

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»
Кафедра систем штучного інтелекту



Лабораторна робота №2

З дисципліни

“Дискретна математика”

Виконав:
ст.гр. КН-110
Бохонко Андрій
Викладач:
Мельникова НІ.

Львів – 2018

Лабораторна робота №2

В3

Тема: Моделювання основних операцій для числових множин

Мета: Ознайомитись на практиці із основними поняттями теорії множин, навчитись будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїти принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.

Теоретичні відомості

2.1. Основні поняття теорії множин. Операції над множинами. Множина – це сукупність об'єктів, які називають елементами. Кажуть, що множина A є підмножиною множини S (цей факт позначають $A \subseteq S$, де \subseteq – знак нестрогого включення), якщо кожен її елемент автоматично є елементом множини S . Діють часто при цьому кажуть, що множина A міститься в множині S . Якщо $A \subseteq S$ і $S \neq A$, то A називають власною (строгою істинною) підмножиною S (позначають $A \subset S$, де \subset – знак строгого включення). Дві множини A та S називаються рівними, якщо вони складаються з однакових елементів. У цьому випадку пишуть $A = S$. Якщо розглядувані множини є підмножинами деякої множини, то її називають універсумом або універсальною множиною і позначають літерою U (зауважимо, що універсальна множина існує не у всіх випадках). Множини як об'єкти можуть бути елементами інших множин. Множину, елементами якої є множини, іноді називають сімейством. Множину, елементами якої є всі підмножини множини A і тільки вони (включно з порожньою множиною та самою множиною A), називають булеаном або множиною-степенем множини A і позначають $P(A)$. Потужність скінченної множини A називають числом її елементів, позначають $|A|$. Множина, яка не має жодного елемента, називається порожньою і позначається \emptyset . Вважається, що порожня множина є підмножиною будь-якої множини, а також $A \subset A$. Множина всіх підмножин множини A називається булеаном і позначається $P(A)$. Потужність скінченної множини дорівнює кількості її елементів, позначається n . Потужність порожньої множини дорівнює 0. Якщо $A = n$, то $n P(A) = 2^n$.

Завдання з додатку 1

1. Для даних скінчених множин $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$ та універсума $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій

а) $\overline{B} \cup \overline{C}$;

б) $\overline{A \Delta C}$.

Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $\overline{(C \setminus A) \cup (A \setminus B)}$. Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел, A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $\emptyset \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$;

б) $Q \cup R \subset Q$;

в) $Q \cap Z = Z \cup N$;

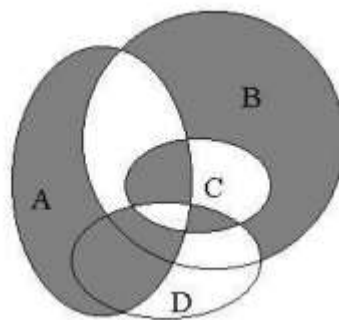
г) $Z \setminus N \subset R \setminus Q$;

д) якщо $\overline{A} \subset \overline{B}$ і $C \subset B$, то $C \cap A = \emptyset$.

4. Логічним методом довести тотожність: $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$.

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину: $(A \setminus (C \setminus B)) \cap (C \Delta A)$.

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу): $(A \setminus B) \Delta A$.

8. Скільки існує натуральних чисел, що менші за 100, які не діляться ні на 2, ні на 3?

6. Розв'язок

$$6.1 \quad A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}, B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}, C = \{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$$

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$a) \quad \overline{B} \cup \overline{C}$$

$$B = 0000111111 = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$\overline{B} = 1111000000 = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$C = 1110000111 = \{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$$

$$\overline{C} = 0001111000 = \{4, 5, 6, 7\}$$

$$\overline{B} \cup \overline{C} = 1111111000 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$б) \quad \overline{A \Delta C}$$

$$A \Delta C = A \setminus C \cup C \setminus A = (A \cap \overline{C}) \cup (C \cap \overline{A})$$

$$A = 1111111000 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\overline{C} = 0001111000 = \{4, 5, 6, 7\}$$

$$C = 1110000111 = \{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$$

$$\overline{A} = 0000000111 = \{8, 9, 10\}$$

$$A \Delta C = 0001111000 \cup 0000000111 = 0001111111 = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$\overline{A \Delta C} = 1110000000 = \{1, 2, 3\}$$

