

Изучаем функцию: $f(x) = 5x^3 - x^2 - 20x + 4$

Задачи:

1. Определить корни
2. Найти интервалы, на которых функция возрастает
3. Найти интервалы, на которых функция убывает
4. Построить график
5. Вычислить вершину
6. Определить промежутки, на котором $f > 0$
7. Определить промежутки, на котором $f < 0$

Приступаем к решению, импортируем библиотеки:

```
In [5]: from sympy import *
from sympy.plotting import plot
init_printing()
```

Прописываем функцию:

```
In [7]: x = Symbol('x')
y = 5*x**3 - x**2 - 20*x + 4
y
```

Out[7]: $5x^3 - x^2 - 20x + 4$

1. Определяем корни:

```
In [17]: solve(y)
```

Out[17]: $\left[-2, \frac{1}{5}, 2\right]$

2. Находим интервалы, на которых функция возрастает:

```
In [21]: solve(diff(y)>0)
```

Out[21]: $\left(-\infty < x \wedge x < \frac{1}{15} - \frac{\sqrt{301}}{15}\right) \vee \left(x < \infty \wedge \frac{1}{15} + \frac{\sqrt{301}}{15} < x\right)$

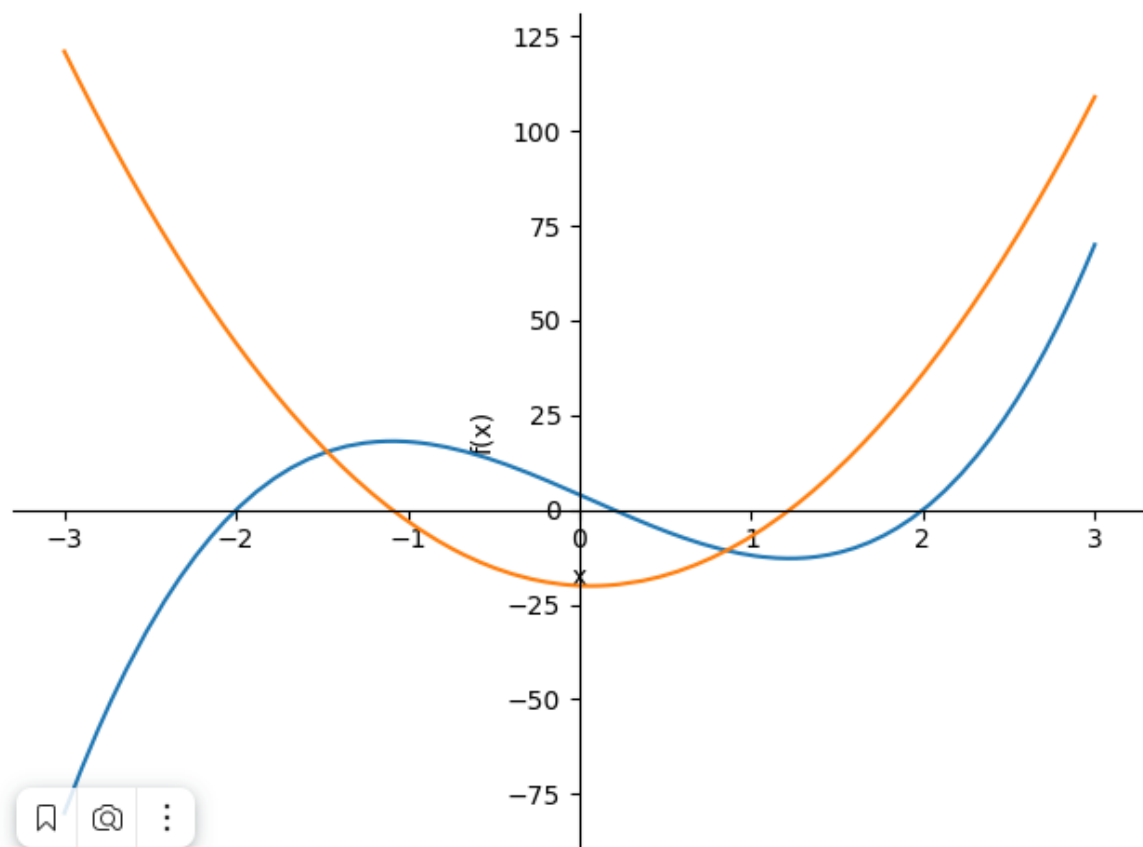
3. Находим интервалы, на которых функция убывает:

In [23]: `solve (diff(y)<0)`

Out[23]: $x < \frac{1}{15} + \frac{\sqrt{301}}{15} \wedge \frac{1}{15} - \frac{\sqrt{301}}{15} < x$

4. Строим график функции и ее производной в принципиальной области:

In [34]: `plot(y, diff (y), (x, -3, 3))`
`y, diff (y)`



Out[34]: $(5x^3 - x^2 - 20x + 4, 15x^2 - 2x - 20)$

6. Находим промежутки, на которых функция положительна:

In [36]: `solve (y>0)`

Out[36]: $\left(-2 < x \wedge x < \frac{1}{5}\right) \vee (2 < x \wedge x < \infty)$

7. Находим промежутки, на которых функция отрицательна:

In [38]: `solve (y<0)`

Out[38]: $(-\infty < x \wedge x < -2) \vee \left(\frac{1}{5} < x \wedge x < 2\right)$

5. Вычисляем минимумы и максимумы функции:

из-за некорректной постановки задачи и очевидного поведения функции с учетом п.2 (отсутствия нижнего и верхнего предела) задача поиска минимума и максимума решается на локальном участке [-2,2].

```
In [54]: array = solve (diff(y))  
array
```

```
Out[54]:  $\left[ \frac{1}{15} - \frac{\sqrt{301}}{15}, \frac{1}{15} + \frac{\sqrt{301}}{15} \right]$ 
```

```
In [58]: x_max = float (array [0])  
x_min = float (array [1])
```

```
In [70]: y_max = float(5*array[0]**3-array[0]**2-20*array[0]+4)  
y_min = float(5*array[1]**3-array[1]**2-20*array[1]+4)
```

```
In [71]: max = [x_max, y_max]  
min = [x_min, y_min]
```

```
In [72]: f'Координаты локального максимума {max}'
```

```
Out[72]: 'Координаты локального максимума [-1.0899567715264982, 18.136755032421153]'
```

```
In [73]: f'Координаты локального минимума {min}'
```

```
Out[73]: 'Координаты локального минимума [1.2232901048598315, -12.809347625013746]'
```