МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ

Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут»
Кафедра КМАД

ЗВІТ З ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ №4

Виконав студент:

Омельніцький Андрій Миколайович
Група: КН-120А

Перевірила:

Ольга Василівна Костюк

Харків, 2023 г.

Зміст

Глава 1

Мета роботи

Побудова математичної моделі осцилятора Лоренца, дослідження моделі із використанням комп'ютерного моделювання.

Порядок виконання:

1. Знайти розв‘язки системи (1), використовуючи чисельні методи розв'язання систем диференціальних рівнянь, за допомогою вбудованих функцій пакетів прикладних програм та отримати часові характеристики коливань для заданих параметрів моделі.
2. Вивести графіки розв‘язків у часі та у фазовому просторі для обраних початкових значень.
3. Виконати моделювання й оцінити поведінку осцилятора за різних значень параметрів, а також за різних початкових умов.
4. Надати характеристику отриманим коливанням (за яких значень параметрів маємо "ефект метелика", за яких - автоколивання, за яких - хаос, та ін.).
5. Усі результати, отримані в ході виконання роботи, занести до звіту. Зробити висновки.

Глава 2

Основна частина

2.1. Пункти 1-2

Завдамо модель. Вона задається наступною нелінійною системою звичайних диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \sigma(y - x) \\ \dfrac{dy}{dt} = x(r - z) - y \\ \dfrac{dz}{dt} = xy - bz \end{cases} \tag{1}$$

Зобразимо графіки розв‘язків у часі та у фазовому просторі для наступных прикладыв при початкових умовах $(x, y, z)^T = (10, 10, 10)^T$.

2.1.1. Приклад 1

Якщо розглянуты систему при будь-яких значеннях σ та r $= 0$. То буде видно, що коливання швидко згасають.
Розглянемо систему за таких початкових умов: $\sigma = 10, r = 0, b = 3$.

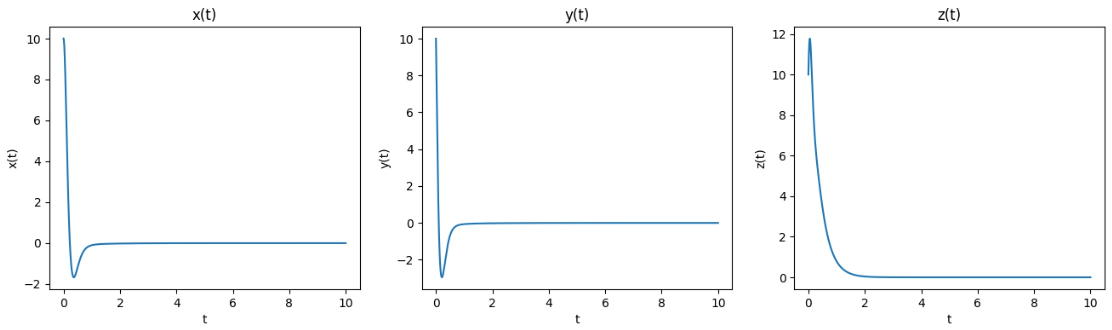

Рис. 2.1. Приклад. $(\sigma = 10, r = 0, b = 3)$

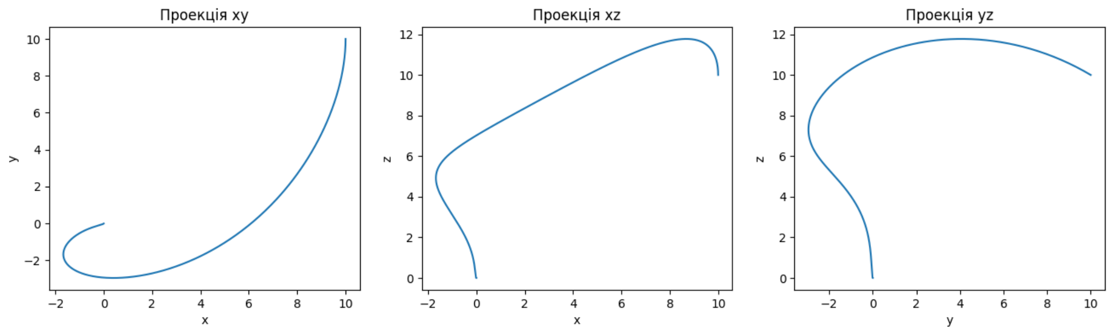

Рис. 2.2. У фазовому просторі. $(\sigma = 10, r = 0, b = 3)$

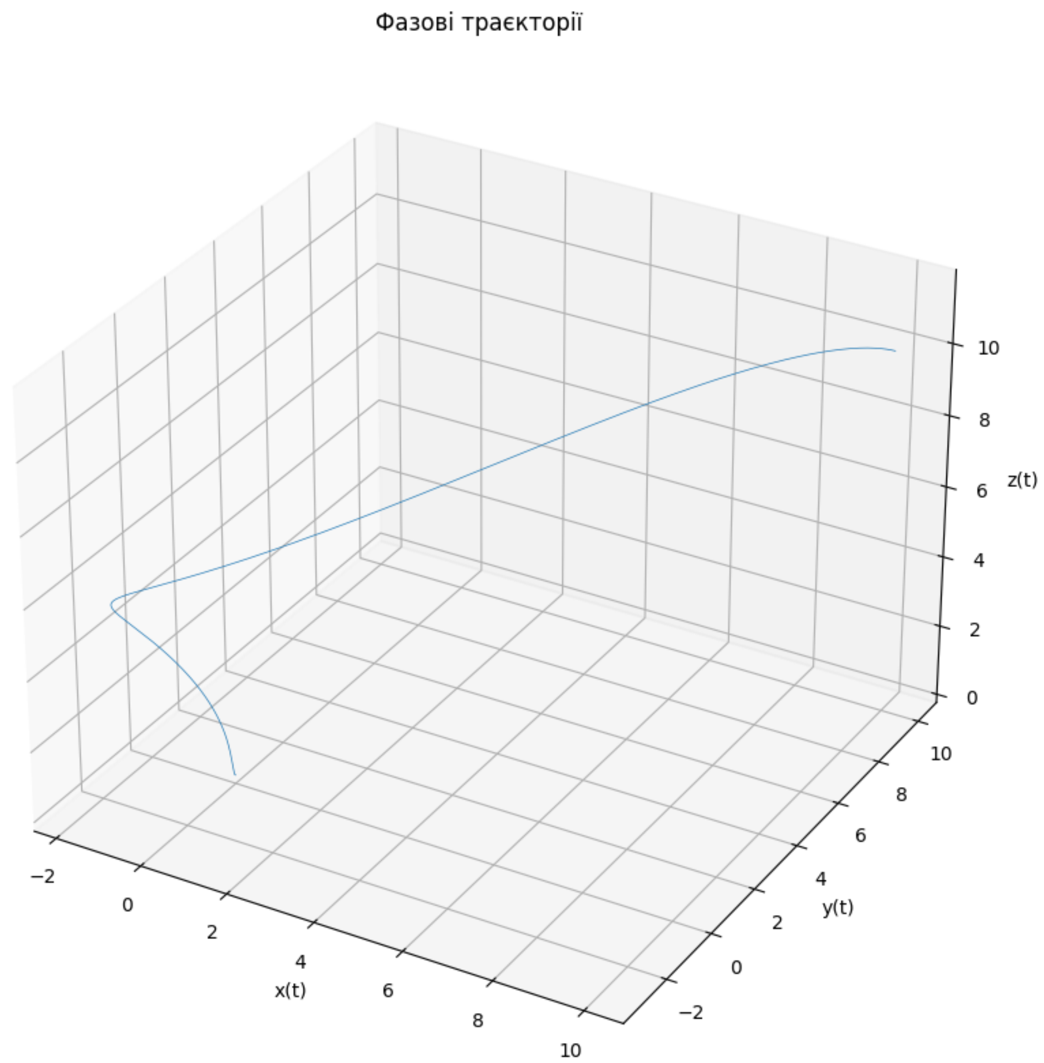

Рис. 2.3. У просторі. ($\sigma = 10, r = 0, b = 3$)

Розглянемо систему за таких початкових умов: $\sigma = 50, r = 0, b = 3$.

