

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ Т. ШЕВЧЕНКА  
ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК ТА КІБЕРНЕТИКИ

# Структурна теорія цифрових автоматів

## Проектування комбінаційних схем на мікросхемах різного ступеню інтеграції

Варіант 11

**Виконав**  
студент групи ІС-31  
А.С. ХОМА

Київ-2018

## 11 варіант

### 1 Представлення булевої функції.

$$a_1 = 1, a_2 = 1, a_3 = 0, a_4 = 1, a_5 = 0, a_6 = 0, a_7 = 0$$

$x_4$	$x_3$	$x_2$	$x_1$	$y$	$\bar{y}$
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1
1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	0	1
1	1	1	1	0	1

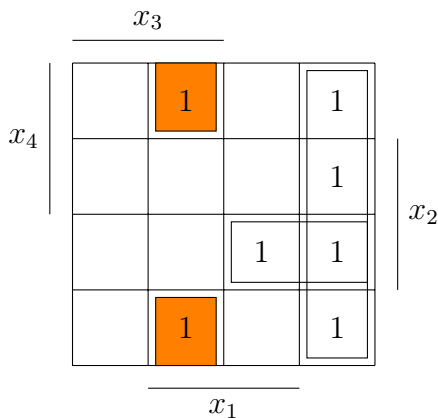
Табл. 1: Представлення булевої функції

### 2 Побудова МДНФ для $y$ та $\bar{y}$ . Представити функцію у всіх восьми нормальних формах.

$$\text{ДДНФ: } f(x_4, x_3, x_2, x_1) = \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4} \vee x_1 x_2 \overline{x_3 x_4} \vee x_1 \overline{x_2 x_3 \bar{x}_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4} \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4$$

$$\text{ДДНФ: } \bar{f}(x_4, x_3, x_2, x_1) = x_1 \overline{x_2 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \overline{x_2 x_3 x_4} \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4} \vee \overline{x_1 x_2 x_3 x_4} \vee x_1 x_2 x_3 x_4$$

Діаграма Вейча для  $f(x_4, x_3, x_2, x_1)$



Діаграма Вейча для  $\bar{f}(x_4, x_3, x_2, x_1)$

$x_3$			
$x_4$	1		1
	1	1	1
	1	1	
	1		1
$x_1$			
$x_2$			

МДНФ:  $f(x_4, x_3, x_2, x_1) = \overline{x_1 x_3} \vee x_2 \overline{x_3 x_4} \vee x_1 \overline{x_2} x_3$

МДНФ:  $\bar{f}(x_4, x_3, x_2, x_1) = x_1 \overline{x_3} \vee x_2 x_3 \vee x_1 x_2 x_4 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3}$

$$\overline{x_1 x_3} \vee x_2 \overline{x_3 x_4} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \quad (AND/OR) \quad (1)$$

$$\overline{\overline{\overline{(x_1 x_3)}}} \wedge \overline{\overline{\overline{(x_2 x_3 x_4)}}} \wedge \overline{\overline{\overline{(x_1 x_2 x_3)}}} \quad (AND - NOT/AND - NOT) \quad (2)$$

$$\overline{(x_1 \vee x_3)} \wedge \overline{(\overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4)} \wedge \overline{(\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})} \quad (OR/AND - NOT) \quad (3)$$

$$\overline{(x_1 \vee x_3)} \vee \overline{(\overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4)} \vee \overline{(\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})} \quad (OR - NOT/OR) \quad (4)$$

$$\overline{(\overline{x_1} x_3)} \vee \overline{(x_2 x_3)} \vee \overline{(x_1 x_2 x_4)} \vee \overline{(x_1 \overline{x_2} \overline{x_3})} \quad (AND/OR - NOT) \quad (5)$$

