

## 8

## 整數四則運算

共9節(360分鐘)



## 教學計畫

## ■ 單元目標

1. 能在具體情境中，理解連除兩數等於除以兩數之積，並運用於計算。
2. 能在具體情境中，理解連除兩數順序交換其結果不變，並運用於計算。
3. 能用併式記錄，並解決三步驟的四則問題。
4. 能解決生活情境中，加、減、乘、除混合三步驟的問題，並用整數四則混合計算的約定做計算。
5. 能在具體情境中，理解乘法對加法和減法的分配律，並運用於簡化計算。
6. 認識平均，並解決相關問題。

## ■ 學習內容

- N-5-2 **解題**：多步驟應用問題。除「平均」之外，原則上為三步驟解題應用。
- R-5-1 **三步驟問題併式**：建立將計算步驟併式的習慣，以三步驟為主。介紹「平均」。與分配律連結。
- R-5-2 **四則計算規律(II)**：乘除混合計算。「乘法對加法或減法的分配律」。將計算規律應用於簡化混合計算。熟練整數四則混合計算。

備註：乘除混合：含「連除兩數等於除以兩數之積」；不做 $a \div (b \div c)$ 之去括號。必須呈現以下原則的範例：將應用問題轉化成算式後，再利用計算規律調整算式進行計算解題（其中調整後的算式已無法以原情境來解釋）。

## 活動一：兩步驟連除問題

- 目標：1-1 知道連除兩數與除此兩數之積，結果會相同。
- 2-1 能知道連除兩數的順序交換，結果不會改變。

## 活動二：多步驟問題

- 目標：3-1 用一個算式把三步驟問題記下來，並用整數四則混合計算的約定解決問題。
- 4-1 解決生活情境中，加和減混合三步驟的問題。
- 4-2 解決生活情境中，乘和除混合三步驟的問題。
- 4-3 解決生活情境中，加、減、乘、除混合三步驟的問題。

## 活動三：分配律

- 目標：5-1 在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化計算。
- 5-2 在具體情境中，理解乘法對減法的分配律，並運用於簡化計算。

## 活動四：平均問題

- 目標：6-1 透過生活情境，理解平均的意義及其日常生活中適用的場合。
- 6-2 透過生活情境，了解平均的求法。
- 6-3 利用平均的概念，解決生活中與平均有關的問題。



### 本單元的學習目的

本單元內容的脈絡是：1.解決二步驟連除問題，並理解連除兩數等於除以兩數之積(8-1)；2.解決包含運算交換、併式、去括號等規律的三步驟運算問題(8-2)；3.理解乘法對加、減法的分配律，並運用於解題(8-3)；4.在解決平分問題的情境中，初步建立平均數的概念(8-4)。

本單元是一邊透過解決具體情境中的問題以發現新的運算性質，一邊在解決具體情境問題時整合應用已學運算性質的內容，同時具有學習新規律以及應用已學規律的成分，目的在於：1.在具體情境中經驗連除兩數相當於除此兩數之積；2.能在具體情境中，理解乘法對加法和減法的分配律，並運用於簡化計算；3.在具體情境中初步理解平均數的概念；4.熟練已學整數四則運算性質，用以簡化運算式，並解決生活情境中的問題。

### 過去學生的舊經驗

學生已認識乘法交換律與結合律，能解決兩步驟問題，並能用併式記錄生活情境中整數四則，理解整數四則混合計算的約定，理解「連減兩數等於減去此兩數之和」和「先加再減與先減再加的結果相同」，理解「三數相乘，順序改變不影響其積」和「先乘後除與先除後乘的結果相同」，已熟練運用前述運算性質，做整數四則混合計算。

