

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКЕ

ИТМО, группы М3234–М3239, весна 2022 г.

*Вариант 1*

1. Постройте модель Крипке, опровергающую формулу  $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$ .
2. Покажите, что  $\vdash 1 + 2 = 2 + 1$  (постройте полное доказательство).
3. Пусть  $a \leq b := \exists x. a + x = b$ . Покажите, что доказуемо  $\forall a. \forall b. a \leq b \vee b \leq a$  (достаточно рассуждения на метаязыке).
4. Покажите, что  $f(x, y) = \max(x - y, y - x)$  — примитивно-рекурсивна.
5. Раскройте скобки:  $(\omega + 1)^k$

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКЕ

ИТМО, группы М3234–М3239, весна 2022 г.

*Вариант 2*

1. Постройте модель Крипке, опровергающую формулу  $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg A \vee B)$ .
2. Покажите, что  $\vdash 1 + 3 = 4$  (постройте полное доказательство).
3. Пусть  $a \leq b := \exists x. a + x = b$ . Покажите, что доказуемо  $\forall a. \forall b. a \leq b \ \& \ b \leq a \rightarrow a = b$  (достаточно рассуждения на метаязыке).
4. Покажите, что  $f(x) = \max\{k : 2^k < x\}$  — примитивно-рекурсивна.
5. Раскройте скобки:  $(\omega \cdot k)^k$ .