МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ

Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут»
Кафедра КМАД

ЗВІТ З ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ №3

Виконав студент:

Омельніцький Андрій Миколайович
Група: КН-120А

Перевірила:

Ольга Василівна Костюк

Харків, 2023 г.

Зміст

Глава 1

Мета роботи

Побудова математичної моделі осцилятора Ван дер Поля, дослідження моделі із використанням комп'ютерного моделювання.

Порядок виконання:

1. Знайти розв'язки рівняння (1), використовуючи чисельні методи розв'язання диференціальних рівнянь, за допомогою вбудованих функцій пакетів прикладних програм та отримати часові характеристики коливань для заданих параметрів моделі.
2. Вивести графіки розв'язків у часі та у фазовому просторі для обраних початкових значень.
3. Виконати моделювання й оцінити поведінку осцилятора за різних значень параметрів, а також за різних початкових умов.
4. Надати характеристику отриманим коливанням (згасаючі або ні, гармонійні або релаксаційні, та ін.)
5. Усі результати, отримані в ході виконання роботи, занести до звіту. Зробити висновки.

Глава 2

Основна частина

2.1. Пункти 1-2

Завдамо модель. Осцилятор Ван дер Поля - осцилятор з нелінійним згасанням, що задається рівнянням.

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \mu(\alpha - x^2)\frac{dx}{dt} + \beta x = 0 \tag{1}$$

Де x - координата точки, яка залежить від часу, μ - коефіцієнт, що характеризує нелінійність і силу згасання коливань, α - Const, β - коефіцієнт пропорційності.

2.1.1. Приклад 1

Як можна побачити з (1), що при $\mu = 0$, то при будь-яких занченнях α система буде мати однаковий вигляд. Тому розглянемо систему за таких початкових умов: $\mu = 0, \beta = 3, \alpha = 0$.

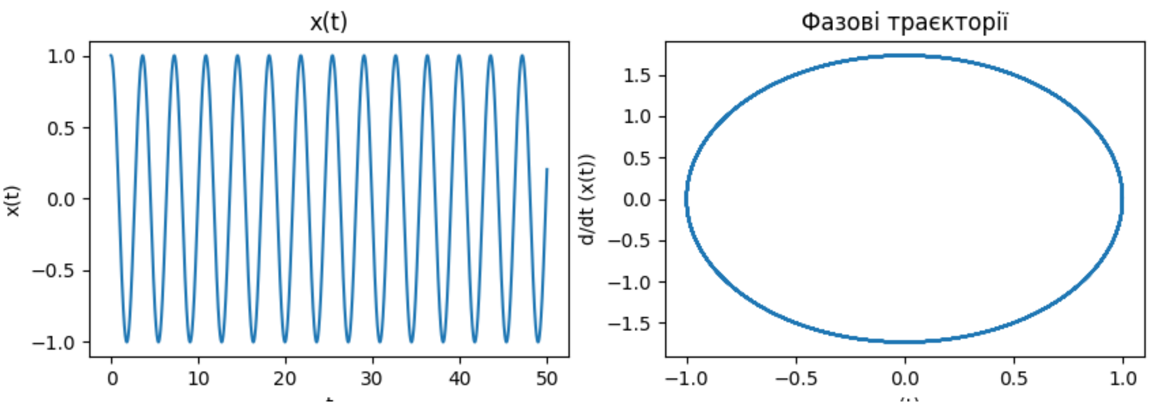

Рис. 2.1. Приклад

Дамо характиристику коливанням. Вони є незгасаючі та гармонійні.

2.1.2. Приклад 2

Розглянемо систему за таких початкових умов: $\mu = -10, \beta = 3, \alpha = 1$.

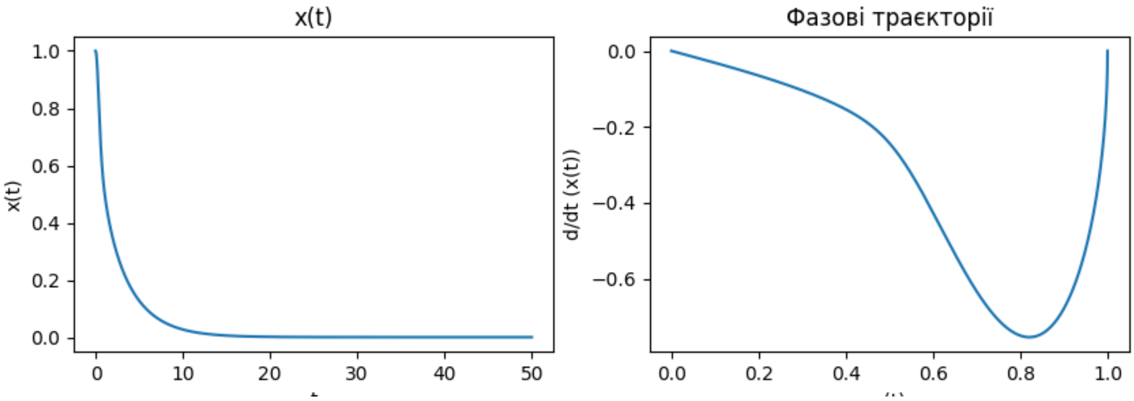

Рис. 2.2. Приклад

Дамо характиристику. Не є коливаннями.

