

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА
ПОЛІТЕХНІКА»

Кафедра систем штучного інтелекту



Лабораторна робота №3
З курсу “Дискретна математика”

Виконав:
ст.гр. КН-110
Бохонко Андрій
Викладач:
Мельникова Н.І.

Тема: Побудова матриці бінарного відношення.

Мета роботи: набуття практичних вмінь та навичок при побудові матриць бінарних відношень та визначені їх типів.

В.3

1. Чи є вірною рівність

$$(A \cap B) \times (A \cap C) = A \times (B \cap C) ?$$

2. Знайти матрицю відношення

$$R \subset M \times 2^M, \text{ де } M = \{1, 2, 3\} : R = \{(x, y) \mid x \in M \ \& \ x \in y \ \& \ y \subset M \ \& \ |y| = x\}.$$

3. Зобразити відношення графічно :

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ x + 1 \geq y\}, \text{ де } R - \text{множина дійсних чисел.}$$

4. Навести приклад бінарного відношення $R \subset A \times A$, де $A = \{a, b, c, d, e\}$, яке є антирефлексивне, антисиметричне, транзитивне, та побудувати його матрицю.

5. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є: а) функціональним; б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ y = |\ln(x - 1)|\}.$$

Завдання №2. Написати програму, яка знаходить матрицю бінарного відношення $\rho \subset A \times B$, заданого на двох числових множинах.

Реалізувати введення цих множин, та виведення на екран матриці відношення. Перевірити програмно якого типу є задане відношення. Навести різні варіанти тестових прикладів.

$$\rho = \{(a, b) \mid a \in A \ \& \ b \in B \ \& \ (a + b) < 2\}.$$

Розв'язки:

1.

$$\begin{aligned} (A \cap B) \times (A \cap C) &= A \times (B \cap C) \\ \Leftrightarrow (A \cap B) \times (A \cap C) &= (A \times B) \cap (A \times C) \end{aligned}$$

Розписуємо праву частину

$$\begin{aligned} (x, y) &\in (A \times B) \cap (A \times C) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (x, y) &\in (A \times B) \ \& \ (x, y) \in (A \times C) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (x \in A \ \& \ y \in B) \ \& \ (x \in A \ \& \ y \in C) &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (x \in A \ \& \ x \in A) \ \& \ (y \in B \ \& \ y \in C) &\Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\Leftrightarrow (A \cap A) \times (B \cap C) \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow A \times (B \cap C) = \\
 &= (A \times B) \cap (A \times C) \Leftrightarrow \\
 &(A \cap B) \times (A \cap C)
 \end{aligned}$$


Отже тотожність рівна.

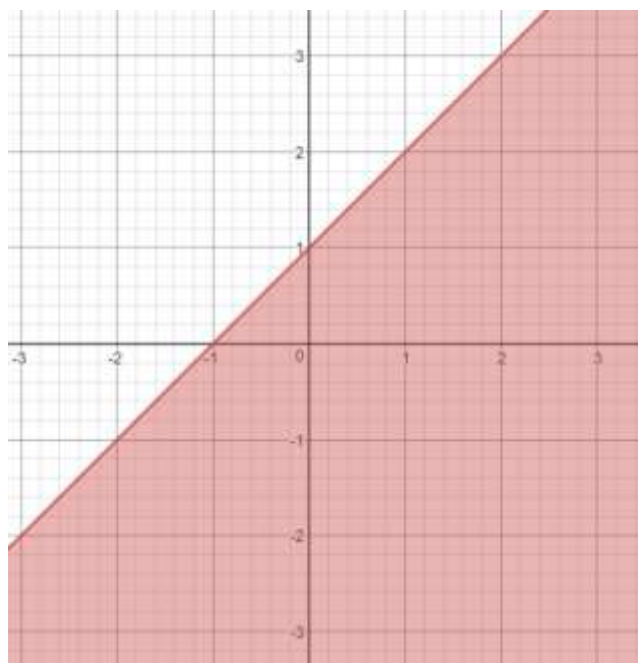
2.

$2^M \backslash M$	{1}	{2}	{3}
{ \emptyset }	1	0	0
{1}	1	0	0
{2}	1	0	0
{3}	1	0	0
{1,2}	0	1	0
{1,3}	0	1	0
{2,3}	0	1	0
{1,2,3}	0	0	1

3.

$$x + 1 \geq y$$

 - розв'язок



4.

