

$$1. \begin{cases} P_n = \frac{6}{5}P_{n-1} - \frac{1}{5}P_{n-2} \\ P_0 = \ln 2, P_1 = \ln 5. \end{cases} \quad \text{取 } P_0 = 0.693147, P_1 = 1.60944, P_0, P_1 \text{ 都有6位有效数字.}$$

1) 公式是否稳定 2) P_n 的绝对误差限及有效数字.

2. $4(x+1)^2 - \cos x - 1 = 0$, 迭代法求最小实根 (3位有效数字), 并证明所用迭代格式是否收敛.

3. Gauss 列主元, 并求 $\text{cond}(A)$

$$4. \begin{pmatrix} 2 & \alpha & 0 \\ 1 & 2 & \alpha \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} 1) \text{ 写出 Jacobi 与 Gauss-Seidel 迭代格式.} \\ 2) \text{ 求 } \alpha \text{ 范围使 Jacobi 与 Gauss-Seidel 都收敛.} \end{array}$$

5. 1) $x_i = ih$, 求分段三次 Hermite 插值多项式 $\tilde{H}_3(x)$ (记不清了)
2) $\max_{0 \leq i \leq n} |f(x) - \tilde{H}_3(x)|$.

6. 求 $\max_{0 \leq x \leq 1} | \ln \cosh x - (a+bx) |$ 求最小值与此时 a, b .

$$7. I_c(f) = (b-a)[A f(a) + B f(b)] + C(b-a)^2 f'(a), \quad I = \int_a^b f(x) dx.$$

1) 求 A, B, C , 使 $I_c(f)$ 有尽量高的代数精度, 并求代数精度.

$$2) \text{ 证明 } I(f) - I_c(f) = -\frac{(b-a)^4}{72} f'''(\xi)$$

3) $I_c(f)$ 的复化求积公式 $I_{c,n}(f)$.

$$4) \text{ 求 } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{I(f) - I_{c,n}(f)}{h^3}$$

$$8. \begin{cases} y_{i+1}^{(p)} = y_i + h \cdot f(x_i, y_i) \\ y_{i+1}^{(c)} = y_i + h f(x_{i+1}, y_{i+1}^{(p)}) \\ y_{i+1} = \frac{1}{2}(y_{i+1}^{(p)} + y_{i+1}^{(c)}) \end{cases}$$

1) 求截断误差.

2) $f(x, y) = x + y^2$, $h=0.2$, $y_0=1$, $a=0$, $b=1$, 求 $y(0.2)$ 与 $y(0.4)$

$$9. \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \\ u_{t=0} = \varphi(x) \\ u_{x=0} = u_{x=1} = 0 \end{cases}$$

1) 写出隐式差分格式, 并求其截断误差.

2) 写出矩阵形式, 并证明解的唯一性.

3) 证明: $\|U^k\|_\infty \leq \max_{0 \leq i \leq I} |\varphi(x_i)|$. (记不清了)