2.1.3. Приклад 3

Розглянемо систему за таких початкових умов: $\mu = -10, \beta = 3, \alpha = 10$.

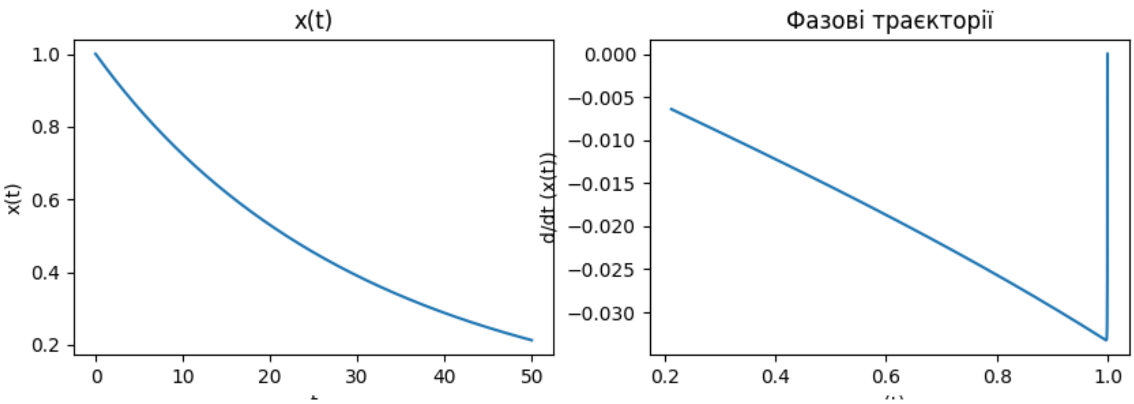

Рис. 2.3. Приклад

Дамо характиристику. Не є коливаннями.

2.1.4. Приклад 4

Розглянемо систему за таких початкових умов: $\mu = -1, \beta = 3, \alpha = 1$.

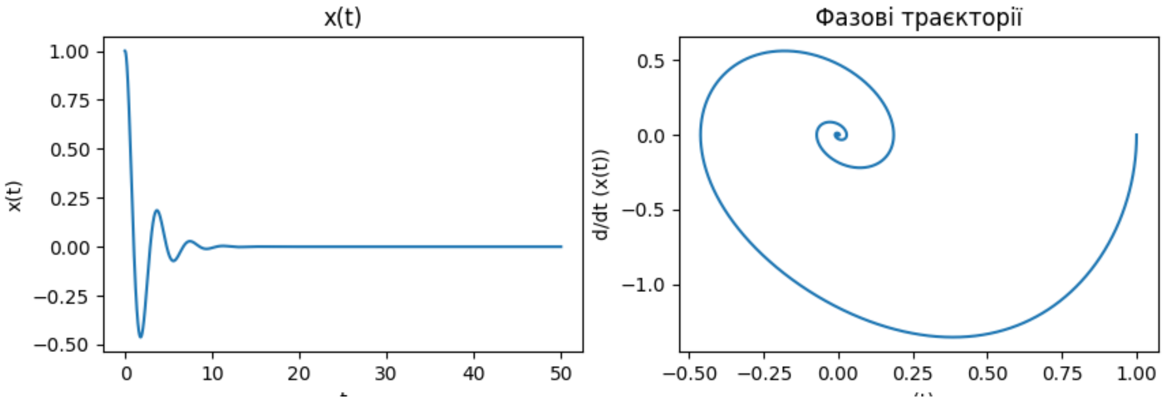

Рис. 2.4. Приклад

Дамо характиристику. Є загасаючими та гармонійними.

2.1.5. Приклад 5

Розглянемо систему за таких початкових умов: $\mu = -1, \beta = 3, \alpha = 10$.