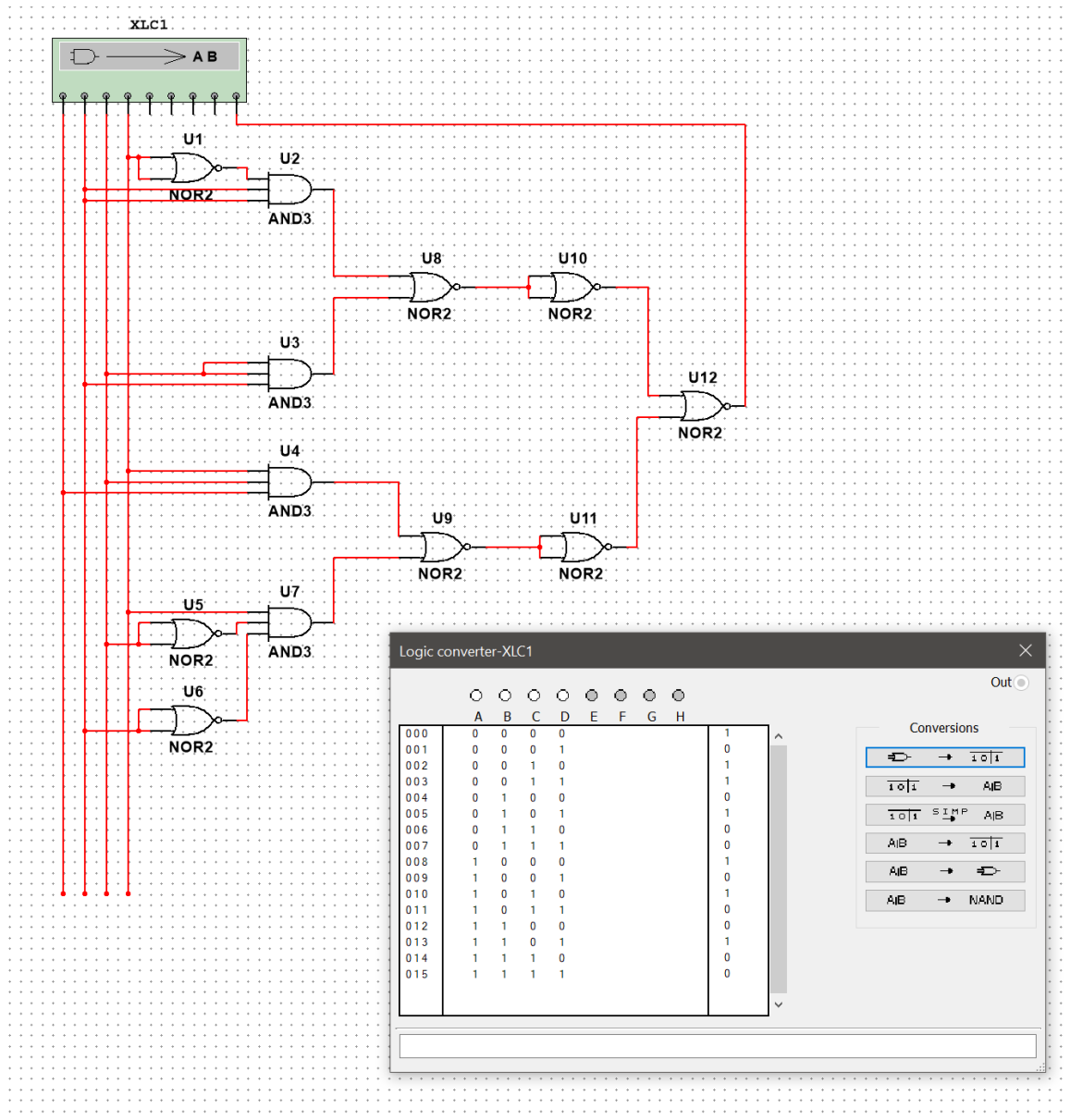
$$\overline{(\overline{x_1} x_3)} \wedge \overline{(x_2 x_3)} \wedge \overline{(x_1 x_2 x_4)} \wedge \overline{(x_1 \overline{x_2} \overline{x_3})} \quad (AND - NOT/AND) \quad (6)$$

$$(x_1 \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_4}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \quad (OR/AND) \quad (7)$$

$$\overline{\overline{\overline{(x_1 \vee \overline{x_3})}}} \vee \overline{\overline{\overline{(\overline{x_2} \vee \overline{x_3})}}} \vee \overline{\overline{\overline{(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_4})}}} \vee \overline{\overline{\overline{(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)}}} \quad (OR - NOT/OR - NOT) \quad (8)$$

### 3 Одержати операторні представлення функції, що можуть бути реалізовані на елементах 2OR-NOT/ 3AND, 2AND-NOT

Використаємо 5-ту нормальну форму щоб побудувати нашу булеву функцію використовуючи елементи 2OR-NOT та 3AND.