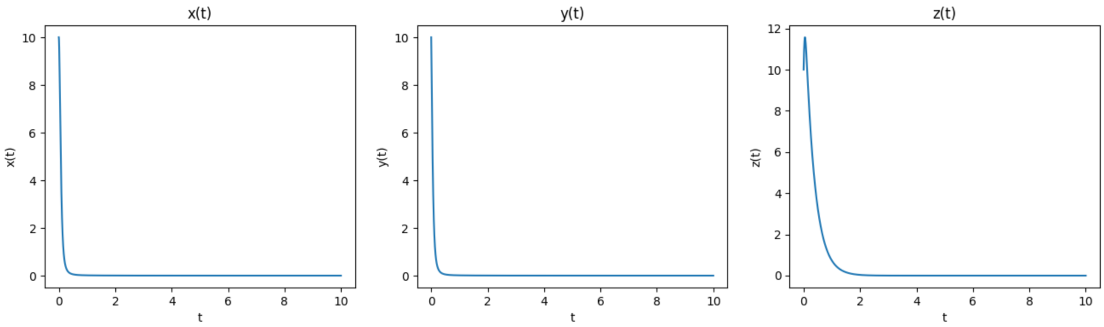

Рис. 2.4. Приклад. $(\sigma = 50, r = 0, b = 3)$

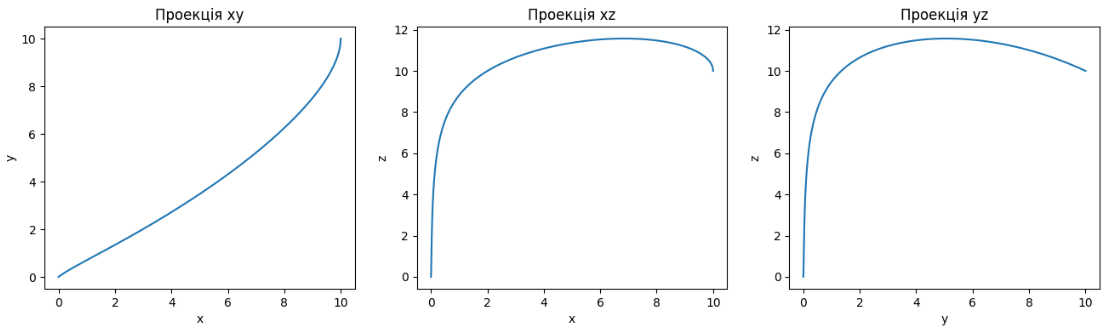

Рис. 2.5. У фазовому просторі. $(\sigma = 50, r = 0, b = 3)$

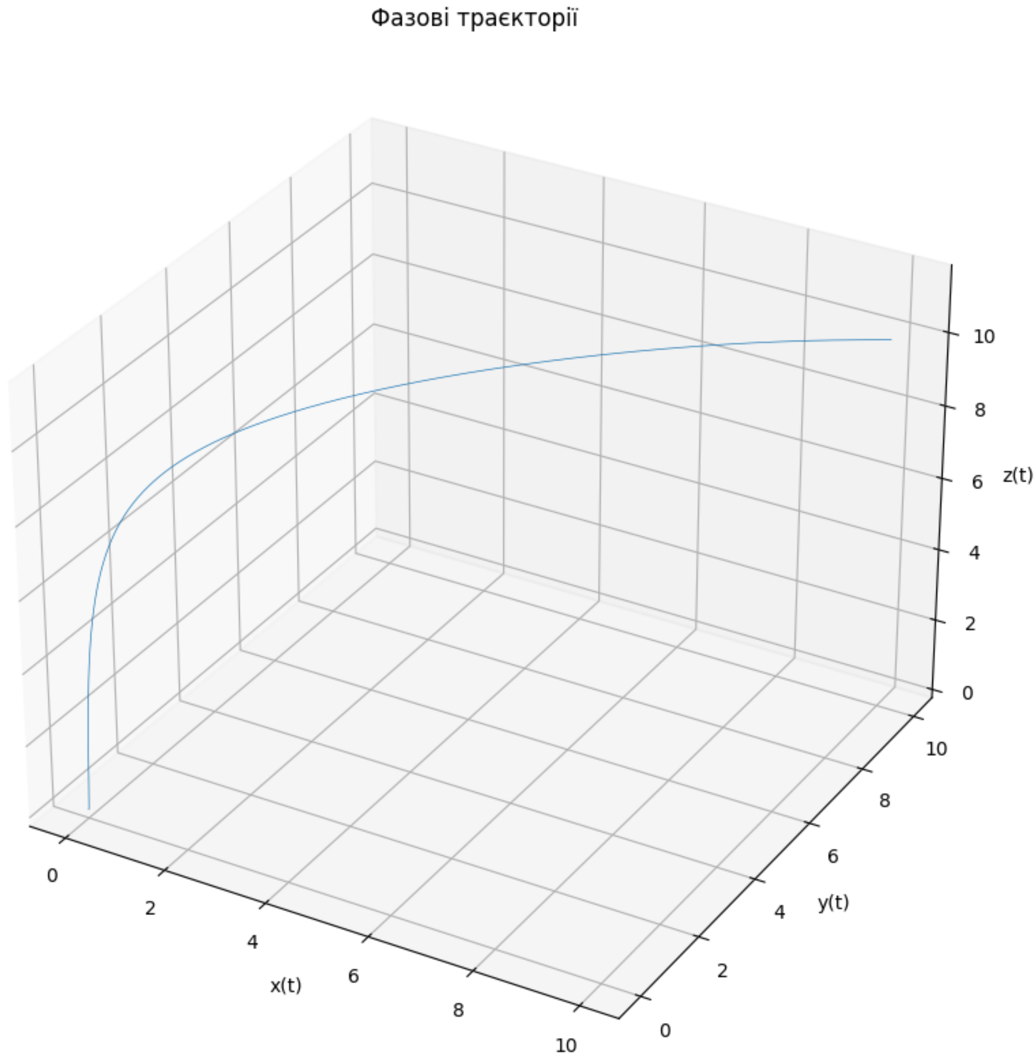

Рис. 2.6. У просторі. ($\sigma = 50, r = 0, b = 3$)

2.1.2. Приклад 2

Якщо розглянуты систему при будь-яких значеннях r та $\sigma = 0$. То буде видно, що у проекція yz фазової траєкторії будемо мати вид спіралі, а у інших пряму. А y(t) та z(t) з часом згасають, що й видно на проекції.
Розглянемо систему за таких початкових умов: $\sigma = 0, r = 10, b = 3$.

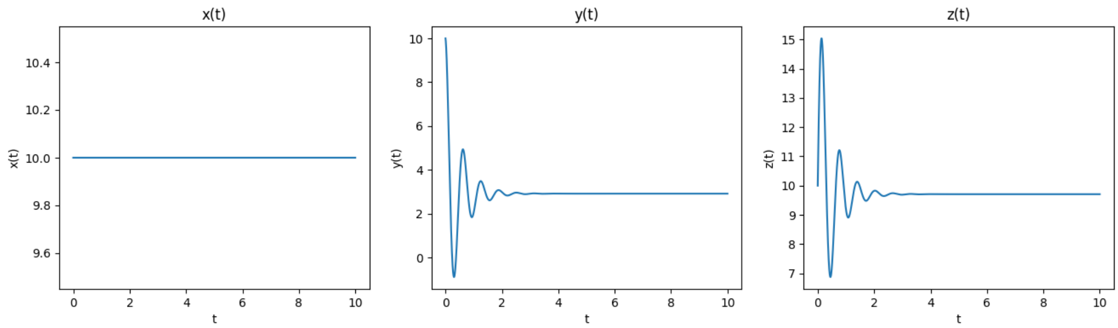

Рис. 2.7. Приклад. $(\sigma = 0, r = 10, b = 3)$

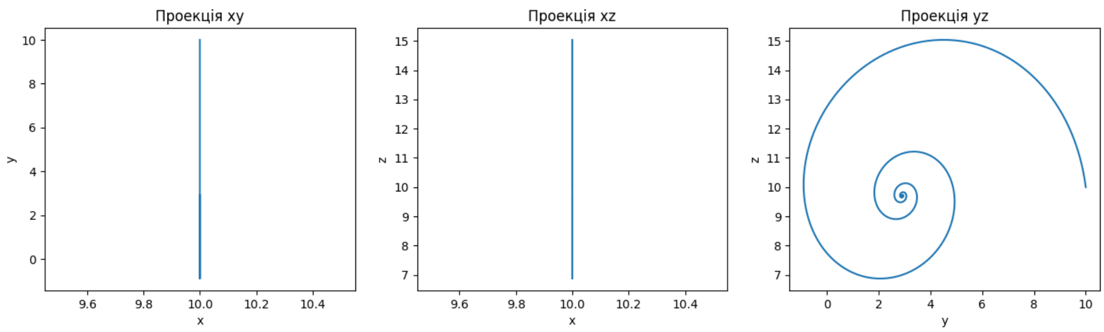

Рис. 2.8. У фазовому просторі. $(\sigma = 0, r = 10, b = 3)$

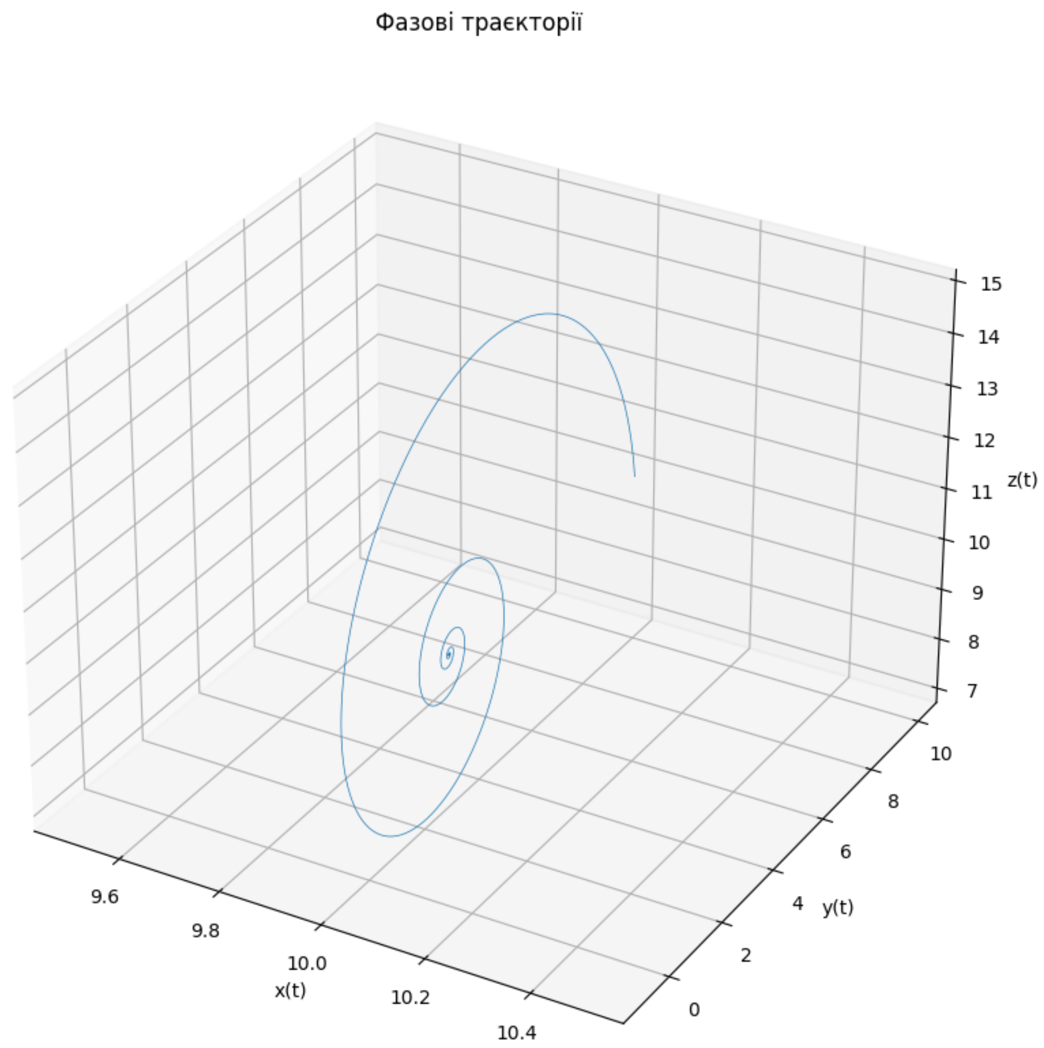

Рис. 2.9. У просторі. $(\sigma = 0, r = 10, b = 3)$

Розглянемо систему за таких початкових умов: $\sigma = 0, r = 50, b = 3$.