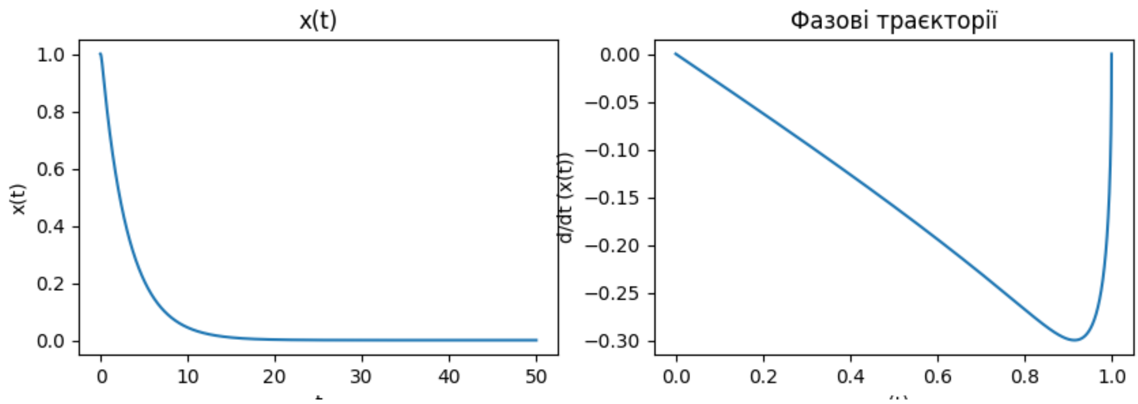

Рис. 2.5. Приклад

Дамо характиристику. Не є коливаннями.

2.1.6. Приклад 6

Розглянемо систему за таких початкових умов: $\mu = 1, \beta = 3, \alpha = -10$.

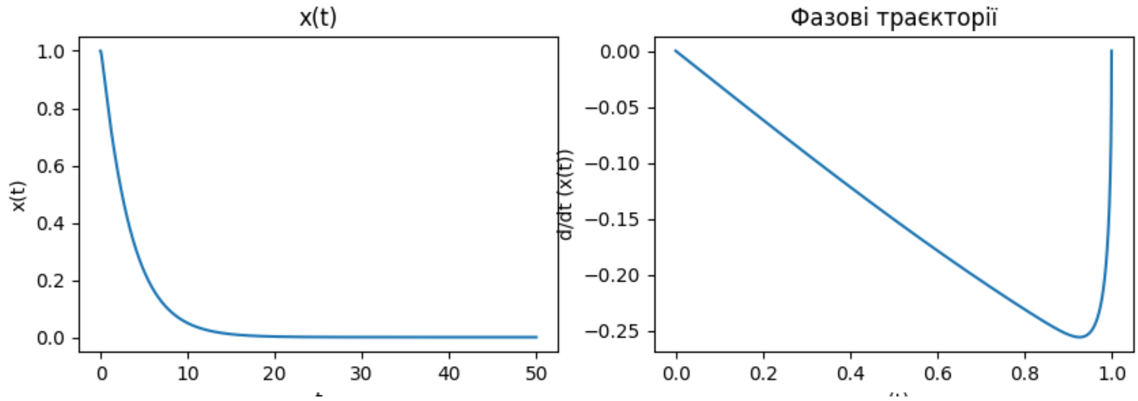

Рис. 2.6. Приклад

Дамо характиристику. Не є коливаннями.

2.1.7. Приклад 7

Розглянемо систему за таких початкових умов: $\mu = 1, \beta = 3, \alpha = -1$.

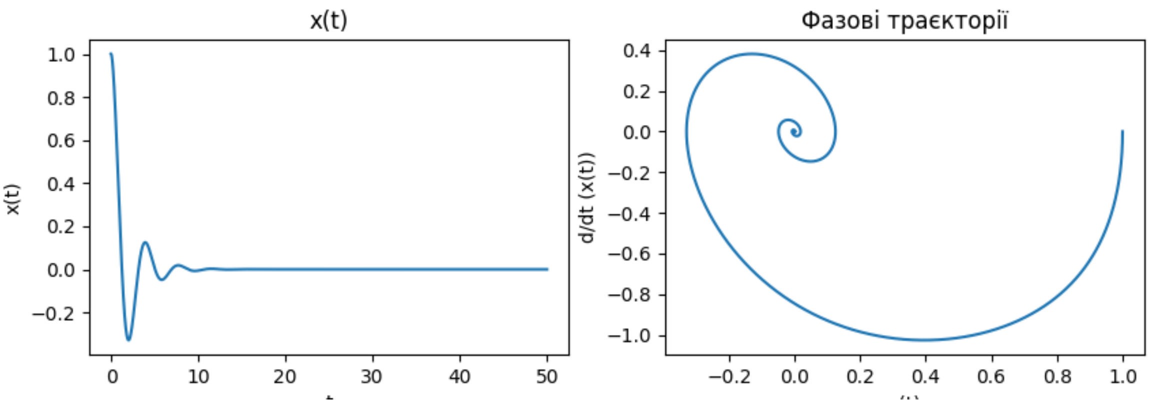

Рис. 2.7. Приклад

Дамо характиристику. Є загасаючими та гармонійними.