The image displays a logic circuit diagram and its corresponding truth table. The circuit is a 4-bit ripple-carry adder implemented using NAND gates. It takes two 4-bit inputs, A and B, and produces a 4-bit sum output. The circuit consists of 15 NAND gates (U1-U15). The truth table, titled 'Logic converter-XLC1', shows the output for all 16 possible combinations of inputs A, B, C, and D. The output column shows the sum of A and B, ranging from 0 to 15.

	A	B	C	D	E	F	G	H	
000	0	0	0	0					1
001	0	0	0	1					0
002	0	0	1	0					1
003	0	0	1	1					1
004	0	1	0	0					0
005	0	1	0	1					1
006	0	1	1	0					0
007	0	1	1	1					0
008	1	0	0	0					1
009	1	0	0	1					0
010	1	0	1	0					1
011	1	0	1	1					0
012	1	1	0	0					0
013	1	1	0	1					1
014	1	1	1	0					0
015	1	1	1	1					0

#### 4 Визначити операторну форму, що забезпечує отримання комбінаційної схеми з максимальною швидкістю і мінімальними витратами обладнання

Складність по Квайну визначається як сумарне число входів усіх логічних елементів.

$$N = \sum_{i=1}^r \frac{m_i n_i}{14},$$

де  $r$  – число типів мікросхем,  $m_i$  – кількість мікросхем  $i$ -го типу,  $n_i$  – сумарне число виходів і входів.

Для першої схеми отримуємо  $N = \frac{8*3}{14} + \frac{4*4}{14} = \frac{20}{7}$

Для другої схеми  $N = \frac{15*3}{14}$

Час затримки сигналу визначається як шлях в схемі, що вимагає максимального часу для поширення сигналу.

Для першої схеми маємо  $T = 1 * 24 + 4 * 20 = 104 \text{ } ms$

Для другої схеми  $T = 7 * 20 = 140 \text{ } ms$

**Як можна помітити перша схема є оптимальнішою по обом параметрам.**

5 На елементах 3AND-NOT побудувати перетворювач кодів. У процесі проектування використовувати методи сумісної мінімізації системи булевих функцій. Для отриманої схеми обчислити складність по Квайну та час затримки.

Інформація							
Вхід				Вихід			
0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	1	0
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0	1	0

Табл. 2: Представлення системи булевих функцій

$$\text{ДДНФ } f_1(x_4, x_3, x_2, x_1) = \overline{x_4}x_3\overline{x_2}x_1 \vee \overline{x_4}x_3x_2\overline{x_1} \vee \overline{x_4}x_3x_2x_1 \vee x_4\overline{x_3}\overline{x_2}\overline{x_1} \vee x_4\overline{x_3}\overline{x_2}x_1 \vee x_4\overline{x_3}x_2\overline{x_1} \vee x_4\overline{x_3}x_2x_1 \vee x_4x_3\overline{x_2}\overline{x_1}$$

$$\text{ДДНФ } f_2(x_4, x_3, x_2, x_1) = \overline{x_4}x_3\overline{x_2}x_1 \vee \overline{x_4}x_3x_2\overline{x_1} \vee \overline{x_4}x_3x_2x_1 \vee \overline{x_4}x_3\overline{x_2}\overline{x_1} \vee x_4\overline{x_3}\overline{x_2}x_1 \vee x_4\overline{x_3}x_2\overline{x_1} \vee x_4\overline{x_3}x_2x_1 \vee x_4x_3\overline{x_2}\overline{x_1}$$

$$\text{ДДНФ } f_3(x_4, x_3, x_2, x_1) = \overline{x_4}x_3\overline{x_2}\overline{x_1} \vee \overline{x_4}x_3x_2x_1 \vee \overline{x_4}x_3\overline{x_2}x_1 \vee \overline{x_4}x_3x_2\overline{x_1} \vee x_4\overline{x_3}\overline{x_2}\overline{x_1} \vee x_4\overline{x_3}\overline{x_2}x_1 \vee x_4\overline{x_3}x_2\overline{x_1} \vee x_4x_3\overline{x_2}\overline{x_1}$$

