

## Лабораторна робота №3

**Дослідження осцилятора Ван дер Поля**

## Мета роботи

Побудова математичної моделі осцилятора Ван дер Поля, дослідження моделі із використанням комп'ютерного моделювання

## 3.1 Інформаційний матеріал

Осцилятор<sup>1</sup> Ван дер Поля був запропонований голландським інженером та фізиком Бальтазаром Ван дер Полем, під час його роботи у компанії Philips. Ван дер Полем були знайдені стійкі коливання, які були названі релаксаційними, відомі як «граничні цикли».

Рівняння Ван дер Поля застосовується й у фізиці, й у біології. Так, наприклад, рівняння також було використано в сейсмології для моделювання геологічних розломів.

## 3.1.1 Математична модель

Осцилятор Ван дер Поля - осцилятор з нелінійним згасанням, що задається рівнянням

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \mu(\alpha - x^2)\frac{dx}{dt} + \beta x = 0, \quad (1)$$

де  $x$  — координата точки, яка залежить від часу,  $\mu$  — коефіцієнт, що характеризує нелінійність і силу згасання коливань,  $\alpha$  — Const,  $\beta$  — коефіцієнт пропорційності.

---

<sup>1</sup> <https://www.wolframalpha.com/input?i=Van+der+Pol+oscillator>

## 3.1.2 Вихідні дані до роботи

Задано:

★ модель осцилятора Ван дер Поля (1);

★ значення параметрів моделі (1):

$$\mu = 0, \pm 1, \pm 10;$$

$$\beta = \text{№ варіанта (1, 2, 3, 4);}$$

$$\alpha = 0, \pm 1, \pm 10 .$$

★ початкові умови:  $x_0 = (1, 0)^T$ .

## 3.2 Програма виконання роботи

1. Знайти розв'язки рівняння (1), використовуючи чисельні методи розв'язання диференціальних рівнянь, за допомогою вбудованих функцій пакетів прикладних програм та отримати часові характеристики коливань для заданих параметрів моделі.
2. Вивести графіки розв'язків у часі та у фазовому просторі для обраних початкових значень.
3. Виконати моделювання й оцінити поведінку осцилятора за різних значень параметрів, а також за різних початкових умов.
4. Надати характеристику отриманим коливанням (згасаючі або ні, гармонійні або релаксаційні, та ін.)
5. Усі результати, отримані в ході виконання роботи, занести до звіту. Зробити висновки.