







# 教學計畫

### ■單元目標

- 1.能了解整除的意義。
- 2.能了解因數的意義及找法。
- 3. 能了解公因數的意義及找法, 並認識最大公因數。

### ■ 學習內容

N-5-3 公因數和公倍數:因數、倍數、公因數、公倍數、最大公因數、最小公倍數的意義。

備註:以概念認識為主,不用短除 法。

# 活動一:整除

目標: 1-1 透過商為整數,餘數是0的整數除法,認識整 除的意義。

# 活動二:因數

目標:2-1 透過整除,認識因數。

2-2 透過排列長方形的活動,找出某數的所有因數。

2-3 解決因數的應用問題。

教學準備:附件3

# 活動三:公因數和最大公因數

目標:3-1 了解公因數的意義。

3-2 找出兩數的所有公因數。

3-3 察覺1是任意正整數的公因數。

3-4 認識最大公因數。

3-5 解決公因數或最大公因數的應用問題。

教學準備:附件4、5





#### 本單元的學習目的

本單元學習正整數的因數與公因數概念,單元內容的脈絡是:1.透過整除(2-1),建立因數的概念(2-2),並利用乘法事實或除法,系統性找出一個數的所有因數(2-2);2.透過同時整除兩數的情境,建立公因數的概念,並利用列出因數比對的方式,找出兩數的公因數,並帶出最大公因數的意義,最後應用因數與公因數的概念,解決生活情境的問題(2-3)。

本單元是因數與公因數概念的初學單元,目的在於:1.了解整除的意義,並連結至因數的概念;2.認識因數、兩數的公因數及最大公因數的意義;3.能透過乘法事實或除法,系統性找出一個數的所有因數,進而利用列舉法找出兩數的最大公因數。

#### 過去學生的舊經驗

到五年級,學生應能應用乘、除運算與其互逆關係,解決乘、除法問題, 並已學過四位數除法,因此應已有整除及乘法的先備知識。

若老師發覺學生上述先備知識不足,建議可做本單元教學前的補救或在教學初進行複習補強。

### 本單元指導重點

依據課程手冊,本單元所稱的因數意義為「一正整數a若能整除另一正整數b,a稱為b的因數」,公因數是指「一正整數a同為兩個以上正整數的因數時,則a為這些數的公因數」,而最大公因數則是「所有公因數中最大者稱為最大公因數」。以下分別說明本單元所涉及的幾個關鍵數學概念的學習內涵。

#### 一、整除

依據學生過去的經驗,兩個正整數間做加、減(大數減小數)、乘的結果都還是一個正整數,但是兩個正整數間做除法時,結果可能寫成正整數的商數與餘數、一個分數或一個小數。這其中,若以兩正整數a除以b,結果為正整數的商數與餘數的情況下,餘數恰好為0時,我們稱b可以整除a。這樣的關係在生活中並不罕見,例如要將不可分割的眾多個物(a)平分給若干人(b)、或以b為單位分裝成小包裝等,在這些情境下,恰好可以平分或分裝而無剩餘(餘數=0)的情況就是整除的意思。

#### 二、因數

依據課程手冊,本單元所稱的因數意義為「一正整數a若能整除另一正整數b,a稱為b的因數」。根據這個意義,因數是兩數間具有特定乘法性質(b=a×某數)的關係,我們可以據以判斷一個數(例如6或7)是不是另一個數(例如48)的因數。判斷的方法可以藉48÷6、48÷7是否整除來進行,整除就是因數,也可以利用6×?=48、7×?=48的乘法事實來進行。由於因數可以用能否整除判斷,因數不可能大於原數,因此因數一定是有限的。在生活情境中,我們可以用單位量×單位數=總量的數學模型來思考給定的單位量或單位數是否為已知總量的因數,分別是判斷能否平分以及分裝無剩餘的情況。

#### 三、公因數和最大公因數

依據課程手冊,本單元所稱的公因數是指「一正整數a同為兩個以上正整數 的因數時,則a為這些數的公因數」,而最大公因數則是「所有公因數中最大者 稱為最大公因數 」。對初學者來說,找出公因數的方法常見的有:1.列出兩數的 所有因數,再找出共同的因數;2.先列其中一數的所有因數,再逐一判斷這些因 數中哪些也是另一數的因數。值得注意的是,不管用哪一種方法,「列出一個 數的所有因數」都是必要的,也就是説,學生必須先能有效地找出一個數的所 有因數,才有辦法進行找出公因數以及最大公因數的推理。

#### 本單元教學注意事項

雖然分數的意義(整除或可乘出)是大家所熟知,但這個意義是在「給定兩數 判斷其一是否為另一的因數」時才直接有用,本身並不具有「給定一數,找出 其所有因數」的運算功能,因此單元初期的概念建立與之後的找出所有因數間 有學習本質上的差異的,老師們教學時請保留一定的時間在初期的概念建立以 及因數檢驗上,不要急於進入找因數的環節,以免使因數成為只是乘除運算的 特例,而忽略了因數實際上是數的乘法分解結果以及因數與倍數是互逆關係的 理解,影響到後面倍數的學習以及在現實情境中應用解題的需求。