2.1.8. Приклад 8

Розглянемо систему за таких початкових умов: $\mu = 1, \beta = 3, \alpha = 0$.

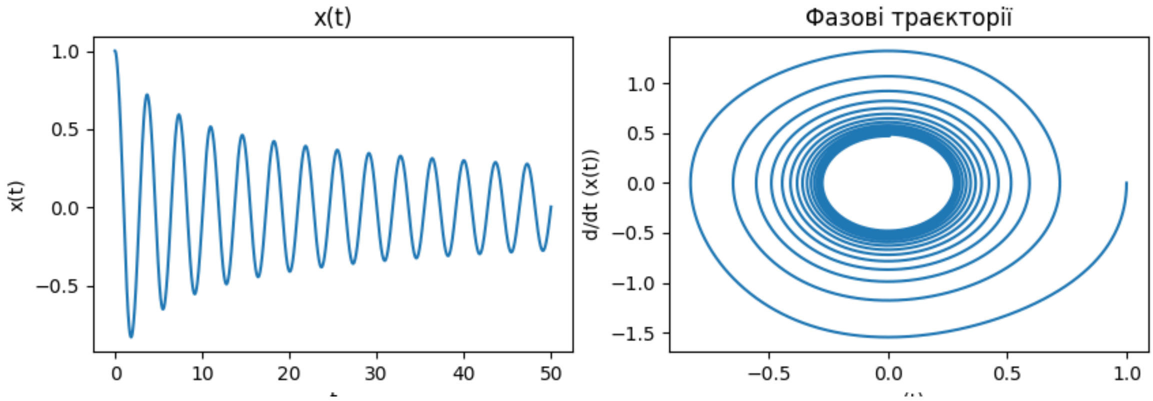

Рис. 2.8. Приклад

Дамо характиристику. Є загасаючими та гармонійними.

2.1.9. Приклад 9

Розглянемо систему за таких початкових умов: $\mu = 1, \beta = 3, \alpha = 1$.

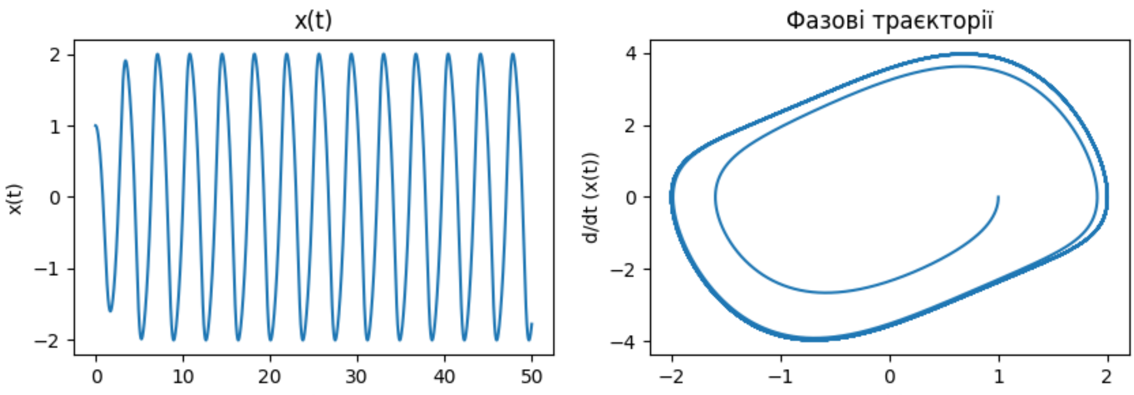

Рис. 2.9. Приклад

Дамо характиристику. Є незагасаючими та релаксаційними.

2.1.10. Приклад 10

Розглянемо систему за таких початкових умов: $\mu = 1, \beta = 3, \alpha = 10$.

