

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»
Кафедра систем штучного інтелекту



Лабораторна робота №

З дисципліни

“Дискретна математика”

Виконав
ст.гр. КН-110
Бохонко Андрій
Викладач
Мельникова НІ.

Львів – 2018

Лабораторна робота №1

ВЗ

Тема: Моделювання основних логічних операцій

Мета: Ознайомитись на практиці із основними поняттями математичної логіки, навчитись будувати складні висловлювання за допомогою логічних операцій та знаходити їхні істинності значення таблицями істинності, використовувати закони алгебри логіки, освоїти методи доведення.

Теоретичні відомості

Просте висловлювання (атомарна формула, атом) – це розповідне речення, про яке можна сказати, що воно істинне (T або 1) або хибне (F або 0), але не те й інше водночас. Складне висловлювання – це висловлювання, побудоване з простих за допомогою логічних операцій (логічних зв'язок). Найчастіше вживаними операціями є \neg : заперечення (читають «не», позначають \neg , $-$), кон'юнкція (читають «і», позначають \wedge), диз'юнкція (читають «або», позначають \vee), імплікація (читають «якщо..., то», позначають \Rightarrow), альтернативне «або» (читають «додавання за модулем 2», позначають \oplus), еквівалентність (читають «тоді і лише тоді», позначають \Leftrightarrow). Запереченням довільного висловлювання P називають таке висловлювання $\neg P$, істинне значення якого строго протилежне значенню P . Кон'юнкцією або логічним множенням двох висловлювань P та Q називають складне висловлювання PQ , яке набуває істинного значення тільки в тому випадку, коли істинні обидві його складові. Диз'юнкцією або логічним додаванням двох висловлювань P та Q називають складне висловлювання PQ , яке набуває істинного значення в тому випадку, коли істинною є хоча б одна його складова. Імплікацією двох висловлювань P та Q називають умовне висловлювання «якщо P , то Q » ($P \Rightarrow Q$), яке прийнято вважати хибним тільки в тому випадку, коли передумова (антецедент) P істинна, а висновок (консеквент) Q хибний. У будь-якому іншому випадку його вважають істинним. Альтернативним «або» двох висловлювань P та Q називають складне висловлювання $P \oplus Q$, яке набуває істинного значення тоді і лише тоді, коли P та Q мають різні логічні значення, і є хибним в протилежному випадку. Еквіваленцією $\wedge \vee 2$ двох висловлювань P та Q називають складне висловлювання $P \Leftrightarrow Q$, яке набуває істинного значення тоді і лише тоді, коли P та Q мають однакові логічні значення, і є хибним в протилежному випадку, тобто логічно еквівалентні складні висловлювання – це висловлювання, які набувають однакових значень істинності на будь-якому наборі істинних значень своїх складових. Тавтологія – формула, що виконується у всіх інтерпретаціях (тотожно істинна формула). Протиріччя – формула, що не виконується у жодній інтерпретації (тотожно хибна формула). Формулу називають нейтральною, якщо вона не є ні тавтологією, ні протиріччям (для неї існує принаймні один набір пропозиційних змінних, на якому вона приймає значення T , і принаймні один набір, на якому вона приймає значення F). Виконана формула – це формула, що не є протиріччям (інакше кажучи, вона принаймні на одному наборі пропозиційних змінних набуває значення T).

Завдання з додатку 1

1. Формалізувати речення.

Заперечення диз'юнкції двох висловлювань еквівалентно кон'юнкції заперечень кожного з цих висловлювань.

2. Побудувати таблицю істинності для висловлювань:

$$(\bar{x} \Leftrightarrow \bar{y}) \Rightarrow ((y \Leftrightarrow z) \Rightarrow (z \Leftrightarrow x)) \Rightarrow (x \vee z)$$

3. Побудовою таблиць істинності вияснити чи висловлювання є тавтологіями або суперечностями

$$((p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow r)) \wedge (p \vee \bar{r})$$

4. За означенням без побудови таблиць істинності та виконання еквівалентних перетворень перевірити, чи є тавтологіями висловлювання

$$\left(\left((p \wedge q) \Rightarrow \bar{p} \right) \wedge \left((q \wedge \bar{r}) \Rightarrow r \right) \right) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

5. Довести, що формули еквівалентні:

$$p \Rightarrow (q \vee r) \text{ та } (p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)$$

6. Розв'язок

6.1 Формалізоване речення

$$\overline{(p \vee q)} \Leftrightarrow (\bar{p} \wedge \bar{q})$$

6.2

x	y	z	\bar{x}	\bar{y}	$\bar{x} \Leftrightarrow \bar{y}$	$y \Leftrightarrow z$	$z \Leftrightarrow x$	$\boxed{1}$	$x \vee z$	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$
0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1

$$\boxed{1} \left((y \Leftrightarrow z) \Rightarrow (z \Leftrightarrow x) \right)$$

$$\boxed{2} \left(\boxed{1} \Rightarrow (z \Leftrightarrow x) \right)$$

$$\boxed{3} \left((\bar{x} \Leftrightarrow \bar{y}) \Rightarrow \boxed{2} \right)$$

6.3

p	q	r	\bar{r}	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow r$	$1 \vee 2$	$\overline{1 \vee 2}$	$p \vee \bar{r}$	$\overline{(1 \vee 2)} \wedge 3$
0	0	0	1	1	1	1	0	1	0
0	0	1	0	1	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
1	1	0	1	1	0	1	0	1	0
1	0	1	0	0	1	1	0	1	0
1	1	1	0	1	1	1	0	1	0

1- $p \Rightarrow q$

2- $q \Rightarrow r$

3- $p \vee \bar{r}$

Формула не виконується у жодній інтерпретації (тобто є хибною у всіх варіантах). Отже ця формула – суперечність.

