$$\label{eq:local_local_local} $$\inf_{x\in \mathbb{R}^n} $\inf_{x\in \mathbb{R}^n} \left\{ x^n, \; f[x^n] \right\}, \; \left\{ x^n + h, \; f[x^n + h] \right\} \right\}, \; x$$ in $[x^n] $$ in $[x^n] $$$$

Out[5]=
$$f[x0] + \frac{(x-x0)(-f[x0] + f[h+x0])}{h}$$

$$\begin{array}{c} \text{Out[6]=} & \frac{-f[x0]+f[h+x0]}{h} \end{array}$$

Out[11]=

$$\frac{-\,f[x\,0]+\,f[h+x\,0]}{h}\,-\,\frac{(x-x\,0)\left(\!-\,\frac{f[-h+x\,0]-f[h+x\,0]}{2\,h}\,-\,\frac{-\,f[x\,0]+f[h+x\,0]}{h}\right)}{h}\,-\,\frac{(-\,h+x-x\,0)\left(\!-\,\frac{f[-h+x\,0]-f[h+x\,0]}{2\,h}\,-\,\frac{-\,f[x\,0]+f[h+x\,0]}{h}\right)}{h}$$

$$\label{eq:linear_line$$

$$\frac{(-h+x-x0)\left(-\frac{f[-h+x0]-f[h+x0]}{2h}-\frac{-f[x0]+f[h+x0]}{h}\right)}{h}$$

Out[13]=

$$\frac{-h f[-h + x0] + h f[h + x0]}{2 h^2}$$

In[14]:= D InterpolatingPolynomial

$$\{x0, f[x0]\}, \{x0+h, f[x0+h]\}, \{x0+2*h, f[x0+2*h]\}\}, x], x$$

Out[14]=

$$\frac{-f[x0] + f[h + x0]}{h} + \frac{(x - x0)\left(-\frac{-f[x0] + f[h + x0]}{h} + \frac{-f[h + x0] + f[2 h + x0]}{h}\right)}{2 h} + \frac{(-h + x - x0)\left(-\frac{-f[x0] + f[h + x0]}{h} + \frac{-f[h + x0] + f[2 h + x0]}{h}\right)}{2 h}$$

In[15]:= Simplify [% /. $x \rightarrow x0$]

Out[15]=

$$-\frac{3 f[x0] - 4 f[h + x0] + f[2 h + x0]}{2 h}$$

 $\label{eq:definition} $$ \inf_{0 \le x \le h} D[InterpolatingPolynomial] $$ \left\{ x0, f[x0] \right\}, \left\{ x0+h, f[x0+h] \right\}, $$$

$$\Big\{x0 + 2*h, \ f[x0 + 2*h]\Big\}, \, \Big\{x0 - h, \ f[x0 - h]\Big\}, \, \Big\{x0 - 2*h, \ f[x0 - 2*h]\Big\}\Big\}, \, \, x\Big], \, \, x\Big]$$

Out[16]=

$$\frac{-f(x0] + f[h + x0]}{h} + (-h + x - x0)$$

$$= \frac{-\frac{-f[x\theta]+f[h+x\theta]}{h} + \frac{-f[h+x\theta]+f[2 h+x\theta]}{h}}{2 h} + \left(-2 h+x-x\theta\right) \left(-\frac{-\frac{-\frac{f[-h+x\theta]-f[2 h+x\theta]}{3 h}-\frac{-f[h+x\theta]+f[2 h+x\theta]}{h}}{2 h}}{-\frac{-\frac{-f[x\theta]+f[h+x\theta]+f[2 h+x\theta]}{h}+\frac{-f[h+x\theta]+f[2 h+x\theta]}{h}}{2 h}}{-\frac{-\frac{-f[x\theta]+f[h+x\theta]+f[2 h+x\theta]}{h}+\frac{-f[h+x\theta]+f[2 h+x\theta]}{h}}{-\frac{-h}{h}} - \frac{-\frac{-f[x\theta]+f[h+x\theta]+f[2 h+x\theta]}{h}}{-\frac{-h}{h}} - \frac{-\frac{-f[x\theta]+f[h+x\theta]+f[2 h+x\theta]}{h}}{-\frac{-h}{h}} - \frac{-\frac{-f[x\theta]+f[h+x\theta]+f[2 h+x\theta]}{h}}{-\frac{-h}{h}} - \frac{-\frac{-f[x\theta]+f[h+x\theta]+f[2 h+x\theta]}{h}}{-\frac{-h}{h}} - \frac{-\frac{-h}{h}}{h} - \frac{-\frac{-h}{h}}{h}}{-\frac{-h}{h}} - \frac{-\frac{-h}{h}}{h}} - \frac{-\frac{-h}{h}}{h} - \frac{-\frac{-h}{h}}{h}}{-\frac{-h}{h}} - \frac{-\frac{-h}{h}}{h}}{-\frac{-h}{h}} - \frac{-\frac{-h}{h}}{h}}{-\frac{-h}{h}} - \frac{-\frac{-h}{h}}{h}}{-\frac{-h}{h}} - \frac{-\frac{-h}{h}}{h}} - \frac{-\frac{-h}{h}}{h}}{-\frac{-h}{h}} - \frac{-\frac{-h}{h}}{h}} - \frac{-\frac{-h}{h}}{h}}{-\frac{-h}{h}} - \frac{-\frac{-h}{h}}{h}}{-\frac{-h}{h}} - \frac{-\frac{-h}{h}}{h}} - \frac{-\frac{-h}{h}}{h}}{-\frac{-h}{h}} - \frac{-\frac{-h}{h}}{h}} - \frac{-\frac{-h}{h}}{h}}{-\frac{-h}{h}} - \frac{-\frac{-h}{h}}{h}}{-\frac{-h}{h}} - \frac{-h}{h}}{-\frac{-h}{h}} - \frac{-\frac{-h}{h}}{h}}{-\frac{-h}{h}} - \frac{-h}{h}} - \frac{-h}{h}}{-\frac{-h}{h}} - \frac{-h}{h}}{-\frac{-h}{h}} - \frac{-h}{h}}$$