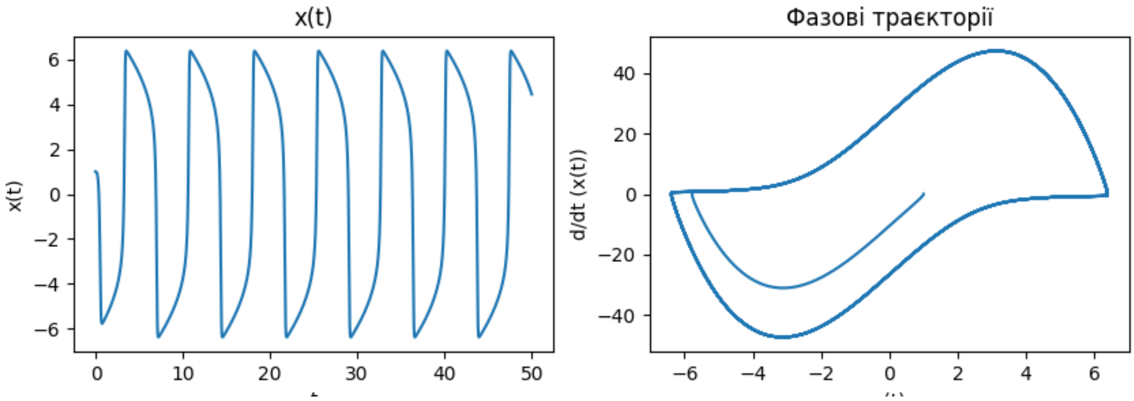

Рис. 2.10. Приклад

Дамо характиристику. Є незагасаючими та релаксаційними.

2.1.11. Приклад 11

Розглянемо систему за таких початкових умов: $\mu = 10, \beta = 3, \alpha = -10$.

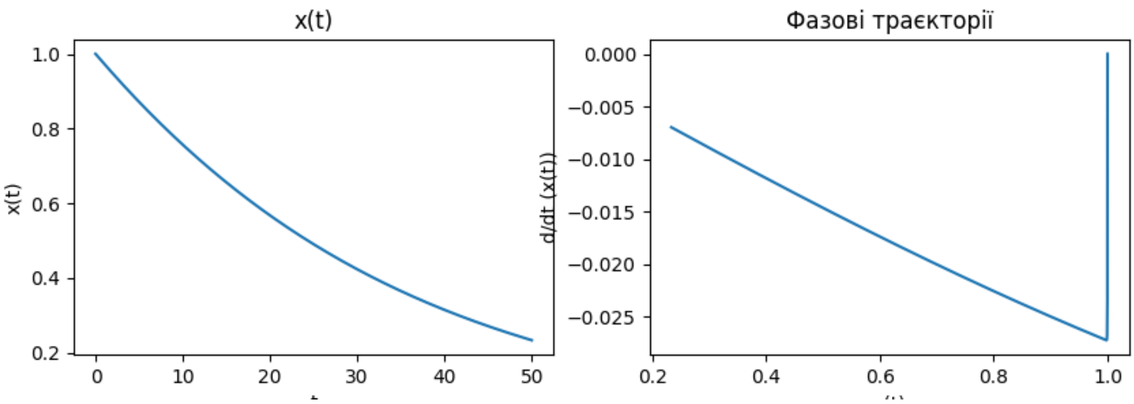

Рис. 2.11. Приклад

Дамо характиристику. Не є коливаннями.

2.1.12. Приклад 12

Розглянемо систему за таких початкових умов: $\mu = 10, \beta = 3, \alpha = -1$.

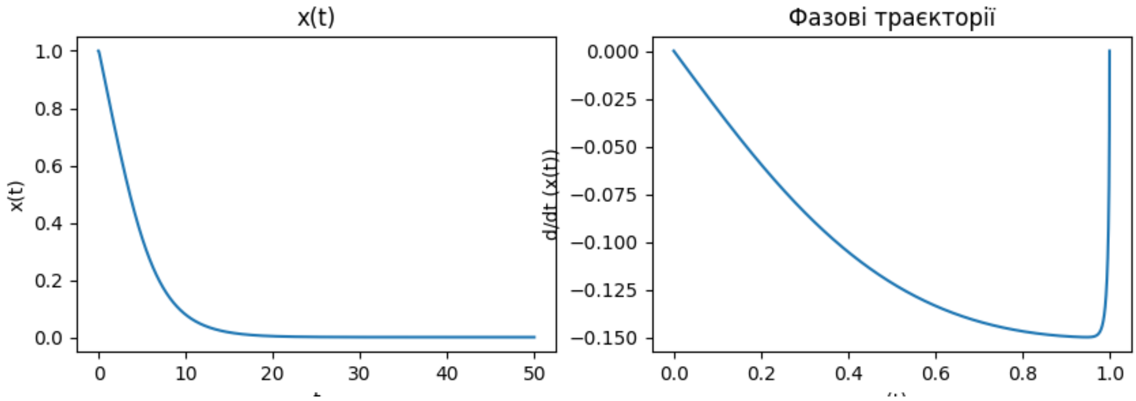

Рис. 2.12. Приклад

Дамо характиристику. Не є коливаннями.

2.1.13. Приклад 13

Розглянемо систему за таких початкових умов: $\mu = 10, \beta = 3, \alpha = 0$.

