

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА
ПОЛІТЕХНІКА»

Кафедра систем штучного інтелекту



Лабораторна робота №6
З курсу “Дискретна математика”

Виконав:
ст.гр. КН-110
Бохонко Андрій
Викладач:
Мельникова Н.І.

Лабораторна робота № 6.

В.3

Тема: Генерація комбінаторних конфігурацій

Мета роботи: набути практичних вмінь та навичок при комп'ютерній реалізації комбінаторних задач.

Теоретичні відомості

Головна задача комбінаторики – підрахунок та перелік елементів у скінчених множинах.

Правило додавання: якщо елемент - x може бути вибрано n способами, а y - іншими m способами, тоді вибір „ x або y ” може бути здійснено $(m+n)$ способами.

Правило добутку: якщо елемент - x може бути вибрано n способами, після чого y - m способами, тоді вибір упорядкованої пари (x, y) може бути здійснено $(m \cdot n)$ способами.

Розв'язання

1. У вчителя 4 однакових групи з англійської мови і 3 однакових - з французької. Кожен день він готується до однієї мови і проводить заняття в одній групі. Скількома способами він може вести таку підготовку?

В тижні 7 днів. Спочатку порахуємо способи для розміщення 4 груп з англійської мови.

$$C_7^4 = \frac{7!}{4! (7! - 4!)} = 35$$

Тепер порахуємо способи для розміщення 3 груп з французької. Для них залишається $7 - 4 = 3$ дні.

$$C_3^3 = \frac{3!}{3! (3! - 3!)} = 1$$

Перемножимо : $C_7^4 * C_3^3 = 35$ способів

2. Садівник протягом трьох днів має посадити 10 дерев десяти різних сортів. Скількома способами він може розподілити за днями свою роботу?

Розглянемо варіант коли садівник задить в перший день 10 дерев. Потім 9, 8, 7 і так далі. Розглянемо ці варіанти.

10	0	0	4	4	2
9	1	0	4	5	1
9	0	1	4	1	5
8	1	1	4	6	0
8	2	0	4	0	6
8	0	2	3	3	4
7	1	2	3	4	3
7	2	1	3	0	7
7	0	3	3	7	0
7	3	0	3	5	2
6	2	2	3	2	5
6	3	1	3	1	6
6	1	3	3	6	1
6	0	4	2	4	4
6	4	0	2	0	8
5	1	4	2	8	0
5	4	1	2	3	5
5	2	3	2	5	3
5	3	2	2	2	6
5	0	5	2	6	2
5	5	0	2	1	7
4	3	3	2	7	1
4	2	4	1	9	0

1	0	9
1	8	1
1	1	8
1	2	7
1	7	2
1	3	6
1	6	3
1	5	4
1	4	5
0	9	1
0	1	9
0	8	2
0	2	8
0	3	7
0	7	3
0	4	6
0	6	4
0	5	5
0	10	0
0	0	10

Загалом 65 способів.

3. У поштовому відділенні продаються листівки 10 сортів. Скількома способами можна купити в ньому 12 листівок?

Вибірка невпорядкована, бо ми можемо вибрати одну і ту саму листівку 2 або більше разів.

$$C_{10+12-1}^{12} = C_{21}^{12} = \frac{21!}{12! (21! - 12!)} = 293930$$

4. Скільки існує різних нескоротних дробів, чисельниками і знаменниками яких є числа 2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 13, 17, 19?

n – кількість чисел. В даному випадку $n = 10$.

Беремо число 2. Дріб буде скоротний лише при числах : 2, 4, 6. Отже таких дробів 7 (10 - 3). Але можливий варіант, якщо дріб неправильний. Тобто чисельник міняється із знаменником. Тому домножуємо ще на 2. 14 дробів.

Аналогічно для інших чисел.

Число 3 – 14 дробів.

Число 4 – 12 дробів.

Число 5 – 12 дробів.

Число 6 – 10 дробів.

Число 7 – 8 дробів.

Число 11 – 6 дробів.

Число 13 – 4 дробів.

Число 17 – 2 дробів.

Число 19 – 0 дробів.

$14+14+12+12+10+8+6+4+2=82$ дробів.

5. 3 цифри 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9 утворюють різні п'ятицифрові числа, які не мають однакових цифр. Визначити кількість чисел, у яких зустрічаються цифри 6 і 8 одночасно.

Розглянемо позиції на яких можуть бути розташовані числа 6 і 8.

5 – ти цифрове число. Отже 5 позицій. Так як є різниця яке число буде стояти на тій чи іншій позиції то це розміщення а не сполучення.

$$A_5^2 = \frac{5!}{3!} = 20$$

Дві позиції зайняті числа 6 і 8. Залишається ще 3. На 1 – й позиції можуть стояти числа 1, 2, 3, 5, 9. Тобто одне з 5 – ти чисел На 2 – й позиції вже одне з 4 – ох чисел. І на 3 позиції одне з 3 – ох чисел.

$5*4*3=60$.

6 і 8 можна розмістити 20 - тьма способами. Отже $60 \cdot 20 = 1200$ чисел

6. Скількома способами можна роздати 6 різних предметів трьом особам так, щоб кожна отримала по 2 предмети?