$$\text{ДДНФ } f_4(x_4, x_3, x_2, x_1) = \overline{x_4}x_3\overline{x_2}\overline{x_1} \vee \overline{x_4}x_3x_2x_1 \vee \overline{x_4}x_3\overline{x_2}x_1 \vee \overline{x_4}x_3x_2\overline{x_1} \vee \overline{x_4}x_3x_2x_1 \vee x_4\overline{x_3}\overline{x_2}\overline{x_1} \vee x_4\overline{x_3}\overline{x_2}x_1 \vee x_4\overline{x_3}x_2\overline{x_1} \vee x_4x_3\overline{x_2}\overline{x_1}$$

Зробимо операцію склеювання.

	0		1		2		3		4			5	6		7		8			9			10			11			12				14	15
	3	4	2	4	2	4	2	3	2	3	4	1	1	4	1	3	1	3	4	1	2	4	1	2	4	1	2	3	1	2	3	4	4	3
$\overline{x_1} \ (4)$		*				*					*			*					*					*							*	*		
$x_4 \overline{x_3} \ (1)$																*				*			*		*									
$x_2 x_1 \ (3)$								*							*													*					*	
$\overline{x_3} x_2 \ (2)$					*		*																*			*								
$\overline{x_3} x_1 \ (2)$			*				*														*					*								
$\overline{x_2} x_1 \ (3)$	*									*								*												*				
$\overline{x_3} x_2 \ (4)$		*		*														*			*													
$x_4 \overline{x_2} x_1 \ (1)$																*													*					
$\overline{x_4} x_3 x_2 \ (1)$														*		*																		
$\overline{x_4} x_3 x_1 \ (1)$												*		*																				
$x_3 \overline{x_2} x_1 \ (2)$									*																				*					

$$\text{МДНФ } f(x_4, x_3, x_2, x_1) = \overline{x_1} \ (4) \vee x_4 \overline{x_3} \ (1) \vee x_2 x_1 \ (3) \vee \overline{x_3} x_2 \ (2) \vee \overline{x_3} x_1 \ (2) \vee \overline{x_2} x_1 \ (3) \vee \overline{x_3} x_2 \ (4) \vee x_4 \overline{x_2} x_1 \ (1) \vee \overline{x_4} x_3 x_2 \ (1) \vee \overline{x_4} x_3 x_1 \ (1) \vee x_3 \overline{x_2} x_1 \ (2)$$

$$\text{МДНФ } f_1(x_4, x_3, x_2, x_1) = x_4 \overline{x_3} \vee x_4 \overline{x_2} x_1 \vee \overline{x_4} x_3 x_2 \vee \overline{x_4} x_3 x_1$$

$$\text{МДНФ } f_2(x_4, x_3, x_2, x_1) = \overline{x_3} x_2 \vee \overline{x_3} x_1 \vee x_3 \overline{x_2} x_1$$

$$\text{МДНФ } f_3(x_4, x_3, x_2, x_1) = \overline{x_2} x_1 \vee x_2 x_1$$

$$\text{МДНФ } f_4(x_4, x_3, x_2, x_1) = \overline{x_1} \vee \overline{x_3} x_2$$



