	-0.56
2	$\arccos(x)$	0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.6	0.75
3	$\sqrt[4]{x+2}$	0, 2, 4, 5, 7, 10	1.6
4	$\sin(x)$	-0.6, -0.5, -0.3, -0.2, 0, 0.1	-0.6
5	$\cos(x)$	-0.6, -0.5, -0.3, -0.2, -0.1, 0	0.8
6	$\sqrt[4]{x+2}$	0, 3, 5, 7, 8, 9	1.3
7	$\arcsin(x)$	-0.6, -0.5, -0.4, -0.2, 0, 0.1	-0.8
8	$e^x$	-0.3, -0.2, -0.1, 0, 0.1, 0.3	0.8
9	$\ln(x)$	1, 3, 5, 6, 8, 10	2
10	$\ln(x)$	1, 3, 5, 6, 8, 10	2.5
11	$\arcsin(x)$	-0.6, -0.5, -0.3, -0.2, 0, 0.2	0.8
12	$\sin(x)$	0, 0.1, 0.2, 0.4, 0.5, 0.8	0.56
13	$\arccos(x)$	0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.6	0.75
14	$\sqrt[4]{x+2}$	0, 2, 4, 5, 7, 10	1.6
15	$\sin(x)$	-0.6, -0.5, -0.3, -0.2, 0, 0.1	-0.6