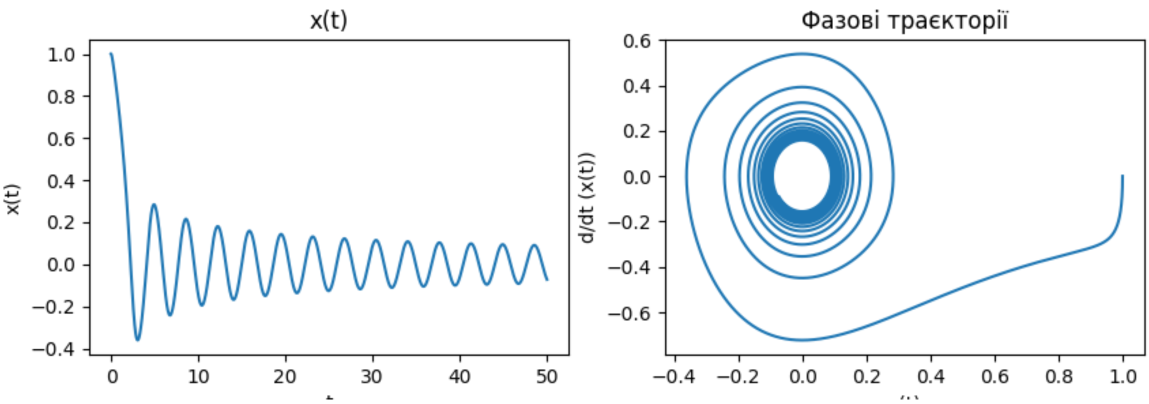

Рис. 2.13. Приклад

Дамо характиристику. Дамо характиристику. Є загасаючими та гармонійними.

2.1.14. Приклад 14

Розглянемо систему за таких початкових умов: $\mu = 10, \beta = 3, \alpha = 1$.

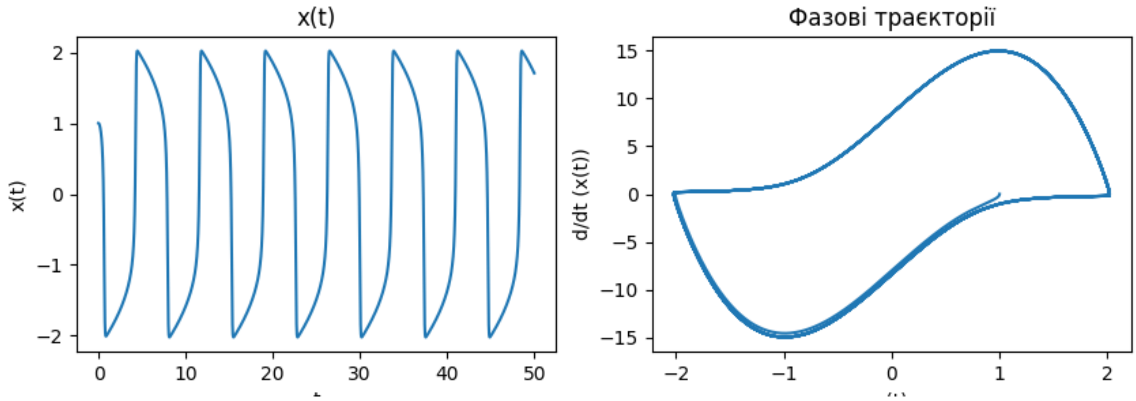

Рис. 2.14. Приклад

Дамо характиристику. Є незагасаючими та релаксаційними.

2.1.15. Приклад 15

Розглянемо систему за таких початкових умов: $\mu = 10, \beta = 3, \alpha = 10$.

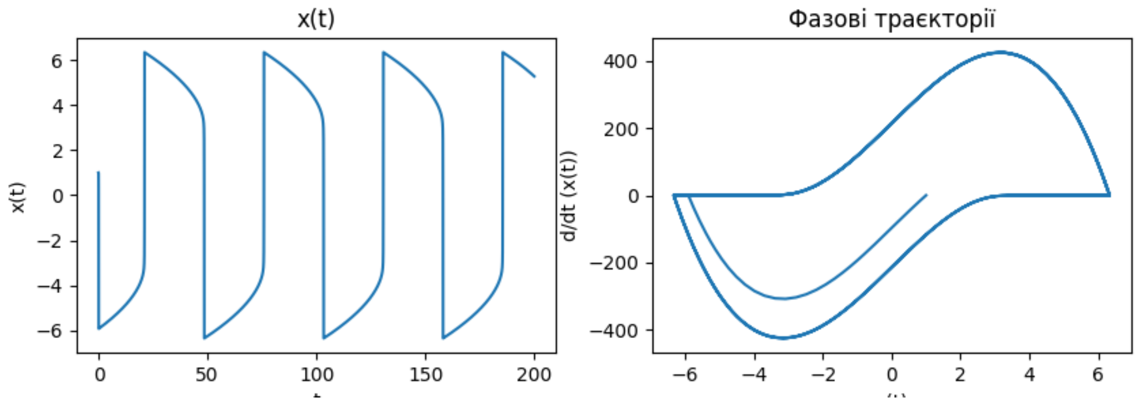

Рис. 2.15. Приклад

Дамо характиристику. Є незагасаючими та релаксаційними.

