

In[5]:= **InterpolatingPolynomial**[{{x0, f[x0]}, {x0 + h, f[x0 + h]}}, x]

Out[5]=
$$f[x_0] + \frac{(x - x_0)(-f[x_0] + f[h + x_0])}{h}$$

In[6]:= **D**[% , x]

Out[6]=
$$\frac{-f[x_0] + f[h + x_0]}{h}$$

In[11]:= **D**[**InterpolatingPolynomial**[{{x0, f[x0]}, {x0 + h, f[x0 + h]}, {x0 - h, f[x0 - h]}}, x], x]

Out[11]=
$$\frac{-f[x_0] + f[h + x_0]}{h} - \frac{(x - x_0) \left(-\frac{f[-h + x_0] - f[h + x_0]}{2h} - \frac{-f[x_0] + f[h + x_0]}{h} \right)}{h} - \frac{(-h + x - x_0) \left(-\frac{f[-h + x_0] - f[h + x_0]}{2h} - \frac{-f[x_0] + f[h + x_0]}{h} \right)}{h}$$

In[13]:= **Simplify**[
$$\frac{-f[x_0] + f[h + x_0]}{h} - \frac{(x - x_0) \left(-\frac{f[-h + x_0] - f[h + x_0]}{2h} - \frac{-f[x_0] + f[h + x_0]}{h} \right)}{h} - \frac{(-h + x - x_0) \left(-\frac{f[-h + x_0] - f[h + x_0]}{2h} - \frac{-f[x_0] + f[h + x_0]}{h} \right)}{h}] /. x \rightarrow x_0$$

Out[13]=
$$\frac{-h f[-h + x_0] + h f[h + x_0]}{2 h^2}$$

In[14]:= **D**[**InterpolatingPolynomial**[{{x0, f[x0]}, {x0 + h, f[x0 + h]}, {x0 + 2 * h, f[x0 + 2 * h]}}, x], x]

Out[14]=
$$\frac{-f[x_0] + f[h + x_0]}{h} + \frac{(x - x_0) \left(-\frac{-f[x_0] + f[h + x_0]}{h} + \frac{-f[h + x_0] + f[2 h + x_0]}{h} \right)}{2 h} + \frac{(-h + x - x_0) \left(-\frac{-f[x_0] + f[h + x_0]}{h} + \frac{-f[h + x_0] + f[2 h + x_0]}{h} \right)}{2 h}$$

In[15]:= **Simplify**[% /. x → x0]

Out[15]=
$$-\frac{3 f[x_0] - 4 f[h + x_0] + f[2 h + x_0]}{2 h}$$

In[16]:= **D**[**InterpolatingPolynomial**[{{x0, f[x0]}, {x0 + h, f[x0 + h]}, {x0 + 2 * h, f[x0 + 2 * h]}, {x0 - h, f[x0 - h]}, {x0 - 2 * h, f[x0 - 2 * h]}}, x], x]