依據課綱,從第三學習階段(五、六年級)起,學生學習數學所依賴的具體 情境,就不限於生活情境。例如:學生在五、六年級學因數、倍數或質數課題 時,最恰當的具體情境,就是學生對整數性質的熟悉,而非日常生活的問題。 因此,本單元雖然看似從生活情境引入主題,但事實上引入的情境只是「整 除」而非「因數」,真正需要因數概念的情境不是整除而是「乘法分解」,也 就是當我們需要將一個數視為其他數的積,而要找出可能的其他數時,才會是 因數滴合的情境。要表現出這種乘法分解的需求,一種可運用的情境就是矩形 排列的問題,如課本2-2範例3,是將給定數量的小物件,排列成實心矩形的問 題,此時才會引發「有哪些可能」的乘法分解思維。建議老師在此範例上運用 教具操作的方式進行教學,讓學生能更具體體會乘法分解的需求與意義,將學 生的操作轉換成數學運算式,再連結到因數概念的解讀。

要特別留意的是本單元的重點是建立因數與公因數的概念及生活連結,而 非熟練求出因數與公因數,因此並不介紹短除法(六年級內容)。

學生雖然已經到五年級,但由於過去的學習經驗中對於數的處理偏重直接 算出結果,因此可能急於「算出」所有因數因而產生困難。如課本2-2範例3的矩 形排列問題,林珮如(1992)的研究發現,五年級學生通過率只有12.4%,顯示學 生對於找因數這種反覆猜測與檢驗的推理並不熟練,老師們在這個範例上應保 留更多時間與操作機會給學生發展出適當的推理策略以及數學態度。

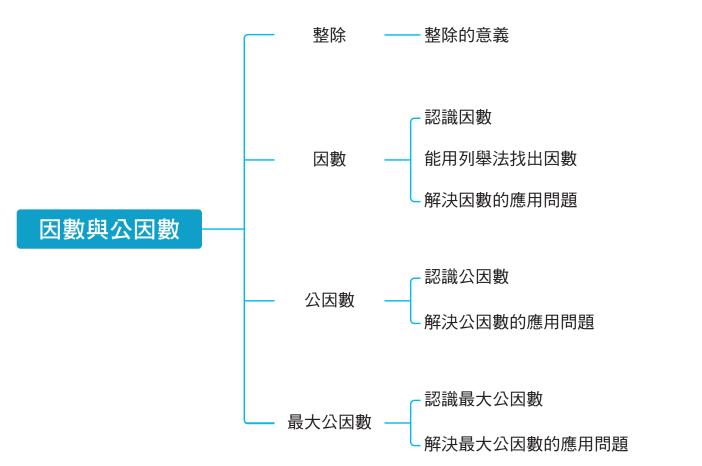
#### ▼參考文獻

林珮如(1992): 國小學牛因數解題與迷思概念之研究。國立屏東師範學院數理教 育研究所碩十論文。



以前學過的	現在要學的	未來要學的	
第四冊第四單元 • 能在具體情境中,認識乘法交換律 第六冊第二單元 • 能做二、三位數除以一位數的計算	<ul><li>能了解整除的意義</li><li>能了解因數的意義及找法</li><li>能了解公因數的意義及找 法,並認識最大公因數</li></ul>	<ul><li>理解因數與倍數的關係</li><li>能了解整除的意義</li><li>六年級</li></ul>	<ul><li>認識正整數的倍數及兩數的公倍數</li><li>理解因數與倍數的關係</li><li>六年級</li></ul>
第六冊第八單元 • 能用乘除互逆,解決乘、除法問題		<ul><li>認識質數與合數</li><li>認識質因數並做質因數分解(質數</li><li>20,質因數&lt;10,被分解數&lt;100)</li><li>能利用短除法,找出兩數的最大公</li></ul>	
第七冊第四單元 • 熟練四位數除以一位數的問題 • 熟練二到四位數除以二位數的問題		<ul><li>一起所从,我山州数时最大。</li><li>因数</li><li>一部識兩數互質的意義</li><li>一能將分數約分成最簡分數</li></ul>	





# 教學指導計畫

€總節數8節

單元體例	活動名稱	教學節數	頁碼	活動目標	
開門活動	快點搭上纜車吧!	1節	17	暖身複習:透過日月潭纜車的情境,複習生活 情境中的除法問題。	
活動1	整除	I KI	18	1-1透過商為整數,餘數是0的整數除法,認識 整除的意義。	
活動2	因數	1節	19 \ 20	2-1透過整除,認識因數。 2-2透過排列長方形的活動,找出某數的所有 因數。	
		1節	21	2-3解決因數的應用問題。	
		1節	22	2-3解決因數的應用問題。	
活動3	公因數和最大公因數	1節	23 \ 24	3-1了解公因數的意義。 3-2找出兩數的所有公因數。 3-3察覺1是任意正整數的公因數。 3-4認識最大公因數。	
		1節	25	3-5解決公因數或最大公因數的應用問題。	
		1節	26	3-5解決公因數或最大公因數的應用問題。	
練習百分百		1節	27 \ 28	複習各活動學習目標。	

