

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
Физико-Механический институт
Высшая школа прикладной математики и вычислительной физики

Лабораторная работа №5
по дисциплине "Математическая статистика"

Выполнил студент группы 5030102\20001 Муринов А.В.
Преподаватель Баженов А.Н,

Санкт-Петербург
2025

1 Постановка задачи

Сгенерировать выборку объемом 100 элементов для нормального распределения $N(0, 1)$. По сгенерированной выборке оценить параметры $\hat{\mu}$ и $\hat{\sigma}$ нормального закона методом максимального правдоподобия. В качестве основной гипотезы H_0 будем считать, что сгенерированное распределение имеет вид $N(\hat{\mu}, \hat{\sigma})$. Проверить основную гипотезу, используя критерий согласия χ^2 . В качестве уровня значимости взять $\alpha = 0.05$. Привести таблицу вычислений χ^2 .

Исследовать точность (чувствительность) критерия χ^2 - сгенерировать выборки равномерного распределения объема 20, 100, 1000 элементов. Проверить их на нормальность.

2 Результаты

Normal(0, 1)

Таблица 1: Таблица вычислений χ^2

Left Edge	Right Edge	NLeft Edge	NRight Edge	p_i	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
-inf	-2.988818	-inf	-3.000000	0.001350	0.134990
-2.988818	-2.264953	-3.000000	-2.250000	0.010875	0.765762
-2.264953	-1.541089	-2.250000	-1.500000	0.054583	1.183594
-1.541089	-0.817225	-1.500000	-0.750000	0.159820	0.992143
-0.817225	-0.093361	-0.750000	-0.000000	0.273373	0.016067
-0.093361	0.630503	-0.000000	0.750000	0.273373	0.259359
0.630503	1.354368	0.750000	1.500000	0.159820	1.553025
1.354368	2.078232	1.500000	2.250000	0.054583	1.183594
2.078232	2.802096	2.250000	3.000000	0.010875	0.007034
2.802096	inf	3.000000	inf	0.001350	0.134990

Значение статистики $\chi^2 = 6.2305$.
Провал попытки отвергнуть гипотезу.

$Uniform(-3, 3), Size = 20$

Таблица 2: Таблица вычислений χ^2

Left Edge	Right Edge	NLeft Edge	NRight Edge	p_i	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
-inf	-4.746440	-inf	-3.000000	0.001350	0.026998
-4.746440	-3.567086	-3.000000	-2.250000	0.010875	0.217491
-3.567086	-2.387732	-2.250000	-1.500000	0.054583	0.755817
-2.387732	-1.208379	-1.500000	-0.750000	0.159820	0.202030
-1.208379	-0.029025	-0.750000	-0.000000	0.273373	1.113558
-0.029025	1.150329	-0.000000	0.750000	0.273373	0.051872
1.150329	2.329682	0.750000	1.500000	0.159820	1.017695
2.329682	3.509036	1.500000	2.250000	0.054583	1.091655
3.509036	4.688389	2.250000	3.000000	0.010875	0.217491
4.688389	inf	3.000000	inf	0.001350	0.026998

Значение статистики $\chi^2 = 4.72160$.

Провал попытки отвергнуть гипотезу.

$Uniform(-3, 3), Size = 100$

Таблица 3: Таблица вычислений χ^2

Left Edge	Right Edge	NLeft Edge	NRight Edge	p_i	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
-inf	-4.902048	-inf	-3.000000	0.001350	0.134990
-4.902048	-3.678188	-3.000000	-2.250000	0.010875	1.087457
-3.678188	-2.454329	-2.250000	-1.500000	0.054583	0.053766
-2.454329	-1.230469	-1.500000	-0.750000	0.159820	1.575532
-1.230469	-0.006610	-0.750000	0.000000	0.273373	0.199830
-0.006610	1.217250	0.000000	0.750000	0.273373	1.469091
1.217250	2.441109	0.750000	1.500000	0.159820	1.575532
2.441109	3.664969	1.500000	2.250000	0.054583	0.053766
3.664969	4.888828	2.250000	3.000000	0.010875	1.087457
4.888828	inf	3.000000	inf	0.001350	0.134990

Значение статистики $\chi^2 = 7.37241$.

Провал попытки отвергнуть гипотезу.

$Uniform(-3, 3), Size = 1000$

Таблица 4: Таблица вычислений χ^2

Left Edge	Right Edge	NLeft Edge	NRight Edge	p_i	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
-inf	-5.191484	-inf	-3.000000	0.001350	1.349898
-5.191484	-3.894217	-3.000000	-2.250000	0.010875	10.874575
-3.894217	-2.596950	-2.250000	-1.500000	0.054583	0.754476
-2.596950	-1.299683	-1.500000	-0.750000	0.159820	20.457590
-1.299683	-0.002416	-0.750000	0.000000	0.273373	13.332923
-0.002416	1.294851	0.000000	0.750000	0.273373	7.866268
1.294851	2.592118	0.750000	1.500000	0.159820	24.191778
2.592118	3.889385	1.500000	2.250000	0.054583	0.537658
3.889385	5.186652	2.250000	3.000000	0.010875	10.874575
5.186652	inf	3.000000	inf	0.001350	1.349898

Значение статистики $\chi^2 = 91.58963$.

Гипотеза отвергнута.