$$6.2 \quad \overline{(C \setminus A) \cup (A \setminus B)}$$

$$C \setminus A = \{8, 9, 10\}$$

$$(A \setminus B) = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$(C \setminus A) \cup (A \setminus B) = \{1, 2, 3, 4, 8, 9, 10\}$$

$$D = \overline{(C \setminus A) \cup (A \setminus B)} = \{5, 6, 7\}$$

$$|D| = 3$$

$$|P(D)| = 2^3 = 8$$

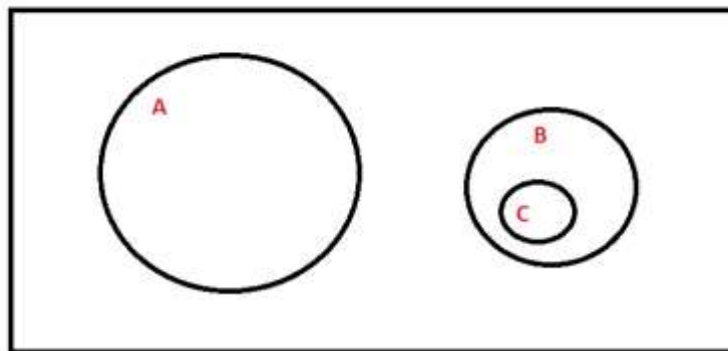
$$P(D) = \{\emptyset, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{5, 6\}, \{5, 7\}, \{6, 7\}, \{5, 6, 7\}\}$$

- 63 а) вірно
 б) не вірно
 в) вірно
 г) вірно

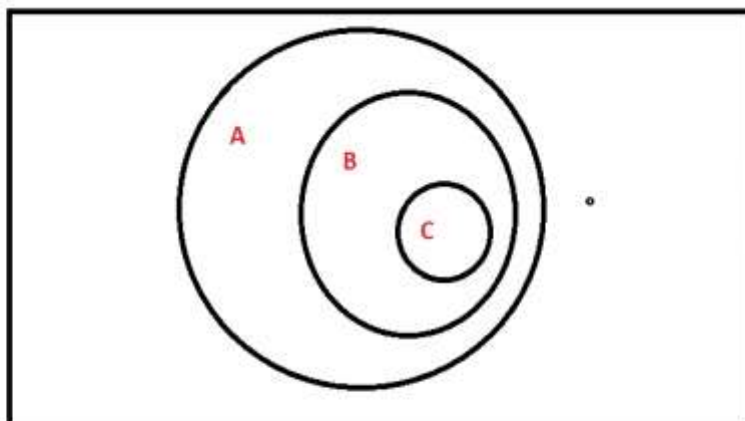
д) Якщо $\forall a \in \bar{A} \ \& \ \exists a \in \bar{B}, \forall c \in C \ \& \ \exists c \in B \rightarrow \exists c \in \bar{B}$ отже $C \cap A, \forall a \in \bar{B} \ \& \ \exists c \subset \bar{B} \rightarrow \exists a \subset C \ \& \ \exists c \subset A$

Інший спосіб

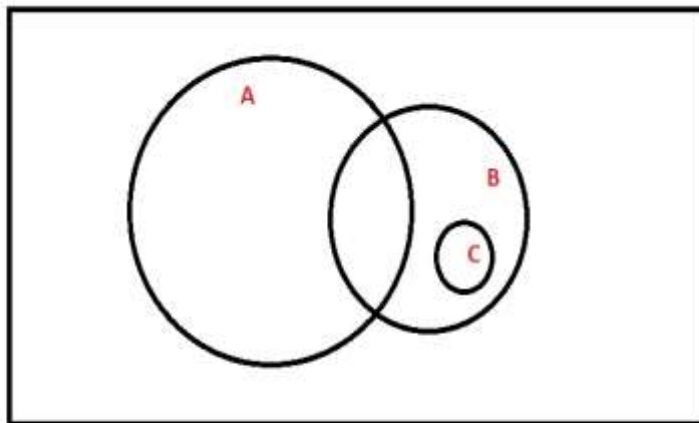
Для доведення використаємо круги Ейлера.
 Відштовхуючись від умови робимо висновок, що можливі чотири варіанти розміщення множин А, В, С.