2.2. Пункт 3

2.2.1. Приклад 1

Розглянемо систему за таких початкових умов: $\mu = 1, \beta = 3, \alpha = 1$. Та подивимося як вона зміниться якщо задати різні початкові точки такі як: (1; 0) (10; 10) (-5, 3). Як можна побачити на малюнку нижче рис. 2.16, що початкома точка не впливає на форму коливань. І в даному випадку вони є незагасаючими та релаксаційними.

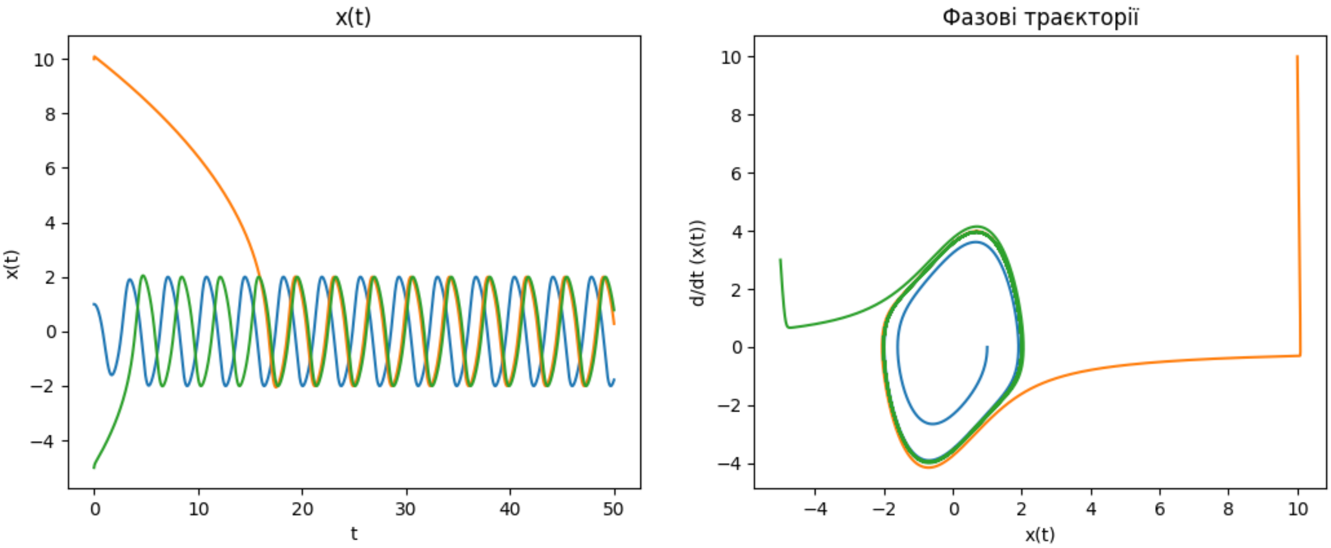

Рис. 2.16. Приклад для початковіх точок (1; 0) (10; 10) (-5, 3)

2.2.2. Приклад 2

Розглянемо систему за таких початкових умов: $\beta = 3, \alpha = 0, x_0(1;0)$. А μ будемо змінювати, таким чином можна побачити як працює μ. Тож розглянемо такі віпадки $\mu = 1; \mu = 3; \mu = 6;$. Як можна побачити на малюнку нижче рис. 2.17, що чим μ більше тим швидше згасають колевання.