6.4

Використаємо метод від супротивного.

$$\left(\left((p \wedge q) \Rightarrow \bar{p} \right) \wedge \left((q \wedge \bar{r}) \Rightarrow r \right) \right) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

Останньою дією є імплікація, яка набуває хибного значення тоді, коли ліва частина

$$\left(\left((p \wedge q) \Rightarrow \bar{p} \right) \wedge \left((q \wedge \bar{r}) \Rightarrow r \right) \right)$$

істина, тобто 1, а права частина $(p \Rightarrow r)$ хибність, тобто 0. Права частина $(p \Rightarrow r)$ хибна лише коли $p=1$, $r=0$, а $\bar{r} = 1$, $\bar{p} = 0$.

Отже підставимо ці значення в ліву частину:

$$\left(\left((1 \wedge q) \Rightarrow 0 \right) \wedge \left((q \wedge 1) \Rightarrow 0 \right) \right) \Rightarrow (1 \Rightarrow 0)$$

При $q=1$ отримуємо:

$$\left(\left((1 \wedge 1) \Rightarrow 0 \right) \wedge \left((1 \wedge 1) \Rightarrow 0 \right) \right) \Rightarrow (1 \Rightarrow 0)$$

$$\left((1 \Rightarrow 0) \wedge (1 \Rightarrow 0) \right) \Rightarrow 0$$

$$(0 \wedge 0) \Rightarrow 0$$

$$0 \Rightarrow 0$$

$$1$$

Отже це тавтологія.

При $q=0$ отримуємо:

$$\left(\left((1 \wedge 0) \Rightarrow 0 \right) \wedge \left((0 \wedge 1) \Rightarrow 0 \right) \right) \Rightarrow (1 \Rightarrow 0)$$

$$\left((0 \Rightarrow 0) \wedge (0 \Rightarrow 0) \right) \Rightarrow 0$$

$$(1 \wedge 1) \Rightarrow 0$$

$$1 \Rightarrow 0$$

$$0$$

Отже це суперечність.

Висловлювання може бути тавтологією і суперечністю.
Тому висловлювання не є ні тавтологією ні суперечністю.

6.5

$$p \Rightarrow (q \vee r) \quad \text{та} \quad (p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)$$

ліквідація імплікації

$$\bar{p} \vee (q \vee r) \quad \text{ліквідація імплікації}$$

закон дистрибутивності

$$(\bar{p} \vee q) \vee (\bar{p} \vee r) \quad \Leftrightarrow \quad (\bar{p} \vee q) \vee (\bar{p} \vee r)$$

Отже формули еквівалентні

Завдання з додатку 2

Програма

```
1 #include <stdio.h> //include a library
2 #include <cs50.h> //include a library
3
4 int main () // main function of the program
5
6 {
7     int x,y,z; // include some variables
8     printf ("x="); // to show "x" on a screen
9     x=GetInt(); //reading variable from the keyboard
10    if (x>1 || x<0) printf ("Numbers are not correct\n"); // condition when entering invalid numbers
11    do //loop for the case if you enter invalid numbers
12    {
13        printf ("Choose another number: 0 or 1\nNew x="); // show "New x"
14        x=GetInt();
15    }
16    while (x>1 || x<0); //condition of the loop
17    printf ("y="); // to show "y" on a screen
18    y=GetInt(); //reading variable from the keyboard
19    if (y>1 || y<0) printf ("Numbers are not correct\n"); // condition when entering invalid numbers
20    do //loop for the case if you enter invalid numbers
21    {
22        printf ("Choose another number: 0 or 1\nNew y="); // show "New y"
23        y=GetInt();
24    }
25    while (y>1 || y<0); //condition of the loop
26
27    do //loop for the case if you enter invalid numbers
28    {
29        printf ("Choose another number: 0 or 1\nNew z="); // show "New z"
30        z=GetInt();
31    }
32    while (z>1 || z<0); //condition of the loop
33
34    if (x==0 && y==0 && z==0) printf ("Answer is 0\n"); //checking different conditions and output the result on the screen
35    else if (x==0 && y==0 && z==1) printf ("Answer is 1\n"); //checking different conditions and output the result on the screen
36    else if (x==0 && y==1 && z==0) printf ("Answer is 1\n"); //checking different conditions and output the result on the screen
37    else if (x==0 && y==1 && z==1) printf ("Answer is 1\n"); //checking different conditions and output the result on the screen
38    else if (x==1 && y==0 && z==0) printf ("Answer is 1\n"); //checking different conditions and output the result on the screen
39    else if (x==1 && y==0 && z==1) printf ("Answer is 1\n"); //checking different conditions and output the result on the screen
40    else if (x==1 && y==1 && z==0) printf ("Answer is 1\n"); //checking different conditions and output the result on the screen
41    else if (x==1 && y==1 && z==1) printf ("Answer is 1\n"); //checking different conditions and output the result on the screen
42    return 0;
43 }
```

Результат

```
x=5
Numbers are not correct
Choose another number: 0 or 1
New x=6
Choose another number: 0 or 1
New x=5
Choose another number: 0 or 1
New x=1
y=4
Numbers are not correct
Choose another number: 0 or 1
New y=3
Choose another number: 0 or 1
New y=1
z=7
Numbers are not correct
Choose another number: 0 or 1
New z=8
Choose another number: 0 or 1
New z=0
Answer is 1
```

Висновок

Я ознайомився з основними поняттями математичної логіки, навчився будувати складні висловлювання за допомогою логічних операцій, навчився будувати таблиці істинності та знаходити значення висловлювання за таблицями, навчився доводити еквівалентність висловлювань та визначати тавтологією чи суперечністю є певне висловлювання. Також навчився використовувати закони алгебри логіки.