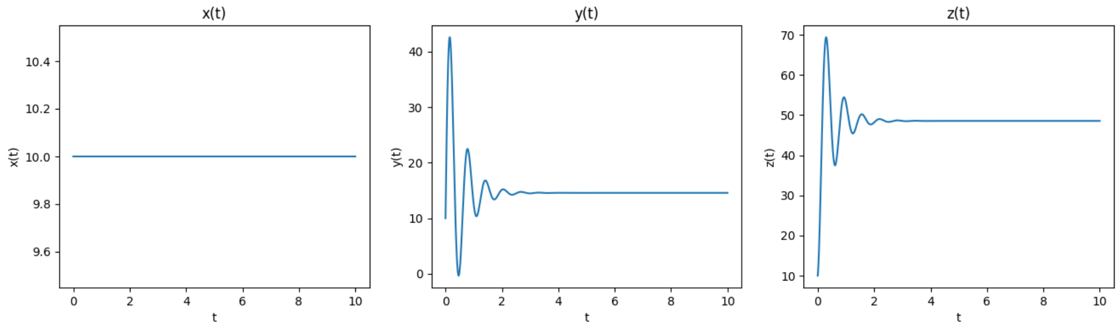

Рис. 2.10. Приклад. $(\sigma = 0, r = 50, b = 3)$

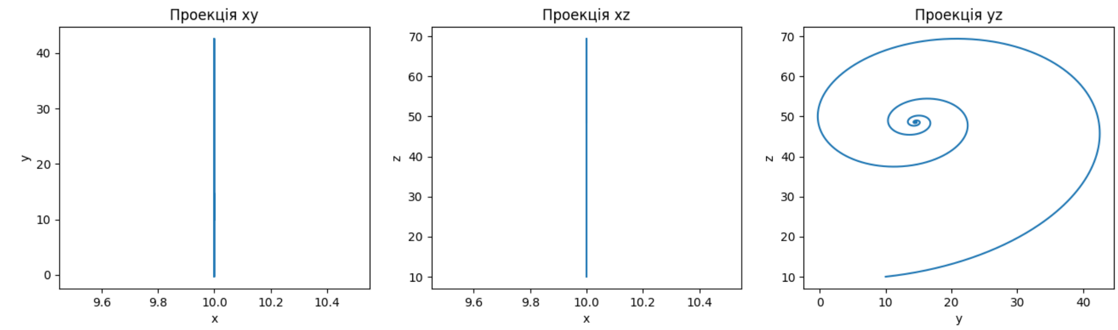

Рис. 2.11. У фазовому просторі. $(\sigma = 0, r = 50, b = 3)$

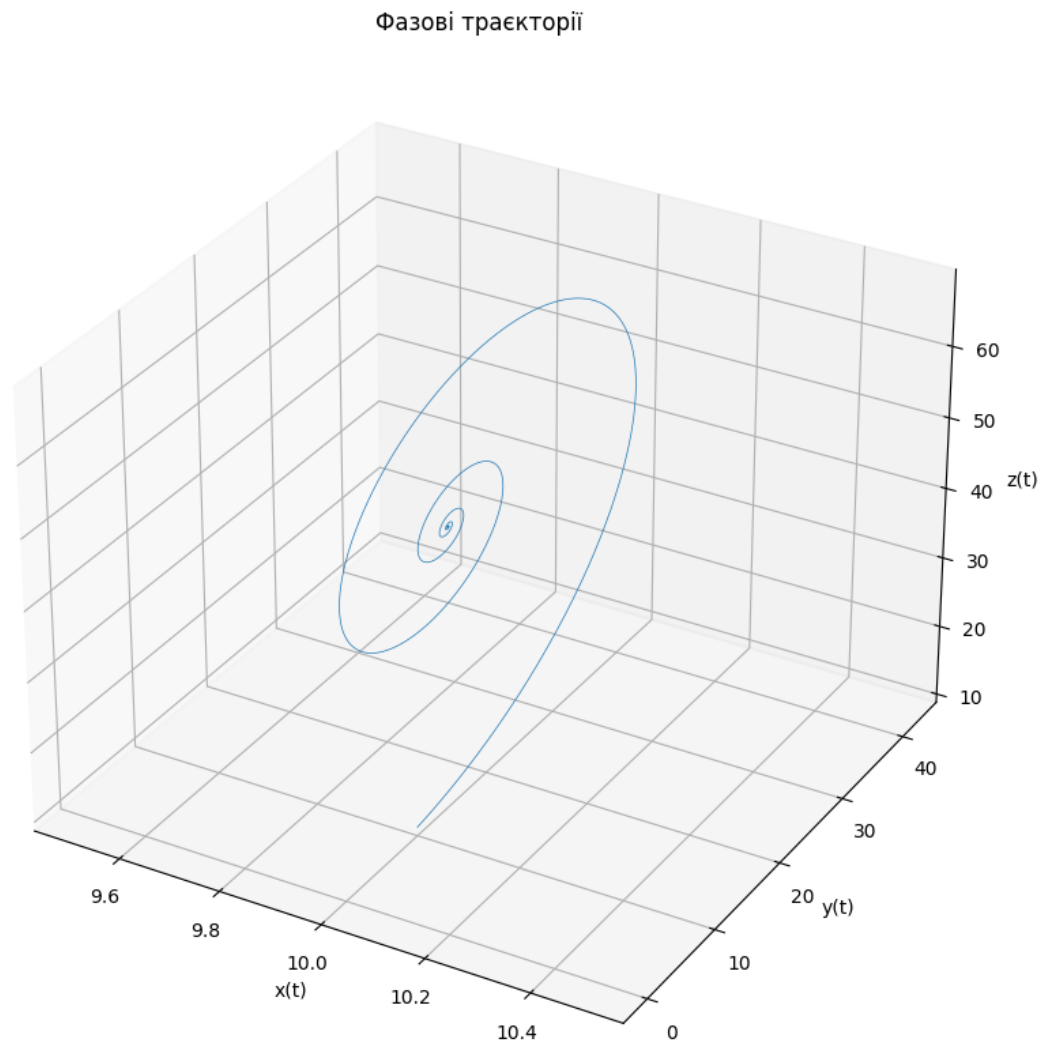

Рис. 2.12. У просторі. ($\sigma = 0, r = 50, b = 3$)

2.1.3. Приклад 3

Також при деякиз наченнях параметрів σ та r я отримаємо сріраль у фазовому просторі.
Розглянемо систему за таких початкових умов: $\sigma = 10, r = 10, b = 3$.

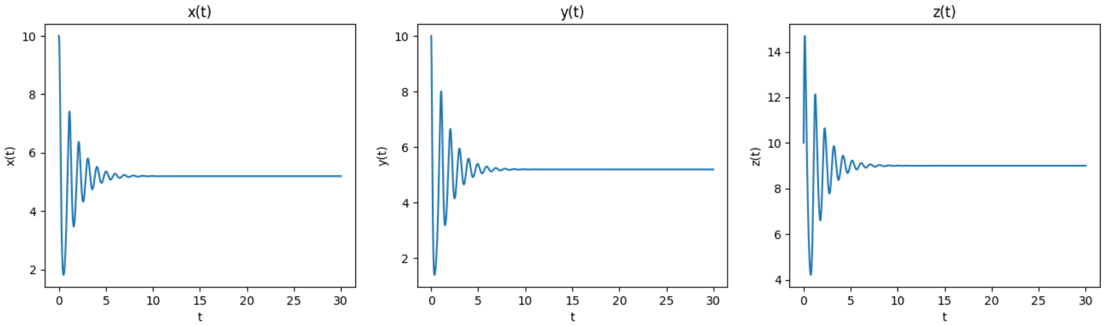

Рис. 2.13. Приклад. $(\sigma = 10, r = 10, b = 3)$

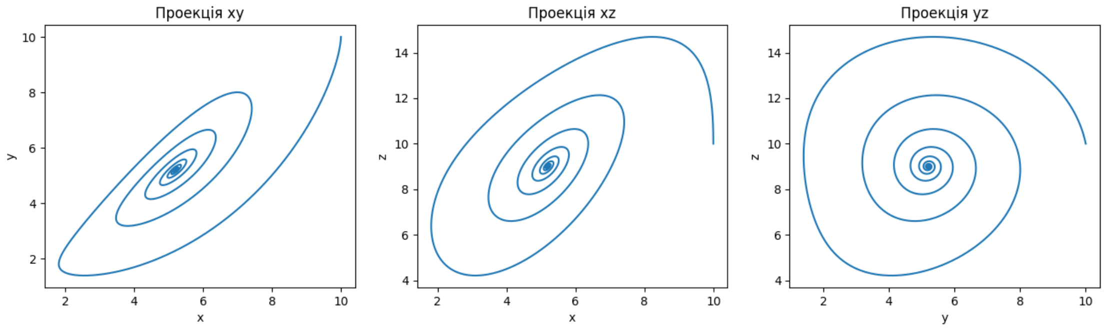

Рис. 2.14. У фазовому просторі. $(\sigma = 10, r = 10, b = 3)$

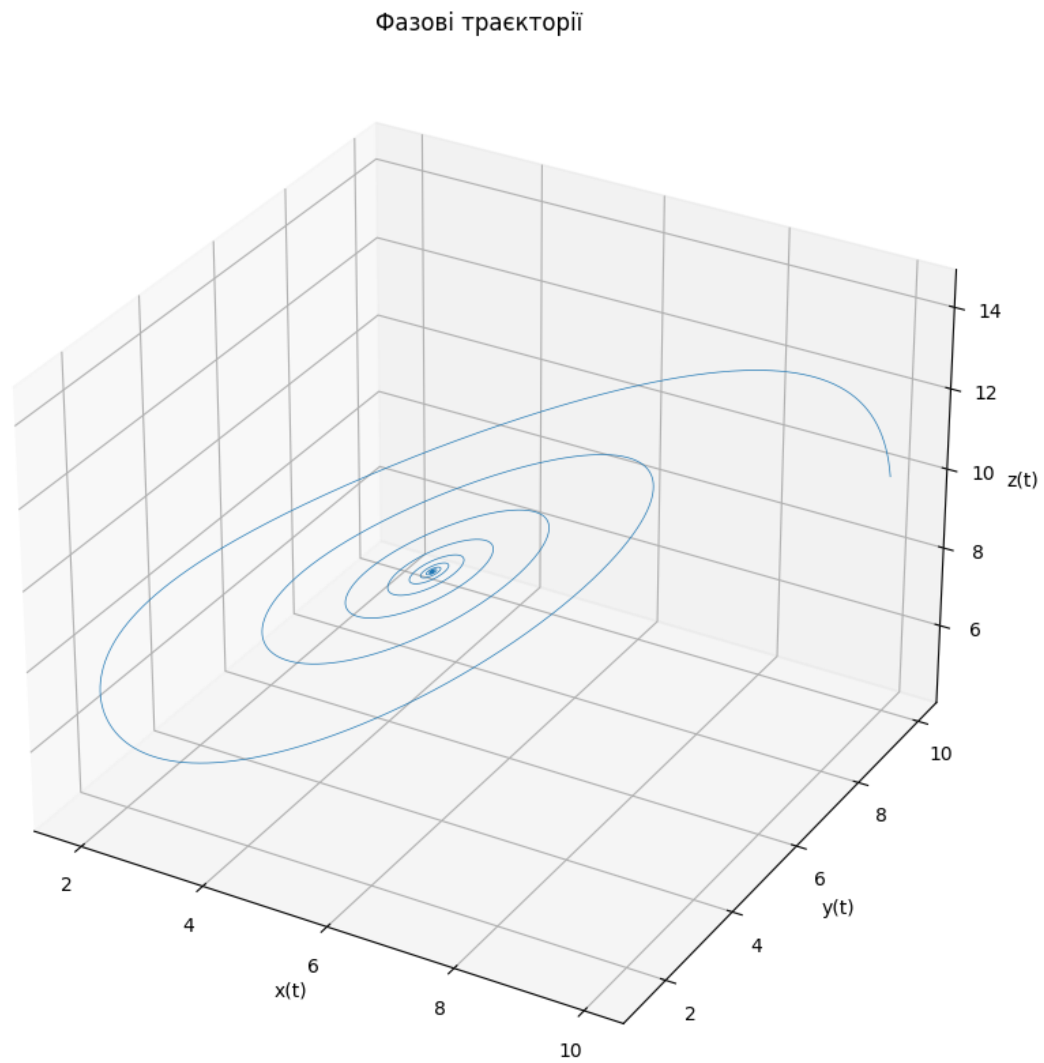

Рис. 2.15. У просторі. ($\sigma = 10, r = 10, b = 3$)

Розглянемо систему за таких початкових умов: $\sigma = 30, r = 20, b = 3$.

