

Лабораторна робота №5

Моделювання процесів конкурентної взаємодії

Мета роботи

Побудова математичної моделі двохсекторної економіки, дослідження моделі із використанням комп'ютерного моделювання

5.1 Інформаційний матеріал

Формалізація ігрової взаємодії тіньового та легального секторів економіки здійснюється з метою математичного моделювання та дослідження впливу параметрів, що характеризують податкову політику, на основні економічні показники. Структура досліджуваної системи представлена на рис. 5.1.

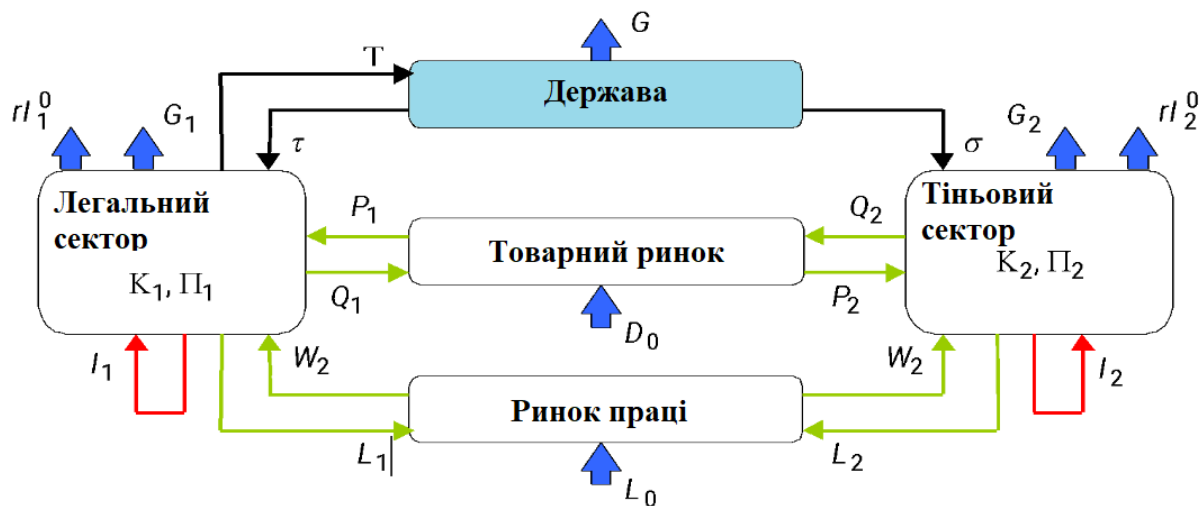


Рис. 5.1 - Структура двохсекторної моделі ігрової конкурентної взаємодії

У досліджуваній моделі економіки виділено два сектори – тіньовий та легальний, що виробляють однакову продукцію

(товари) та взаємодіють у режимі конкуренції на товарному ринку, де здійснюється продаж вироблених товарів за цінами, що визначаються відповідно до ринкових механізмів ціноутворення, та на ринку праці, де відбувається формування ціни на трудові ресурси (заробітної плати) відповідно до співвідношення попиту та пропозиції. Інтенсивність виробництва, у кожному із секторів визначається залученими трудовими і капітальними ресурсами (виробничими фондами), темпи зростання яких, своєю чергою, визначаються часткою прибутку, спрямованого на інвестиції для розвитку виробництва. Регулююча дія держави проявляється в управлінні податковими відрахуваннями з прибутку легального сектора відповідно до прийнятої норми оподаткування та норми відрахувань на пригнічення тіньового сектора.

5.1.1 Математична модель

Модель ігрової взаємодії будується на основі комплексу статичних і динамічних макроекономічних моделей, що включають блоки моделей виробництва, ціноутворення та формування переваг суб'єктів товарного ринку та ринку праці. Зазначені переваги, що визначаються на товарному ринку співвідношенням між обсягами продукції, випущеної кожним із секторів, і цінами на неї, що сформувалися, а на ринку праці – співвідношенням між попитом на робочу силу, що визначається відповідно до прийнятої стратегії формування трудових ресурсів і сформованими цінами на робочу силу, задають механізм ігрової конкурентної взаємодії тіньового та легального секторів.