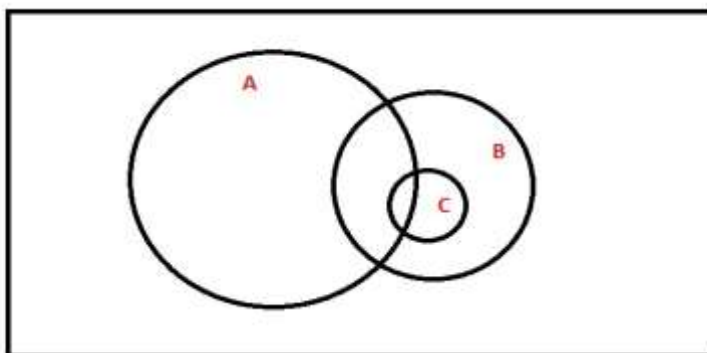
Варіант 1. Вірний. $\bar{A} \subset \bar{B}$ і $C \subset B$. На малюнку видно, що $C \cap A = \emptyset$. Тому твердження є вірним.



Варіант 2. Не вірний. $\bar{A} \subset \bar{B}$ і $C \subset B$. На малюнку видно, що $C \cap A \neq \emptyset$. Тому твердження є не вірним.



Варіант 3. Вірний. $\bar{A} \subset \bar{B}$ і $C \subset B$. На малюнку видно, що $C \cap A = \emptyset$. Тому твердження є вірним.



Варіант 4. Не вірний. $\bar{A} \subset \bar{B}$ і $C \subset B$. На малюнку видно, що $C \cap A \neq \emptyset$. Тому твердження є не вірним.

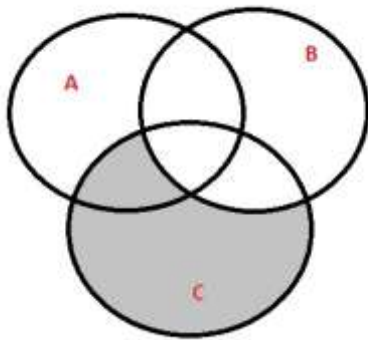
$$64 (A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$$

$$(A \cup B) \cap \bar{C} = A \cap \bar{C} \cup B \cap \bar{C}$$

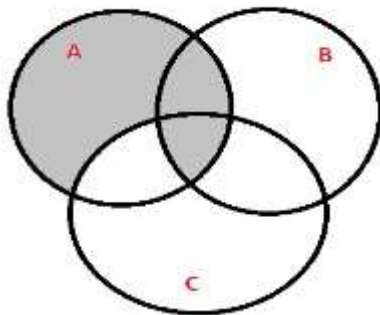
$$A \cap \bar{C} \cup B \cap \bar{C} = A \cap \bar{C} \cup B \cap \bar{C}$$

6.5 $(A \setminus (C \setminus B)) \cap (C \Delta A)$.

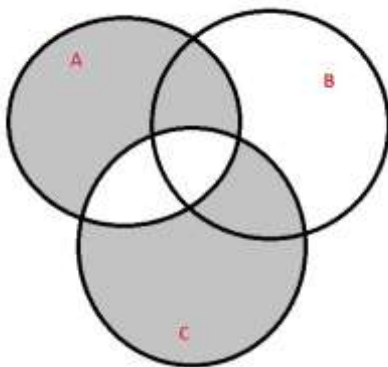
$(C \setminus B)$



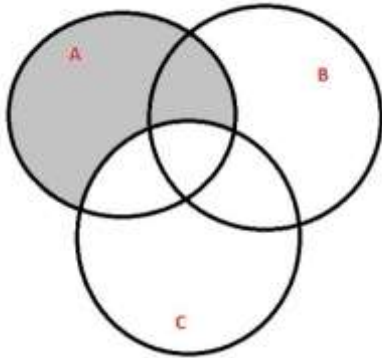
$(A \setminus (C \setminus B))$



$(C \Delta A)$



$$(A \setminus (C \setminus B)) \cap (C \Delta A).$$



$$\begin{aligned} 6.6 \quad & (A \setminus B) \cup ((C \cap D) \setminus A) \cup (((B \setminus A) \setminus C) \setminus D) \cup ((C \cap A) \setminus D) \cup \\ & \cup (((A \cap D) \cap B) \setminus C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6.7 \quad & (A/B) \Delta A = (A \cap \bar{B}) \Delta A = (A \cap \bar{B} \cap \bar{A}) \cup (A \cap \bar{A} \cap \bar{B}) = \\ & = (\emptyset \cap B) \cup (A \cap \bar{A} \cup B) = \emptyset \cup (\emptyset \cup B) = \emptyset \cup B = B \end{aligned}$$

6.8

Чисел, які менші за 100 – 99 штук. Числа, які діляться на 2 можна порахувати – $[99/2] = 49$.