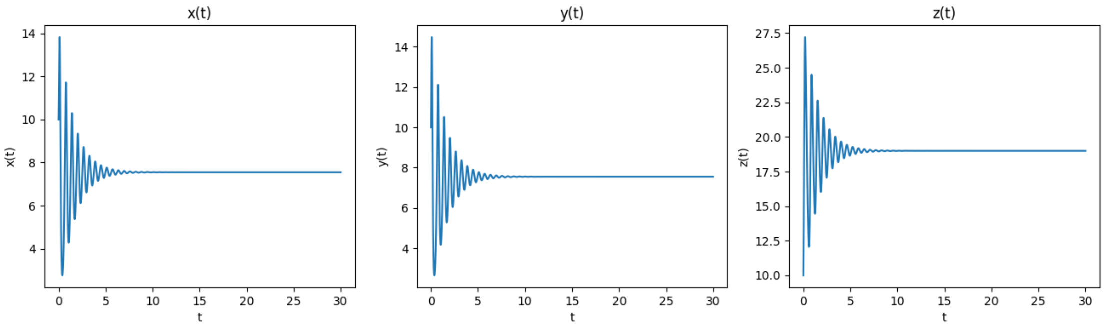

Рис. 2.16. Приклад. $(\sigma = 30, r = 20, b = 3)$

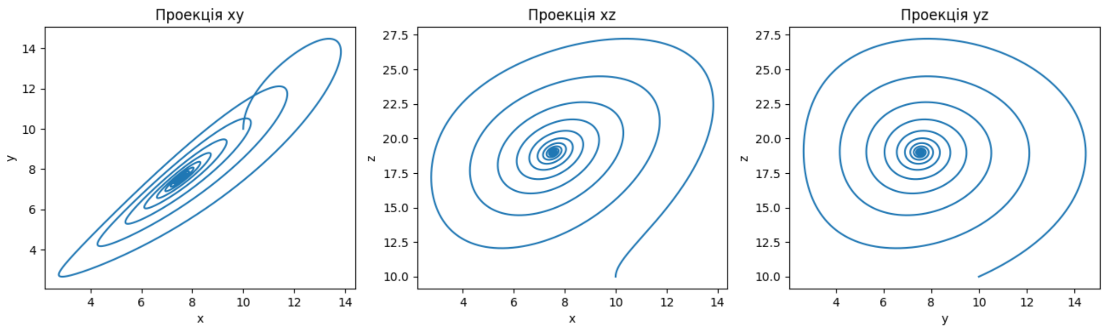

Рис. 2.17. У фазовому просторі. $(\sigma = 30, r = 20, b = 3)$

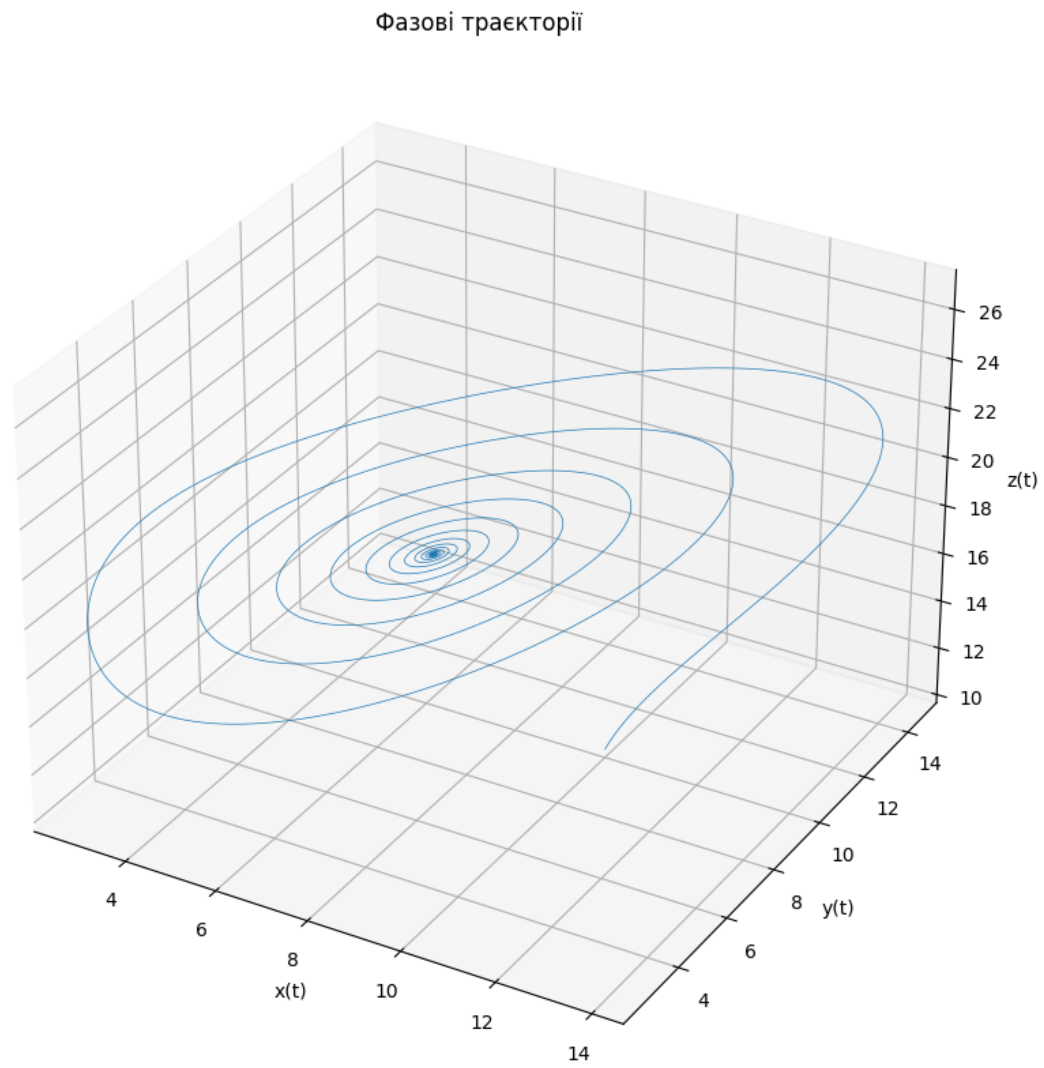

Рис. 2.18. У просторі. ($\sigma = 30, r = 20, b = 3$)

2.1.4. Приклад 4

При інших значеннях параметрів σ та r я отримаємо, що фазові криві мають вигляд ефекту метелика.
Розглянемо систему за таких початкових умов: $\sigma = 30, r = 40, b = 3$.

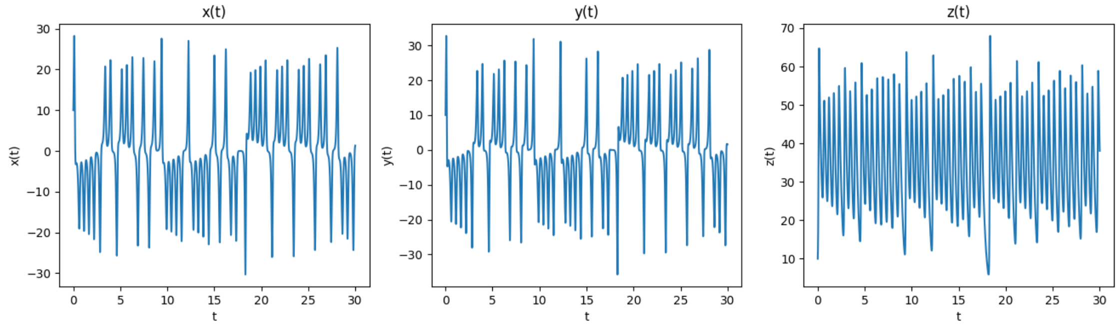

Рис. 2.19. Приклад. ($\sigma = 30, r = 40, b = 3$)

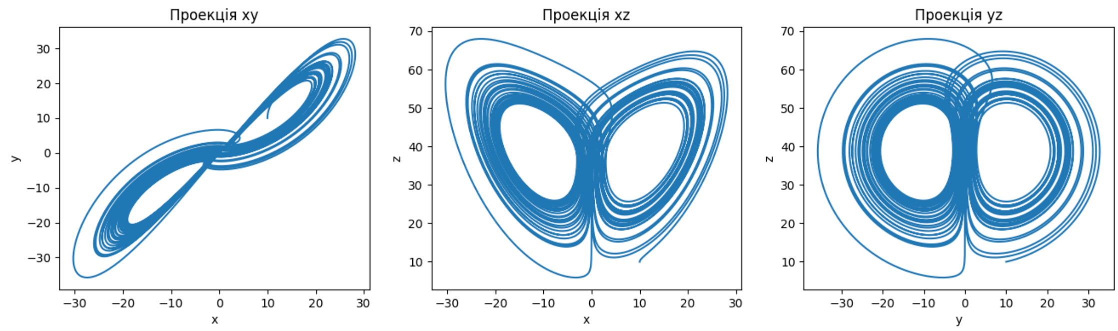

Рис. 2.20. У фазовому просторі. ($\sigma = 30, r = 40, b = 3$)

