Домашняя работа № 1

Задача ~~3~~ 1

i) $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{(x+\delta)}dx = \int_0^1 \frac{x^{n-1}(x+a-a)}{(x+\delta)}dx = \int_0^1 \frac{x^n + x^{n-1}a - x^{n-1}a}{x+\delta}dx = \int_0^1 \left(\frac{x^{n-1}(x+\delta)}{x+\delta} - \frac{x^{n-1}\delta}{(x+\delta)}\right) dx$

$= \int_0^1 \frac{x^{n-1}}{x+\delta}dx - \delta\int_0^1 \frac{x^{n-1}}{x+\delta}dx = \frac{1}{n} - \delta I_{n-1}$) рекуррентное соотношение

$I_n = \frac{1}{n} - \delta I_{n-1}$, тогда

$I_{n-1} = \dfrac{\frac{1}{n} - I_n}{\delta}$ обратное рекуррентное соотношение

* ошибка вызвана, в моем представлении, тем, что делить легче на $\delta > 1$, так ошибка меньше, тем более при $\delta = 10$, а умножение (случай прямой рекурсии) лучше реализуется при $\delta < 1$. *

jj) $I_0(\delta) = \int_0^1 \frac{1}{(\delta+x)}dx = \ln|\delta+x|\Big|_0^1 = \ln\left|\frac{\delta+x}{\delta}\right|$

В зависимости от значения параметра δ работают лучше разные виды рекурсий

$\delta > 1 \to$ обратная рекурсия лучше (Это связано с делением слагаемых на δ) *

$\delta < 1$ – прямая рекурсия лучше.

Задача 4

$A = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ \sigma & 1 \end{pmatrix}$

$\varepsilon(\sigma) = \max(\lambda_i)$

$k(\sigma)$ – ?, где $k(\sigma) = \frac{d\varepsilon(\sigma)}{d\sigma}$

1) Найдем собственные значения

$A' = \begin{pmatrix} 1-\lambda & 10 \\ 6 & 1-\lambda \end{pmatrix}$ $\det|A'| = \Rightarrow (1-\lambda)^2 - 10\sigma = 0$

$\lambda^2 - 2\lambda - (10\sigma - 1) = 0 \Rightarrow D = 4 + 4(10\sigma - 1)$

$\lambda = \frac{2 \pm 2\sqrt{1 + (10\sigma - 1)}}{2} = 1 \pm \sqrt{1+(10\sigma-1)}$, тогда $= 1 \pm \sqrt{10\sigma}$

$\Delta 10$

$\Delta(\sigma)$

$\left[\begin{array}{l}\lambda(10) = 11 \\ \lambda(10) = -9\end{array}\right. \Rightarrow k(\sigma) = \frac{11}{10} = \underline{1{,}1}$

$\left[\begin{array}{l}\lambda(0{,}1) = 2 \\ \lambda(0{,}1) = 0\end{array}\right. \Rightarrow k(\sigma) = \frac{2}{0{,}1} = \underline{20}$

③ Функция геом, назовем ее $f(x)$

$f(1) = -3$

$f(0) = 1$, вычислим несколько первых членов для понимания законо-ти

$f(2020)$ - ?

$f(0) = 1$

$f(1) = -3$

$f(2) = 3 + 6 \cdot 1 = 9$

$f(3) = -9 + (-3) \cdot 6 = -27$

$f(4) = 27 + 6 \cdot 9 = 81$

$f(5) = -81 - 6 \cdot 27 = -243$

$f(6) = +243 + 6 \cdot 81 = 729$, итого, мы видим, что

$f(n) = (-1)^n \cdot 3^n$, тогда $f(2020) = 3^{2020}$

⑤ а) Можно считать без ограничений знаков, а после окончания счета, выводить результат при помощи функции toFixed(___, ___)

↑ результат, знаки которого нужно отсечь

↑ количество знаков после запятой

(шутка)

~~[illegible]~~

б) При замене направления подсчета суммы погрешность уменьшается, так как при округлении членов с большим k теряется малая часть от итогового ответа (в силу их собственной малости), поэтому итоговый ответ меньше отличается от эталонного.

Округление происходит более точно. Ряд выглядит следующим образом

$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \ldots \frac{1}{(3000)^2} = \sum_{k=1}^{3000} k^{-2}$. При суммировании $k\ (1, \ldots, 3000)$ к слагаемо малое, из-за этого большие слагаемые округляются в 0, не внося вклада. Если же делать отсчет $k = (3001, \ldots, 0)$ что с увеличением n растет и каждое слагаемое.