

## СПИСОК ВОПРОСОВ К КУРСУ «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА»

ИТМО, группы М3234–М3239, весна 2022 г.

1. Исчисление высказываний. Общезначимость, следование, доказуемость, выводимость. Корректность, полнота, непротиворечивость. Теорема о дедукции для исчисления высказываний.
2. Теорема о полноте исчисления высказываний.
3. Интуиционистское исчисление высказываний. Вывод в Гильбертовском стиле и натуральный вывод. ВНК-интерпретация. Решётки. Булевы и псевдобулевы алгебры.
4. Алгебра Линденбаума. Полнота интуиционистского исчисления высказываний в псевдобулевых алгебрах. Модели Крипке. Сведение моделей Крипке к псевдобулевым алгебрам. Нетабличность интуиционистского исчисления высказываний.
5. Гёделева алгебра. Операция  $\Gamma(A)$ . Дизъюнктивность интуиционистского исчисления высказываний.
6. Исчисление предикатов. Общезначимость, следование, выводимость. Теорема о дедукции в исчислении предикатов. Теорема о корректности исчисления предикатов.
7. Непротиворечивые множества формул. Доказательство существования моделей у непротиворечивых множеств формул в бескванторном исчислении предикатов. Теорема Гёделя о полноте исчисления предикатов. Доказательство полноты исчисления предикатов.
8. Машина Тьюринга. Задача об останове, её неразрешимость. Доказательство неразрешимости исчисления предикатов.
9. Порядок теории  $(0, 1, 2)$ . Теории первого порядка, структуры и модели. Аксиоматика Пеано. Арифметические операции. Формальная арифметика.
10. Прimitивно-рекурсивные и рекурсивные функции. Прimitивная рекурсивность арифметических функций, функций вычисления простых чисел, частичного логарифма. Выразимость отношений и представимость функций в формальной арифметике. Характеристические функции. Представимость примитивов  $N, Z, S, U$  в формальной арифметике.
11. Бета-функция Гёделя. Представимость примитивов  $R$  и  $M$  и рекурсивных функций в формальной арифметике. Гёделева нумерация. Рекурсивность представимых в формальной арифметике функций.
12. Непротиворечивость (эквивалентные определения, доказательство эквивалентности) и  $\omega$ -непротиворечивость. Первая теорема Гёделя о неполноте арифметики. Формулировка первой теоремы Гёделя о неполноте арифметики в форме Россера. Неполнота арифметики. Формулировка второй теоремы Гёделя о неполноте арифметики, *Consis*. Неформальное пояснение метода доказательства.
13. Теория множеств. Определения равенства. Аксиоматика Цермело-Френкеля. Частичный, линейный, полный порядок. Ординальные числа, аксиома бесконечности. Конечные ординалы, существование ординала  $\omega$ , операции над ординалами, доказательство  $1 + \omega \neq \omega + 1$ . Связь ординалов и упорядочений.
14. Кардинальные числа, мощность множеств. Теорема Кантора-Бернштейна, теорема Кантора. Аксиома выбора. Теорема Диаконеску (формулировка).
15. Теорема Лёвенгейма-Сколема, парадокс Сколема.
16. Система  $S_\infty$ . Доказательство непротиворечивости формальной арифметики.