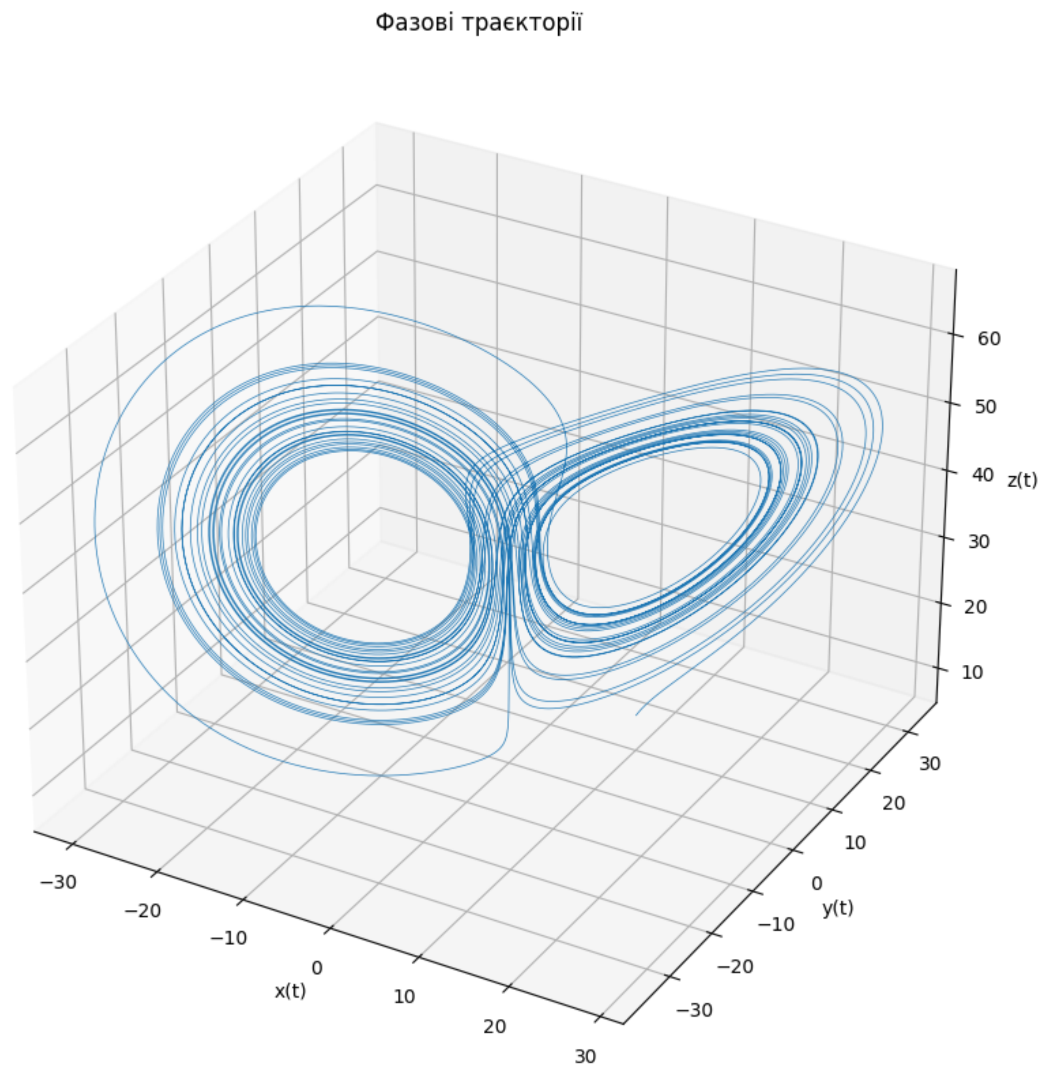

Рис. 2.21. У просторі. ($\sigma = 30, r = 40, b = 3$)

Розглянемо систему за таких початкових умов: $\sigma = 20, r = 30, b = 3$.

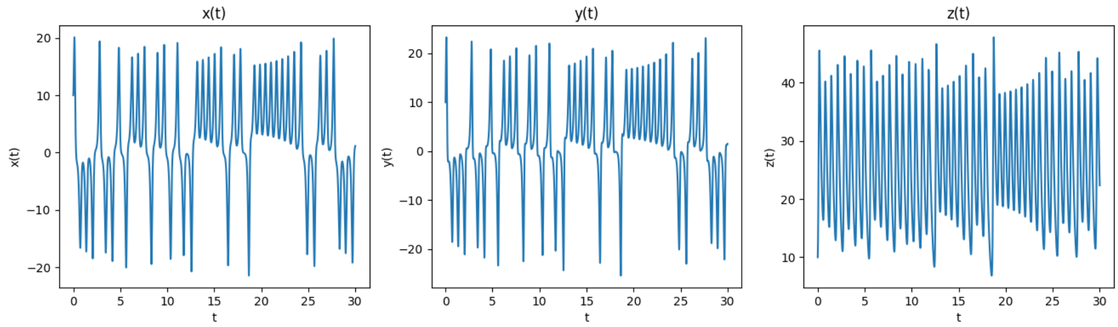

Рис. 2.22. Приклад. $(\sigma = 20, r = 30, b = 3)$

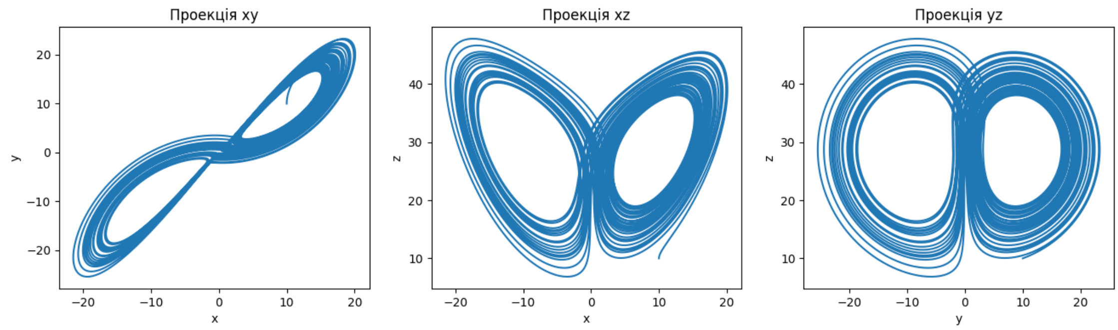

Рис. 2.23. У фазовому просторі. $(\sigma = 20, r = 30, b = 3)$

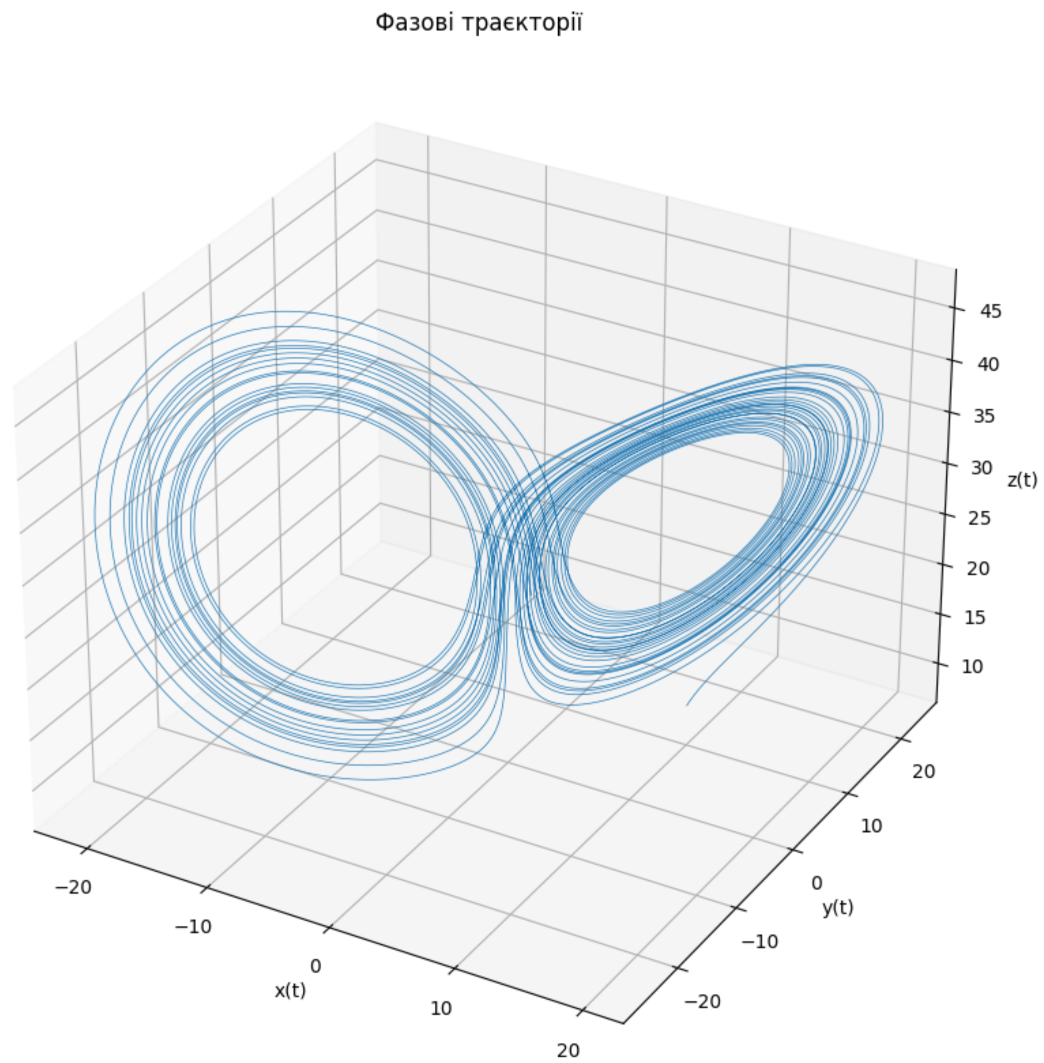

Рис. 2.24. У просторі. ($\sigma = 20, r = 30, b = 3$)

Розглянемо систему за таких початкових умов: $\sigma = 10, r = 50, b = 3$.

