

Лабораторна робота N°о

Розробка програми для побудови ліній рівня функції

Мета роботи

Вивчення методів побудови ліній рівня функції двох змінних, розробка програмного модуля для візуалізації оптимізаційної задачі.

0.0 Інформаційний матеріал

Карти ліній рівня з метою дослідження функцій двох змінних широко застосовувалися ще до появи обчислювальної техніки. Вміння будувати лінії рівня функції дозволяє легко знаходити її найбільше та найменше значення на деякій множині.

0.0.0. Лінії рівня

Функціональну залежність від декількох змінних, кількість яких більше двох, важко зобразити графічно.

Функцію двох змінних на площині можна представити лініями рівня.

Лінією рівня функції $y = f(U)$ називають геометричне місце точок, у яких функція $f(U)$ приймає одне й теж значення.

Зображення функції за допомогою ліній рівня дає можливість наочно представити задачу оптимізації, а також траєкторії пошуку екстремуму за допомогою різних алгоритмів з метою порівняння їхньої ефективності. Сімейство ліній рівня одержуємо по рівнянню $f(U) = C$, де C - постійна величина для кожної лінії рівня.

Приклад. Нехай цільова функція задачі оптимізації має вигляд:

$$F(U) = F(u_1, u_2) = -1.1u_1^2 - 1.5u_2^2 + 2u_1u_2 + u_1 + 5.$$

Задано обмеження:

$$u_1 + 1.5u_2 - 1 = 0.$$

Виконаємо графічну інтерпретацію зображення цієї задачі, в координатній площині $(u_1; u_2)$ шляхом побудови ліній постійного рівня. Сімейство ліній постійного рівня функції $F(U)$ представлено на рис. 1.

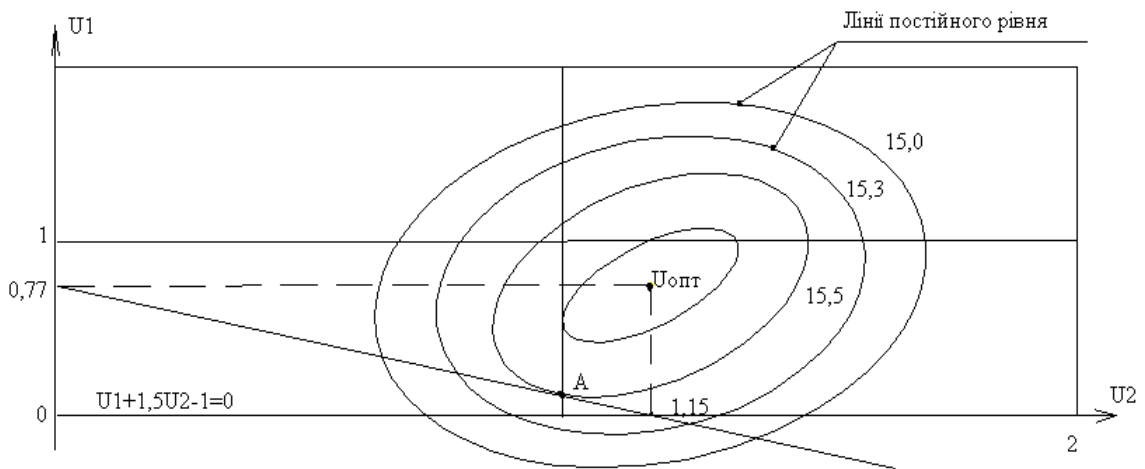


Рисунок 1 - Сімейство ліній постійного рівня функції $F(U)$

У даному прикладі точка безумовного екстремуму має координати:

$$U^* = (1.15; 0.77).$$

Умовний екстремум знаходиться в точці A.

о.о.1. Вихідні дані до роботи

Задано:

- ★ функцію двох змінних $f(x, y)$;
- ★ необхідну кількість ліній рівня;
- ★ діапазони $[x_{min}, x_{max}]$, $[y_{min}, y_{max}]$;
- ★ набір векторів (X, Y) - точок траєкторії методу.

Варіант 1.

Тригорба функція

$$f(x, y) = -2x^2 + 1,05x^4 - \frac{1}{6}x^6 - xy - y^2, \quad x, y \in [-5; 5].$$

Варіант 2.

Коренева функція

$$f(z) = \frac{1}{1 + |z^6 - 1|}, \quad z \in C, \quad x, y \in [-2; 2].$$

Варіант 3.

Мульти-функція

$$f(x, y) = x \sin(4\pi x) + y \sin(4\pi y), \quad x, y \in [-2; 2].$$

Варіант 4.

Функція Растрігіна

$$f(x, y) = -20 + (10 \cos 2\pi x - x^2) + (10 \cos 2\pi y - y^2), \quad x, y \in [-5; 5].$$

Приклад результату роботи наведено на рис. 2.

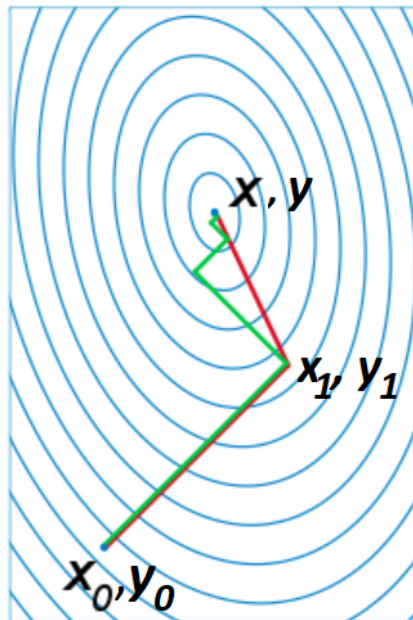


Рисунок 2 - Сімейство ліній постійного рівня функції
й ламана траєкторія методу

0.1 Програма виконання роботи

1. Розробити власний програмний модуль, який дозволяє графічно зобразити задану кількість ліній рівня довільної функції двох змінних при заданих діапазонах обмежень.
2. Доповнити модуль можливістю візуалізації траєкторії методу - ламаної, що задана набором точок.
3. Використовуючи розроблений модуль, навести графік ліній рівня функції, що наведена у Прикладі пункту 0.0.0, відмітити точку екстремуму цієї функції. Передбачити можливість побудови графіку для довільних значень кількості ліній рівня та діапазонах обмежень.
4. Обрати довільні значення точок траєкторії й нанести ламану на графік п. 3.
5. Із використанням власного модуля навести графік ліній рівня функції згідно варіанта, що запропоновано викладачем, відмітити точку або точки екстремуму цієї функції. Передбачити можливість побудови графіку для довільних значень кількості ліній рівня та діапазонах обмежень.
6. Обрати довільні значення точок траєкторії і нанести ламану на графік п. 5.
7. Отримані результати занести до звіту, зробити висновки.