1 Прямая задача

Конфигурация описывается набором параметров переходов от i-й СК к $i+1$-й (i от 1 до количества джоинтов): - d_i - смещение вдоль z_i - θ_i - поворот вокруг z_i, после которого x_i стало бы параллельной x_{i+1} - α_i - поворот вокруг x_{i+1}, после которого z_i стало бы параллельной z_{i+1} - a_i - смещение вдоль x_{i+1}

Поворотные joint-ы тоже вращаются вокруг оси z_i, потому между θ_i у углами поворотов joint-ов (j_i) есть связь. Например в fanuc-е: - j_1, j_4, j_5, j_6 переходят в $\theta_1, \theta_4, \theta_5, \theta_6$ без изменений - у j_2 направление вращение противоположно z_2, а также начальный угол смещен на $\frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta_2 = -j + \frac{\pi}{2}$ - j_3 показывает угол наклона относительно земли, что достигается связью j_3 с $j_2 \Rightarrow \theta_3 = j_3 + j_2$

Однородная матрица перехода - произведение 4 однородных матриц:

$$A_i = R_{z,\theta_i} \text{Trans}_{z,d_i} \text{Trans}_{z,a_i} R_{x,\alpha_i} = \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i} c_{\alpha_i} & s_{\theta_i} s_{\alpha_i} & a_i c_{\theta_i} \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i} c_{\alpha_i} & -c_{\theta_i} s_{\alpha_i} & a_i s_{\theta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$s_\theta = \sin(\theta), c_\theta = \cos(\theta)$, то же с α (подробнее - здесь)

Матрица, описывающая положение TCP: $H = A_1 \cdots A_n$ - тоже однородная, т.е. имеет вид:

$$\begin{bmatrix} & & & x \\ & R & & y \\ & & & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

R - матрица поворота, x, y, z - вектор смещения. Из R вытаскиваются фиксированные углы w, p, r (yaW, Pitch, Roll; видео про WPR в Fanuc) по формулам:

$p = arctan2(-r_{31}, \sqrt{r_{11}^2 + r_{21}^2})$

$w = arctan2(r_{32}/\cos(p), r_{33}/\cos(p)$

$r = arctan2(r_{21}/\cos(p), r_{11}/\cos(p)$

(чуть подробнее о формулах)