ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Цели: изучение математического аппарата математического программирования на примере задач небольшой размерности, допускающих графическое решение

Задачи: представить графическое решение, реализованное на языке высокого уровня

Решить задачу нелинейного программирования графическим методом.

1. $z = x_1 - x_2 \to (\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \le 9, \\ (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2 \le 4; \end{cases}$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$	**2.** $z = x_1 + x_2 \to (\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \ge 9, \\ (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2 \le 4; \end{cases}$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$	**3.** $z = x_1 - x_2 \to (\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases} (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \ge 1, \\ (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2 \le 9; \end{cases}$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$
4. $z = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 5)^2 \to$ $\to (\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases} x_1 - x_2 \ge -2, \\ x_1 + 3x_2 \ge 10, \\ 3x_1 - x_2 \le 10; \end{cases}$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$	**5.** $z = 4x_1 + x_2 \to (\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases} (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 \ge 4, \\ (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 \le 9, \\ x_1 + x_2 \le 5; \end{cases}$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$	**6.** $z = 2x_1 + x_2 \to (\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases} (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 \ge 4, \\ (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 \le 9, \\ x_1 + x_2 \ge 3; \end{cases}$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$
7. $z = x_1 + x_2 \to (\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \ge 1, \\ x_1^2 + x_2^2 \le 9; \end{cases}$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$	**8.** $z = (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 6)^2 \to$ $\to (\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases} x_1 - 4x_2 \le -7, \\ x_1 + x_2 \le 8, \\ 4x_1 - x_2 \ge -2; \end{cases}$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$	**9.** $z = x_1 + x_2 \to (\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \le 9, \\ (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2 \le 4; \end{cases}$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$
10. $z = x_1 - x_2 \to (\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \ge 9, \\ (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2 \le 4; \end{cases}$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$	**11.** $z = x_1 + x_2 \to (\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases} (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 \ge 1, \\ (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2 \le 9; \end{cases}$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$	**12.** $z = x_1 - 4x_2 \to (\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases} (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 \ge 4, \\ (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 \le 9, \\ x_1 + x_2 \le 5; \end{cases}$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$

13. $z=(x_1-4)^2+(x_2-2)^2\to$ $\to(\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases}5x_1-2x_2\le 8,\\ x_1+2x_2\ge 4,\\ x_1-2x_2\ge -8;\end{cases}$ $x_1\ge 0,\ x_2\ge 0.$	**14.** $z=x_1+2x_2\to(\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases}(x_1-2)(x_2+1)\ge 4,\\ x_1+x_2\le 6;\end{cases}$ $x_1\ge 0,\ x_2\ge 0.$	**15.** $z=x_1+x_2\to(\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases}(x_1-1)^2+(x_2-1)^2\ge 9,\\ (x_1-4)^2+(x_2-4)^2\le 4;\end{cases}$ $x_1\ge 0,\ x_2\ge 0.$

16. $z=x_1\cdot x_2\to(\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases}6x_1+4x_2\ge 12,\\ 2x_1+3x_2\le 24,\\ -3x_1+4x_2\le 12;\end{cases}$ $x_1\ge 0,\ x_2\ge 0.$	**17.** $z=(x_1-1)^2+(x_2-2)^2\to$ $\to(\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases}x_1+3x_2\le 15,\\ x_1+x_2\le 7;\end{cases}$ $x_1\ge 0,\ x_2\ge 0.$	**18.** $z=x_1^2+x_2^2-2x_1-$ $-10x_2+26\to(\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases}x_1-2x_2\ge -4,\\ 5x_1+2x_2\le 20;\end{cases}$ $x_1\ge 0,\ x_2\ge 0.$
19. $z=(x_1-5)^2+(x_2-7)^2\to$ $\to(\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases}x_1+2x_2\le 12,\\ x_1+x_2\le 9;\end{cases}$ $x_1\ge 0,\ x_2\ge 0.$	**20.** $z=2x_1-x_2\to(\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases}(x_1-1)(x_2+1)\ge 4,\\ x_1+x_2\le 5;\end{cases}$ $x_1\ge 0,\ x_2\ge 0.$	**21.** $z=x_1-3x_2\to(\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases}x_1^2+x_2^2\le 9,\\ 2x_1-x_2\ge 0,\\ x_1-2x_2\le 0;\end{cases}$ $x_1\ge 0,\ x_2\ge 0.$