Імітаційна математична модель складається з наступних основних блоків:

Легальний сектор

★ Блок, що описує формування прибутку легального сектора:

$$v\dot{\Pi}_1 = p_1\tilde{Q}_1 - w_1\tilde{L}_1 - \Pi_1, \quad \tilde{Q}_1 = \min(Q_1, D_1), \quad \tilde{L}_1 = \min(L_1, S_1), \quad (1)$$

де Π_1 - прибуток легального сектора, p_1 - ринкова ціна на продукт, Q_1 - обсяг виробництва (випуск продукції), w_1 - заробітна плата, D_1 - функція попиту на товар, L_1 - трудові ресурси, v - параметр, що характеризує інерційність процесу виробництва, S_1 - функція, що характеризує пропозицію трудових ресурсів на ринку праці.

★ Блок, що описує ціноутворення на товарному ринку під час продажу продукції, виробленої в легальному секторі:

$$\mu\dot{p}_1 = D_1(p_1) - Q_1, \quad (2)$$

де μ - коефіцієнт релаксації товарного ринку, що характеризує еластичність швидкості зміни ціни стосовно дисбалансу попиту та пропозиції.

★ Блок, що описує формування ціни на трудові ресурси, залучені до легального сектору:

$$\lambda\dot{w}_1 = L_1 - S_1(w_1), \quad (3)$$

де λ - коефіцієнт релаксації ринку праці.

★ Блок, що описує динаміку зміни капітальних ресурсів легального сектора:

$$\dot{K}_1 = -\delta K_1 + I_1, \quad (4)$$

де K_1 – капітальні ресурси (виробничі фонди), δ – коефіцієнт амортизації виробничих фондів, I_1 – інвестиції у виробництво.

★ Блок виробничої діяльності, який описується за допомогою виробничої функції Кобба-Дугласа:

$$Q_1 = A_0 K_1^\alpha L_1^{1-\alpha}, \quad (5)$$

де A_0 – параметр масштабу виробництва, α – коефіцієнт еластичності виробничої функції.

★ Блок, що описує формування попиту на трудові ресурси відповідно до стратегії максимізації прибутку:

$$L_1 = K_1 \left[(1-\alpha) A_0 \frac{p_1}{w_1} \right]^{\frac{1}{\alpha}}. \quad (6)$$

★ Блок, що описує формування попиту на товар:

$$D_1 = D_0 \exp[-\beta p_1] \cdot \frac{p_2}{p_1 + p_2}, \quad (7)$$

де β – еластичність функції попиту, p_2 – ринкова вартість товару тіньового сектора.

★ Блок, що описує пропозицію трудових ресурсів на ринку праці:

$$S_1 = L_0 [1 - \exp(-\gamma w_1)] \cdot \frac{w_1}{w_1 + w_2}, \quad (8)$$

де L_0 – рівень пропозиції, γ – коефіцієнт еластичності функції пропозиції, w_2 – заробітна плата в тіньовому секторі.

★ Блок, що описує формування інвестицій:

$$I_1 = (1 - \tau)(1 - \Theta)\Pi_1, \Theta = [1 + \alpha(\beta - 1)]^{-1}, \quad (9)$$

де τ – норма оподаткування, Θ – норма накопичення, що визначається з умови максимізації прибутку.

★ Блок, що описує формування доходу легального сектора:

$$G_1 = (1 - \tau) \cdot \Theta \Pi_1. \quad (10)$$

★ Блок, що описує формування доходу держави:

$$G = (1 - \sigma)\tau\Pi_1, T = \tau\Pi_1, \quad (11)$$

де G – дохід держави, T – обсяг податкових надходжень, σ – норма відрахувань на пригнічення тіньового сектора.

Тіньовий сектор

★ Блок, що описує формування прибутку:

$$\begin{aligned} \nu\dot{\Pi}_2 &= r(G)p_2\tilde{Q}_2 - w_2\tilde{L}_2 - \Pi_2, \quad r(G) = \exp(-\rho\sigma T) \\ \tilde{Q}_2 &= \min(Q_2, D_2), \quad \tilde{L}_2 = \min(L_2, S_2), \end{aligned} \quad (12)$$

де Π_2 – прибуток тіньового сектора, Q_2 – обсяг виробництва (випуск продукції) у тіньовому секторі, D_2 – функція попиту на товар, L_2 – трудові ресурси, залучені в тіньовий сектор, $r(G)$ – параметр, що характеризує зменшення прибутку, пов'язане з пригніченням тіньового сектора із боку держави, ρ – параметр функції, що характеризує рівень пригнічення, S_2 – функція, що характеризує пропозицію трудових ресурсів ринку праці.