# 單元評量參考

- ✓ 知道整除的意義。
- 知道整除與因數的關係。
- 認識公因數、最大公因數,並能找出兩數 的所有公因數。
- 能做最大公因數的應用問題。
- 能使用短除法求最大公因數。



### 領域素養

#### **數-E-A1**

具備喜歡數學、對數學世界 好奇、有積極主動的學習態 度,並能將數學語言運用於 日常生活中。

#### **數-E-A2**

具備基本的算術操作能力、 並能指認基本的形體與相對 關係, 在日常生活情境中, 用數學表述與解決問題。

#### ■ 數-E-B1

具備日常語言與數字及算術 符號之間的轉換能力,並能 熟練操作日常使用之度量衡 及時間,認識日常經驗中的 幾何形體,並能以符號表示 公式。

#### **數-E-C2**

樂於與他人合作解決問題並 尊重不同的問題解決想法。

## 學習重點

#### n-III-3

漝 表

現

內

容

認識因數、倍數、質數、最 大公因數、最小公倍數的意 義、計算與應用。

#### N-5-3

公因數和公倍數:因數、倍 學 數、公因數、公倍數、最大 習 公因數、最小公倍數的意 義。

#### 本單元 因數與公因數

- 能了解整除的意義。
- 能了解因數的意義及找法。
- 能了解公因數的意義及找 法,並認識最大公因數。

# 跨領域/議題

#### 語文領域(國語文)

#### 1-111-3

判斷聆聽內容的合理性,並分辨 事實或意見。

#### 綜合活動領域

#### 2c-III-1

分析與判讀各類資源,規劃策略 以解決日常生活的問題。

#### 安全教育/日常生活安全

#### **安E4**

探討日常生活應該注意的安全。

### 人權教育/人權與民主法治

### ■ 人E3

了解每個人需求的不同,並討論 與遵守團體的規則。

### 人權教育/人權與生活實踐

#### ■ 人E5

欣賞、包容個別差異並尊重自己 與他人的權利。



# 數學遊戲 賓果大連線

# 規則

- 1. 全班分組,教師在黑板上畫出九宮格。
- 2. 另準備一組數對卡,例如:

 $\bigcirc 6$ , 10

②8,12

③6,14

**4**10 , 35

(5)3 · 7

**6**8 , 24

**7**6, 9.....

- 3. 由教師抽題,各組搶答:找出各組數的最大公因數。
- 4. 搶答成功並回答正確的組別,可以挑選九宮格的任意一格做上標記。
- 5. 先連線成功的組別獲勝。

### 說明

1. 各組數的最大公因數如下:

 $(1)6 \cdot 10 : 2$ 

②8 , 12 : 4

③10,20:10

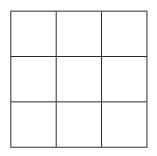
(4)10, 35:5

(5)3 , 7 : 1

©8, 24:8

(7)6, 9:3

2. 教師可準備小白板給各組使用,方便計算及作答。



# 數學素養學習單 配合5上第二單元 因數與公因數

年	班	號

姓名

# 來當園長規畫園區

不同的植物需要的營養、水分和陽光不同,香濃花園的園長采恩 為了能分開照顧更多種不同的植物,把花園經營得更好,決定將長36 公尺、寬 60 公尺的長方形大花圃平均分割成大小一樣的正方形小花 圃,而且規畫每個正方形小花圃的邊長至少要 3 公尺以上(包含 3 公 尺,且為整公尺),才能夠讓原有的植物有足夠空間生長。請問:

1. 正方形小花圃的邊長有哪些可能呢?請全部寫出來。

36 的因數:1、2、3、4、6、9、12、18、36

60 的因數:1、2、3、4、5、6、10、12、15、20、30、60

36 和 60 的公因數:1、2、3、4、6、12

答:3公尺、4公尺、6公尺、12公尺

2. 正方形小花圃的面積最大是多少平方公尺?

 $12 \times 12 = 144$ 

答:144 平方公尺

3. 當正方形小花圃的面積為最大時,整個長方形大花圃共可以規畫成 幾個正方形小花圃?

 $36 \div 12 = 3$ 

 $60 \div 12 = 5$ 

 $3 \times 5 = 15$ 

答:15個

4. 五年甲班和五年乙班與香濃花園合作進行田園教學,老師希望所有 學生都可以擁有一個自己的正方形小花圃來種植植物,且沒有分到 的空花圃要越少越好。已知五年甲班共有28位學生,五年乙班共有 30 位學生,如果你是園長采恩,你會怎麼幫他們規畫呢?

28+30=58…小朋友總數

因為盡量不留空花圃,取正方形小花圃的邊長是6公尺

 $36 \div 6 = 6$ 

 $60 \div 6 = 10$ 

 $6 \times 10 = 60$ 

答:規畫成每邊長6公尺的正方形小花圃,共60個