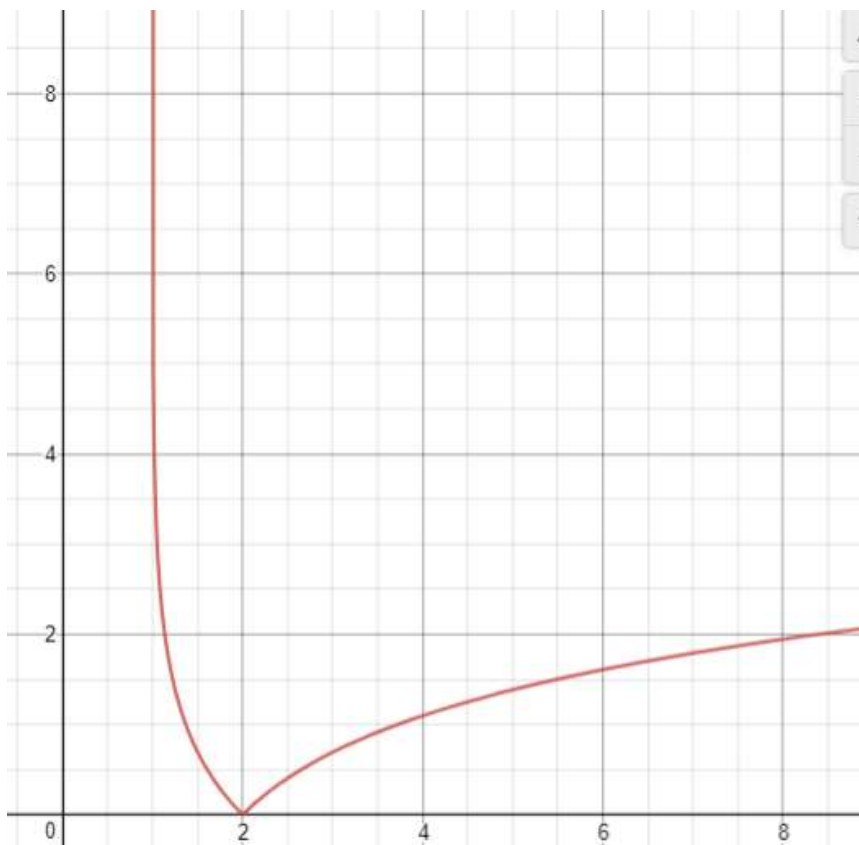
$A \backslash A$	a	b	c	d	E
a	0	1	1	0	0
b	0	0	0	0	0
c	0	1	0	0	0
d	0	0	0	0	0
e	0	0	0	0	0

Матриця антирефлексивна, бо $A_{11}, A_{22}, A_{33}, A_{44}, A_{55} = 0$

Матриця антисиметрична, бо $A_{ab} = 1, A_{ba} = 0$; $A_{ac} = 1, A_{ca} = 0$; $A_{cb} = 1, A_{bc} = 0$;

Матриця транзитивна, бо $A_{ac} = 1, A_{cb} = 1$ і $A_{ab} = 1$

5. Для розв'язку намалюємо графік.



Область визначення функції : $x \in (1; \infty)$

Область значень функції : $y \in [0; \infty)$

Тобто область визначення функції є підмножиною області значень функції. $D(x) \subset E(x)$

Графік наближається до Oy і віддаляється від Ox .

З графіка видно, що відношення на області визначення є функціональним, бо одному x відповідає один y .

Також з графіка видно, що на певному проміжку одному y відповідають два x . Наприклад при $y = 1$, x набуває двох значення. Отже функція не ін'єктивна на цьому проміжку, бо одному y відповідає два x . Ін'єктивним відношення є лише на певному проміжку.

Відношення є сур'єктивним, тому що для будь-якого y можна знайти x , що $y = f(x)$.

Оскільки відношення є сур'єктивним, але не є ін'єктивним, отже воно не є бієктивним. Але відношення є бієктивним на проміжку, де відношення є ін'єктивним.