### 本單元指導重點

本單元主要是透過解決具體情境問題，延伸學習整數的多步驟四則運算的程序與規律。如果我們用運算的步驟數做為學習整數四則運算的發展進程，那麼首先是學習單步驟運算，此時算式中只有一個運算。接著學習二步驟運算，這時候算式會有兩個運算，也產生併式運算的需求，於是有了從左到右計算的約定。由於要將兩個單步驟運算合併成一個二步驟運算，涉及解讀與表達單一算式中運算次序的問題，因而產生運算優先順序的約定，包含(1)如果只有加與減(或只有乘與除)時，由左至右前兩個數先算，其結果再與第三個數計算，依此次序直到算完；(2)如果同時有加(減)與乘(除)時，約定乘(除)先算，再算加(減)；進而發展出(3)以括號表示優先運算。至此，數的運算建立了四則運算的基本規約，即(1)從左到右算(2)先乘除後加減(3)括號先算。此後進入第三階段，也就是多步驟的運算，則是沿用前述的基本規約，依優先次序逐次進行運算。

除了運算優先次序的約定外，四則運算也具有一般性的性質，也就是對任意數都成立的規律，包含本單元之前已學過的加法和乘法的交換律： $A+B=B+A$ ， $A \times B=B \times A$ 、結合律： $A+(B+C)=(A+B)+C$ ， $A \times (B \times C)=(A \times B) \times C$ ，而本單元要學的運算規律則是乘法對加減法的分配律： $A \times (B+C)=A \times B+A \times C$ ， $A \times (B-C)=A \times B-A \times C$ ，如果我們應用乘法的交換律，則可以得到 $(A+B) \times C=A \times C+B \times C$ 、 $(A-B) \times C=A \times C-B \times C$ 。此外，從具體情境中的運算經驗可以發現 $(A+B) \div C=A \div C+B \div C$ 以及 $(A-B) \div C=A \div C-B \div C$ 也都是成立的。

## 本單元教學注意事項

## 一、以具體情境題的不同算式引導發現運算規律

本單元從二步驟運算擴充到三步驟問題，教學時應鼓勵學生自行解題，再比較不同算式間的差異，例如用「小明帶500元去書店，買文具花了125元，買筆記本花了75元，還剩下多少元？用一個算式算算看。」的問題，鼓勵學生用自己的經驗與想法解題，學生可能提出 $500 - 125 - 75 = 300$ 和 $500 - (125 + 75) = 300$ 兩種算式，此時教師引導學生發現這兩個算式間的關係。這樣，當脫離情境成為純數值計算時，學生才能產生連結，進而發現這個規律。

## 二、用具體情境問題釐清運算順序

四則運算的學習是一個由簡至繁的發展歷程，先從由左至右開始，隨著運算類型的增加與併式的需求，逐漸發展出括號先算與先乘除後加減的約定。到了多步驟的四則混合計算時，在複雜的運算符號間，誰先算就是一個重要的解題關鍵。有些學生可能誤以為先乘除是指乘的先算再算除的，後加減則要加的先算再算減的。例如在97年度臺北市國民小學六年級學生數學基本能力檢測中，「算算看，並把你的算法和答案寫下來。 $16 + 64 \div (24 - 8 \times 2) \times 2$ 」的問題，六年級通過率只有46.53%，顯示即使學生知道四則混合運算的基本規約，即優先序為括號先算、先乘除後加減、從左到右算，但當運算步驟數增加後，如何有效運用已知運算規約對很多學生來說仍是極困難的。

