

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ Т. ШЕВЧЕНКА  
ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК ТА КІБЕРНЕТИКИ

# Моделювання систем

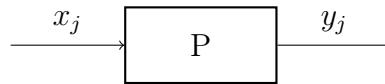
Лабораторна робота 3

**Виконав**  
студент групи ІС-31  
А.С. ХОМА

Київ-2018

## Умова

Будемо вважати, що на вхід системи перетворення, математична модель якої невідома, поступають послідовно дані у вигляді  $m - 1$  вимірних векторів  $x_j$ . На виході системи спостерігається сигнал у вигляді вектора  $y_j$  розмірності  $p$ .



## Хід роботи

1. Реалізуємо псевдообернення по Муру-Пенроузу та за Гревілем.

1.1. Псевдообернення по Гревілю.

---

```
def Greville(X: np.array) -> np.array:
    vec = X[0].reshape(-1, 1)
    eps = np.float32(1e-9)

    if np.abs(np.dot(vec.T, vec).item()) < eps:
        X_pseudo_inv = vec
    else:
        X_pseudo_inv = vec / np.dot(vec.T, vec).item()

    eps = 1e-9
    n_rows, n_columns = X.shape

    for i in range(1, n_rows):
        vec = X[i].reshape(-1, 1)
        Z = np.eye(n_columns) - X_pseudo_inv @ X[:i]
        norm = np.dot(np.dot(vec.T, Z), vec).item()
        if np.abs(norm) < eps:
            Z = X_pseudo_inv @ X_pseudo_inv.T
            norm = np.dot(np.dot(vec.T, Z), vec).item() + 1.
        X_pseudo_inv -= np.dot(np.dot(np.dot(Z, vec), vec.T), X_pseudo_inv) / norm
        X_pseudo_inv = np.column_stack((X_pseudo_inv, (np.dot(Z, vec) / norm)))

    return X_pseudo_inv
```

---

## 1.2. Псевдообернення по Муру-Пенроузу.

---

```
def Moore_Penrose(X: np.array) -> np.array:
    def pseudo_inv(X: np.array, delta: float) -> np.array:
        n_rows, n_columns = X.shape
        if n_rows > n_columns:
            X_inv = np.linalg.inv(X.T @ X - (delta ** 2 * np.eye(n_columns))) @ X.T
        else:
            X_inv = X.T @ np.linalg.inv(X @ X.T - (delta ** 2 * np.eye(n_rows)))
        return X_inv

    delta = 100
    eps = 1e-12
    diff = 1

    while diff > eps:
        X_inv_1 = pseudo_inv(X, delta)
        delta /= 2.
        X_inv_2 = pseudo_inv(X, delta)
        diff = np.linalg.norm(X_inv_1 - X_inv_2)

    return X_inv_1
```

---

## 2. Обрахуємо перетворення для обох методів.

---

```
Grev_X = Greville(X)
Moore_X = Moore_Penrose(X)

Z_grev = np.eye(X.shape[0]) - X @ Grev_X
Z_Moore = np.eye(X.shape[0]) - X @ Moore_X
Z_Moore_python = np.eye(X.shape[0]) - X @ np.linalg.pinv(X)

V = np.random.rand(Y.shape[0], Grev_X.shape[1])
A_Grev = Y @ Grev_X + V @ Z_grev.T
A_Moore = Y @ Moore_X + V @ Z_Moore.T
A_Moore_python = Y @ np.linalg.pinv(X) + V @ Z_Moore_python.T
```

---

## 3. Перетворимо початкове зображення $X$ в $Y$ .

---

```
Y_Grev = A_Grev @ X
y_image_Grev = Image.fromarray(Y_Grev.astype(np.uint8), mode='L')
fig, ax = plt.subplots(1)
ax.set_title('Greville transformation')
ax.imshow(y_image_Grev);

Y_Moore = A_Moore @ X
y_image_Moore = Image.fromarray(Y_Moore.astype(np.uint8), mode='L')
fig, ax = plt.subplots(1)
ax.set_title('Moore-Penrose transformation')
ax.imshow(y_image_Moore);
```

---

#### 4. Виведемо отримані результати.