- ★ Блок, що описує ціноутворення на товарному ринку під час продажу продукції, виробленої в тіньовому секторі:

$$\mu \dot{p}_2 = D_2(p_2) - Q_2. \quad (13)$$

- ★ Блок, що описує формування ціни на трудові ресурси, залучені до тіньового сектора:

$$\lambda \dot{w}_2 = L_2 - S_2(w_2). \quad (14)$$

- ★ Блок, що описує динаміку зміни капітальних ресурсів тіньового сектора:

$$\dot{K}_2 = -\delta K_2 + I_2, \quad (15)$$

де K_2 - капітальні ресурси (виробничі фонди), I_2 - інвестиції, залучені до тіньового сектора.

- ★ Блок виробничої діяльності, який описується за допомогою виробничої функції Кобба-Дугласа:

$$Q_2 = A_0 K_2^\alpha L_2^{1-\alpha}. \quad (16)$$

- ★ Блок, що описує формування попиту на трудові ресурси відповідно до стратегії максимізації прибутку:

$$L_2 = K_2 \left[(1-\alpha) A_0 \frac{p_2}{w_2} \right]^{\frac{1}{\alpha}}. \quad (17)$$

- ★ Блок, що описує формування попиту на товар:

$$D_2 = D_0 \exp[-\beta p_2] \cdot \frac{p_1}{p_1 + p_2}. \quad (18)$$

- ★ Блок, що описує пропозицію трудових ресурсів на ринку праці:

$$S_2 = L_0[1 - \exp(-\gamma w_2)] \cdot \frac{w_2}{w_1 + w_2}. \quad (19)$$

- ★ Блок, що описує формування інвестицій:

$$I_2 = (1 - \Theta)\Pi_2. \quad (20)$$

- ★ Блок, що описує формування доходу тіньового сектора:

$$G_2 = \Theta\Pi_2. \quad (21)$$

Метою моделювання є якісне дослідження впливу рівня оподаткування та інтенсивності пригнічення тіньового сектора на основні економічні показники, якими обрано:

- відносний обсяг виробництва у тіньовому $\frac{Q_2}{Q_1 + Q_2}$ та легальному $\frac{Q_1}{Q_1 + Q_2}$ секторі та коефіцієнт тінізації $\frac{Q_2}{Q_1}$;
- відносні доходи тіньового та легального секторів та держави;
- умовні ціни на товари, вироблені у кожному із секторів, та ціни залучених трудових ресурсів (рівні заробітних плат);
- відносні обсяги трудових ресурсів (стосовно їхнього рівня пропозиції);
- відносні обсяги виробничих фондів (стосовно їх початкових значень).

5.1.2 Вихідні дані до роботи

Задано:

★ математичну модель двохсекторної економіки (1-21);

★ значення параметрів моделі (1-21):

$$\alpha := 0.5 \quad \beta := 1.5 \quad \gamma := 1.5 \quad \delta := 0.1 \quad \nu := 5 \quad \mu := 20 \quad \lambda := 20 \quad \rho := 10$$

$$A_0 := 1 \quad L_0 := 1 \quad D_0 := 1 \quad \tau := 0.6 \quad \sigma := 0.5$$

★ початкові умови:

$$\begin{pmatrix} \Pi_1 \\ p_1 \\ w_1 \\ K_1 \\ \Pi_2 \\ p_2 \\ w_2 \\ K_2 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \\ 0.25 \\ 0.1 \\ 0 \\ 0.5 \\ 0.25 \\ 0.1 \end{pmatrix}$$

5.2 Програма виконання роботи

1. Знайти розв'язки системи (1-21), використовуючи чисельні методи розв'язання систем диференціальних рівнянь, за допомогою вбудованих функцій пакетів прикладних програм та отримати часові характеристики основних економічних показників для заданих параметрів моделі.
2. Вивести графіки динаміки основних економічних показників для обраних початкових значень.
3. Виконати моделювання й оцінити якісні зміни основних економічних показників, варіюючи норми оподаткування та норми відрахування на пригнічення тіньового сектора.

4. За результатами моделювання надати рекомендації щодо вибору раціональних норм оподаткування.
5. Усі результати, отримані в ході виконання роботи, занести до звіту. Зробити висновки.