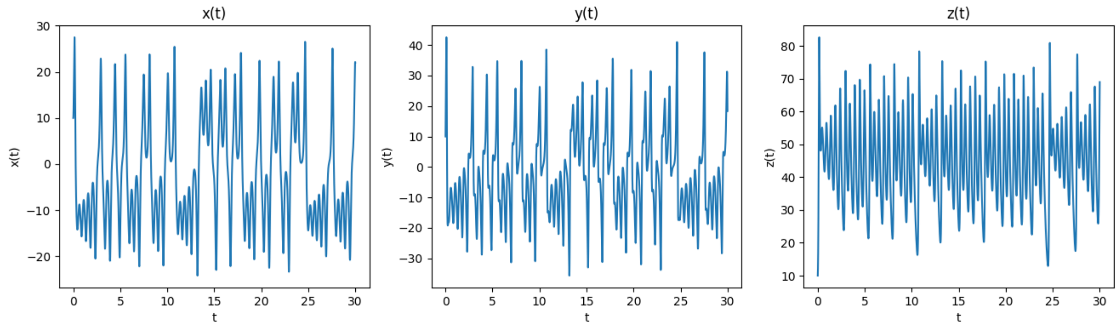

Рис. 2.25. Приклад. $(\sigma = 10, r = 50, b = 3)$

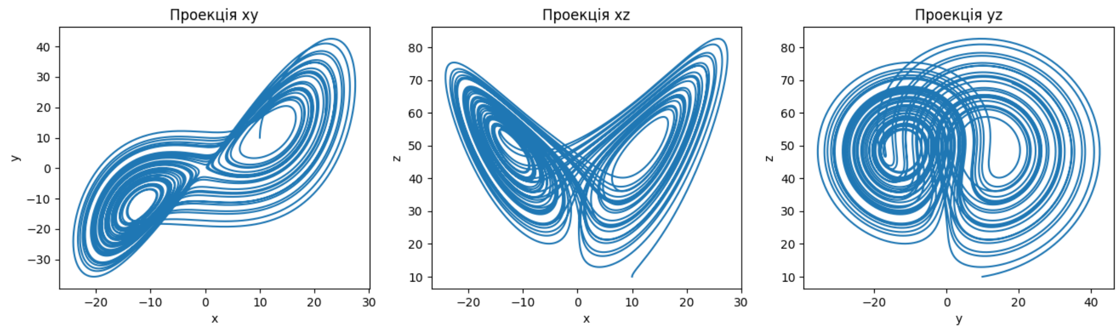

Рис. 2.26. У фазовому просторі. $(\sigma = 10, r = 50, b = 3)$

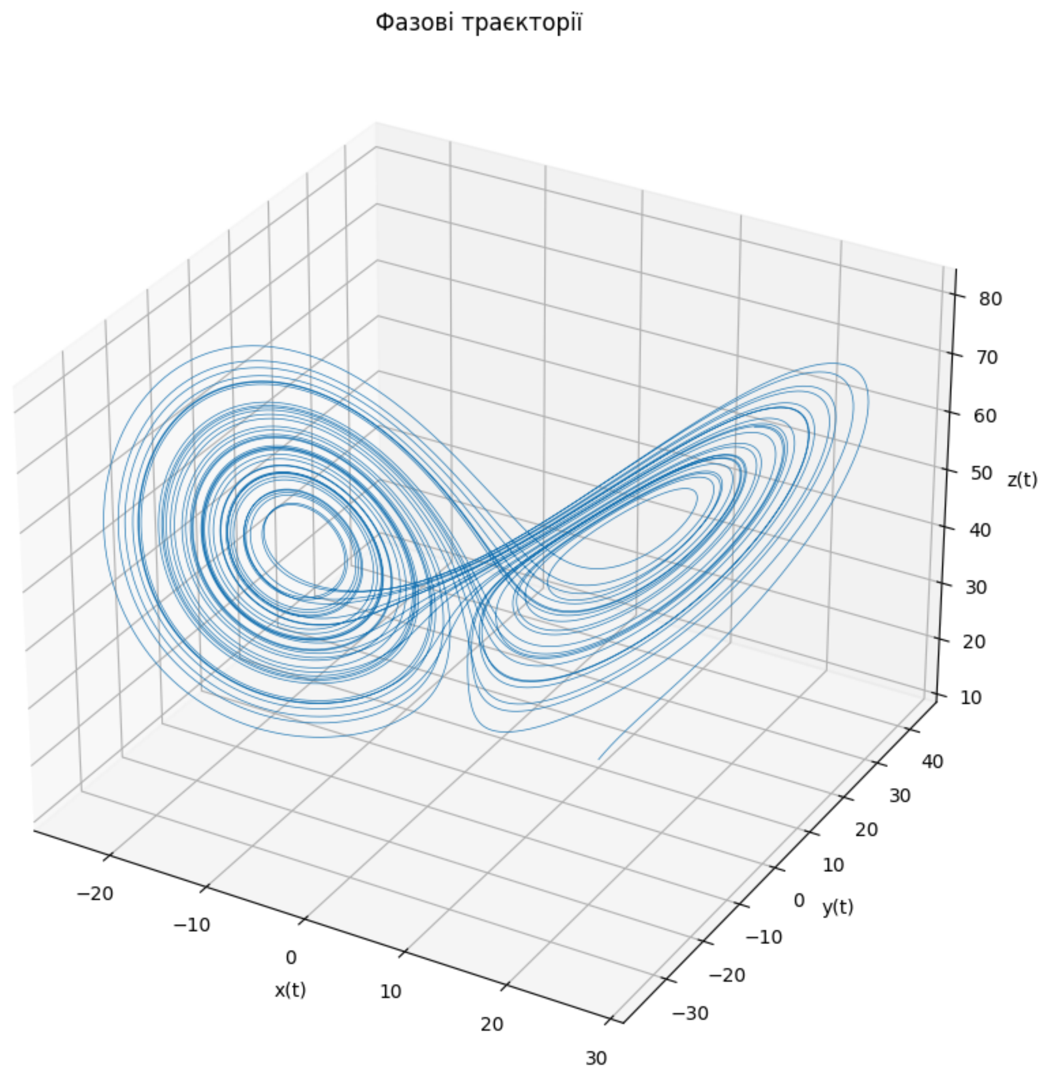

Рис. 2.27. У просторі. $(\sigma = 10, r = 50, b = 3)$

2.2. Пункт 3

2.2.1. Приклад 1

Розглянемо систему за таких початкових умов: $\sigma = 10, r = 50, b = 3$. Та подивимося як вона зміниться якщо задати різні початкові точки такі як: $(x, y, z)^T = (10, 10, 10)^T$, $(x, y, z)^T = (100, 100, 10)^T$, $(x, y, z)^T = (10, 100, 100)^T$. Як можна побачити на малюнках нижче, що початкома точка не впливає на форму коливань фазовіх траєкторій.
Розглянемо систему за початкової точки: $(x, y, z)^T = (10, 10, 10)^T$.

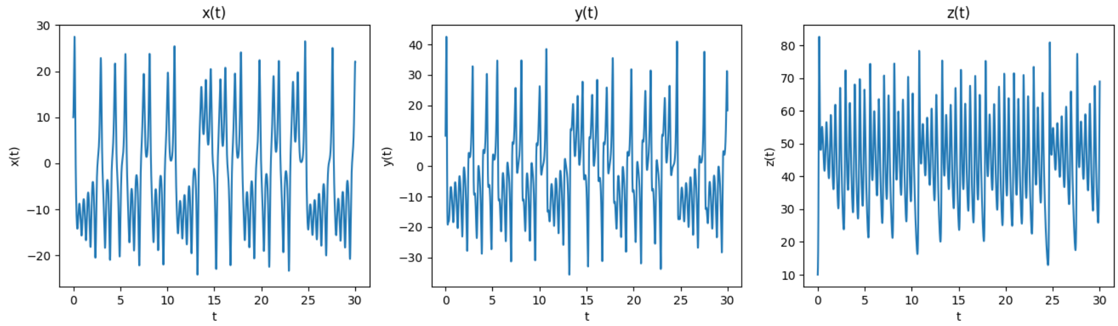

Рис. 2.28. Приклад. $(\sigma = 10, r = 50, b = 3)$

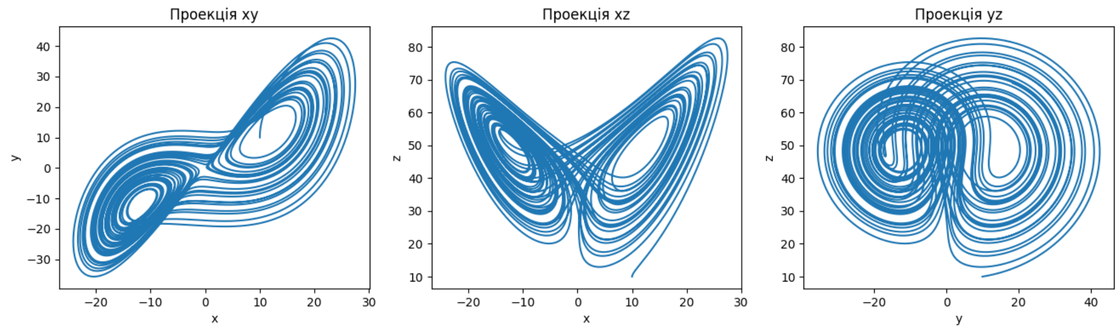

Рис. 2.29. У фазовому просторі. $(\sigma = 10, r = 50, b = 3)$

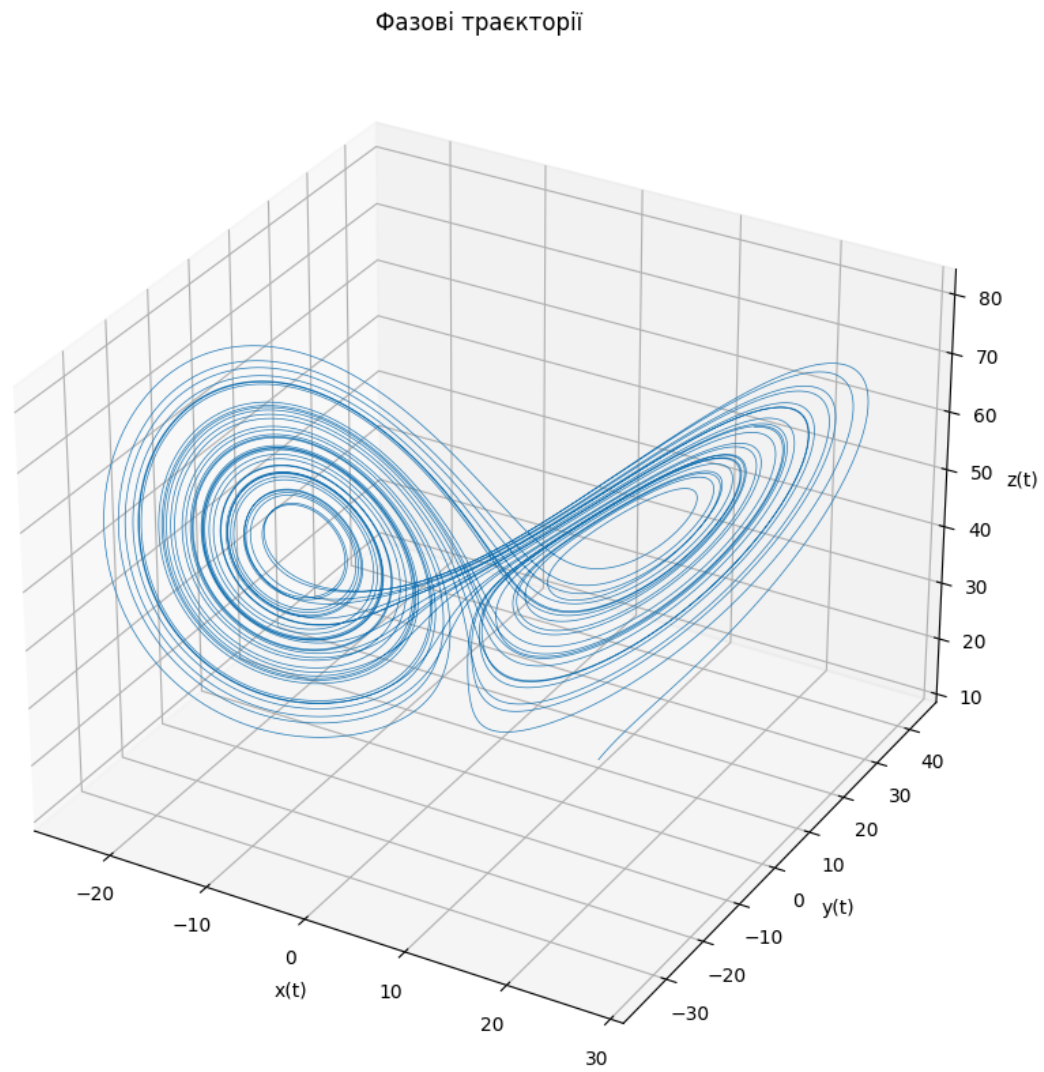

Рис. 2.30. У просторі. ($\sigma = 10, r = 50, b = 3$)

Розглянемо систему за початкової точки: $(x, y, z)^T = (100, 100, 10)^T$.