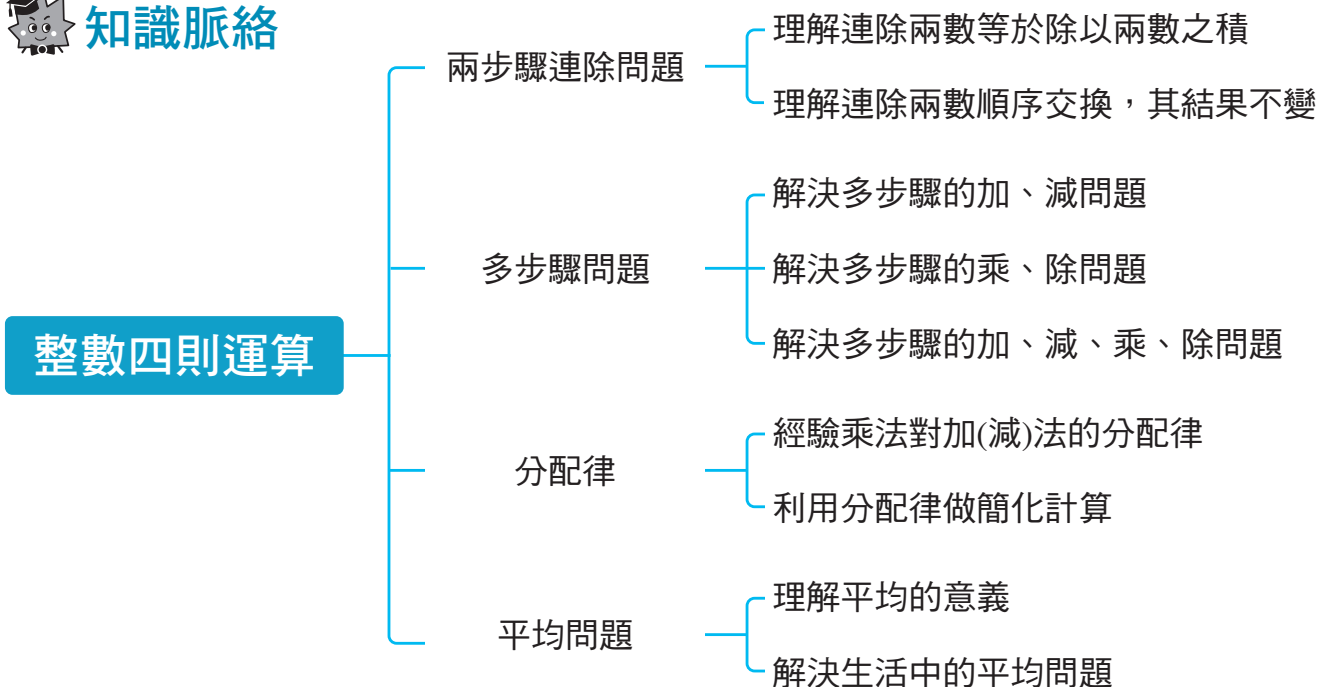


## 教材地位

以前學過的	現在要學的	未來要學的
<p><b>第四冊第六單元</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>能在具體情境中，認識乘法交換律。</li> <li>解決加、減與乘的兩步驟問題。</li> </ul> <p><b>第七冊第六單元</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>能用併式記錄生活情境中整數四則的問題。</li> <li>能逐次減項計算兩步驟問題。</li> <li>能理解整數四則混合計算的約定。</li> <li>經驗乘法的結合律。</li> </ul> <p><b>第八冊第三單元</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>能理解「連加或連減的順序可交換」，並運用於簡化計算。</li> <li>能理解「連減兩數等於減去此兩數之和」和「先加再減與先減再加的結果相同」，並運用於簡化計算。</li> <li>能理解「三數相乘，順序改變不影響其積」和「先乘後除與先除後乘的結果相同」，並運用於簡化計算。</li> <li>能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>能在具體情境中，理解連除兩數等於除以兩數之積，並運用於計算。</li> <li>能在具體情境中，理解連除兩數順序交換其結果不變，並運用於計算。</li> <li>能用併式記錄，並解決三步驟的四則問題。</li> <li>能解決生活情境中，加、減、乘、除混合三步驟的問題，並用整數四則混合計算的約定做計算。</li> <li>能在具體情境中，理解乘法對加法和減法的分配律，並運用於簡化計算。</li> <li>認識平均，並解決相關問題。</li> </ul>	<p><b>六年級</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>解決分數乘除混合的問題。</li> <li>解決分數與小數加、減、乘、除混合的四則問題。</li> </ul>