$$(h+x-x0) \left(-\frac{-\frac{f[-2\ln x0]-f[-\ln x0]-f[-\ln x0]-f[2\ln x0]}{h} + \frac{-f[-\ln x0]-f[2\ln x0]}{3h} + \frac{-f[-\ln x0]-f[2\ln x0]}{h}}{2h} + \frac{-\frac{f[-\ln x0]-f[2\ln x0]}{3h} - \frac{-f[-\ln x0]-f[2\ln x0]}{h}}{2h} - \frac{-\frac{-f[x0]-f[-\ln x0]-f[2\ln x0]}{h} + \frac{-f[-\ln x0]-f[2\ln x0]}{2h}}{2h} + \frac{-\frac{-f[-\ln x0]-f[2\ln x0]}{3h} - \frac{-f[-\ln x0]-f[2\ln x0]}{h}}{h} + \frac{-\frac{-f[x0]-f[-\ln x0]-f[2\ln x0]}{h} - \frac{-f[-\ln x0]-f[-\ln x0]-f[-\ln x0]}{h}}{2h} + \frac{-\frac{-f[-\ln x0]-f[-\ln x0]-f[-\ln x0]-f[-\ln x0]}{3h} - \frac{-\frac{-f[x0]-f[-\ln x0]-f[-\ln x0]-f[-\ln x0]}{h}}{h} + \frac{-\frac{-f[-\ln x0]-f[-\ln x0]-$$

$$(x-x0) \left(-\frac{-\frac{f[x0]+f[h+x0]}{h} + \frac{-f[h+x0]+f[2 h+x0]}{h}}{2 h} + \left(-2 h+x-x0 \right) \left(-\frac{-\frac{f[-h+x0]-f[2 h+x0]}{3 h} - \frac{-\frac{-f[h+x0]+f[2 h+x0]}{h}}{2 h}}{2 h} - \frac{-\frac{-f[x0]+f[h+x0]}{h} + \frac{-f[h+x0]+f[2 h+x0]}{h}}{2 h} - \frac{-\frac{-f[x0]+f[h+x0]}{h} + \frac{-f[h+x0]+f[2 h+x0]}{h}}{2 h} - \frac{-\frac{-f[x0]+f[h+x0]}{h} + \frac{-f[h+x0]+f[2 h+x0]}{h}}{2 h} - \frac{-\frac{-f[x0]+f[h+x0]}{h} + \frac{-f[h+x0]+f[h+x0]}{h}}{2 h} - \frac{-\frac{-f[h+x0]-f[h+x0]}{h} + \frac{-f[h+x0]-f[h+x0]}{h}}{2 h} - \frac{-\frac{-f[h+x0]-f[h+x0]}{h}}{2 h} - \frac{-\frac{-f[h+x0]-f[h+x0]}{h}} - \frac{-\frac{-f[h+x0]-$$

$$(h+x-x0) \left(-\frac{-\frac{f[-2\ln x0]+f[-\ln x0]+f[-\ln x0]+f[-2\ln x0]}{3\ln h} + \frac{\frac{f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{3\ln h}}{2\ln h} + \frac{\frac{f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{3\ln h}}{2\ln h} + \frac{-\frac{f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{3\ln h}-\frac{f[\ln x0]+f[2\ln x0]}{3\ln h}}{2\ln h} + \frac{-\frac{f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{3\ln h}-\frac{f[\ln x0]+f[2\ln x0]}{3\ln h}-\frac{-f[\ln x0]+f[2\ln x0]}{n}}{2\ln h} + \frac{-\frac{f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{3\ln h}-\frac{f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{n}}{2\ln h} + \frac{-\frac{f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{3\ln h}-\frac{-f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{n}}{2\ln h} + \frac{-\frac{f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{n}-\frac{-f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{n}}{2\ln h} + \frac{-\frac{f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{n}-\frac{-\frac{f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{n}-\frac{-f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{n}}{2\ln h} + \frac{-\frac{f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{n}-\frac{-\frac{f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{n}-\frac{-f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{n}}{2\ln h} + \frac{-\frac{f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{n}-\frac{-\frac{f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{n}-\frac{-\frac{f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{n}}{n} + \frac{-\frac{f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{n}-\frac{-\frac{f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{n}-\frac{-\frac{f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{n}-\frac{-\frac{f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{n}-\frac{-\frac{f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{n}}{n} + \frac{-\frac{f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}{n}-\frac{-\frac{f[-\ln x0]+f[2\ln x0]}$$