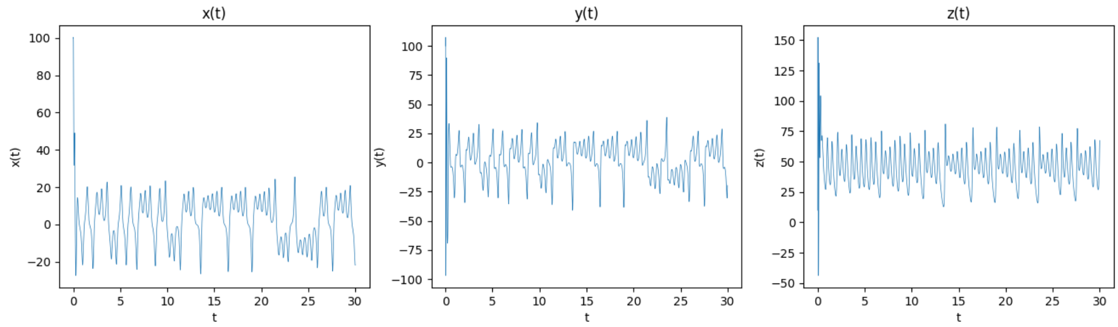

Рис. 2.31. Приклад. $(\sigma = 10, r = 50, b = 3)$

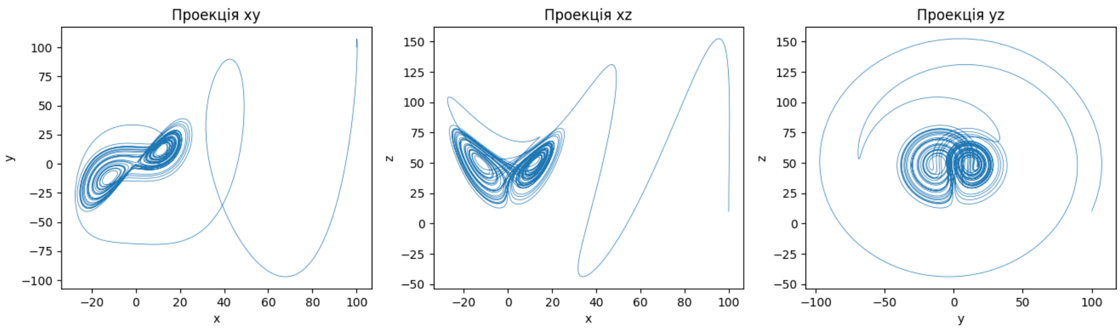

Рис. 2.32. У фазовому просторі. $(\sigma = 10, r = 50, b = 3)$

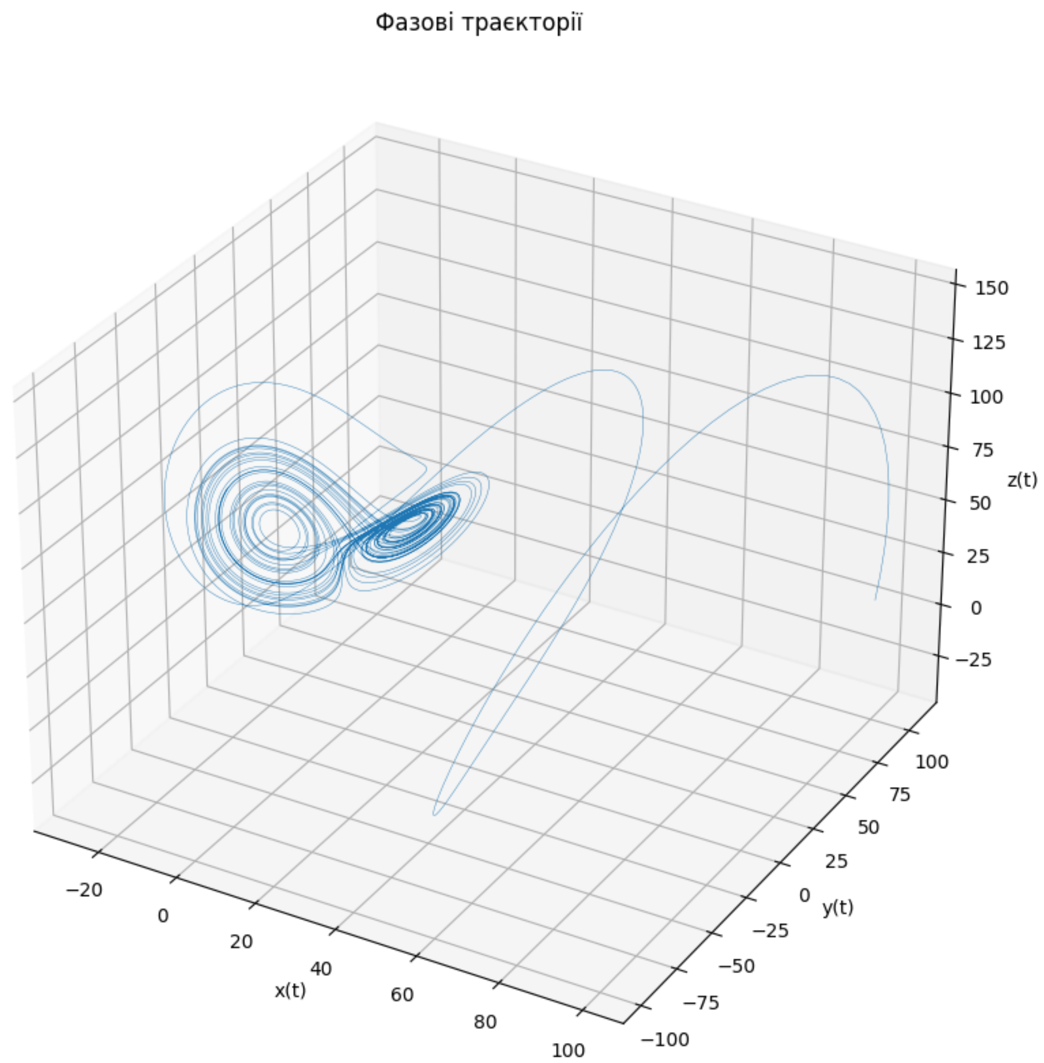

Рис. 2.33. У просторі. ($\sigma = 10, r = 50, b = 3$)

Розглянемо систему за початкової точки: $(x, y, z)^T = (100, 100, 10)^T$.

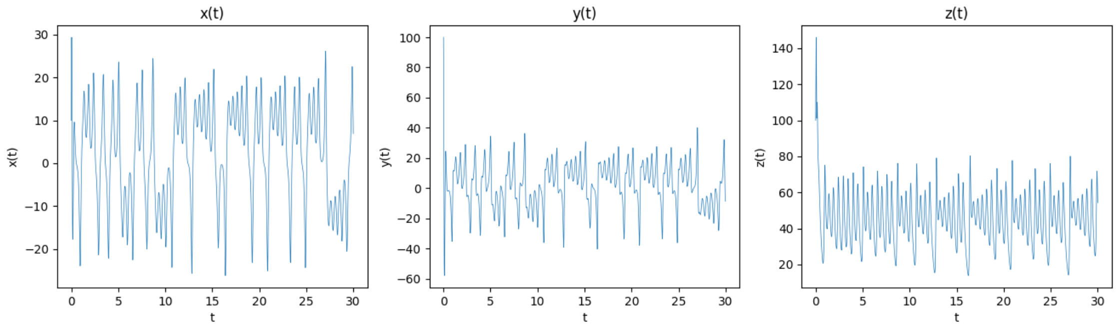

Рис. 2.34. Приклад. $(\sigma = 10, r = 50, b = 3)$

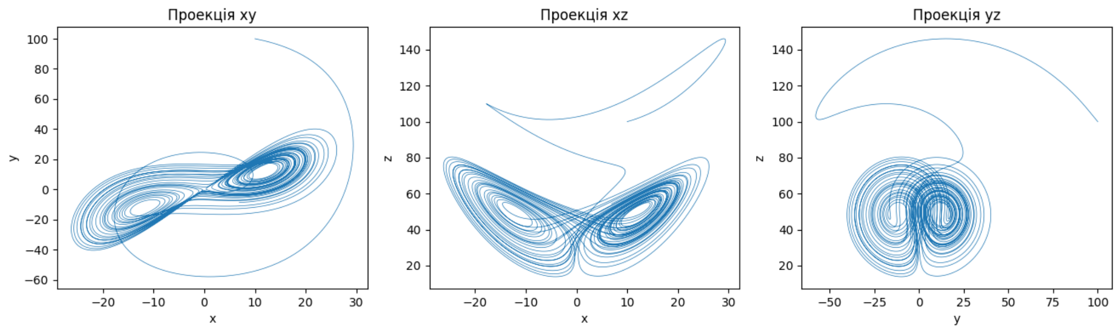

Рис. 2.35. У фазовому просторі. $(\sigma = 10, r = 50, b = 3)$

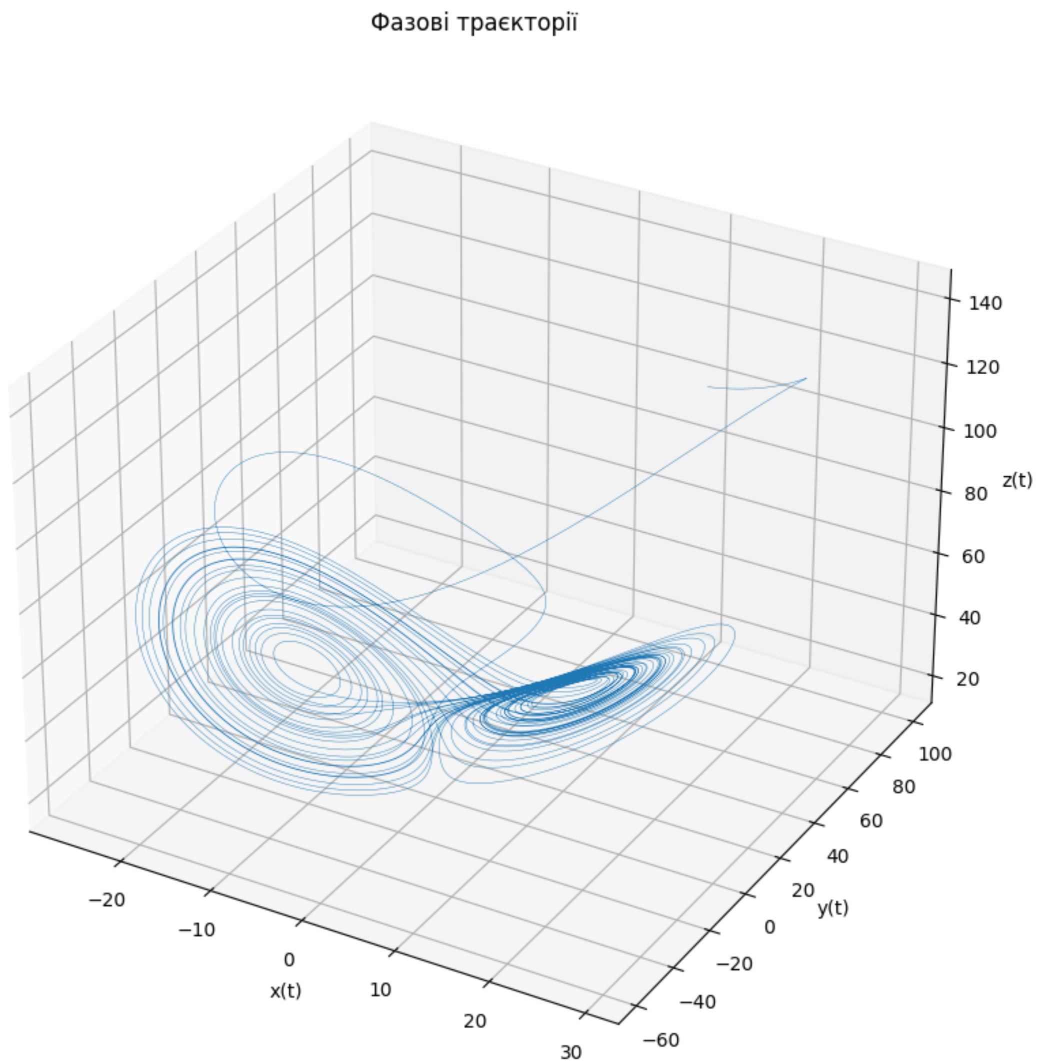

Рис. 2.36. У просторі. ($\sigma = 10, r = 50, b = 3$)