## 知識脈絡





## 教學指導計畫



總節數 9 節

單元體例	活動名稱	教學節數	頁碼	活動目標
開門活動	女王頭的裂痕	1節	99	暖身複習：透過買紀念品的情境，複習乘(除)兩步驟的問題。
活動1	兩步驟連除問題	1節	100	1-1知道連除兩數與除此兩數之積，結果會相同。
		1節	101	2-1能知道連除兩數的順序交換，結果不會改變。
活動2	多步驟問題	1節	102、103	3-1用一個算式把三步驟問題記下來，並用整數四則混合計算的約定解決問題。 4-1解決生活情境中，加和減混合三步驟的問題。 4-2解決生活情境中，乘和除混合三步驟的問題。
		1節	104	3-1用一個算式把三步驟問題記下來，並用整數四則混合計算的約定解決問題。 4-3解決生活情境中，加、減、乘、除混合三步驟的問題。
活動3	分配律	1節	105、106	5-1在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化計算。 5-2在具體情境中，理解乘法對減法的分配律，並運用於簡化計算。
		1節	107	5-1在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化計算。 5-2在具體情境中，理解乘法對減法的分配律，並運用於簡化計算。
活動4	平均問題	1節	108、109	6-1透過生活情境，理解平均的意義及其日常生活中適用的場合。 6-2透過生活情境，了解平均的求法。 6-3利用平均的概念，解決生活中與平均有關的問題。
練習百分百		1節	110、111	複習各活動學習目標。
一題多解		1節	112	延伸學習：運用不同解題策略解決問題。



## 單元評量參考

- ✓ 知道連除兩數與除此兩數之積，結果會相同。
- ✓ 知道連除兩數的順序交換，結果不會改變。
- ✓ 利用加法交換律及結合律的性質解決生活情境中的連加問題。
- ✓ 利用四則運算規則進行連加、連減、連乘、連除或乘與除、加與乘等多步驟解題。
- ✓ 利用分配律做簡化計算，解決生活應用問題。
- ✓ 解決生活中的平均問題。



## 連結架構

### 領域素養

#### ■ 數-E-A1

具備喜歡數學、對數學世界好奇、有積極主動的學習態度，並能將數學語言運用於日常生活中。

#### ■ 數-E-A2

具備基本的算術操作能力、並能指認基本的形體與相對關係，在日常生活情境中，用數學表述與解決問題。

#### ■ 數-E-A3

能觀察出日常生活問題和數學的關聯，並能嘗試與擬訂解決問題的計畫。在解決問題之後，能轉化數學解答於日常生活的應用。

#### ■ 數-E-B1

具備日常語言與數字及算術符號之間的轉換能力，並能熟練操作日常使用之度量衡及時間，認識日常經驗中的幾何形體，並能以符號表示公式。

#### ■ 數-E-C2

樂於與他人合作解決問題並尊重不同的問題解決想法。

### 學習重點

#### 學習表現

#### ■ n-III-2

在具體情境中，解決三步驟以上之常見應用問題。

#### ■ r-III-1

理解各種計算規則(含分配律)，並協助四則混合計算與應用解題。

#### 學習內容

#### ■ N-5-2

**解題：多步驟應用問題。**除「平均」之外，原則上為三步驟解題應用。

#### ■ R-5-1

**三步驟問題併式：**建立將計算步驟併式的習慣，以三步驟為主。介紹「平均」。與分配律連結。

#### ■ R-5-2

**四則計算規律(II)：**乘除混合計算。「乘法對加法或減法的分配律」。將計算規律應用於簡化混合計算。熟練整數四則混合計算。

備註：乘除混合：含「連除兩數等於除以兩數之積」；不做 $a \div (b \div c)$ 之去括號。必須呈現以下原則的範例：將應用問題轉化成算式後，再利用計算規律調整算式進行計算解題（其中調整後的算式已無法以原情境來解釋）。

### 本單元 整數四則運算

- 能在具體情境中，理解連除兩數等於除以兩數之積，並運用於計算。
- 能在具體情境中，理解連除兩數順序交換其結果不變，並運用於計算。
- 能用併式記錄，並解決三步驟的四則問題。
- 能解決生活情境中，加、減、乘、除混合三步驟的問題，並用整數四則混合計算的約定做計算。
- 能在具體情境中，理解乘法對加法和減法的分配律，並運用於簡化計算。
- 認識平均，並解決相關問題。