22. $z=2x_1+x_2\to(\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases}(x_1-2)(x_2+1)\ge 4,\\ x_1+x_2\le 6;\end{cases}$ $x_1\ge 0,\ x_2\ge 0.$	**23.** $z=(x_1-2)^2+(x_2-4)^2\to$ $\to(\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases}2x_1-5x_2\ge -10,\\ 2x_1+x_2\ge 4,\\ 2x_1-x_2\le 8;\end{cases}$ $x_1\ge 0,\ x_2\ge 0.$	**24.** $z=(x_1-5)^2+(x_2-4)^2\to$ $\to(\max,\ \min)$ при ограничениях $\begin{cases}x_1-2x_2\le 1,\\ 5x_1-x_2\ge -4,\\ 7x_1+4x_2\le 42;\end{cases}$ $x_1\ge 0,\ x_2\ge 0.$

25. $z = x_1 - 2x_2 \to (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \le 16, \\ 3x_1 - x_2 \ge 0, \\ x_1 - 3x_2 \le 0; \end{cases}$ $x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$	**26.** $z = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 4)^2 \to$ $\to (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} x_1 - 2x_2 \ge -4, \\ 5x_1 + 2x_2 \le 20; \end{cases}$ $x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$	**27.** $z = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 1)^2 \to$ $\to (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} x_1 + 3x_2 \ge 12, \\ 2x_1 - x_2 \le 10, \\ -x_1 + 2x_2 \le 10; \end{cases}$ $x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$
28. $z = x_1 + x_2 \to (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} (x_1 - 1)(x_2 - 1) \ge 1, \\ (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \le 9; \end{cases}$ $x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$	**29.** $z = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 3)^2 \to$ $\to (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} x_1 - 5x_2 \le 4, \\ 4x_1 + 7x_2 \le 28, \\ 2x_1 - x_2 \ge -1; \end{cases}$ $x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$	**30.** $z = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \to$ $\to (\max, \min)$ при ограничениях $\begin{cases} x_1 + x_2 \ge 6, \\ -x_1 + 2x_2 \le 6, \\ 2x_1 - x_2 \le 6; \end{cases}$ $x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

Найти условный экстремум функции методом множителей Лагранжа

1. $z = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 + x_1 + x_2 \to \text{extr}$ при условии $x_1 + x_2 + 3 = 0$.	**2.** $z = 6 - 4x_1 - 3x_2 \to \text{extr}$ при условии $x_1^2 + x_2^2 = 1$.
3. $z = 2x_1 + x_2 \to \text{extr}$ при условии $x_1^2 + x_2^2 = 1$.	**4.** $z = 2x_1x_3 - x_2x_3 \to \text{extr}$ при условиях $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$
5. $z = x_1x_2 + x_2x_3 \to \text{extr}$ при условиях $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$	**6.** $z = x_1 + 2x_2 \to \text{extr}$ при условии $x_1^2 + x_2^2 = 1$.
7. $z = 4x_1 + 9x_2 - 25 \to \text{extr}$ при условии $4x_1^2 + 36x_2^2 = 9$.	**8.** $z = 2x_1x_2 \to \text{extr}$ при условии $2x_1 - 3x_2 - 4 = 0$.
9. $z = x_1x_2 + x_2x_3 \to \text{extr}$ при условиях $\begin{cases} x_1 - x_2 = 2, \\ x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$	**10.** $z = x_1^2 + x_2^2 \to \text{extr}$ при условии $3x_1 + 2x_2 - 11 = 0$.
11. $z = \dfrac{x_1}{2} + \dfrac{x_2}{3} \to \text{extr}$ при условии $x_1^2 + x_2^2 = 1$.	**12.** $z = \dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} \to \text{extr}$ при условии $x_1 + x_2 = 2$.
13. $z = -x_1x_2^2 \to \text{extr}$ при условии $x_1 + 2x_2 - 1 = 0$.	**14.** $z = 2x_1 - x_2 + x_3 \to \text{extr}$ при условии $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1$.
15. $z = \dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} \to \text{extr}$ при условии $\dfrac{1}{x_1^2} + \dfrac{1}{x_2^2} = 1$.	**16.** $z = x_1 + x_2 + x_3 \to \text{extr}$ при условии $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} + \dfrac{1}{x_3} = 1$.
17. $z = \dfrac{x_1}{\sqrt{2}} + \dfrac{x_2}{\sqrt{2}} - 2\sqrt{2} \to \text{extr}$ при условии $x_1^2 + x_2^2 = 1$.	**18.** $z = x_1^2 + x_2^2 + x_3 \to \text{extr}$ при условиях $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 = 12. \end{cases}$
19. $z = x_1x_2 + x_2x_3 \to \text{extr}$ при условиях $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4, \\ x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$	**20.** $z = x_1x_2x_3 \to \text{extr}$ при условиях $\begin{cases} 2x_1x_2 + x_2x_3 = 12, \\ 2x_1 - x_2 = 8. \end{cases}$

