

ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

1. В ящике 8 белых и 6 чёрных шаров. Из него наугад извлекают одновременно 2 шара. Какова вероятность, что они будут разного цвета?
2. Семизначные номера телефонов могут изменяться от 100-00-00 до 999-99-99. С какой вероятностью в случайно взятом номере все цифры будут чётные? Не будет девяток?
3. Сколько раз нужно бросить кубик, чтобы вероятность появления хотя бы одной единицы была больше 0,9? больше 0,99?
4. Имеется структурная схема системы, состоящей из пяти элементов. Событие A состоит в безотказной работе всей схемы в течение некоторого промежутка времени. Каждое из событий A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 состоит в безотказной работе i-го элемента. Событие A выражается через A_i формулой: $A = (A_1 * A_2 + A_3) * A_4 + A_5$. Найдите вероятность события A, если вероятность безотказной работы каждого элемента 0,8.
5. Из партии, содержащей 10 изделий, среди которых 5 – высшего сорта, для контроля последовательно выбирают наугад 4 изделия. Найдите вероятность того, что половина из них будет высшего сорта при условии, что выборка производится а) с возвращением; б) без возвращения.
6. Стержень случайным образом ломают на три части. С какой вероятностью из них можно составить треугольник?
7. Студенты Петров и Иванов посещают лекции независимо друг от друга, причём Петров чаще, чем Иванов. Установлено, что вероятность их совместного появления на лекции равна 0,02, а вероятность того, что ни один не придёт на лекцию, равна 0,72. Найти вероятность появления на лекции для каждого из студентов.
8. Три стрелка A, B, C попадают по мишени с вероятностями 0.7, 0.8 и 0.9 соответственно, независимо друг от друга. Все стрелки выстрелили по разу, и один выстрел достиг цели. Какова вероятность, что попал стрелок A? Что A промахнулся?
9. Три станка занимаются штамповкой изделий. Первый выпускает 1% процент брака, второй - 2%, третий – 5%. При этом доля второго станка в общем объёме продукции цеха составляет 60%, а первого и третьего – по 20%. а) С какой вероятностью случайно взятая со склада деталь будет без брака? б) Случайно взятая со склада деталь оказалась без брака. С какой вероятностью она сделана на третьем станке?
10. Надёжность обнаружения туберкулёза при просвечивании грудной клетки – 90%. Вероятность, что у здорового человека будет обнаружен туберкулёз – 1%. Процент людей, больных туберкулёзом составляет около 0,1%. Какова вероятность, что человек, признанный носителем туберкулёза, действительно является таковым?

11. В отдел технического контроля поступает партия, содержащая 20 изделий, среди которых имеется 5 бракованных. Контролер для проверки отбирает 3 изделия, при этом в бракованном изделии он обнаруживает брак с вероятностью 0,9. Партия бракуется, если среди отобранных для проверки изделий обнаружено хотя бы одно бракованное. Найдите вероятность того, что данная партия изделий будут забракована.
12. Произведено 5 независимых выстрелов по мишени с вероятностью попадания 0,5. Пусть случайная величина ξ - число попаданий в цель. Найдите вероятность, что ξ больше 3.
13. Произведено 5 независимых выстрелов по мишени с вероятностью попадания 0,5. Пусть случайная величина ξ - число попаданий в цель. Найдите её математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение.
14. Спортсмен-биатлонист должен поразить 3 мишени пятью выстрелами. На каждый выстрел он тратит 15 секунд и попадает в цель с вероятностью 0,6. Случайная величина X – общее время, которое он проведет на огневом рубеже. Найдите закон распределения и математическое ожидание случайной величины X .
15. Преподаватель даёт студенту задачи на экзамене до тех пор, пока он не сможет какую-нибудь из них решить. Вероятность решения любой задачи составляет 0,8. Найдите среднее число задач, которое получит студент на экзамене.
16. В единичный квадрат бросают случайную точку. Случайная величина X – расстояние от этой точки до ближайшей стороны квадрата. Найдите плотность распределения и функцию распределения случайной величины X .
17. Непрерывная случайная величина ξ имеет плотность распределения вероятностей

$$p(x) = a \cdot e^{-|x|}.$$

Найдите неизвестный параметр a . Найдите функцию распределения $F(x)$ и постройте её график. Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение ξ . Найдите вероятность попадания ξ в интервал $(-1;1)$.