Це упорядковане розбиття, де $n=6$, $n_1=n_2=n_3=2$. Тобто можливих способів буде:

$$C_6^{2,2,2} = \frac{6!}{2! 2! 2!} = 90$$

7. У спортивному клубі займаються 38 чоловік. З них 16 грають у баскетбол, 17 - у хокей, 18 - у волейбол. Баскетболом і хокеєм захоплюється 4 чоловіки, баскетболом і волейболом - 7, волейболом і хокеєм - 5. Скільки чоловік захоплюється одночасно хокеєм, баскетболом і волейболом? Скільки чоловік захоплюється лише одним із цих видів спорту?

$$A \cup B \cup C = 38$$

$$A - \text{баскетбол} = 16$$

$$B - \text{хокей} = 17$$

$$C - \text{волейбол} = 18$$

$$A \cap B = 4$$

$$A \cap C = 7$$

$$B \cap C = 5$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$38 = 16 + 17 + 18 - 4 - 7 - 5 + x$$

$$38 = 35 + x$$

$$x = 3$$

Одним спортом захоплюються лише 3 - є чоловік.

$$\hat{N}_1 = \sum_{k=0}^{3-1} (-1)^k C_{1+k}^1 S_{1+k} = S_1 - \frac{2!}{1!(2-1)!} S_2 + \frac{3!}{1!(3-1)!} S_3 = 51 - 32 + 9 = 28 \text{ чоловік.}$$

28 чоловік захоплюються лише одним видом спорту.

Програма

Лексикографічний порядок розміщення і біном Ньютона

```
1. #include <stdio.h>

2. unsigned long long factorial(unsigned int n);
3. long int combination (int n, int k);
4. void binom (int pow);
5. void placement(int *a, int i, int j);
6. int next(int *a, int n, int m);
7. void Print(int *a, int n);
```

```
8. int main()
9. {
10. int p;
11. printf ("Pow of binom : ");
12. scanf ("%d", &p);
13. printf("(x+y)^6 = ");
14. binom(p);
```

```
15. int n, k;
16. printf("n = ");
17. scanf("%d", &n);
18. printf("k = ");
19. scanf("%d", &k);
20. int a[n];
21. for (int i = 0; i < n; i++)
22. a[i] = i + 1;
23. Print(a, k);
24. while (next(a, n, k))
25. Print(a, k);
26. return 0;
27. }
```

```
28. unsigned long long factorial(unsigned int n)
29. {
30. if (n >= 1)
31. return n*factorial(n - 1);
32. else
33. return 1;
```

```
34. }
```

```
35. long int combination (int n, int k)
```

```
36. {
```

```
37. int comb;
```

```
38. comb = factorial(n) / (factorial(k) * factorial (n - k));
```

```
39. return comb;
```

```
40. }
```

```
41. void binom (int pow)
```

```
42. {
```

```
43. int k = 0;
```

```
44. int com;
```

```
45. for (; k <= pow; k++)
```

```
46. {
```

```
47. com = combination (pow, k);
```

```
48. printf ("%d *", com);
```

```
49. if (k != 0)
```

```
50. printf ("x^%d", k);
```

```
51. if (k != 0 && (pow - k) != 0 )
```

```
52. printf ("*");
```

```
53. if ((pow - k) != 0)
```

```
54. printf ("y^%d + ", pow - k);
```

```
55. }
```

```
56. printf ("\n\n\n");
```

```
57. }
```

```
58. void placement(int *a, int i, int j)
```

```
59. {
```

```
60. int s = a[i];
```

```
61. a[i] = a[j];
```

```
62. a[j] = s;
```

```
63. }
```

```
64. int next(int *a, int n, int m)
```

```
65. {
```

```
66. int j;
```

```
67. do
```

```
68. {
```

```
69. j = n - 1;
```

```
70. while (j != -1 && a[j] >= a[j + 1]) j--;
```

```
71. if (j == -1)
```

```
72. return 0;
```

```
73. int k = n - 1;
```



```

74. while (a[j] >= a[k]) k--;
75. placement(a, j, k);
76. int l = j + 1, r = n - 1;
77. while (l < r)
78. placement(a, l++, r--);
79. } while (j > m - 1);
80. return 1;
81. }

```

```

82. void Print(int *a, int n)
83. {
84. static int num = 1;
85. if (num >= 0 && num <= 9)
86. printf("%i:  ", num++);
87. else
88. printf("%i:  ", num++);
89. for (int i = 0; i < n; i++)
90. printf("%i ", a[i]);
91. printf("\n");
92. }

```

```

Pow of binom : 6
(x+y)^6 = 1 *y^6 + 6 *x^1*y^5 + 15 *x^2*y^4 + 20 *x^3*y^3 + 15 *x^4*y^2 + 6 *x^5*y^1 + 1 *x^6

n = 4
k = 2
1:   1  2
2:   1  3
3:   1  4
4:   2  1
5:   2  3
6:   2  4
7:   3  1
8:   3  2
9:   3  4
10:  4  1
11:  4  2
12:  4  3

```

Висновок : в результаті цієї лабораторної роботи я освоїв комбінаторику, навчився розв'язувати задачі з комбінаторики. Програмно реалізував розміщення і біном Ньютона.