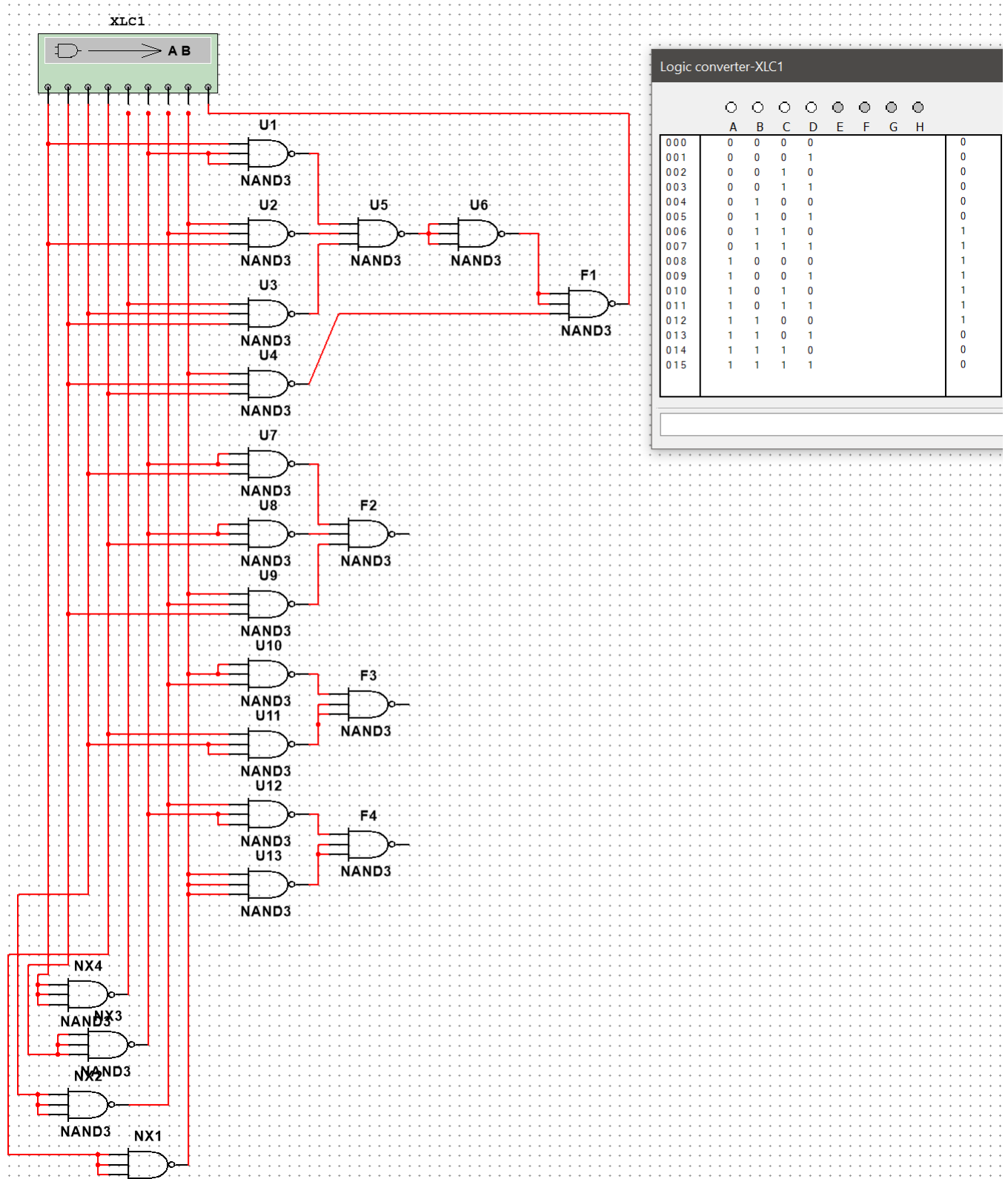
Перетворимо МДНФ наших функцій в форму AND-NOT/AND-NOT

$$f_1(x_4, x_3, x_2, x_1) = \overline{\overline{(x_4 x_3)} \wedge \overline{(x_4 x_2 x_1)} \wedge \overline{(x_4 x_3 x_2)} \wedge \overline{(x_4 x_3 x_1)}}$$

$$f_2(x_4, x_3, x_2, x_1) = \overline{\overline{(x_3 x_2)} \wedge \overline{(x_3 x_1)} \wedge \overline{(x_3 x_2 x_1)}}$$

$$f_3(x_4, x_3, x_2, x_1) = \overline{\overline{(x_2 x_1)} \wedge \overline{(x_2 x_1)}}$$

$$f_4(x_4, x_3, x_2, x_1) = \overline{\overline{(x_1)} \wedge \overline{(x_3 x_2)}}$$