Out[16]=
$$\frac{-f[x_0] + f[h + x_0]}{h} + (-h + x - x_0)$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{-\frac{f[x_0]+f[h+x_0]}{h} + \frac{-f[h+x_0]+f[2h+x_0]}{h}}{2h} + (-2h+x-x_0) \right) \left(-\frac{\frac{-\frac{f[-h+x_0]-f[2h+x_0]}{3h} - \frac{-f[h+x_0]+f[2h+x_0]}{h}}{2h} - \frac{-\frac{f[x_0]+f[h+x_0]}{h} + \frac{-f[h+x_0]+f[2h+x_0]}{h}}{2h} - \right. \\
& \left. (h+x-x_0) \left(-\frac{\frac{-\frac{f[-2h+x_0]-f[-h+x_0]}{h} + \frac{f[-h+x_0]-f[2h+x_0]}{3h}}{4h} + \frac{\frac{-\frac{f[-h+x_0]-f[2h+x_0]}{3h} - \frac{-f[h+x_0]+f[2h+x_0]}{h}}{2h}}{3h} + \frac{\frac{-\frac{f[-h+x_0]-f[2h+x_0]}{3h} - \frac{-f[h+x_0]+f[2h+x_0]}{h}}{2h} - \frac{-\frac{f[x_0]+f[h+x_0]}{h} + \frac{-f[h+x_0]+f[2h+x_0]}{h}}{2h} \right) \right) \right) \\
& \left. \frac{2h}{2h} \right) + \\
& (x-x_0) \left(\frac{-\frac{f[x_0]+f[h+x_0]}{h} + \frac{-f[h+x_0]+f[2h+x_0]}{h}}{2h} + (-2h+x-x_0) \right) \left(-\frac{\frac{-\frac{f[-h+x_0]-f[2h+x_0]}{3h} - \frac{-f[h+x_0]+f[2h+x_0]}{h}}{2h} - \frac{-\frac{f[x_0]+f[h+x_0]}{h} + \frac{-f[h+x_0]+f[2h+x_0]}{h}}{2h} - \right. \\
& \left. (h+x-x_0) \left(-\frac{\frac{-\frac{f[-2h+x_0]-f[-h+x_0]}{h} + \frac{f[-h+x_0]-f[2h+x_0]}{3h}}{4h} + \frac{\frac{-\frac{f[-h+x_0]-f[2h+x_0]}{3h} - \frac{-f[h+x_0]+f[2h+x_0]}{h}}{2h}}{3h} + \frac{\frac{-\frac{f[-h+x_0]-f[2h+x_0]}{3h} - \frac{-f[h+x_0]+f[2h+x_0]}{h}}{2h} - \frac{-\frac{f[x_0]+f[h+x_0]}{h} + \frac{-f[h+x_0]+f[2h+x_0]}{h}}{2h} \right) \right) \right) \\
& \left. \frac{2h}{2h} \right) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (-h + x - x0) \left(- \frac{ \frac{f[-h+x0]-f[2h+x0]}{3h} - \frac{f[h+x0]+f[2h+x0]}{h} }{2h} - \frac{ \frac{-f[x0]+f[h+x0]}{h} + \frac{-f[h+x0]+f[2h+x0]}{h} }{2h} \right) \\
 & \frac{ \left((-2h + x - x0) \left(- \frac{ \frac{f[-2h+x0]-f[-h+x0]}{h} + \frac{f[-h+x0]-f[2h+x0]}{3h} }{4h} + \frac{ \frac{f[-h+x0]-f[2h+x0]}{3h} - \frac{f[h+x0]+f[2h+x0]}{h} }{2h} \right) + \frac{ \frac{f[-h+x0]-f[2h+x0]}{3h} - \frac{f[h+x0]+f[2h+x0]}{h} }{2h} - \frac{ \frac{-f[x0]+f[h+x0]}{h} + \frac{-f[h+x0]+f[2h+x0]}{h} }{2h} \right) }{3h} + \frac{ \frac{f[-h+x0]-f[2h+x0]}{3h} - \frac{f[h+x0]+f[2h+x0]}{h} }{2h} - \frac{ \frac{-f[x0]+f[h+x0]}{h} + \frac{-f[h+x0]+f[2h+x0]}{h} }{2h} \right) }{2h} \\
 & \frac{ (h + x - x0) \left(- \frac{ \frac{f[-2h+x0]-f[-h+x0]}{h} + \frac{f[-h+x0]-f[2h+x0]}{3h} }{4h} + \frac{ \frac{f[-h+x0]-f[2h+x0]}{3h} - \frac{f[h+x0]+f[2h+x0]}{h} }{2h} \right) + \frac{ \frac{f[-h+x0]-f[2h+x0]}{3h} - \frac{f[h+x0]+f[2h+x0]}{h} }{2h} - \frac{ \frac{-f[x0]+f[h+x0]}{h} + \frac{-f[h+x0]+f[2h+x0]}{h} }{2h} }{3h} + \frac{ \frac{f[-h+x0]-f[2h+x0]}{3h} - \frac{f[h+x0]+f[2h+x0]}{h} }{2h} - \frac{ \frac{-f[x0]+f[h+x0]}{h} + \frac{-f[h+x0]+f[2h+x0]}{h} }{2h} }{2h} \right) }{2h}
 \end{aligned}$$

In[17]:= **Simplify**[% /. x → x0]

Out[17]=

$$\frac{f[-2h + x0] - 8 f[-h + x0] + 8 f[h + x0] - f[2h + x0]}{12 h}$$