### 跨領域 / 議題

#### 自然科學領域

#### ■ ah-III-1

利用科學知識理解日常生活觀察到的現象。

#### 社會領域

#### ■ 2b-III-1

體認人們對社會事物與環境有不同的認知、感受、意見與表現方式，並加以尊重。

#### 環境教育/環境倫理

#### ■ 環E3

了解人與自然和諧共生，進而保護重要棲地。

#### 戶外教育/友善環境

#### ■ 戶E7

參加學校校外教學活動，認識地方環境，如生態、環保、地質、文化等的戶外學習。

#### 家庭教育/家庭資源管理與消費決策

#### ■ 家E9

參與家庭消費行動，澄清金錢與物品的價值。

#### 品德教育/品德發展層面

#### ■ 品E3

溝通合作與和諧人際關係。





## 數學萬花筒

### 數學遊戲 數學羅賓漢

#### 規則

1. 準備1～99的數字卡牌，並將全班每5～6人分一組。
2. 抽出3張數字卡牌。
3. 老師給出目標數字。例如：500。
4. 學生要利用抽出的數字卡牌和符號 $+$ 、 $-$ 、 $\times$ 、 $\div$ 、 $()$ 拼成一個算式，要最接近目標數字，但不能超過。
5. 限定答題時間(例如：1分鐘)，時間到請各組展示自己的算式，並說出自己計算的方式與過程，最接近而不超過的組別獲得1分。
6. 遊戲結束後分數最高的小組獲勝。

#### 說明

若學生需要較多的時間才能完成，也可延長遊戲時間，或是給予每個算式不同的成績(越接近答案的分數越高)，使每一組都有參與並得分的機會，督促思考及給予進步的空間。



# 數學素養學習單

配合5上第八單元 整數四則運算

\_\_\_\_年\_\_\_\_班\_\_\_\_號

姓名\_\_\_\_\_

## 旅館的入住人數

檔案提供於電子書及題庫中

青山國小的畢業旅行地點由全部六年級學生共同投票，最後決定到臺北兩天一夜旅行，計畫參觀國父紀念館等景點，晚上還可以逛有名的士林夜市。為了解決住宿問題，老師們找了一間評價不錯的陽光旅館。旅館老闆說：「我們有三種房型，六人房有 12 間，兩晚 2499 元；四人房有 20 間，兩晚 1999 元；雙人房有 8 間，兩晚 1499 元。只有雙人房可加 1 張單人床，其餘房型均不提供加床服務。」把下面的問題均用一個算式記下來，再算算看。

1. 這間旅館最多可以入住多少人？

$$\begin{aligned} &6 \times 12 + 4 \times 20 + (2 + 1) \times 8 \\ &= 72 + 80 + 24 \\ &= 152 + 24 \\ &= 176 \end{aligned}$$

答：176 人

2. 學校向陽光旅館訂了 10 間六人房、15 間四人房和 2 間雙人房給學生們入住，雙人房皆不加床，入住的學生總共有多少人？

$$\begin{aligned} &6 \times 10 + 4 \times 15 + 2 \times 2 \\ &= 60 + 60 + 4 \\ &= 120 + 4 \\ &= 124 \end{aligned}$$

答：124 人

3. 接上題，學校又多訂 3 間雙人房給老師們入住，一樣不加床，學校訂完所有房間後，共需付多少元？

$$\begin{aligned} &2499 \times 10 + 1999 \times 15 + 1499 \times (2 + 3) \\ &= (2500 - 1) \times 10 + (2000 - 1) \times 15 + (1500 - 1) \times 5 \\ &= 25000 - 10 + 30000 - 15 + 7500 - 5 \\ &= 62500 - 30 \\ &= 62470 \end{aligned}$$

答：62470 元