21. $z = x_1 x_2 x_3 \to$ extr при условиях $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 = 12. \end{cases}$	**22.** $z = 2x_1 x_3 - x_2 x_3 \to$ extr при условиях $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$
23. $z = 2x_1 + 3x_2 \to$ extr при условии $x_1^2 + x_2^2 = 1$.	**24.** $z = x_1^2 + x_2^2 \to$ extr при условии $3x_1 + 2x_2 = 25$.
25. $z = x_1^2 + 2x_2^2 + 12x_1 x_2 \to$ extr при условии $4x_1^2 + x_2^2 = 25$.	**26.** $z = 3x_1 + 2x_2 \to$ extr при условии $x_1^2 + x_2^2 = 1$.
27. $z = x_1 x_2 \to$ extr при условии $3x_1 - 2x_2 = 4$.	**28.** $z = -x_1^2 x_2 \to$ extr при условии $2x_1 + x_2 = 1$.
29. $z = 2x_1 + x_2 - 2x_3 \to$ extr при условии $x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 = 36$.	**30.** $z = 9x_1 + 4x_2 - 25 \to$ extr при условии $36x_1^2 + 4x_2^2 = 9$.

Линейное программирование. Графический метод.

Этапы выполнения работы

- Составить математическую модель:
- Описать переменные, параметры модели
- Составить целевую функцию и ограничения.
- Применить графический метод для решения задачи.

Вариант 1

Ателье производит два типа шляп. Производство шляпы первого типа требует в два раза больше временных ресурсов, чем производство шляпы второго типа. Если ателье будет производить только шляпы второго типа, то в день она сможет изготовить 400 таких шляп. Рынок накладывает ограничения на производство шляп: не более 150 шляп первого типа и 200 шляп второго типа. Доход от производства шляп составляет 6 у. е. на единицу первого типа и 400 у. е. — второго типа.

Примените графический метод для определения ежедневного оптимального производства шляп обоих типов.

Определите стоимость возрастания производства на одну шляпу второго типа и интервал значений числа ежедневного производства этих шляп, для которого данная стоимость была бы применима.

Используя метод стоимости единицы ресурса, определите, на сколько изменится максимальный доход фабрики, если ежедневное производство шляп первого типа не будет превышать 120 единиц.

Чему равна стоимость возрастания предельного спроса на одну шляпу второго типа?

Вариант 2

Компания производит два вида продукции, A и B. Объем продаж продукта A составляет не менее 80% от общего объема продаж продуктов A и B. Вместе с тем компания не может производить более 100 единиц продукта A в день. Для производства этих продуктов используется одно и то же сырье, поступление которого ограничено 240 кг в день. На изготовление единицы продукта A расходуется 2 кг сырья, а единицы продукта B — 4 кг. Цена одной единицы продуктов A и B составляет 20 д.е. и 50 д.е. соответственно.

Найдите оптимальную структуру производства этой компании.

Определите стоимость единицы сырья и интервал изменения потребляемого сырья, при котором справедлива данная стоимость.
С помощью графического анализа чувствительности определите, как изменится значение целевой функции при изменении максимального уровня производства продукта A на ± 10 единиц.

Вариант 3

Компания на производство двух продуктов в день затрачивает 10 часов. Производство каждого продукта состоит из последовательного выполнения трех процессов. Данные по этим продуктам и процессам приведены в следующей таблице.

Продукт	**Процесс 1**	**Процесс 2**	**Процесс 3**	**Доход (у. е.)**
	(количество минут выполнения процесса) (на единицу продукта)			
1	10	6	8	2
2	5	20	10	3

Найдите структуру оптимального производства.

Предположим, что появилась возможность увеличить время на выполнение одного из трех процессов. Для выбора процесса, время которого будет увеличено, создайте логически обоснованные приоритеты процессов.