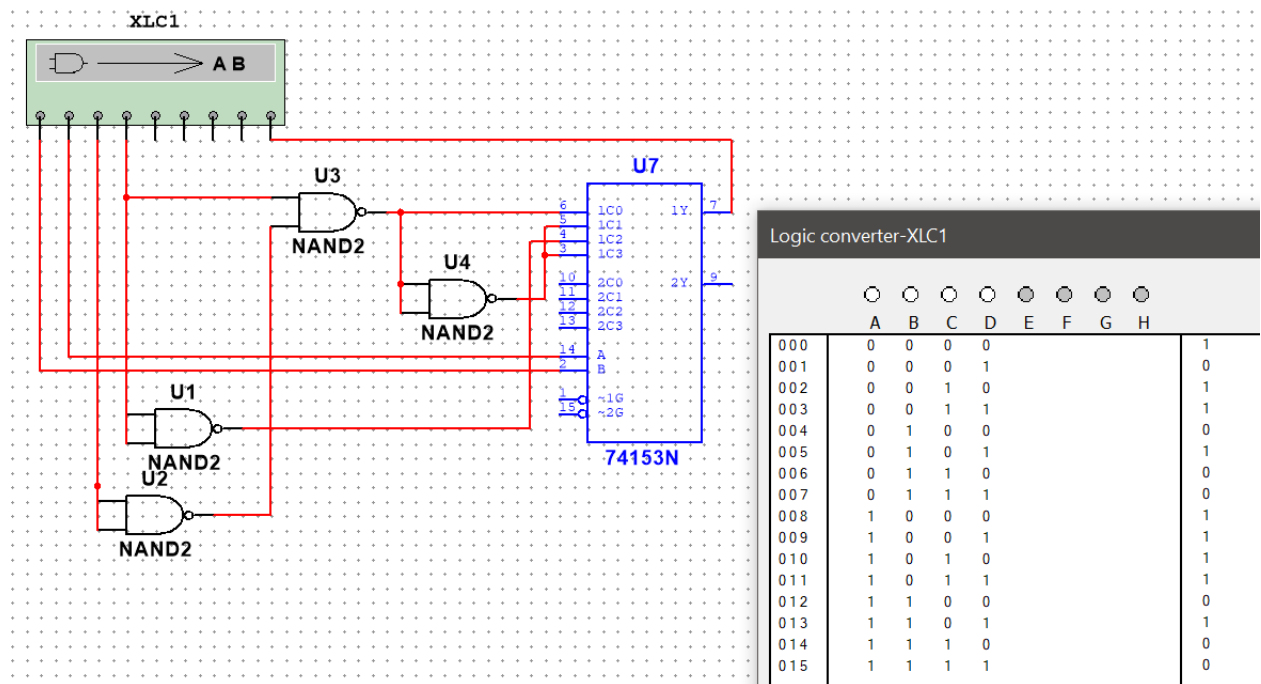


$$N = \frac{20 \times 4}{14}$$

$$T = 5 \times 20 = 100ms$$

## 6 Побудувати схему для реалізації функції, якщо можна використовувати мультиплексори з двома керуючими входами.

Побудуємо розклад булевої функції по  $x_4x_3$ ,  $x_4x_2$ ,  $x_4x_1$ ,  $x_3x_2$ ,  $x_3x_1$ ,  $x_2x_1$ .  
Помітимо що розклад по  $x_4x_3$  мінімальний.



## 7 Побудувати перетворювач кодів з використанням елементів 3AND-NOT і дешифратора на чотири входи.

Інформація							
Вхід				Вихід			
0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	1	0
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0	1	0

Табл. 3: Представлення системи булевих функцій

Тоді отримаємо наступне представлення наших булевих функцій.