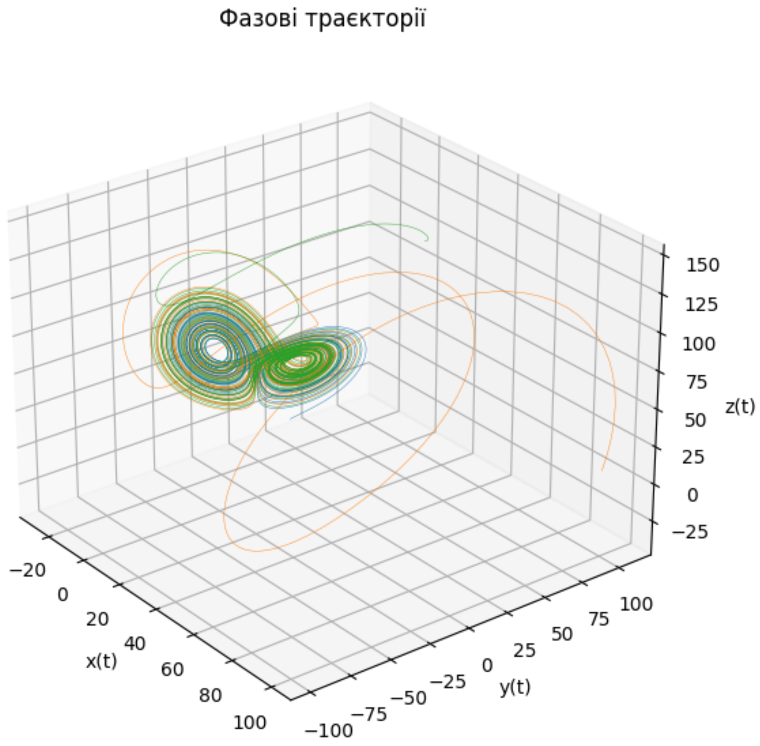

Рис. 2.37. Сукупність трьох випадків

Глава 3

Висновок

У ході лабораторної роботи було побудована математична модель осцилятора Лоренца, дослідженна модель із використанням комп'ютерного моделювання.

Глава 4

Код програми

4.1. main.py

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import odeint, solve_ivp

s = 10
r = 60
b = 3
x_0 = 10
y_0 = 10
z_0 = 10

# x_0 = 100
# y_0 = 100
# z_0 = 10

# x_0 = 10
# y_0 = 100
# z_0 = 100



t = np.arange(0, 30, 0.001)

s_list = [0, 10, 20, 30, 40, 50]
r_list = [0, 10, 20, 30, 40, 50]

s_list = [10]
r_list = [50]
is_save = False
# is_save = True


def f(t, y):
```

```
    result = [
        s * (y[1] - y[0]),
        y[0] * (r - y[2]) - y[1],
        y[0] * y[1] - b * y[2],
    ]
    return np.array(result)


def latex_ex_section_pattern(idx, sigam, r, b, links):
    link1, link2, link3 = links

    sparam = fr'\(\sigma␣=␣{sigam},␣r␣=␣{r},␣b␣=␣{b}\)'
    s00 = r'\newpage'
    s0 = r'\subsection{                ␣' + str(idx) + '}'
    s1 = fr'                    ␣                ␣     ␣                ␣                      ␣            :␣{sparam}.\\'
    s2 = r'\begin{figure}[h!]'
    s3 = r'\centering'
    s4 = r'\includegraphics[width=\textwidth]{lab4/' + link1 + '}'
    s5 = r'\caption{               .␣(' + sparam + ')}'
    s6 = r'\label{fig:ex1}'
    s7 = r'\end{figure}\\'

    l1 = [s00, s0, s1, s2, s3, s4, s5, s6, s7]

    s2 = r'\begin{figure}[h!]'
    s3 = r'\centering'
    s4 = r'\includegraphics[width=\textwidth]{lab4/' + link2 + '}'
    s5 = r'\caption{  ␣                  ␣                  .␣(' + sparam + ')}'
    s6 = r'\label{fig:ex1}'
    s7 = r'\end{figure}\\'

    l2 = [s2, s3, s4, s5, s6, s7]

    s2 = r'\begin{figure}[h!]'
    s3 = r'\centering'
```

```
    s4 = r'\includegraphics[width=\textwidth]{lab4/' + link3 + '}'
    s5 = r'\caption{ ␣                .␣(' + sparam + ')}'
    s6 = r'\label{fig:ex1}'
    s7 = r'\end{figure}\\'

    l3 = [s2, s3, s4, s5, s6, s7]
    l = [*l1, *l2, *l3]

    return '\n'.join(l)


def set_title(title: str):
    plt.get_current_fig_manager().set_window_title(title)


def main():
    result_latex_text = ''
    idx = 0
    global s, r
    for r in r_list:
        for s in s_list:
            strfy = lambda x: f'_{abs(x)}' if x < 0 else str(x)
            link = f'images/r_{strfy(r)}___sigma_{strfy(s)}__{x_0}_{y_0}_{z_0}.png'
            link1 = f'images/1__r_{strfy(r)}___sigma_{strfy(s)}__{x_0}_{y_0}_{z_0}.png'
            link2 = f'images/2__r_{strfy(r)}___sigma_{strfy(s)}__{x_0}_{y_0}_{z_0}.png'
            link3 = f'images/3__r_{strfy(r)}___sigma_{strfy(s)}__{x_0}_{y_0}_{z_0}.png'

            y1 = odeint(f, [x_0, y_0, z_0], t, tfirst=True)
            # y2 = odeint(f, [100, 100, 10], t, tfirst=True)
            # y3 = odeint(f, [10, 100, 100], t, tfirst=True)

```

```
        plt.figure(figsize=(16, 4))
        set_title(link)
        ax1 = plt.subplot(1, 3, 1)
        ax2 = plt.subplot(1, 3, 2)
        ax3 = plt.subplot(1, 3, 3)

        ax1.set_title('x(t)')
        ax1.set_xlabel('t')
        ax1.set_ylabel('x(t)')

        ax2.set_title('y(t)')
        ax2.set_xlabel('t')
        ax2.set_ylabel('y(t)')

        ax3.set_title('z(t)')
        ax3.set_xlabel('t')
        ax3.set_ylabel('z(t)')

        ax1.plot(t, y1[:, 0], linewidth=0.5, label='1')
        ax2.plot(t, y1[:, 1], linewidth=0.5, label='2')
        ax3.plot(t, y1[:, 2], linewidth=0.5, label='3')

        # ax1.plot(t, y2[:, 0], linewidth=0.5, label='1')
        # ax2.plot(t, y2[:, 1], linewidth=0.5, label='2')
        # ax3.plot(t, y2[:, 2], linewidth=0.5, label='3')

        # ax1.plot(t, y3[:, 0], linewidth=0.5, label='1')
        # ax2.plot(t, y3[:, 1], linewidth=0.5, label='2')
        # ax3.plot(t, y3[:, 2], linewidth=0.5, label='3')
```

```
        if is_save:
            plt.savefig(link1)
        plt.show()




        plt.figure(figsize=(16, 4))
        set_title(link)
        ax1 = plt.subplot(1, 3, 1)
        ax2 = plt.subplot(1, 3, 2)
        ax3 = plt.subplot(1, 3, 3)

        ax1.set_title('                ␣xy')
        ax1.set_xlabel('x')
        ax1.set_ylabel('y')

        ax2.set_title('                ␣xz')
        ax2.set_xlabel('x')
        ax2.set_ylabel('z')

        ax3.set_title('                ␣yz')
        ax3.set_xlabel('y')
        ax3.set_ylabel('z')

        ax1.plot(y1[:, 0], y1[:, 1], linewidth=0.5, label='1')
        ax2.plot(y1[:, 0], y1[:, 2], linewidth=0.5, label='2')
        ax3.plot(y1[:, 1], y1[:, 2], linewidth=0.5, label='3')

        # ax1.plot(y2[:, 0], y2[:, 1], linewidth=0.5, label='1')
        # ax2.plot(y2[:, 0], y2[:, 2], linewidth=0.5, label='2')
        # ax3.plot(y2[:, 1], y2[:, 2], linewidth=0.5, label='3')

        # ax1.plot(y3[:, 0], y3[:, 1], linewidth=0.5, label='1')
```

```
            # ax2.plot(y3[:, 0], y3[:, 2], linewidth=0.5, label='2')
            # ax3.plot(y3[:, 1], y3[:, 2], linewidth=0.5, label='3')
            if is_save:
                plt.savefig(link2)
            plt.show()




            plt.figure(figsize=(10, 10))
            set_title(link)
            ax1 = plt.subplot(1, 1, 1, projection='3d')

            ax1.set_title('               ␣               ')
            ax1.set_xlabel('x(t)')
            ax1.set_ylabel('y(t)')
            ax1.set_zlabel('z(t)')

            ax1.plot(y1[:, 0], y1[:, 1], y1[:, 2], label='4', linewidth=0.3)
            # ax1.plot(y2[:, 0], y2[:, 1], y2[:, 2], label='4', linewidth=0.3)
            # ax1.plot(y3[:, 0], y3[:, 1], y3[:, 2], label='4', linewidth=0.3)
            if is_save:
                plt.savefig(link3)
            plt.show()

            if input('add?␣'):
                idx += 1
                result_latex_text += '\n\n\n' + latex_ex_section_pattern(idx, s, r, b, [link1, link2, link3])

    print(result_latex_text)


if __name__ == '__main__':
```

```
    main()
```