Вариант 4

Компания имеет возможность рекламировать свою продукцию по местному радио и телевидению. Бюджет на рекламу ограничен суммой 10 000 д.е. в месяц. Одна минута рекламного времени на радио стоит 15 д.е., а на телевидении — 300 д.е. Компания предполагает, что реклама на радио по времени должна превышать рекламу на телевидении не менее чем в два раза. Вместе с тем известно, что нерационально использовать более 400 минут рекламы на радио в месяц. Последние исследования показали, что реклама на телевидении в 25 раз эффективнее рекламы на радио.

Разработайте оптимальный бюджет для рекламы на радио и телевидении.

Определите стоимость единицы месячного лимита на рекламу по радио.
Примените метод нахождения стоимости единицы ресурса для определения возможной эффективности рекламной кампании при увеличении ежемесячного бюджета на рекламу до 15 000 д.е.

Вариант 5

Корпорация является собственником электрогенерирующей станции. Поскольку эта корпорация имеет богатые запасы угля, на электростанции для генерации электрического тока используется уголь. Агентство по защите окружающей среды установило следующие ограничения: концентрация выбрасываемого в воздух сернистого газа не должна превышать 0,002, количество выбрасываемых аэрозольных частиц не должно превышать 20 кг в час. Корпорация для генерации электрического тока использует пылевидный уголь двух сортов, С1 и С2. Перед сжиганием эти сорта угля обычно смешиваются. Для простоты пред положим, что сернистая составляющая в смеси углей определяется как средневзвешенное от доли угля каждого сорта в смеси. Характеристики используемых сортов угля приведены в следующей таблице.

Сорт угля	Концентрация серы	Количество выделяемых аэрозольных частиц (кг/час)	Генерируемая мощность(кг/час)
С1	0,0018	2,1	12 000
С2	0,0021	0,9	9 000

Найдите оптимальную смесь углей обоих сортов.
На сколько изменится количество генерируемой энергии (в час), если ослабить на 1 кг в час ограничение на количество выбрасываемых аэрозольных частиц?

Вариант 6

Центр дополнительного обучения предлагает в общей сложности до 30 курсов каждый семестр. Все курсы условно можно разбить на два типа: практические, такие как деревообработка, обучение работе на компьютере, ремонт и поддержка автомобилей и т.п.; и гуманитарные, например история, музыка и изобразительное искусство. Чтобы удовлетворить запросы обучающихся, в каждом семестре должно предлагаться не менее 10 курсов каждого типа. Центр дополнительного обучения оценивает доход от одного практического курса в 1500 д. е., а гуманитарного — в 1000 д. е.
Какова оптимальная структура курсов для Центра дополнительного обучения?
Определите, какой будет иметь доход факультет при увеличении минимального количества практических курсов на единицу.
Определите доход факультета при увеличении минимального количества гуманитарных курсов на единицу.

Вариант 7

Фабрика производит мужские сорочки и женские блузки для конкретного заказчика. Заказчик принимает всю продукцию, вырабатываемой фабрикой. Производство швейного изделия состоит из раскроя, пошива и пакетирования готового изделия. На участке раскроя работают 25 человек, непосредственно на пошиве изделий — 35 человек и пакетируют готовые изделия 5 человек. Фабрика работает в одну смену (8 часов) пять дней в неделю. Трудозатраты на выпускаемые фабрикой изделия и доход от них показаны в следующей таблице.

Изделие	**Раскрой**	**Пошив**	**Пакетирование**	**Доход**
		(минуты на изделие)		(в д.е. на изделие)
Рубашка	20	70	12	2,50
Блузка	60	60	4	3,20

Определите оптимальную структуру еженедельного производства для этой швейной фабрики.
Если магазину потребуется не менее 2000 рубашек и 3000 блузок в неделю, то сможет ли швейная фабрика выполнить этот заказ при 5-дневной рабочей неделе? Если нет, то какой выход из этой ситуации вы можете предложить и какое оптимальное решение возможно в этом случае?
Определите стоимость одного часа рабочего времени, затрачиваемого отдельно на раскрой, пошив и пакетирование.
Предположим, что можно организовать сверхурочную работу на участках раскроя и пошива. Какую максимальную почасовую добавку за сверхурочные может предложить швейная фабрика?

Вариант 8

Конвейер состоит из трех последовательных линий для сборки двух видов чипов: СН-1 и СН-2. Время, необходимое для сборки одного чипа на каждой линии, приведено в следующей таблице.