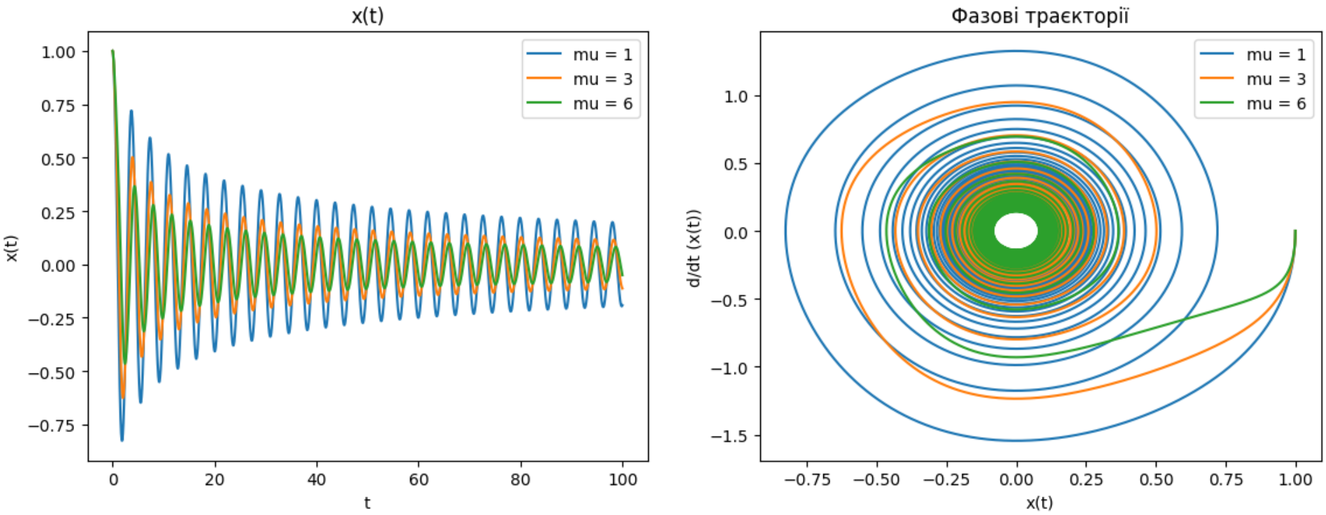

Рис. 2.17. Приклад для $\mu = 1; \mu = 3; \mu = 6;$

Глава 3

Висновок

У ході лабораторної роботи було побудована математична модель осцилятора Ван дер Поля, дослідженна модель із використанням комп'ютерного моделювання.

Глава 4

Код програми

4.1. main.py

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import odeint, solve_ivp

mu = 0
a = 0
b = 3
t = np.arange(0, 100, 0.001)

mu_list = [-10, -1, 0, 1, 10]
a_list = [-10, -1, 0, 1, 10]
mu_list = [1]
a_list = [0]

x0 = 1
y0 = 0


def latex_ex_section_pattern(mu, b, a, link):
    s1 = fr'            ␣          ␣   ␣     ␣            ␣      :␣\(\mu␣=␣{mu},␣\beta␣=␣{b},␣\alpha␣=␣{a}\).\\'
    s2 = r'\begin{figure}[h!]'
    s3 = r'\centering'
    s4 = r'\includegraphics[width=\textwidth]{lab3/' + link + '}'
    s5 = r'\caption{              }'
    s6 = r'\label{fig:ex1}'
    s7 = r'\end{figure}\\'
    s8 = '     ␣                   .␣har'

    l = [s1, s2, s3, s4, s5, s6, s7, s8]

```

```
    return '\n'.join(l)

def f(t, y):
    result = [
        y[1],
        mu * (a - y[0]**2) * y[1] - b * y[0],
    ]
    return np.array(result)


def set_title(title: str):
    plt.get_current_fig_manager().set_window_title(title)


def main():
    global mu, a
    for mu in mu_list:
        for a in a_list:
            # strfy = lambda x: f'_{abs(x)}' if x < 0 else str(x)
            # link = f'images/alpha_{strfy(a)}___mu_{strfy(mu)}.png'
            # print()
            # print()
            # print(latex_ex_section_pattern(mu, b, a, link))
            plt.figure(figsize=(10, 3))
            ax1 = plt.subplot(1, 2, 1)
            ax2 = plt.subplot(1, 2, 2)

            ax1.set_title('x(t)')
            ax1.set_xlabel('t')
            ax1.set_ylabel('x(t)')

            ax2.set_title('                 ')
            ax2.set_xlabel('x(t)')
            ax2.set_ylabel('d/dt (x(t))')

            set_title(f'alpha = {a}; mu = {mu}')
            y1 = odeint(f, [x0, y0], t, tfirst=True)
```

```
            mu = 3
            y2 = odeint(f, [x0, y0], t, tfirst=True)
            mu = 6
            y3 = odeint(f, [x0, y0], t, tfirst=True)

            ax1.plot(t, y1[:, 0], label=f'mu = {1}')
            ax2.plot(y1[:, 0], y1[:, 1], label=f'mu = {1}')

            ax1.plot(t, y2[:, 0], label=f'mu = {3}')
            ax2.plot(y2[:, 0], y2[:, 1], label=f'mu = {3}')

            ax1.plot(t, y3[:, 0], label=f'mu = {6}')
            ax2.plot(y3[:, 0], y3[:, 1], label=f'mu = {6}')

            # try:
            #     plt.savefig(f'alpha_{strfy(a)}___mu_{strfy(mu)}.png')
            # except:
            #     pass
            ax1.legend()
            ax2.legend()
            plt.show()
            # plt.clf()

if __name__ == '__main__':
    main()
```