Код програми

```
1. #include <stdio.h>
2. #include <stdlib.h>
3. #include <cs50.h>
4.
5. int main ()
6. {
7.     int n;
8.     do
9.     {
10. printf ("Size of massives 1 and 2 (only positive)- ");
11. n=GetInt();
12. if (n<=0) printf ("Try again\n");
13. }
14. while (n<=0);
15.
16. int a[n];
17. printf ("Input your massive 1 (each element <10)\n");
18. for (int i=0; i<n; i++)
19. {
```

```

20. do
21. {
22.     printf ("a[%d]=",i);
23.     a[i]=GetInt();
24.     if (a[i]>10 || a[i]<0) printf ("Element must be >0 and <10\n");
25. }
26. while (a[i]>10 || a[i]<0);
27. }
28. printf ("\nYour massive 1 : ");
29. for (int i=0; i<n; i++)
30. {
31.     printf ("%d ", a[i]);
32. }
33. int b[n];
34. printf ("\nInput your massive 2 (each element <10)\n");
35. for (int i=0; i<n; i++)
36. {
37.     do
38.     {
39.         printf ("b[%d]=",i);
40.         b[i]=GetInt();
41.         if (b[i]>10 || b[i]<0) printf ("Element must be >0 and <10\n");
42.     }
43.     while (b[i]>10 || b[i]<0);
44. }
45. printf ("\nYour massive 2 : ");
46. for (int i=0; i<n; i++)
47. {
48.     printf ("%d ", b[i]);
49. }
50. printf ("\n");
51. int c[n][n];
52. for (int i=0; i<n; i++){
53.     for (int j=0; j<n; j++)
54.     {
55.         if (a[i]+b[j]>2)
56.             c[i][j]=1;
57.         else if (a[i]+b[j]<2)
58.             c[i][j]=0;
59.         else if (a[i]+b[j]==2)
60.             c[i][j]=0;
61.     }
62. }
63. printf ("\nYour matrix of binary relation :\n");
64. for (int i=0; i<n; i++){
65.     for (int j=0; j<n; j++)
66.     {
67.         printf ("%d ",c[j][i]);
68.     }
69.     printf ("\n");
70. }
71. int p=0;
72. int h=0;

```

```

73. for (int i=0; i<n; i++)
74. {
75.   if (c[i][i]==1)
76.     p++;
77.   else if (c[i][i]==0)
78.     h++;
79. }
80. if (p==n) printf ("Your matrix - reflective\n");
81. else if (p!=n && h!=n) printf ("Your matrix - not reflective\n");
82. else if (h==n) printf ("Your matrix anti-reflective\n");
83. int r=1;
84. int t=1;
85. for (int i=0; i<n; i++){
86.   for (int j=0; j<n; j++){
87.     for (int k=0; k<n; k++){
88.       {
89.         if (c[i][j] && c[j][k] && c[i][k] && (i!=k) && (i!=j))
90.           r=0;
91.         else if (c[i][j] && c[j][k] && !c[i][k] && (i!=k) && (i!=j))
92.           t=0;
93.       }
94.     }
95.   }
96. if (((r==1) && (t==1)) || (r==0 && t==0)) printf ("Your matrix - not tranzitive\n");
97. else if (t==1) printf ("Your matrix - tranzitive\n");
98. else if (r==1) printf ("Your matrix - anti-tranzitive\n");
99. int l=1;
100.   int k=0;
101.   for (int i=0; i<n; i++){
102.     for (int j=0; j<n; j++){
103.       {
104.         if (i!=j && c[i][j]!=c[j][i] && c[i][j]==1)
105.           l=0;
106.         else if (i!=j && c[i][j]==c[j][i] && c[i][j]==1)
107.           k++;
108.       }
109.     }
110.   if (l==1 && k>0) printf ("Your matrix - symmetric\n");
111.   else if (l==0 && k==0) printf ("Your matrix - anti-symmetric\n");
112.   else printf ("Your matrix - not symmetric\n");
113.   return 0;
114. }

```

Результат програми

```
Size of massives 1 and 2 (only positive)- 4
Input your massive 1 (each element <10)
a[0]=1
a[1]=0
a[2]=3
a[3]=2

Your massive 1 : 1 0 3 2
Input your massive 2 (each element <10)
b[0]=4
b[1]=0
b[2]=1
b[3]=2

Your massive 2 : 4 0 1 2

Your matrix of binary relation :
1 1 1 1
0 0 1 0
0 0 1 1
1 0 1 1
Your matrix - not reflective
Your matrix - not tranzitive
Your matrix - not symmetric
```

Висновок

В ході цієї лабораторної роботи я навчився розрізняти різні функціональні відношення (такі як ін'єкція, сур'єкція та інші), навчився будувати та розрізняти бінарні відношення (транзитивність, симетричність, рефлексивність) , та реалізовувати програмно перевірку на вид матриці.