Сборочная линия	Количество минут, затрачиваемых на сборку одного изделия	
	СН-1	СН-2
1	6	4
2	5	5
3	4	6

Ежедневные профилактические работы на соответствующих линиях составляют 10%, 14% и 12% от всего рабочего времени, которое для любой линии не превышает 480 минут в смену.
Компания желает иметь такую структуру выпускаемой продукции, чтобы минимизировать время простоя всех трех линий
Определите стоимость одного процента уменьшения времени профилактических работ для каждой линии.

Вариант 9

Завод бытовой химии производит два вида чистящих средств, A и B, используя при этом сырье I и II. Обработка одной единицы сырья I стоит 8 д.е., в результате производится 0,5 единицы средства A и столько же средства B. Обработка одной единицы сырья II стоит 5 д.е., в результате получается 0,6 единицы средства A и 0,4 единицы средства B. Ежедневное производство средства A должно быть не менее 10 и не более 15 единиц. Для производства средства B аналогичные ограничения составляют 12 и 20 единиц.
Найдите оптимальную структуру выпуска чистящих средств.
Определите стоимость единицы изменения граничных значений ежедневного выпуска средств A и B.

Вариант 10

Для производства двух видов автомобильных деталей А и Б предприятие использует 3 вида сырья. Другие условия задачи приведены в таблице.

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одну деталь, кг		Общее количество сырья, кг
	A	B	
I	12	4	300
II	4	4	120
III	3	12	252
Прибыль от реализации одной детали, ден. ед.	30	40	

Составить такой план выпуска продукции, при котором прибыль от реализации продукции будет максимальна, при условии, что изделий Б нужно выпустить не менее, чем изделий А.
Определите стоимость единицы изменения граничных значений ежедневного выпуска деталей A и B.

Вариант 11

Из двух сортов бензина образуются две смеси - A и B. Смесь A содержит 60% бензина 1-го сорта и 40% 2-го сорта; смесь B - 80% 1-го сорта и 20% 2-го сорта. Цена 1 кг смеси A - 30 д.е., а смеси B – 32 д. е. Составьте план образования смесей, при котором будет получен максимальный доход, если в наличии имеется 50 тонн бензина 1-го сорта и 30 тонн бензина 2-го сорта.

С помощью графического анализа чувствительности определите, как изменится значение целевой функции при изменении максимального уровня производства смеси A.

Вариант 12

При производстве автомобильных деталей двух видов используются последовательно четыре станка. Данные о технологическом процессе указаны в таблице:

Станок	Трудоемкость на 1 ед. продукции		Фонд времени, час
	A	B	
1	3	3	15
2	2	6	18
3	4	0	16
4	1	2	8
Прибыль на 1 ед. продукции (д.е.)	2	3	

Составьте план выпуска продукции, обеспечивающий предприятию наибольшую прибыль.

Предположим, что появилась возможность увеличить время на выполнение одного из четырех процессов. Для выбора процесса, время которого будет увеличено, создайте логически обоснованные приоритеты процессов.

Вариант 13

Цех выпускает двигатели двух типов. Для изготовления двигателей обоих типов используются два вида ресурсов. Общий запас ресурса первого вида - 3 тонны, второго вида - 18 тонн. На один двигатель первого типа расходуются 5 кг первого ресурса и 3 кг второго, а на один двигатель второго вида расходуются 3 кг первого ресурса и 2 кг второго. За каждый реализованный двигатель первого вида завод получает прибыль 3 тысячи денежных единиц, второго - 4 тыс. д. е.

Составьте план выпуска двигателей, обеспечивающий заводу максимальную прибыль.

Определите стоимость единицы первого ресурса, затрачиваемой на производство.

Вариант 14

Для функционирования завода необходимо пополнять его склад расходными материалами. Ежедневно на склад должно быть доставлено не менее 9 ед. расходного материала №1, 8 ед. расходного материала №2 и 11 ед. расходного материала №3. Для пополнения склада были заключены договоры с двумя автопредприятиями. Их возможности представлены в таблице:

Расходные материалы	Количество доставленных материалов	
	Предприятие №1	Предприятие №2
Расходный материал №1	3	1
Расходный материал №2	1	2
Расходный материал №3	1	6

Стоимость перевозки по договору с Предприятием №1- 4 д.е., с Предприятием №2 - 6 д.е.

Составьте план перевозок, имеющий минимальную стоимость.

С помощью графического анализа чувствительности определите, как изменится значение целевой функции при изменении минимального уровня перевозок Предприятием №1.