18. Бросают два кубика. X – число очков на первом кубике, Y – число очков на втором, $m = \min(X, Y)$, $M = \max(X, Y)$. Найдите совместный закон распределения (m, M) .
19. Случайная величина ξ равномерно распределена отрезке $[1; 3]$. Найдите плотность распределения величины $\eta = \xi^2 + 1$.
20. Бросают два кубика. X – число очков на первом кубике, Y – число очков на втором, $m = \min(X, Y)$, $M = \max(X, Y)$. Найдите коэффициент корреляции величин m и M .

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

1. Оценки, полученные студентом в течение первых трёх лет обучения в институте, представлены статистическим рядом

Оценка	3	4	5
--------	---	---	---

Количество	12	5	3
------------	----	---	---

Найдите выборочные среднее, смещённую и несмещённую дисперсии, стандартное отклонение, моду и медиану.

2. По результатам футбольного чемпионата был построен следующий статистический ряд:

Число забитых мячей	0	1	2	3	4	5
Кол-во матчей	12	8	8	9	4	4

Считая, что число забитых мячей распределено по закону Пуассона, оцените неизвестный параметр λ по методу моментов, используя для этого

- первый момент;
- второй момент;
- второй центральный момент.

3. Известно, что вес новорожденных имеет нормальное распределение $N(a, \sigma^2)$. Для оценки неизвестных параметров a и σ^2 был получен сгруппированный статистический ряд:

Вес (кг)	[2;2,4)	[2,4;2,8)	[2,8;3,2)	[3,2;3,6)	[3,6;4]
Кол-во новорожденных	5	25	40	25	5

Постройте оценки для a и σ^2 методом моментов, используя для этого

- первый момент и второй момент;
 - первый момент и второй центральный момент.
4. По выборке из 20 упаковок товара средний вес составил 99 г с выборочным несмещённым отклонением 2 г. Постройте доверительный интервал для математического ожидания с уровнем доверия 0,95.
5. Фирма разослала 100 новых рекламных каталогов и получила 20 заказов. Постройте доверительный интервал для эффективности рекламы (вероятности отклика) с уровнем доверия 0,9.
6. Для оценки среднего дохода жителя региона была сделана случайная выборка, по результатам которой был получен сгруппированный статистический ряд:

Доход (тыс.руб.)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100]
Кол-во жителей	200	500	1000	200	100

Считая, что доход распределён по нормальному закону, найдите доверительный интервал для среднего дохода с уровнем доверия 0,9.

7. Фирма разослала 100 новых рекламных каталогов и получила 20 заказов. Можно ли на уровне значимости 0,01 утверждать, что эффективность рекламы повысилась, если ранее она составляла около 10%?
8. Средний срок службы лампы ДРВ составлял 10 000 часов. После введения новой технологии выборочный срок службы по выборке из 100 изделий составил 12 000 часов при выборочном стандартном отклонении 2 000 часов. Можно ли на уровне значимости 0,01 утверждать, что новая технология привела к увеличению срока службы?

9. Сахар упаковывается в пакеты с номинальным весом 1 кг со стандартным отклонением 0,01 кг. Случайная выборка из 20 пакетов выявила средний вес 0,99 кг. На уровне значимости 0,01 проверьте гипотезу о том, что средний вес пакета соответствует номиналу.
10. Исследовалась зависимость между оценками студентов по математическому анализу (X) и геометрии (Y). По результатам исследования был получен статистический ряд:

X \ Y	3	4	5
3	40	10	
4	10	20	
5			20

Проверьте гипотезу об отсутствии корреляционной связи между X и Y на уровне значимости 0,1. Найдите уравнение линейной регрессии Y на X. Найдите уравнение линейной регрессии X на Y.