

Travail numérique

Électromagnétisme, PHY-1007

Hiver 2024

Un détecteur de radiation

Un détecteur de radiation couramment utilisé en physique médicale est la *chambre à ionisation*. Ce type de détecteur consiste en une petite cavité d'air à l'intérieur de laquelle se trouve une électrode. En appliquant une différence de potentiel entre l'électrode et la paroi de la chambre, un champ électrostatique s'établit dans la cavité. Lorsque de la radiation ionisante traverse le détecteur, l'air contenu dans la cavité s'ionise et une paire électron-ion se crée. Ces particules chargées ressentent une force électrique et se déplacent vers l'électrode ou la paroi (selon le signe de la charge). En mesurant le courant induit par ce déplacement de charge, il est possible de déterminer le nombre totale de paires électron-ion créées et, puisque l'énergie nécessaire pour ioniser l'air est connue, il est possible de déterminer la quantité totale d'énergie déposée dans la cavité par le faisceau de radiation.

Objectif général du travail

Le but de ce travail est de calculer le potentiel et le champ électrique dans une chambre à ionisation en utilisant différentes approches de calcul numérique.

Géométrie de la chambre à ionisation

La figure 1 représente un modèle simple d'une chambre à ionisation. L'électrode centrale a une longueur de 7.5 mm et est maintenue à un potentiel de 0 V. La paroi de la chambre à ionisation (contour noir sur la figure) est maintenu à un potentiel de -300 V. La base de la chambre (portion bleue sur la figure) est maintenue à 0 V. La chambre étant cylindrique, il est possible de la représenter en utilisant un référentiel cylindrique avec l'axe z parallèle à l'électrode centrale et l'axe r perpendiculaire à cet électrode.

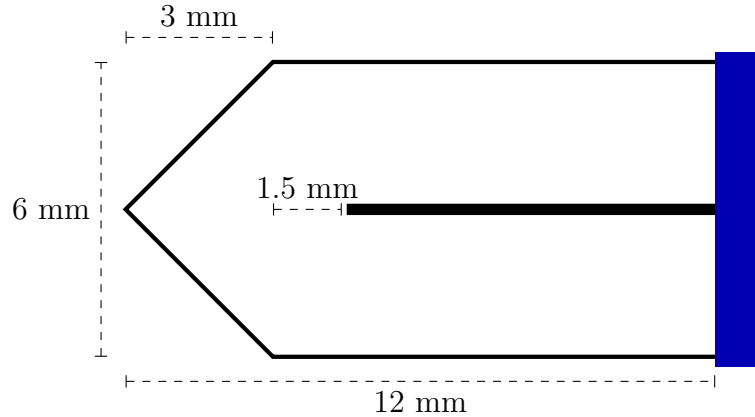


FIGURE 1 – Chambre à ionisation

Questions

1. Potentiel en coordonnées cylindrique (15 pts)

- Obtenez une expression pour le potentiel en coordonnées cylindriques en assumant qu'il est indépendant de ϕ , $V(r, z)$ en terme du potentiel sur les points voisins ($V(r + h, z)$, $V(r - h, z)$, $V(r, z + h)$, $V(r, z - h)$). L'expression doit être valable en tout point excepté pour $r = 0$. (*Remettre les développements mathématique*)
- Traitez le cas particulier $r = 0$ sachant que, puisque nous avons une symétrie en ϕ , nous devons avoir $\frac{\partial V}{\partial r}\big|_{r=0} = 0$. (*Remettre les développements mathématique*)

2. Calcul par méthode de la relaxation (50 pts)

- (25 pts) En utilisant les résultats précédents, écrivez un algorithme en utilisant Python et numpy pour calculer le potentiel dans la chambre à ionisation de la figure 1. Pour simplifier le calcul, placez votre origine sur l'électrode centrale et calculez seulement le potentiel pour $r \geq 0$. Utilisez un pas, h , de 0.1 mm. (*Remettre le ou les fichiers .py*)
- (15 pts) Exécutez votre algorithme et produisez une figure du potentiel dans le plan $r - z$. N'oubliez pas d'indiquer l'échelle du potentiel sur votre figure. (*Remettre la figure*)
- (10 pts) Décrivez et justifiez le critère d'arrêt que vous avez utilisé et caractériser le temps nécessaire pour obtenir votre réponse. (*Remettre un texte justificatif*)
- (15 points (bonus)) Produisez une nouvelle version de votre code qui utilise une technique permettant d'accélérer la convergence ou l'efficacité du calcul. Comparez cette nouvelle solution avec celle obtenue précédemment et quantifier les gains d'efficacité. (*Remettre le code .py, la figure et un tableau comparant l'efficacité*)

3. Calcul par approche stochastique

(35 pts)

- (a) (20 pts) En utilisant le principe des chaînes de Markov absorbante vue en classe et à l'aide du développement effectué à la question 1, construisez la matrice de transition, \mathbf{P} propre au modèle de chambre à ionisation en utilisant des noeuds espacés de 1.5 mm. (*Remettre un schéma de la chambre à ionisation qui présente la numérotation des noeuds et la matrice \mathbf{P}*)
- (b) (15 pts) À partir de votre matrice \mathbf{P} et des conditions aux frontières, écrivez un script en `Python+numpy` pour déterminer le potentiel sur chacun des noeuds libres. (*Remettre le code `.py` ainsi qu'un tableau donnant les valeurs de potentiel calculés*)

Instruction pour la remise

1. Le travail doit être effectué en équipe de 2 à 3
2. Les calculs doivent être effectués avec `Python` et `numpy`. Vous pouvez utiliser une autre librairie tel que `matplotlib` pour produire les figures.
3. Les codes associés à chaque question devront être présentés dans un fichier distinct. Vous devrez les organiser pour qu'il soit possible de reproduire vos résultats en exécutant votre script. Il est possible de placer certaines fonctions et définitions dans un fichier commun à plusieurs questions dans un module appelé par vos script de réponse. Utilisez des noms de fichiers clairs et explicites.
4. Les autres informations demandées : figure, développement mathématique, texte justificatif, tableau doivent être colligées dans un seul document pdf. Ce document doit contenir toutes informations pertinentes permettant au lecteur d'apprécier vos résultats
5. La qualité de la présentation est très importante (utilisation de sections, mise en contexte, référence au code etc.). Commentez votre code lorsque nécessaire.
6. Vous devrez rassembler et compresser tous vos fichiers dans un fichier `.zip` et le remettre dans la boîte de dépôt créée à cette fin. Prenez soin de bien indiquer le nom de tout les membres de l'équipe dans le document pdf et dans chacun des fichiers `.py`.