$$(-h+x-x0) \begin{pmatrix} -\frac{-\frac{f[-h+x0]-f[2\,h+x0]}{3\,h}-\frac{-f[h+x0]+f[2\,h+x0]}{h}}{2\,h} -\frac{-\frac{-f[x0]+f[h+x0]}{h}+\frac{-f[h+x0]+f[2\,h+x0]}{h}}{2\,h} \\ -\frac{h+x-x0}{h} \end{pmatrix} = \frac{-\frac{-f[x0]+f[h+x0]}{h}+\frac{-f[h+x0]+f[2\,h+x0]}{h}}{h} -\frac{-\frac{-f[x0]+f[h+x0]}{h}+\frac{-f[h+x0]+f[2\,h+x0]}{h}}{h} -\frac{-\frac{-f[x0]+f[h+x0]}{h}+\frac{-f[h+x0]+f[2\,h+x0]}{h}}{h} -\frac{-\frac{-f[x0]+f[h+x0]}{h}+\frac{-f[h+x0]+f[2\,h+x0]}{h}}{h} -\frac{-\frac{-f[h+x0]+f[h+x0]}{h}+\frac{-f[h+x0]+f[h+x0]}{h}}{h} -\frac{-\frac{-f[h+x0]+f[h+x0]}{h}+\frac{-f[h+x0]+f[h+x0]}{h}}{h} -\frac{-\frac{-f[h+x0]+f[h+x0]}{h}+\frac{-f[h+x0]+f[h+x0]}{h}}{h} -\frac{-\frac{-f[h+x0]+f[h+x0]}{h}+\frac{-f[h+x0]+f[h+x0]}{h}}{h} -\frac{-\frac{-f[h+x0]+f[h+x0]}{h}+\frac{-f[h+x0]+f[h+x0]}{h}}{h} -\frac{-\frac{-f[h+x0]+f[h+x0]}{h}+\frac{-f[h+x0]+f[h+x0]}{h}}{h} -\frac{-\frac{-f[h+x0]+f[h+x0]}{h}+\frac{-f[h+x0]+f[h+x0]}{h}}{h} -\frac{-\frac{-f[h+x0]+f[h+x0]}{h}+\frac{-f[h+x0]+f[h+x0]}{h}}{h} -\frac{-\frac{-f[h+x0]+f[h+x0]+f[h+x0]}{h}}{h} -\frac{-\frac{-f[h+x0]+f[h+x0]+f[h+x0]}{h}}{h} -\frac{-\frac{-f[h+x0]+f[h+x0]+f[h+x0]+f[h+x0]}{h}}{h} -\frac{-\frac{-f[h+x0]+f[h+x0]+f[h+x0]+f[h+x0]}{h}}{h} -\frac{-\frac{-f[h+x0]+f[h+x0]+f[h+x0]+f[h+x0]+f[h+x0]+f[h+x0]}{h}}{h} -\frac{-\frac{-f[h+x0]+f[h+$$

$$\left(-2\;h+x-x0\right)\left(-\frac{-\frac{f[-2\;hx8]-f[-hx8]}{h}+\frac{f[-hx8]-f[-hx8]}{3\;h}}{4\;h}+\frac{\frac{f[-hx8]-f[2\;hx8]}{3\;h}-\frac{f[-hx8]-f[2\;hx8]}{h}}{2\;h}}{3\;h}+\frac{-\frac{f[-hx8]-f[2\;hx8]}{h}-\frac{f[-hx8]-f[2\;hx8]}{h}}{2\;h}-\frac{-\frac{f[-hx8]-f[2\;hx8]}{3\;h}-\frac{f[-hx8]-f[2\;hx8]}{h}}{2\;h}-\frac{-\frac{f[-hx8]-f[2\;hx8]}{h}-\frac{f[-hx8]-f[2\;hx8]}{h}}{2\;h}-\frac{-\frac{f[-hx8]-f[hx8]-f[hx8]}{h}-\frac{f[-hx8]-f[hx8]-f[hx8]}{h}}{2\;h}-\frac{-\frac{f[-hx8]-f[hx8]-f[-hx8]-f$$

2 h

2 h

In[17]:= Simplify[% /.
$$x \rightarrow x0$$
]

Out[17]=

$$\frac{f[-2 h+x0]-8 f[-h+x0]+8 f[h+x0]-f[2 h+x0]}{}$$

12 h