$$f_1 : 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$$

$$f_2 : 1, 2, 3, 4, 9, 10, 11, 12$$

$$f_3 : 0, 3, 4, 7, 8, 11, 12, 15$$

$$f_4 : 0, 1, 2, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14$$

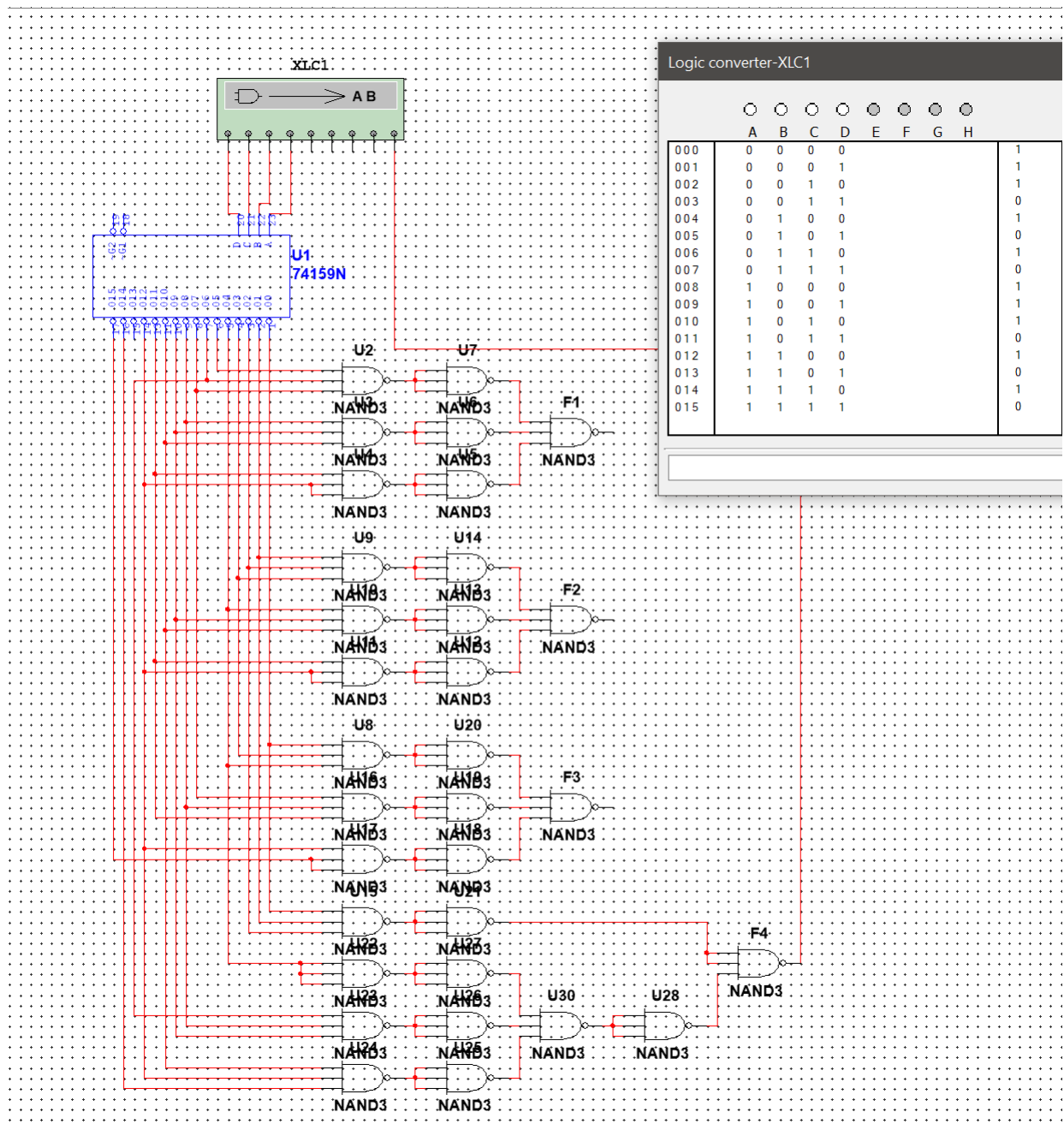
Представимо їх в термах оператора 3AND-NOT.

$$f_1 : \overline{5 \wedge 6 \wedge 7 \wedge 8 \wedge 9 \wedge 10 \wedge 11 \wedge 12}$$

$$f_2 : \overline{1 \wedge 2 \wedge 3 \wedge 4 \wedge 9 \wedge 10 \wedge 11 \wedge 12}$$

$$f_3 : \overline{0 \wedge 3 \wedge 4 \wedge 7 \wedge 8 \wedge 11 \wedge 12 \wedge 15}$$

$$f_4 : \overline{0 \wedge 1 \wedge 2 \wedge 4 \wedge 6 \wedge 8 \wedge 9 \wedge 10 \wedge 12 \wedge 14}$$



$$N = \frac{32 \times 4}{14}$$

$$T = 5 \times 20 = 100ms$$