Числа, які діляться на 3 – $[99/3] = 33$. Серед чисел, які діляться на 3 є парні числа, які також діляться на 2 і на 3 одночасно. З ряду від 3, 9, ..., 99 таких чисел 16 штук. Це також можна визначати таким способом – $[99/2*3] = 16$. Отже ми можемо порахувати кількість чисел які діляться або на 2 або на 3. Їх буде – $49+33 - 16 = 66$. Відповідно кількість чисел, які не діляться ні на 2, ні на 3 – $99-66 = 33$ штук.

Програма

```
#include <stdio.h>
#include <cs50.h>
#include <ctype.h>

int main ()
{
    char U[10]= "abcdefghij"; //універсум
    //задання розміру масиву 1
    int n;
    do
    {
        printf ("Choose size of array 1 (<10): ");
        n=GetInt();
        if (n<0 || n>10)
            printf ("size must be <10\n");
    }
    while (n<0 || n>10);
    int a[n];
    //введення елементів масиву 1
    printf ("Give me %d characters :\n",n);
    for(int i=0; i<n; i++)
    {
        do
        {
            printf ("a[%d]=", i);
            a[i]=GetChar();
            if ((a[i]<=' ' || a[i]>='k')) printf ("try again\n");
        }
    }
```

```
while (a[i]<=' ' || a[i]>='k');  
}
```

//вивід масиву на екран 1

```
printf ("Your array 1 : ");
```

```
for( int i=0; i<n; i++)
```

```
{  
    printf ("%c ",a[i]);  
}
```

//задання розміру масиву 2

```
int m;
```

```
do
```

```
{  
    printf ("\nChoose size of array 1 (<10): ");
```

```
m=GetInt();
```

```
if (m<0 || m>10)
```

```
    printf ("size must be <10\n");
```

```
}
```

```
while (m<0 || m>10);
```

```
int b[m];
```

//введення елементів масиву 2

```
printf ("Give me %d characters :\n",m);
```

```
for(int i=0; i<m; i++)
```

```
{  
    do  
    {  
        printf ("a[%d]=", i);  
        b[i]=GetChar();  
        if ((b[i]<=' ' || b[i]>='k')) printf ("try again\n");  
    }
```

```

    while (b[i]<='`' || b[i]>='k');
}
//вивід масиву 2 на екран
printf ("Your array 2 : ");
for( int i=0; i<m; i++)
{
    printf ("%c ",b[i]);
}
int c[10];
int k=0;
//перетворення масиву 2 в бінарну форму
for (int i=0; i<10; i++)
{
    if (a[k]==U[i])
    {
        c[i]=1;
        k++;
    }
    else if (a[k]!=U[i])
    {
        c[i]=0;
    }
}
//вивід елементів у бінарній формі
for (int i=0; i<10; i++)
{
    printf ("\na[%d]=%d",i,c[i]);
}
printf ("\nBinary form of array 1 : ");
for (int i=0; i<10; i++)

```

```

    {
        printf ("%d" , c[i]);
    }
printf ("\n");

int d[10];
int j=0;
//перетворення масиву в бінарну форму
for (int i=0; i<10; i++)
    {
        if (b[j]==U[i])
            {
                d[i]=1;
                j++;
            }
        else if (b[j]!=U[i])
            {
                d[i]=0;
            }
    }
//вивід елементів у бінарній формі
for (int i=0; i<10; i++)
    {
        printf ("\na[%d]=%d",i,d[i]);
    }
printf ("\nBinary form of array 2 : ");
for (int i=0; i<10; i++)
    {
        printf ("%d" , d[i]);
    }