Вариант 15

При изготовлении автомобильных деталей А и В используются сталь и цветные металлы, а также токарные и фрезерные станки. По технологическим нормам на производство одной детали А требуется 300 и 200 станко-часов соответственно токарного и фрезерного оборудования, а также 10 и 20 кг соответственно стали и цветных металлов. Для производства одной детали В требуется 400, 100, 70 и 50 соответствующих единиц тех же ресурсов. Цех располагает 12400 и 6800 станко-часами соответственно токарного и фрезерного оборудования и 640 и 840 кг соответственно стали и цветных металлов. Прибыль от реализации одной детали А составляет 6 руб. и от одной детали В - 16 руб.

Постройте математическую модель задачи, используя в качестве показателя эффективности прибыль и учитывая, что время работы фрезерных станков должно быть использовано полностью.
Определите стоимость единицы изменения граничных значений ежедневного выпуска деталей А и В.

Вариант 16

Выполнить заказ по техническому обслуживанию 32 автомобилей А и 4 автомобилей В предприятия взялись две станции технического обслуживания. Производительность СТО №1 по техническому обслуживанию автомобилей А и В составляет соответственно 4 и 2 в час, фонд рабочего времени этой СТО 9,5 ч. Производительность СТО №2 - соответственно 1 и 3 автомобиля в час, а ее фонд рабочего времени -4 ч. Затраты, связанные с техническим обслуживанием автомобилей, на СТО №1 равны соответственно 9 и 20 руб., на СТО №2 - 15 и 30 руб.

Составьте математическую модель задачи, позволяющую найти оптимальный план проведения технического обслуживания автомобильного транспорта предприятия, обеспечивающий минимальные затраты на выполнение заказа.

Вариант 17

Банк в течение нескольких месяцев планирует вложить до 200 000 д.е. в кредитование частных лиц (клиентов) и покупок автомобилей. Банковские комиссионные составляют 14% при кредитовании частных лиц и 12% при кредитовании покупок автомобилей. Оба типа кредитов возвращаются в конце годичного периода кредитования. Известно, что около 3% клиентских и 2% автомобильных кредитов никогда не возвращаются. В этом банке объемы кредитов на покупку автомобилей обычно более чем в два раза превышают объемы других кредитов для частных лиц.
Найдите оптимальное размещение средств по двум описанным видам кредитования и определите коэффициент возврата по всем кредитам.
Определите интервал оптимальности для отношения процентных ставок по двум видам кредитов для найденного на предыдущем шаге оптимального решения.
Предположим, что невозврат кредитов составит 4% и 3% для кредитов частных лиц и кредитов на покупку автомобилей соответственно. Изменится ли при этом оптимальное решение, полученное выше?

Вариант 18

Магазин продает два вида безалкогольных напитков: напиток А1 известного производителя и напиток А2 собственного производства. Доход от одной банки напитка А1 составляет 5 д.е., тогда как доход от одной банки напитка А2 — 7 д. е.. В среднем магазин за день продает не более 500 банок обоих напитков. Несмотря на то что А1 известная торговая марка, покупатели предпочитают напиток собственного производства А2, поскольку он значительно дешевле. Подсчитано, что объемы продаж А2 и А1 (в натуральном исчислении) должны соотноситься не менее 2:1. Кроме того, известно, что магазин продает не менее 100 банок напитка А1 в день.
Сколько банок каждого напитка должен иметь магазин в начале рабочего дня для максимизации дохода?
Определите соотношение доходов от напитков А1 и А2, при котором сохраняется оптимальное решение, найденное на предыдущем шаге.

Вариант 19

Ателье производит два типа шляп. Производство шляпы первого типа требует в два раза больше временных ресурсов, чем производство шляпы второго типа. Если ателье будет производить только шляпы второго типа, то в день она сможет изготовить 400 таких шляп. Рынок накладывает ограничения на производство шляп: не более 150 шляп первого типа и 200 шляп второго типа. Доход от производства шляп составляет 6 у. е. на единицу первого типа и 400 у. е. — второго типа.
Примените графический метод для определения ежедневного оптимального производства шляп обоих типов.
Определите стоимость возрастания производства на одну шляпу второго типа и интервал значений числа ежедневного производства этих шляп, для которого данная стоимость была бы применима.
Используя метод стоимости единицы ресурса, определите, на сколько изменится максимальный доход фабрики, если ежедневное производство шляп первого типа не будет превышать 120 единиц.
Чему равна стоимость возрастания предельного спроса на одну шляпу второго типа?