

### ДЗ-3. Формула полной вероятности и формула Байеса

1. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,03. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,95. Вероятность, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,04. Найдите вероятность того, что случайно выбранная батарейка будет забракована системой контроля.
2. При переливании крови нужно учитывать группу крови донора и больного. Человеку с 4-й группой можно перелить кровь любой группы; со второй или третьей – кровь той же группы или первой; с первой группы – только первой. Среди населения 33,7% имеют кровь первой группы, 37,5% - второй, 20,9% - третьей, 7,9% – четвёртой. С какой вероятностью случайному больному подойдёт кровь случайного донора?
3. В предыдущей задаче случайному больному перелили кровь случайного донора и она ему подошла. С какой вероятностью у больного была 1-я группа крови? 2-я? 3-я? 4-я? Ответьте на те же вопросы для донора.
4. Из десяти студентов, пришедших на экзамен, Иванов и Петров знают 20 билетов из 30-ти, Сидоров – только 15, а остальные выучили все 30 билетов. Знание билета гарантирует вероятность сдачи экзамена профессору Злобину с вероятностью 0,85, а не знание – только 0,1. С какой вероятностью случайно вызванный студент сдаст экзамен?
5. В группе из 25 студентов имеется 10 отлично подготовленных (знают все 30 вопросов), 7 – хорошо (20 вопросов), 5 – удовлетворительно (10 вопросов), 3 – плохо (2 вопроса). Вызванный студент ответил на 2 вопроса. Как и с какими вероятностями он подготовлен?
6. Надёжность обнаружения туберкулёза при просвечивании грудной клетки – 90%. Вероятность, что у здорового человека будет обнаружен туберкулёз – 1%. Процент людей, больных туберкулёзом составляет около 0,1%. Какова вероятность, что человек, признанный носителем туберкулёза, действительно является таковым?
7. При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 86% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 94% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?
8. В ящике лежат 20 теннисных мячей: 15 новых и 5 игранных. Для игры наудачу берут два мяча и после игры возвращают обратно в ящик. Для второй игры снова извлекают два мяча. С какой вероятностью оба мяча будут новыми в первой игре? Во второй игре?
9. У вас имеются две игральные кости: правильная и фальшивая (с дробинкой внутри), на которой вероятность шестёрки –  $\frac{1}{4}$ , единицы –  $\frac{1}{12}$ , остальных чисел – по  $\frac{1}{6}$ . Вы выбрали из двух костей одну и подбросили – выпала шестёрка. С какой вероятностью эта кость фальшивая?
10. Три стрелка А, В и С попадают по мишени с вероятностями 0.4, 0.6 и 0.8 соответственно. Все стрелки выстрелили по разу и оказалось, что только один из выстрелов достиг цели. Какова вероятность, что этот выстрел сделал стрелок А? стрелок В? стрелок С?