```

```
printf ("\n");
```

```
int w[10];
```

```
//об'єднання множин у бінарній формі
```

```
for (int i=0; i<10; i++)
```

```
{
```

```
    if (c[i]==1 && d[i]==0)
```

```
    {
```

```
        w[i]=1;
```

```
    }
```

```
    else if (c[i]==0 && d[i]==1)
```

```
        w[i]=1;
```

```
    else if (c[i]==1 && d[i]==1)
```

```
        w[i]=1;
```

```
    else if (c[i]==0 && d[i]==0)
```

```
        w[i]=0;
```

```
}
```

```
//вивід на екран бінарного об'єднання множин
```

```
printf ("\nBinary association of arrays 1 and 2 : ");
```

```
for (int i=0; i<10; i++)
```

```
{
```

```
    printf ("%d",w[i]);
```

```
}
```

```
printf ("\n");
```

```
int p=0;
```

```
int s[p];
```

```
//перетворення бінарної форми в нормальну
```

```
for (int i=0; i<10; i++)
```

```
{  
if (w[i]==1)  
{  
s[p]=U[i];  
p++;  
}  
}
```

//вивід нормальної форми

```
printf ("\nNumerical association of arrays 1 and 2 : ");
```

```
for (int i=0; i<p; i++)
```

```
{  
printf ("%c ",s[i]);  
}
```

//вивід потужності множини об'єднання двох множин

```
printf ("\n\nPower of association of array 1 and 2 : %d\n",p);
```

```
int r[10];
```

//симетрична різниця множин у бінарній формі

```
for (int i=0; i<10; i++)
```

```
{  
if (c[i]==1 && d[i]==1)  
{  
r[i]=0;  
}
```

```
else if (c[i]==0 && d[i]==1)
```

```
    r[i]=1;
```

```
else if (c[i]==1 && d[i]==0)
```

```
    r[i]=1;
```

```
else if (c[i]==0 && d[i]==0)
```

```
    r[i]=0;
```

```

    }
    //вивід симетричної різниці у бінарній формі
    printf ("\nBinary symmetric difference arrays 1 and 2 : ");
    for (int i=0; i<10; i++)
    {
        printf ("%d", r[i]);
    }
    int y=0;
    int t[y];
    //перетворення бінарної форми симетричної різниці двох множини у нормальну
    for (int i=0; i<10; i++)
    {
        if (r[i]==1)
        {
            t[y]=U[i];
            y++;
        }
    }
    //вивід симетричної різниці у числовій формі
    printf ("\n\nNumerical symmetric difference arrays 1 and 2 : ");
    for (int i=0; i<y; i++)
    {
        printf ("%c ", t[i]);
    }
    //вивід потужності множини симетричної різниці двох множин
    printf ("\n\nPower of symmetric difference of array 1 and 2 : %d\n\n",y);
    return 0;
}

```

Результат програми

```
Choose size of array 1 (<10): 11
size must be <10
Choose size of array 1 (<10): 4
Give me 4 characters :
a[0]=a
a[1]=1
try again
a[1]=b
a[2]=c
a[3]=d
Your array 1 : a b c d
Choose size of array 1 (<10): 11
size must be <10

Choose size of array 1 (<10): 4
Give me 4 characters :
a[0]=w
try again
a[0]=c
a[1]=d
a[2]=e
a[3]=f
Your array 2 : c d e f
a[0]=1
a[1]=1
a[2]=1
a[3]=1
a[4]=0
a[5]=0
a[6]=0
a[7]=0
a[8]=0
a[9]=0
Binary form of array 1 : 1111000000
```



```
a[0]=0
a[1]=0
a[2]=1
a[3]=1
a[4]=1
a[5]=1
a[6]=0
a[7]=0
a[8]=0
a[9]=0
Binary form of array 2 : 0011110000

Binary association of arrays 1 and 2 : 1111110000

Numerical association of arrays 1 and 2 : a b c d e f

Power of association of array 1 and 2 : 6

Binary symmetric difference arrays 1 and 2 : 1100110000

Numerical symmetric difference arrays 1 and 2 : a b e f

Power of symmetric difference of array 1 and 2 : 4
```

Висновок

Я ознайомився з теорією множин та основними операціями над множинами, такі як об'єднання, перетин, різниця, симетрична різниця. Навчився використовувати круги Ейлера для розв'язання завдань. Навчився застосовувати закони алгебри множин на практиці. Засвоїв комп'ютерне подання множин.